

---

**ARTÍCULO**

---

## **Guía para el análisis de la idoneidad epistémica y cognitiva de lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto**

### **Guidelines to analyze the epistemic and cognitive suitability of statistical tables lessons in textbooks**

Jocelyn D. Pallauta\*

 ORCID iD 0000-0001-5508-4924

Carmen Batanero\*\*

 ORCID iD 0000-0002-4189-7139

#### **Resumen**

Dado que las tablas estadísticas son ampliamente utilizadas para representar, analizar información y un medio para el estudio de diferentes temas, su enseñanza es considerada en las directrices curriculares de varios países. En este trabajo se presenta una pauta de indicadores de idoneidad epistémica y cognitiva específicos para el análisis de las lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto. Para la elaboración de la guía se utiliza la teoría de la idoneidad didáctica del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, que entrega elementos teóricos que permiten valorar el proceso de instrucción propuesto en el libro de texto. A través de un análisis de contenido se identifican indicadores de idoneidad epistémica y cognitiva en investigaciones previas, así como en las orientaciones curriculares, de los cuales se seleccionan y categorizan los conocimientos didáctico-matemático sobre las tablas estadísticas en educación primaria y secundaria. La guía aborda las facetas que consideran subcomponentes específicos para el contenido matemático en estudio. De este modo, este instrumento puede servir de apoyo para los profesores en el análisis y valoración de lecciones de libros de texto para el diseño e implementación del proceso de instrucción sobre tablas estadísticas, así como para la formación del profesorado puede ser un recurso que promueva la reflexión.

**Palabras clave:** Idoneidad didáctica. Enfoque ontosemiótico. Tablas estadísticas. Libro de texto.

#### **Abstract**

Since statistical tables are widely used to represent and analyze information in the study of different subjects, their teaching is considered in the curricular guidelines of several countries. In this article we present a guide to analyze the epistemic and cognitive suitability of lessons related to statistical tables in textbooks. The development of the guide is based on the theory of didactic suitability of the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction, which provides theoretical elements that allow to assess the instructional process proposed in the textbook. Through a content analysis, we identify indicators of epistemic and cognitive suitability in previous

---

\* Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad de Granada (UGR). Profesora del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos (ULagos), Osorno, Chile. E-mail: [jocelyn.diaz@ulagos.cl](mailto:jocelyn.diaz@ulagos.cl)

\*\* Doctora en Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Miembro del Grupo de Investigación FQM-127. Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística. Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: [batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es)

research, as well as in curricular guidelines, from which didactic-mathematical knowledge about statistical tables in primary and secondary education is selected and categorized. The guide focuses on facets that consider specific subcomponents for the mathematical content under study. Thus, the guide can support teachers in the analysis and evaluation of textbook lessons and in the design and implementation of the instruction process on statistical tables, as well as for teacher training as a resource to promote reflection.

**Keywords:** Didactic suitability. Onto-semiotic approach. Statistical tables. Textbooks.

## 1 Introducción

El libro de texto es un recurso educativo utilizado ampliamente en el aula (Schubring; Fan, 2018), habiéndose incrementado la investigación que lo toma como objeto de análisis en los últimos años (Pepin; Gueudet, 2020). Ello es debido a que pueden influir en la forma en que los profesores imparten su enseñanza, siendo un puente entre el currículo pretendido y el implementado en el aula (Herbel-Eisenmann, 2007). Los profesores basan sus decisiones sobre el proceso de instrucción en el libro de texto, que es un marco de referencia de gran relevancia (Rezat; Fan; Pepin, 2021). En consecuencia, se deduce la importancia de que los profesores cuenten con criterios que les permitan realizar un análisis crítico de los textos considerando su pertinencia, idoneidad y adecuación tanto de las necesidades de los estudiantes como de las directrices curriculares (Godino *et al.*, 2006).

En este trabajo nos centramos en las tablas estadísticas, que aparecen con frecuencia en los libros de texto de variadas asignaturas y cursos escolares (Estrella; Estrella, 2020). Las tablas son usualmente empleadas tanto en situaciones del cotidiano como en el ámbito profesional, por su función de direccionamiento y flexibilidad cognitiva (Duval, 2003; Martí, 2009) de ahí que los profesores las utilicen para la enseñanza de diversos contenidos (Eilam, Poyas; Hashimshoni, 2014).

Si bien existen propuestas para analizar y valorar las lecciones planteadas en los libros de texto de matemáticas (Monterrubio; Ortega, 2011), no se dispone de trabajos que ofrezcan orientaciones a los profesores para evaluar las relacionadas con las tablas estadísticas. Para paliar esta carencia, y dado el importante papel de dichas tablas en diferentes temas y su alta presencia en los libros de texto de matemáticas (Gea *et al.*, 2022; Pallauta; Batanero *et al.*, 2021), en este trabajo nos planteamos como objetivo elaborar una guía para el análisis de las lecciones sobre tablas estadísticas en los libros de texto. El profesor de educación primaria o secundaria puede utilizarla para seleccionar el más adecuado o complementar su contenido con actividades no consignadas en el texto.

## 2 Marco teórico y fundamentos

En las siguientes secciones se presenta el marco teórico, seguido de los fundamentos y la metodología que sustentan este trabajo.

### 2.1 Idoneidad didáctica

Este trabajo se basa en el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (en adelante EOS) (Godino; Batanero; Font, 2007, 2019) que concibe que un objeto matemático surge a través de las prácticas matemáticas (acciones u operaciones) realizadas al resolver una situación problema. En este marco teórico, el objeto matemático puede ser considerado desde una perspectiva institucional (por ejemplo, una institución de enseñanza) o personal (una persona). En dichas prácticas matemáticas intervienen diferentes tipos de objetos matemáticos: *situación problema, lenguaje, conceptos-definición, proposiciones o propiedades, procedimientos y argumentos*. Dichos objetos se relacionan formando configuraciones, que pueden ser epistémicas, referidas al significado institucional, o cognitivas, si se trata del significado personal (Font; Godino; Gallardo, 2013).

En el EOS se han desarrollado diferentes herramientas que permiten la reflexión sobre el proceso de instrucción para ajustarlos a las necesidades de los estudiantes. En este sentido, la valoración de un proceso de instrucción se realiza a través de la *idoneidad didáctica* (Godino, 2017; Godino; Batanero; Burgos, 2023), entendida como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte) recoge ciertas características que lo permitan considerar como óptimo o apropiado para adherir los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizajes), y los significados institucionales pretendidos o implementados (asociados a la enseñanza), en el que se tenga presente el contexto y los recursos disponibles (entorno) (Breda; Font; Pino-Fan, 2018). Constituye una herramienta útil para el profesor, pues permite valorar un diseño de enseñanza, así como el proceso de instrucción implementado efectivamente en el aula (Breda; Font; Pino-Fan, 2018).

La idoneidad didáctica está compuesta de seis facetas las cuales se articulan de manera coherente y sistemática, donde además cada una de ellas considera diferentes criterios (Godino, 2013; Godino; Batanero; Burgos, 2023) que norman el proceso de instrucción de un tema en particular (Breda; Font; Pino-Fan, 2018):

- *Idoneidad epistémica*: es el grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos en el proceso de instrucción referidos al

objeto matemático en estudio. Se debe considerar los objetos matemáticos como el lenguaje, argumentos, proposiciones, conceptos-definición, procedimientos y situaciones. La movilización articulada de estos objetos permitirá identificar el significado de referencia.

- *Idoneidad cognitiva*: manifiesta el grado de adherencia de los significados personales del estudiante con los significados pretendidos y/o implementados por el profesor. Para valorar esta faceta es necesario conocer el razonamiento, aprendizaje y dificultades que muestran los estudiantes para determinar el grado en que estos se sitúan en la zona de desarrollo próximo.
- *Idoneidad interaccional*: es el grado en que las configuraciones y trayectorias didácticas permiten adelantar posibles conflictos semióticos, así como la forma de abordarlos cuando se manifiestan en el proceso de instrucción. También se considera si el diseño favorece la autonomía en el aprendizaje.
- *Idoneidad mediacional*: valora la disponibilidad y adecuación de herramientas tecnológicas, recursos manipulativos necesarios para la enseñanza y aprendizaje, atendiendo al tiempo, tema en estudio y nivel escolar al que está dirigido.
- *Idoneidad afectiva*: corresponde al grado en que los estudiantes se involucran en el proceso de enseñanza y que depende de sus emociones, creencias y actitudes. En este tipo de idoneidad, se debería considerar la participación, disposición, motivación, y la autoestima de los estudiantes, aspectos que se relacionan con componentes de la faceta cognitiva (Godino; Batanero; Burgos, 2023).
- *Idoneidad ecológica*: valora el grado en que el proceso de instrucción se ajusta a un marco local (proyecto educativo del centro) y general (sociedad).

Considerando las lecciones de un libro de texto como un proceso instruccional planificado, se puede realizar un análisis sistémico de las lecciones para valorar la idoneidad didáctica del proceso de instrucción diseñado (Godino, 2017). En este trabajo nos limitamos a analizar las facetas epistémica y cognitiva porque entre sus subcomponentes se consideran elementos matemáticos específicos del objeto de estudio (Godino; Batanero; Burgos, 2023). La elaboración de los indicadores para cada componente y subcomponente se recogen de Godino (2013) que se presenta en la Figura 1.

Idoneidad epistémica		Idoneidad cognitiva	
COMPONENTES:	INDICADORES:	COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presenta una muestra representativa y situaciones de contextualización, ejercitación</li> <li>Se proponen situaciones de generación de (problematización)</li> </ul>	Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos tienen los conocimientos previos para el estudio del tema (bien se han adquirido anteriormente o el profesor planifica su estudio)</li> <li>Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (una dificultad manejable) en sus diversas condiciones</li> </ul>
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conexiones entre los mismos.</li> <li>Nivel del lenguaje adecuado a los niños a los que se dirige</li> <li>Se proponen situaciones de expresión matemática que favorezcan la interpretación</li> </ul>	Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se incluyen actividades de ampliación y profundización</li> <li>Se promueve el acceso y el logro de todos los alumnos</li> </ul>
Reglas(Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las definiciones y procedimientos son claros y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen</li> <li>Se presentan los enunciados y procedimientos de manera que permitan al alumno comprender los procedimientos del tema para el nivel educativo al que se dirige</li> <li>Se proponen situaciones donde el alumno genere o negociare definiciones proposiciones procedimientos</li> </ul>	Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos (incluyendo comprensión y competencia)</li> <li>Comprensión conceptual y proposicional; comunicativa y argumentativa; fluencia; comprensión situacional; competencia metacognitiva</li> <li>La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia</li> <li>Los resultados de las evaluaciones se utilizan para tomar decisiones.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen</li> <li>Se promueven situaciones donde el alumno argumente</li> </ul>		
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí</li> <li>Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas</li> </ul>		

**Figura 1** – Componentes e indicadores de idoneidad epistémica y cognitiva  
Fuente: Godino (2013, p.119, 121).

## 2.2 Fundamentos

La elaboración de la guía recoge lo planteado en los directrices curriculares de diferentes países (MEFP, 2022; MINEDUC, 2015; NCTM, 2014), en los que la tabla estadística tiene una gran relevancia debido a que es utilizada para el estudio de variados temas de estadística y probabilidad. Igualmente, por su interés, se han tenido en cuenta las directrices recogidas en el informe GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020), que considera, para cada contenido, tres niveles de aprendizaje de dificultad creciente (A, B y C) para tener en cuenta los conocimientos previos y capacidades de los estudiantes. En el marco teórico que guía este documento se incluyen, además, las siguientes consideraciones:

- La importancia de formular preguntas a lo largo de toda la resolución de problemas estadísticos.
- La necesidad de tener en cuenta diferentes tipos de datos y variables, planificando cuidadosamente su recogida, depuración, y análisis de los datos.
- Inclusión del pensamiento multivariante a lo largo de todos los niveles educativos.
- El papel de la probabilidad para cuantificar la aleatoriedad.
- Reconocer el papel de la tecnología en la práctica y enseñanza- aprendizaje de la estadística moderna.
- La comunicación con claridad y precisión de la información estadística.

- El papel de la evaluación en la enseñanza y aprendizaje.

Por otra parte, se han examinado investigaciones previas que han analizado su presencia en los libros de texto, y otros trabajos que han abordado la comprensión de las tablas con estudiantes de diferentes edades. Las investigaciones sobre las tablas estadísticas en libros de texto (Pallauta; Gea *et al.*, 2021; Pallauta; Gea; Batanero, 2020), permiten identificar las variables relevantes en su estudio para construir los indicadores de idoneidad epistémica.

Dichos trabajos indican que la tabla estadística tiene una estructura espacial específica donde no sólo se muestran números, sino todas sus posibles relaciones, así como la variedad de funciones cognitivas que pueden cumplir (Martí, 2009). Por tanto, la tabla estadística es un objeto matemático de estudio (Estrella; Mena-Lorca; Olfos-Ayarza, 2017) desde una perspectiva sistémica, a partir de la estructura que la caracteriza. Igualmente, de dichos trabajos se identificaron los elementos que la conforman según el tipo de tabla, y las situaciones que la dotan de significado (Pallauta; Gea *et al.*, 2021), que se describen con detalle en la sección 3.

Por otro lado, los estudios sobre su comprensión (Álvarez; Guerrero; Torres, 2020; González; Muñoz; Muñoz, 2021; Guimarães; Evangelista; Oliveira, 2021; Pallauta; Arteaga; Garzón-Guerrero, 2021), nos proporcionan pautas para asegurar la idoneidad cognitiva de la presentación de las tablas en libros de texto.

Algunos de los estudios citados han detectado conflictos semióticos potenciales, ligados a la tabla, que se reflejan de forma explícita o implícita, como confundir el valor de la variable con la frecuencia (Mayén; Díaz; Batanero, 2009). Esto se aprecia cuando se pide determinar estadísticos propios de variables cuantitativas para el caso de variables cualitativas de escala nominal. También se ha observado, en los libros de texto, descripciones confusas sobre el proceso de construcción de tablas, especialmente con datos agrupados en intervalos.

### 2.3 Metodología

En este trabajo se emplea como técnica el análisis de contenido (Mayring, 2020), dado que facilita el análisis y revisión de dimensiones de carácter cualitativo. Dicha técnica se complementa con la metodología propuesta por Godino, Hernán, y Arteaga (2012) y que ha sido utilizada en la elaboración de guías de análisis de libros de texto sobre temas como la proporcionalidad (Castillo; Burgos; Godino, 2022) o probabilidad (Cotrado; Burgos; Beltrán-Pellicer, 2022). Para la extracción o inferencia de indicadores de idoneidad didáctica en los documentos analizados se han seguido los siguientes pasos.

1. El texto se fracciona en unidades de análisis que son organizadas de acuerdo a las

- componentes e indicadores de la idoneidad epistémica, cognitiva. (Godino, 2013, 2017).
2. Las unidades de análisis son comparadas y reducidas para impedir repeticiones.
  3. Se infieren indicadores de idoneidad epistémica y cognitiva de procesos de instrucción o aprendizaje particularizados en torno a la tabla estadística, realizando ajustes o adaptando la información cuando sea necesario.

La finalidad de la metodología descrita permitirá la elaboración una guía para el análisis de las lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto dirigidos a la educación primaria y secundaria.

### 3 Análisis de la guía de análisis de lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto

En este apartado se describe la guía que incorpora componentes e indicadores de la faceta epistémica y cognitiva de la idoneidad didáctica, propuestos por Godino (2013, 2017), para la valoración de los libros de texto sobre la temática de tablas estadísticas.

#### 3.1 Faceta epistémica

Como se ha indicado, trabajos anteriores (Pallauta; Gea *et al.*, 2021; Pallauta; Gea; Batanero, 2020) han analizado la tabla estadística en libros de texto dirigidos a diferentes niveles educativos, identificando la variedad de objetos implicados en su naturaleza y uso. Basados en dichos estudios junto al análisis de lineamientos curriculares y las directrices de GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020), se ha podido establecer indicadores de idoneidad epistémica detallados en el Cuadro 1.

Componentes	Indicadores
Situaciones-problemas	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Se proponen situaciones que implican la formulación de preguntas estadísticas y consiguiente recolección de datos.</li><li>2. Se plantea la organización de diferentes tipos de variables y datos recolectados mediante la construcción de tablas con distribuciones unidimensionales y bidimensionales.</li><li>3. Se plantean situaciones que implican la traducción a partir de la tabla (gráfico, verbal, estadístico).</li><li>4. Se proponen situaciones que requieran argumentar de forma clara y precisa sobre la información representada en la tabla.</li><li>5. Se presenta el análisis de la asociación de las variables representadas en una distribución bidimensional.</li></ol>
Lenguajes	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Se utiliza el lenguaje verbal o icónico de acuerdo al alumnado al que se dirige el texto para describir situaciones representadas mediante tablas.</li><li>2. Se utiliza apropiadamente el lenguaje numérico para representar datos, o diferentes tipos de frecuencias (absoluta, relativa y porcentual) mediante números enteros, decimales, fracciones o porcentajes.</li><li>3. Se incluye, de manera progresiva, el lenguaje simbólico, el cual es utilizado de forma analítica para representar los valores de la variable y los diferentes tipos de frecuencias.</li><li>4. Se incluye el lenguaje diagramático propio la estructura de la tabla (encabezados, títulos</li></ol>

	<p>filas/columnas, celdas, cuerpo de datos).</p> <p>5. Se promueve la precisión en la comunicación de la información estadística.</p>
Conceptos-definición	<p>1. Se presenta, de forma explícita, la definición de los conceptos que caracterizan a los tres tipos de tablas estadísticas (datos, distribución de una variable, doble entrada) como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Variables categóricas y/o cuantitativas y sus valores.</li> <li>- Diferentes tipos de frecuencias (absolutas, relativas, porcentuales, acumuladas).</li> <li>- Frecuencias dobles, marginales y condicionadas para tablas de doble entrada o contingencia.</li> <li>- Intervalos de clase, extremos, marca de clase tanto para tablas de distribución de frecuencia de una variable como tablas de doble entrada.</li> </ul> <p>2. Se proponen conceptos ligados a la tabla como las medidas de tendencia central, dispersión, covarianza, correlación, regresión, además de probabilidades: simples, compuestas y condicionales, dependiendo del curso al que se dirija el libro de texto.</p>
Propiedades	<p>Se presentan las propiedades referidas a los diferentes tipos de tablas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tipos de variable y escala de medida.</li> <li>- Las frecuencias absolutas suman N (total de sujetos o número de observaciones).</li> <li>- Las frecuencias relativas suman 1.</li> <li>- Las frecuencias absolutas y relativas se relacionan de manera lineal.</li> <li>- La frecuencia acumulada toma valores de manera creciente donde el último valor es igual a N (total de las observaciones).</li> <li>- Variable dependiente e independiente.</li> <li>- Relación de frecuencias relativas, condicionales, dobles y marginales.</li> <li>- Frecuencia doble-frecuencia marginal.</li> </ul>
Procedimientos	<p>1. Se presenta, de manera clara y explícita, procedimientos asociados a la construcción de tablas unidimensionales y bidimensionales, como el cálculo de los diferentes tipos de frecuencias, determinar cantidad de intervalos, máximo, mínimo para el caso de variables con valores agrupados:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificar datos en valores de la variable.</li> <li>- Organización fila / columna.</li> </ul> <p>2. Se proponen cuestiones en torno a la lectura de la tabla con diferente nivel de dificultad.</p> <p>3. Se plantea la interpretación de estadísticos (tendencia central, dispersión, o posición) así como de probabilidades a partir de información expuesta en una tabla.</p> <p>4. Se proponen situaciones que requieren aplicar una variedad de procedimientos, que en ocasiones es el propio estudiante quien debe decidir el más apropiado.</p>
Argumentos	<p>1. Las propiedades o la relación entre diferentes tipos de frecuencias son explicados y argumentados de manera adecuada, acorde al nivel educativo correspondiente.</p> <p>2. Decidir el tipo de tabla que mejor representa una situación o conjunto de datos.</p> <p>3. Se promueve la justificación clara y precisa de decisiones o proposiciones emanadas de la información que entrega una tabla a través de variadas formas de prueba.</p>
Relaciones	<p>1. Se establecen relaciones algebraicas entre los diferentes tipos de frecuencias representadas en la tabla.</p> <p>2. Se presenta la relación entre diferentes tipos de representación (tabla-gráfico-verbal).</p> <p>3. Se establecen relaciones de la tabla estadística con el cálculo de diferentes tipos de estadísticos, así como en el estudio de la probabilidad en sus diferentes significados, dependiendo del curso en que se trabaje.</p>

**Cuadro 1** – Indicadores de idoneidad epistémica en el tratamiento de la tabla estadística  
Fuente: elaborado por las autoras.

A continuación, se analizan los criterios seguidos para construir los indicadores ligados a cada una de las componentes de la idoneidad epistémica.

### *Situaciones-problemas*

En Pallauta, Gea *et al.* (2021) se identifican las situaciones-problemas vinculadas a la tabla estadística en los textos de primaria y secundaria, que han servido para construir los indicadores ligados al componente situaciones-problemas en el Cuadro 1. Un primer tipo sería el registro de datos (Estrella; Mena-Lorca; Olfos-Ayarza, 2017) producto de una pregunta

estadística (Bargagliotti *et al.*, 2020) o recolectadas a través de la realización de una experiencia aleatoria. El segundo tipo de problemas se asocia con la construcción de una tabla a partir de la información recopilada o proporcionada, que depende del tipo de distribución que se represente y si la variable estadística es unidimensional o bidimensional. A su vez, en cada caso se debe considerar el tipo de frecuencia que se representará, o si la variable se presenta con datos agrupados en intervalos de clase (Martí *et al.*, 2011).

El tercer problema sería la traducción entre representaciones (Pallauta; Gea *et al.*, 2021; Pallauta; Gea; Batanero, 2020), que implica un proceso de transnumeración (Wild; Pfannkuch, 1999) que consiste en realizar un cambio en la forma de representar los datos, para extraer nueva información o para responder a cuestiones (Chick, 2004). En el caso de la tabla estadística cuentan: a) traducción de tabla a gráfico o viceversa y que requiere llevar la información presentada a través de un gráfico de diferente tipo a una tabla o el proceso inverso; b) traducción de tabla a tabla cuando se construye una tabla estadística con la información de otra, por ejemplo, construir una tabla con la distribución marginal de una de las variables de una distribución bidimensional; c) traducción de texto a tabla correspondiente a situaciones que implican llevar información ofrecida de manera verbal a tabla; c) traducción de tabla a estadístico que requiere el cálculo de diferentes estadísticos (Erickson *et al.* 2019), o de la probabilidad a partir de la información expuesta en la tabla.

El último problema consiste en el estudio de la dependencia de variables de una distribución bidimensional (Gea, 2014), por medio del análisis de la dependencia funcional o estadística de las variables, su intensidad y sentido. Con ello se fomenta el pensamiento multivariante (Bargagliotti *et al.*, 2020).

### *Lenguajes*

En las prácticas matemáticas incorporadas en los textos analizados en las investigaciones citadas se muestra el uso de una variedad de lenguajes que enriquecen el significado de la tabla estadística, así como su comprensión (Planas; Morgan; Schütte, 2018). El primer indicador de esta componente, considera que las etapas educativas iniciales podrían priorizar un lenguaje verbal o icónico para facilitar la comprensión de la definición de los conceptos. El lenguaje numérico, se considera en el segundo indicador, se presenta en el cuerpo de la tabla para representar datos y frecuencias, y puede ser de diverso tipo como enteros, decimales, fraccionarios o porcentajes (Pallauta; Gea *et al.*, 2021; Pallauta; Gea; Batanero, 2020).

Un tercer indicador valora la presencia del lenguaje simbólico para representar, especialmente las frecuencias o los variados estadísticos, con el propósito de implementar

progresivamente un lenguaje propio de la disciplina (Zahner; Aquino-Sterling, 2020). El cuarto indicador se vincula con el lenguaje diagramático, propio de la estructura que caracteriza a la tabla estadística (Duval, 2003). Por último, se promueve la precisión y claridad en la comunicación de información estadística (Bargagliotti *et al.*, 2020).

#### *Conceptos-definición*

Pallauta, Gea y Batanero (2020) identifican las definiciones de los conceptos ligados a las tablas estadísticas en los libros de texto. El primer indicador de este subcomponente contempla los conceptos-definición que deberían presentarse de manera clara y explícita asociados a los diferentes tipos de tablas utilizadas en el estudio de la estadística (Lahanier-Reuter, 2003): tabla de datos, tabla de distribución de una variable y tabla de doble entrada o contingencia. Dichas tablas poseen una estructura característica (Pallauta; Arteaga, 2021), y pueden contemplar variables categóricas o cuantitativas junto a sus valores.

En el caso que la variable cuantitativa se presente con datos agrupados en intervalos, se debe prestar atención a los conceptos de: máximo y mínimo, intervalo de clase, extremo inferior y superior. Además, están presentes los variados tipos de frecuencias que es posible de representar, dependiendo del curso en que se trabaje, como las ordinarias (absolutas, relativas o porcentuales), acumuladas (Cobo; Batanero, 2000); y en el caso de tablas de doble entrada, las frecuencias conjuntas, marginales y condicionadas.

La tabla estadística es un medio utilizado para el estudio de variados estadísticos o la probabilidad con sus diferentes significados (Batanero, 2005), por lo que el segundo indicador se refiere a la incorporación de dichos conceptos-definición que son tratados a lo largo de la educación primaria y secundaria.

#### *Propiedades*

Los libros de texto deberían presentar, de manera clara y precisa, las propiedades fundamentales sobre la estructura de la tabla, la o las variables representadas junto a su escala de medida, así como las relaciones entre los variados tipos de frecuencias (Pallauta *et al.*, 2023). En el trabajo con tablas se utiliza, de manera implícita, diferentes propiedades las cuales varían dependiendo del curso o tipo de tabla (Pallauta; Gea *et al.*, 2021). En este sentido, por la utilidad de la tabla estadística en el estudio de diferentes temas, también se pueden considerar las propiedades ligadas a las diferentes medidas de centralización, dispersión y posición. Dichas propiedades deberían presentarse de manera progresiva conforme se avance el curso.

#### *Procedimientos*

En este subcomponente se valora el planteamiento de diferentes estrategias o algoritmos, identificados en Pallauta; Gea *et al.* (2021), que se aplican en una tabla y que

permiten operar con los datos. El primer indicador valora la presentación clara y precisa, de los procedimientos para la construcción de los diferentes tipos de tablas estadísticas, como la categorización de los datos, determinar cantidad de intervalos, máximo, mínimo para el caso de variables con valores agrupados cuando se necesario, así como el cálculo de las frecuencias correspondientes. El segundo indicador valora la presencia de situaciones que requieran la interpretación de la información expuesta junto con establecer relaciones numéricas entre los datos de la tabla. El tercero se refiere al planteamiento de situaciones que impliquen el cálculo de variados estadísticos o probabilidades, en algunos casos las tareas pueden apuntar al desarrollo de técnicas algorítmicas en el estudiante. También es relevante proponer situaciones en que el propio estudiante genere procedimientos para resolver problemas ligados a la tabla estadística.

### *Argumentos*

Algunas directrices curriculares (MEFP, 2022; NCTM, 2014) manifiestan la necesidad de desarrollar habilidades argumentativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Erkek; Işıksal-Bostan, 2019; Krummheuer, 2015). Por lo tanto, los libros de texto deberían plantear situaciones que promuevan la argumentación (Godino; Recio, 2001), a través de ejemplos o contraejemplos, representaciones gráficas para justificar, así como las demostraciones deductivas. Es importante desarrollar esta habilidad, dado que estudios reportan que en tareas con tablas las justificaciones de los estudiantes se basan en experiencias de vida en lugar de los datos (Evangelista; Guimarães; Oliveira, 2022; Pallauta; Arteaga; Garzón-Guerrero, 2021; Sharma, 2013).

En este subcomponente se valoran tres indicadores, el primero referido a la presentación correcta y explícita de las propiedades y la relación entre los diferentes tipos de frecuencias (Pallauta *et al.*, 2023). El segundo se vincula con determinar el tipo de tabla que represente de mejor manera un conjunto de datos, considerando aspectos como tipo de variable, o volumen de datos. Y finalmente, el tercer indicador apunta a decidir justificadamente, de forma clara y precisa, la veracidad de afirmaciones emanadas a partir de la información presentada en la tabla estadística.

### *Relaciones*

El primer indicador hace referencia a las relaciones que se presentan en la propia tabla, dado que las frecuencias ordinarias (absolutas, relativas, porcentuales) se corresponden de forma lineal, pero no con las frecuencias acumuladas (Pallauta *et al.*, 2023).

En las tablas de doble entrada, se pueden considerar las frecuencias anteriores y, además, las conjuntas, marginales o condicionales. Las frecuencias condicionales se relacionan

linealmente con las frecuencias conjuntas, pero las frecuencias marginales no son función lineal de las frecuencias conjuntas. De forma implícita se trabaja con el concepto de parámetro, dado que al fijar el valor de una de las variables (por ejemplo  $y$ ) se obtienen las distribuciones condicionadas de  $x$  o viceversa. Asimismo, se utiliza el concepto de función cuando se interpreta o construye una tabla estadística.

En el segundo indicador se considera la tabla estadística como un paso previo para la construcción de diferentes gráficos estadísticos (Koschat, 2005). Así también, como se indica en el tercer criterio, a través de la tabla se promueve el estudio de variados estadísticos, dado que es usual incluir columnas para facilitar su cálculo (Erickson *et al.*, 2019).

### 3.2 Idoneidad cognitiva

El análisis de esta faceta en los libros de texto aborda los significados personales, relaciones y procesos matemáticos atribuidos al objeto en estudio. En el Cuadro 2 se presentan los indicadores junto a sus respectivas componentes y subcomponentes de acuerdo a lo propuesto por Godino (2013, 2017).

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos	<ol style="list-style-type: none"> <li>Se contempla el conocimiento de conceptos-definición previos al estudio de cada tipo de tabla estadística, dependiendo del curso, como: población y muestra, variable, valores y escala de medida, además de los tipos de frecuencias que es posible de representar en cada tipo de tabla.</li> <li>Se explicita el proceso de construcción de una tabla estadística, enfatizando en las habilidades de clasificación junto al cálculo de frecuencias apropiadas de representar de acuerdo a la variable, o el volumen de datos.</li> <li>Se proponen situaciones para la identificación de la información expuesta en la tabla.</li> </ol>
Diferencias individuales	<ol style="list-style-type: none"> <li>Se incorporan actividades para el refuerzo de los algoritmos para calcular los diferentes tipos de frecuencias.</li> <li>Se proponen actividades de ampliación que requieren niveles más sofisticados de lectura de tablas estadísticas.</li> <li>Se consideran diferentes niveles en el trabajo con las tablas estadística, para atender las diferencias individuales.</li> </ol>
Aprendizaje	Comprensión
	<ol style="list-style-type: none"> <li>Utiliza el lenguaje variado, por ejemplo, un lenguaje verbal o icónico para describir situaciones representadas para facilitar la comprensión de conceptos-definición. Se incorporan progresivamente símbolos para representar frecuencias o estadísticos, junto a operaciones analíticas para determinarlos.</li> <li>Se identifica explícitamente cada uno de los elementos que pueden estar presentes en una tabla estadística (títulos, etiquetas, cuerpo de la tabla, celdas).</li> <li>Se incluyen diferentes tipos de tablas de manera progresiva, considerando su complejidad y usos.</li> <li>Las tareas son planteadas utilizando una variedad de contextos.</li> </ol>
	Competencia
	<ol style="list-style-type: none"> <li>Las situaciones presentadas promueven la toma de decisiones a partir de la información presentada en la tabla de manera argumentada.</li> <li>Se plantean situaciones que promuevan el uso de tablas estadísticas para comunicar conjeturas o conclusiones.</li> <li>Las situaciones permitan generalizar el procedimiento de cálculo en los diferentes tipos</li> </ol>

	de frecuencias.
Relaciones	1. Las situaciones planteadas posibilitan valorar si el estudiante establece relaciones entre los objetos matemáticos presentes en una misma tabla (valores de la variable y frecuencias, entre frecuencias), si relaciona las tablas con otros tipos de lenguaje (tabular, gráfico, verbal). Así como con el estudio de diferentes estadísticos o la probabilidad.
Evaluación	1. Se incluyen situaciones que permiten la evaluación y autoevaluación sobre las tablas estadísticas. 2. La evaluación considera situaciones que requieran variados niveles de dificultad para la lectura e interpretación de los datos. 3. Se consideran situaciones que impliquen procesos de construcción de diferentes tipos de tablas estadísticas. 4. Se incorporan actividades que promueven las fases de un estudio estadístico en que los estudiantes pueden participar desarrollando diferentes tareas. 5. Los resultados de la evaluación se difunden y son utilizados para tomar decisiones.

**Cuadro 2** – Indicadores de idoneidad cognitiva en el tratamiento de la tabla estadística

Fuente: elaborado por las autoras.

A continuación, se indica cómo se han construido los indicadores para cada uno de los componentes de la idoneidad cognitiva.

#### *Conocimientos previos*

El primer indicador de esta componente valora la inclusión de conceptos-definición (variable, valor, muestra, frecuencias, entre otras). En este sentido, de acuerdo a GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020), es importante, por ejemplo, que el estudiante, desde temprana edad, pueda analizar y describir datos de variables categóricas como cuantitativas, junto con desarrollar habilidades necesarias para establecer conexiones entre los diferentes elementos de la tabla. Un segundo indicador considera el proceso de construcción de tablas unidimensionales y bidimensionales. La investigación reporta que identificar la información para organizarla en categorías de acuerdo a la variable, es un proceso complejo que implica una mayor demanda cognitiva para el estudiante (Díaz-Levicoy; Jiménez-Díaz; Salcedo, 2023; Guimarães; Evangelista; Oliveira, 2021; Martí *et al.*, 2011). Y un tercer indicador considera la interpretación de la tabla, que involucra identificar los datos ubicados en una determinada celda, y que también presenta dificultades para los estudiantes (Evangelista; Guimarães; Oliveira, 2022; Gabucio *et al.*, 2010).

#### *Diferencias individuales*

El libro de texto debe asegurar oportunidades de aprendizaje para todo el alumnado. Respecto al estudio de las tablas estadísticas en el primer indicador se contempla reforzar el procedimiento de cálculo de los diferentes tipos de frecuencias, dependiendo del curso, pues los estudiantes suelen confundirlas o desconocerlas (Álvarez; Guerrero; Torres, 2020; Pallauta; Arteaga; Garzón-Guerrero, 2021).

El segundo indicador propone la inclusión de situaciones dirigidas a promover una

demanda cognitiva mayor en la lectura de las tablas. Algunas investigaciones (Castellaro; Roselli, 2020; Gabucio *et al.*, 2010; González; Muñoz; Muñoz, 2020; Pallauta; Arteaga; Garzón-Guerrero, 2021), se han basado en los niveles propuestos por Friel, Curcio y Bright (2001) para evaluar la capacidad de lectura sobre tablas, detectando que los estudiantes muestran dificultad en alcanzar los niveles de inferir datos, o la lectura crítica de la información. Esto podría deberse a que los textos priorizan tareas que requieren la lectura explícita, la comparación o el cálculo con los datos presentados en la tabla (Gea *et al.*, 2022; Pallauta; Batanero *et al.*, 2021).

Finalmente se incorporan las recomendaciones de GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020) para tener en cuenta diferentes niveles de dificultad y comprensión en el trabajo con las tablas estadística, en función de los conocimientos previos y capacidades de los estudiantes.

### *Comprensión*

En este subcomponente, el primer indicador valora si el texto utiliza un lenguaje variado para favorecer la comprensión de los conceptos-definición. En los primeros cursos se priorizaría el verbal, pero se esperaría la incorporación progresiva de símbolos para referirse a las distintas frecuencias y estadísticos, o para generalizar el procedimiento para su cálculo. Sería apropiado que los libros fueran consecuentes en cuanto a la simbología utilizada para representar los diferentes tipos de frecuencias a lo largo de los niveles educativos, o en el propio texto para evitar confusiones.

Por otra parte, el segundo y tercer indicadores de este subcomponente referidos a explicitar los elementos propios de la estructura de la tabla estadística, junto a la diversidad de ellas, dado que cada una permite desarrollar diferentes funciones cognitivas (Duval, 2003). El cuarto indicador considera la importancia de utilizar situaciones con variados contextos, debido a que promueven procesos cognitivos y la motivación de los estudiantes por resolver problemas (Brehmer; Ryve; Van Steenbrugge, 2016; OECD, 2022; Wijaya *et al.*, 2014).

### *Competencia*

Los primeros indicadores de este subcomponente valoran si el libro de texto incluye actividades que promuevan la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre a partir de la información expuesta en la tabla (Pallauta; Arteaga, Garzón-Guerrero, 2021; Sharma, 2013). En este sentido, las tablas estadísticas cumplen la función de organizar la información que cognitivamente es de utilidad en una variedad de ámbitos (Gabucio *et al.*, 2010), dado que facilitan la comunicación de predicciones o conclusiones de manera precisa y clara a partir de los datos como lo propone GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020).

El tercer indicador aborda los procesos de generalización que es posible de llevar a cabo

a través de la tabla, por ejemplo, el cálculo analítico de los diversos tipos de frecuencias (Pallauta *et al.*, 2023).

#### *Relaciones*

Esta componente valora si las situaciones planteadas favorecen que el estudiante realice conexiones entre los diferentes significados del objeto en estudio. En el caso de la tabla estadística sería la relación entre los objetos matemáticos presentes en la misma (variable y sus valores, tipos de frecuencias, función lineal, desigualdad, parámetro) (Pallauta *et al.*, 2023). Asimismo, dado que la tabla es un medio para el estudio de diferentes temas (Estrella; Estrella, 2020; Koschat, 2005) se debería considerar su relación con otros tipos de lenguaje (gráfico, verbal) junto a los estadísticos y la probabilidad.

#### *Evaluación*

En esta componente se considera si el libro de texto incorpora una variedad de instrumentos para la evaluación, coevaluación y autoevaluación en diferentes contextos. Los distintos tipos de evaluación deben promover la comprensión conceptual, para identificar el grado en que adquieren los conocimientos y competencias pretendidas, de modo de poder realizar ajustes en el momento apropiado. Para el contexto de las tablas, en el segundo indicador se considera la evaluación de situaciones que requieran diferentes niveles de dificultad en la interpretación de la información.

El tercer indicador de esta subcomponente propone la inclusión de situaciones que requieran la construcción de variados tipos de tablas a través de datos recolectados por el propio estudiante, o entregados en diferente lenguaje y que impliquen un proceso de traducción (Chick, 2004).

Así también, en el cuarto indicador, como lo sugieren diversas directrices curriculares (Bargagliotti *et al.*, 2020; NCTM, 2014), en la evaluación se debe promover el razonamiento estadístico, por ejemplo, a través del desarrollo de proyectos con temas de interés para los estudiantes que impliquen algunas etapas del ciclo investigativo estadístico como formulación de una pregunta de investigación, la recolección de datos para la posterior construcción de diferentes tipos de tablas junto a la interpretación y obtención de algunas conclusiones a partir de la información que presentan.

## **4 Implicaciones didácticas**

Como se ha indicado, el estudio de la tabla estadística se encuentra presente en las directrices curriculares de variados países desde los primeros cursos de primaria (NCTM,

2014). Atendiendo a esta realidad, y a la carencia de trabajos que aborden esta temática se presenta esta guía, basada en indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2013, 2017; Godino, Batanero; Burgos, 2023) para, de manera fundamentada, entregar orientaciones para valorar el proceso de instrucción sobre la tabla estadística propuesto en el libro de texto.

Nos hemos limitado al análisis de la idoneidad epistémica y cognitiva, que, de acuerdo a Godino, Batanero y Burgos (2023), consideran en mayor medida en sus subcomponentes contenidos matemáticos específicos y por tanto observables en un libro de texto. En la faceta epistémica, los indicadores de cada componente y subcomponente dan cuenta de los diversos elementos matemáticos que dotan de significado a las tablas estadísticas. Las situaciones problemas identificadas, se centran en la interpretación y construcción de variadas tablas estadísticas y movilizan lenguajes, procedimientos, conceptos-definición, propiedades y argumentos vinculados a su estudio y su relación con otros contenidos matemáticos como los gráficos, estadísticos y probabilidad. Para la faceta cognitiva se consideran indicadores que promuevan la adherencia del significado personal con el institucional planificado en relación a la tabla estadística, por tanto, es necesario que los objetivos de aprendizaje sean desafiantes, pero asequible para el alumnado, tomando en cuenta las circunstancias personales y contextuales. En este aspecto, son importantes las recomendaciones del proyecto GAISE II (Bargagliotti *et al.*, 2020) y en particular, tener en cuenta diferentes niveles de dificultad en el trabajo con las tablas estadísticas.

En este sentido, es necesario que los profesores cuenten con la formación que les dote de conocimientos y herramientas para valorar los procesos de instrucción planteados en los libros de texto, para decidir el más idóneo y rico de implementar en sus clases. De este modo, la guía es un instrumento que facilita esta tarea, ofreciendo, de manera fundamentada, diferentes elementos a tener en consideración en dicho proceso de selección. Asimismo, este instrumento puede ser de interés para la formación de los futuros profesores para promover la reflexión en torno a los conocimientos didáctico-matemáticos implicados en el estudio de las tablas.

Adicionalmente, en la implementación y análisis del proceso de instrucción sobre tablas estadísticas habría que tener en cuenta otras idoneidades como la afectiva, interaccional, mediacional y ecológica que dependen en mayor medida de la forma en que el profesor implementa el proceso de enseñanza y por ello su análisis sería objeto de nuevos estudios.

De la guía construida se deducen, también, algunas orientaciones para la enseñanza de las tablas estadísticas. En el inicio del trabajo con las mismas, se debieran adicionar columnas para registrar el conteo de los datos, incluso las etiquetas se podrían presentar con un lenguaje pictórico o verbal, para facilitar la comprensión conceptual (Díaz-Levicoy; Morales; López-

Martín, 2015; Gea *et al.*, 2022). De manera progresiva, se deben incorporar diferentes tipos de frecuencias así como los intervalos de clase lo que incrementa su nivel de complejidad semiótica (Pallauta; Arteaga, 2021).

El trabajo con la tabla estadística requiere de la comprensión de conocimientos matemáticos, así como de un razonamiento no solo estadístico si no también algebraico, que se manifiesta en un incremento progresivo del lenguaje simbólico junto a las relaciones algebraicas posibles de establecer entre los elementos que componen la estructura de la tabla (Pallauta *et al.*, 2023). Todos estos tipos de razonamientos deben ser promovidos por el profesor en el aula.

Por otra parte, la interpretación de las tablas debe considerar competencias y aptitudes que van más allá del dominio procedimental o algorítmico, como el argumentar, cuestionar la información o tomar decisiones basadas en la información que estas exponen y que tienen especial relevancia en la sociedad actual (Watson; Callingham, 2020). Es importante que tanto la investigación como la formación de profesores tengan en cuenta estos aspectos.

## Agradecimientos

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER: Una manera de hacer Europa.

## Referencias

ÁLVAREZ, I.; GUERRERO, Y.; TORRES, Y. D. T. Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. *Zetetike*, Campinas, v. 28, [s.n.], p. e020012-e020012, 2020.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Ciudad de México, v. 8, n. 3, p. 247-263, 2005.

BARGAGLIOTTI, A.; FRANKLIN, C.; ARNOLD, P.; GOULD, R.; JOHNSON, S.; PEREZ, L.; SPANGLER, D. **Pre-K-12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II) A Framework for Statistics and Data Science Education**. Virginia: American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics, 2020.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

BREHMER, D.; RYVE, A.; VAN STEENBRUGGE, H. Problem Solving in Swedish Mathematics Textbooks for Upper Secondary School. *Scandinavian Journal of Educational Research*, London, v. 60, n. 6, p. 577-93, 2016.

CASTELLARO, M.; ROSELLI, N. Comprensión individual y diádica de tablas de frecuencias en alumnos de escolaridad primaria. **Pensamiento Psicológico**, Cali, v. 18, n. 1, p. 57-70, 2020.

CASTILLO, M. J.; BURGOS, M.; GODINO, J. Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. **Uniciencia**, Heredia, v. 36, n.1, p. 1-21, 2022.

CHICK, H. Tools for transnumeration: Early stages in the art of data representation. *In*: CONFERENCE OF THE MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 27., 2004, Melbourne. **Proceedings...**Sydney: MERGA, 2004. p. 167-174.

Disponible en:

[https://merga.net.au/Public/Public/Publications/Annual\\_Conference\\_Proceedings/2004\\_MERGA\\_CP.a.spx](https://merga.net.au/Public/Public/Publications/Annual_Conference_Proceedings/2004_MERGA_CP.a.spx). Acceso en: 18 feb. 2024.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana es la educación obligatoria: ¿un concepto sencillo? **UNO**, Barcelona, v. 23, p. 85-96, 2000.

COTRADO, B.; BURGOS, M.; BELTRÁN-PELLICER, P. Idoneidad Didáctica de Materiales Curriculares Oficiales Peruanos de Educación Secundaria en Probabilidad. **Bolema**, Río Claro, v. 36, n. 73, p. 888-922, 2022.

DÍAZ-LEVICOY, D.; JIMÉNEZ-DÍAZ, R.; SALCEDO, A. Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de Educación Básica. **Interciencia**, Caracas, v. 48, n. 3, p. 160-166, 2023.

DÍAZ-LEVICOY, D.; MORALES, R.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M. Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Curitiba, v. 4, n.7, p. 10-39, 2015.

DUVAL, R. Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité ? **Spirale**, Marcq-en-Barœul, v. 32, n. 1, p. 7-31, 2003.

EILAM, B.; POYAS, Y.; HASHIMSHONI, R. Representing Visually: What Teachers Know and What They Prefer. *In*: EILAM, B.; GILBERT, J. K. (ed.), **Science Teachers' Use of Visual Representations**. Cham: Springer, 2014, p. 53-83. (Vol. 8).

ERICKSON, T.; WILKERSON, M.; FINZER, W.; REICHSMAN, F. Data Moves. **Technology Innovations in Statistics Education**, Berkeley, v. 12, n. 1, [s.p.], 2019.

ERKEK, Ö.; İŞIKSAL-BOSTAN, M. Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taipéi, v. 17, n. 3, p. 613-33, 2019.

ESTRELLA, S.; ESTRELLA, P. Representaciones de datos en estadística: De listas a tablas. **Revista Chilena de Educación Matemática**, Valparaíso, v. 12, n. 1, p. 21-34, 2020.

ESTRELLA, S.; MENA-LORCA, A.; OLFOS-AYARZA, R. Naturaleza del objeto matemático Tabla. **Revista Internacional de Investigación en Educación**, Bogotá, v. 10, n. 20, p. 105-122, 2017.

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G.; OLIVEIRA, I. Students' learning of representation in tables in the early years of elementary school. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 11., 2022, Rosario. **Proceedings...** Kentucky: International Association for Statistical Education, 2022. [s.p.]. Disponible en:

[https://iaseweb.org/icots/11/proceedings/pdfs/ICOTS11\\_124\\_GUIMARES.pdf?1669865518](https://iaseweb.org/icots/11/proceedings/pdfs/ICOTS11_124_GUIMARES.pdf?1669865518). Acceso en: 18 feb. 2024.

FONT, V.; GODINO, J. D.; GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices.

**Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 82, n. 1, p. 97-124, 2013.

FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R.; BRIGHT, G. W. Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, Virginia, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

GABUCIO, F.; MARTÍ, E.; ENFEDAQUE, J.; GILABERT, S.; KONSTANTINIDOU, A. Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. **Cultura y Educación**, Madrid, v. 22, n. 2, p. 183-197, 2010.

GEA, M. M. **La correlación y regresión en bachillerato: Análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores**. 2014. 378. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, Granada, 2014.

GEA, M. M.; PALLAUTA, J.D.; BATANERO, C.; VALENZUELA-RUIZ, S. Statistical Tables in Spanish Primary School Textbooks. **Mathematics**, Basel, v. 10, n. 15, p. 2809, 2022.

GODINO, J. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, v. 8, n. 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, J. D. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. *En*: CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS, 2., 2017, lugar donde ocurrió la conferencia. **Actas...** Granada: Universidad de Granada, 2017. [s.p.]. Disponible en: <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino.pdf>. Acceso en: 19 feb. 2024.

GODINO, J.; BATANERO, C.; BURGOS, M. Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. **Eurasia**, Eastbourne, v. 18, n. 1, p. 1-20, 2023.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, Heidelberg, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 39, n. 1, p. 38-43, 2019.

GODINO, J. D.; BURGOS, M.; GEA, M. M. Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, London, v. 53, n. 10, p. 2609-2636, 2021.

GODINO, J. D.; FONT, V.; CONTRERAS, Á.; WILHELMI, M. R. Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 9, n. 1, p. 117-150, 2006.

GODINO, J. D.; HERNÁN, R.; ARTEAGA, P. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Praxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 331-354, 2012.

GODINO, J. D.; RECIO, Á. M. Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 19, n. 3, p. 405-414, 2001.

GONZÁLEZ, C. P.; MUÑOZ, R.; MUÑOZ, J. Características argumentativas de la interpretación de tablas de frecuencia en estudiantes chilenos de segundo año medio. **Revista Chilena de Educación Matemática**, Valparaíso, v. 13, n. 1, p. 17-29, 2021.

- GUIMARÃES, G.; EVANGELISTA, B.; OLIVEIRA, I. What students in the first grades of elementary school know about tables. **Statistics Education Research Journal**, The Hague, v. 20, n. 2, p. 9-9, 2021.
- HERBEL-EISENMANN, B. A. From Intended Curriculum to Written Curriculum: Examining the Voice of a Mathematics Textbook. **Journal for Research in Mathematics Education**, Virginia, v. 38, n. 4, p. 344-369, 2007.
- KOSCHAT, M. A. A Case for Simple Tables. **The American Statistician**, London, v. 59, n.1, p. 31-40, 2005.
- KRUMMHEUER, G. Methods for reconstructing processes of argumentation and participation in primary mathematics classroom interaction. *In*: BIKNER-AHSBAHS, A.; KNIPPING, C.; PRESMEG N. C. (ed.). **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Advances in Mathematics Education**. New York: Springer, 2015. p. 51-74.
- LAHANIER-REUTER, D. Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. **Spirale**, Marcq-en-Barœul, v. 32, n. 32, p. 143-154, 2003.
- MARTÍ, E. Tables as cognitive tools in primary education. *In*: ANDERSEN, C.; SCHEUER, N.; PÉREZ ECHEVERRÍA, M. P.; TEUBAL, E. (ed.). **Representational Systems and Practices as Learning Tools in different Fields of Learning**. Rotterdam: Sense, 2009. p. 133-148.
- MARTÍ, E.; GARCIA-MILA, M.; GABUCIO, F.; KONSTANTINIDOU, K. The construction of a double-entry table: a study of primary and secondary school students' difficulties. **European Journal of Psychology of Education**, Lisboa, v. 26, n. 2, p. 215-234, 2011.
- MAYÉN, S.; DÍAZ, C.; BATANERO, C. Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. **Statistics Education Research Journal**, The Hague, v. 8, n. 2, p. 74-93, 2009.
- MAYRING P. Qualitative Inhaltsanalyse. *In*: MEY G.; MRUCK K. (ed.). **Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie**. Wiesbaden: Springer, 2020. p. 495-511.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN - MINEDUC. **Bases curriculares 7º básico a 2º medio**. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2015.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL – MEFP. **Real Decreto 217**, de 29 de marzo de 2022. Por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: MEFP, 2022.
- MONTERRUBIO, M. C.; ORTEGA, T. Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. **PNA**. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, Granada, v. 5, n. 3, p. 105-127, 2011.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS - NCTM. **Principles to actions: Ensuring mathematical success for all**. Reston: NCTM, 2014.
- ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT - OECD. **Mathematics Framework**. PISA 2022. Paris: OECD Publishing, 2022.
- PALLAUTA, J.; ARTEAGA, P. Niveles de complejidad semiótica en gráficos y tablas estadísticas. **Números**, La Laguna, v. 106, [s.n.], p.13-22, 2021.
- PALLAUTA, J. D.; ARTEAGA, P.; GARZÓN-GUERRERO, J.A. Secondary School Students' Construction and Interpretation of Statistical Tables. **Mathematics**, Basel, v. 9, n. 24, p. 3197, 2021.

- PALLAUTA, J.D.; BATANERO, C.; GEA, M.M.; ARTEAGA, P. Niveles de lectura y contextos en las actividades sobre tablas estadísticas en libros de texto chilenos y españoles. **Revista Chilena de Educación Matemática**, Valparaíso, v. 13, n. 4, p. 119-33, 2021.
- PALLAUTA, J.D.; GEA, M.M.; BATANERO, C. Un análisis semiótico del objeto tabla estadística en libros de texto chilenos. **Zetetike**, Campinas, v. 28, [s.n.], p. e020001, 2020.
- PALLAUTA, J. D.; GEA, M.M.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P. Significado de la tabla estadística en libros de texto españoles de educación secundaria. **Bolema**, Río Claro, v. 35, n. 71, p. 1803-1824, 2021.
- PALLAUTA, J.; GEA, M.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P. Algebraization Levels of Activities Linked to Statistical Tables in Spanish Secondary Textbooks. In: KAISER, G.; SRIRAMAN, B. (ed.). **Data and Statistical Thinking: An International Perspective**. Cham: Springer, 2023. p. 317-339.
- PEPIN, B.; GUEUDET, G. Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In: LERMAN, S. (ed.), **Encyclopedia of mathematics education**. Dordrecht: Springer, 2020. p. 172-176.
- PLANAS, N.; MORGAN, C.; SCHÜTTE, M. Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. En: DREYFUS, T.; ARTIGUE, M.; POTARI, D.; PREDIGER, S.; RUTHVEN K. (ed.). **Developing research in mathematics education: Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe**. New York: Routledge, 2018. p.196-210.
- REZAT, S.; FAN, L.; PEPIN, B. Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. **ZDM Mathematics Education**, Heidelberg, v. 53, [s.n.], p. 1189-1206, 2021.
- SCHUBRING, G.; FAN, L. Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. **ZDM Mathematics Education**, Heidelberg, [s.n.], v. 50, p. 765-771, 2018.
- SHARMA, S. Assessing students' understanding of tables and graphs: Implications for teaching and research. **International Journal of Educational Research and Technology**, Agra, v. 4, n. 4, p. 61-69, 2013.
- WATSON, J.; CALLINGHAM, R. COVID-19 and the need for statistical literacy. **Australian Mathematics Education Journal**, Adelaide, v. 2, n. 2, p. 16-21, 2020.
- WIJAYA, A.; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M.; DOORMAN, M.; ROBITZSCH, A. Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. **The Mathematics Enthusiast**, Missoula, v. 11, n. 3, p. 555-584, 2014.
- WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry. **International Statistical Review**, London, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.
- ZAHNER, W.; AQUINO-STERLING, C. R. Are the words as important as the concepts? Using pedagogical language knowledge to expand analysis of mathematics teaching with linguistically diverse students. **Mathematics Education Research Journal**, Melbourne, v. 32, n. 4, p.1-21, 2020.

**Submetido em 25 de Abril de 2023.**  
**Aprovado em 31 de Julho de 2023.**