
ARTIGO

Raciocínio diagramático mobilizado por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática

Diagrammatic reasoning mobilized by 1st year elementary school students in a mathematical modelling activity

Karina Alessandra Pessoa da **Silva***

 ORCID iD 0000-0002-1766-137X

Gislaine Ferreira **Gomes****

 ORCID iD 0009-0003-6914-8134

Resumo

Neste artigo temos como objetivo evidenciar os conhecimentos dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem, sob uma interpretação semiótica do raciocínio diagramático. Entendemos que a modelagem é uma alternativa pedagógica em que, a partir de uma situação problemática da realidade, procedimentos matemáticos são utilizados para se chegar a uma solução para o que se está investigando. O conhecimento é respaldado na semiótica peirceana, mais especificamente, na mobilização do raciocínio diagramático, viabilizado na construção, na experimentação e na observação de diagramas semióticos produzidos pelos alunos. A análise qualitativa subsidiada no processo de triangulação levou em consideração os 25 alunos do 1º ano de uma escola municipal do interior do Paraná como sujeitos, os diagramas produzidos no desenvolvimento da atividade de modelagem como objeto e o fenômeno consiste na mobilização do raciocínio diagramático que emergiu seja pela necessidade dos alunos ou por requerimento da professora. Os dados foram obtidos por meio de gravações em áudio e vídeo, e por meio dos registros produzidos de forma individual ou coletiva. Os resultados permitiram evidenciar que a mobilização do raciocínio diagramático foi efetivada nos diagramas produzidos de forma conjunta entre alunos e professora, principalmente para avançar na geração de representações matemáticas mais sofisticadas como tabela e gráfico, em que houve a construção de novos conhecimentos. Além disso, a interação entre os colegas e a comunicação com toda a turma a partir de uma temática próxima aos alunos promoveu o interesse no desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Semiótica Peirceana. Diagramas. Anos iniciais.

* Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora Associada da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br.

** Graduada em Matemática com Ênfase em Informática pela Faculdade de Apucarana (FAP) e mestranda em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Professora da Prefeitura Municipal de Arapongas (PMA), Arapongas, Paraná, Brasil. E-mail: gisfg@hotmail.com.

Abstract

In this paper, we aim to highlight the knowledge of students in a 1st-year elementary school class in a modelling activity under a semiotic interpretation of diagrammatic reasoning. We understand that mathematical modelling is a pedagogical alternative in which, based on a problematic situation in reality, mathematical procedures are used to reach a solution to what is being investigated. The knowledge is supported by Peircean semiotics, more specifically, in the mobilization of diagrammatic reasoning, made possible in the construction, experimentation, and observation of semiotic diagrams produced by students. The qualitative analysis supported by the triangulation process took into account the 25 first-year students of a municipal school in the interior of Paraná as subjects, the diagrams produced in the development of the modelling activity as objects and the phenomenon consists of the mobilization of the diagrammatic reasoning that emerged either through students' needs or at the teacher's request. Data were obtained through audio and video recordings and through inscriptions produced individually or collectively. The results showed that the mobilization of diagrammatic reasoning was carried out in the diagrams produced jointly between students and teacher, mainly to advance the generation of more sophisticated mathematical representations, such as tables and graphs, in which new knowledge was constructed. Furthermore, the interaction between colleagues and the communication undertaken with the entire class based on a theme close to the students promoted interest in developing the activity.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Peircean semiotics. Diagrams. Early years.

1 Introdução

Em 2006, foi instituído, no Brasil, o Ensino Fundamental de 9 anos. A partir do sancionamento da Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, foi alterada a redação dos Artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, com matrícula obrigatória a partir dos 6 anos de idade. Com isso, o nível de escolaridade destinado aos anos iniciais do Ensino Fundamental passou a ter 5 anos de duração, compreendendo alunos na idade de 6 a 11 anos. Nesse nível de escolaridade, de modo geral, há a necessidade do fortalecimento da autonomia dos alunos, “oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação” (Brasil, 2018, p. 60).

O 1º ano é considerado um período de transição entre a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. O objetivo principal, nesse período escolar, é a integração e a continuidade do aprendizado das crianças, com a abordagem de conteúdos de letramento e matemática, além do reconhecimento e dos cuidados com o corpo. A introdução e a discussão desses conteúdos precisam levar em consideração o desenvolvimento de diferentes formas de comunicação, expressão e movimentação das crianças de modo que compreendam o ambiente social e natural por meio de uma vivência lúdica e interativa.

As diferentes formas de comunicação, expressão e movimentação das crianças, no âmbito de aulas de Matemática, por exemplo, podem revelar seus conhecimentos. A fala, os gestos, as expressões faciais, os registros por meio de esquemas e desenhos, em certa medida, podem ser associados a conhecimentos matemáticos. Entendemos que uma análise detalhada

das ações dos alunos subsidiada nos signos que eles escolhem produzir ou utilizar no âmbito de uma atividade matemática permite evidenciar a construção de conhecimentos matemáticos. Segundo Hoffmann (2005), os signos são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio e de aprendizado.

A ciência que preza pela análise dos signos e sua funcionalidade é a Semiótica. Dentre as vertentes da semiótica presentes na literatura, a desenvolvida pelo filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914), se configura como a doutrina formal dos signos como meios que um intérprete (pessoa) tem para se referir, remeter ou indicar um objeto palpável ou abstrato. Para Peirce (1972, p. 27), o signo é “qualquer coisa que admita um ‘interpretante’ – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos”. O interpretante é um signo que se cria na mente do intérprete e somente é possível ter acesso a ele a partir de novos signos produzidos por esse mesmo intérprete, seja por meio escrito ou outra forma de comunicação.

Na semiótica peirceana, os signos são classificados seguindo algumas tricotomias que se associam às experiências prévias (experiências colaterais) que o intérprete tem ao fazer uso ou produzir um signo. O diagrama é um tipo de signo que revela o conhecimento do intérprete, pois é produzido pela pessoa seguindo certas regras em um sistema de representação por ela escolhido (Hoffmann, 2013). Por meio da produção, da experimentação e da observação de resultados subsidiados nos diagramas é viabilizado o raciocínio diagramático, que pode auxiliar na construção de conhecimento.

Na literatura, atividades matemáticas que têm mostrado significativos resultados sob uma ótica de análise de signos são as encaminhadas no âmbito da modelagem, em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático. Almeida e Silva (2017, p. 217) asseveram que, em uma atividade de modelagem matemática, “a relação entre signos e conhecimento dos alunos parece se configurar como uma rede em que signos são produzidos ou acionados pelo conhecimento e também geram novo conhecimento”.

Alsina *et al.* (2021, p. 92) afirmam que a implementação da modelagem matemática desde os primeiros anos escolares “permitirá que as crianças adquiram progressivamente sólidas competências matemáticas, sempre tendo em mente a conexão entre o mundo matemático e o mundo real”. Neste sentido, entendemos que, por meio de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais, é possível promover “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266).

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ou abreviadamente anos iniciais, existem pesquisas que articulam a modelagem matemática e a semiótica peirceana. Pelaquim (2023), subsidiada em diagramas produzidos por alunos do 5º ano em atividades de modelagem sob a

temática brincadeiras, inferiu sobre as compreensões referentes aos objetos matemáticos e não matemáticos abarcados em cada uma delas. Em pesquisa com alunos do 5º ano, sob uma análise da atribuição de significado para os objetos matemáticos que emergiram no fazer modelagem, Veronez e Santos (2023, p. 196) evidenciaram que “os signos produzidos se alteravam na medida que iam ganhando consistência e se complementando frente às ações cognitivas das crianças em relação a aspectos específicos da situação em estudo”. Em ambas as pesquisas, os cenários de investigação corresponderam a turmas que estavam finalizando os anos iniciais.

Na investigação que realizamos, temos como objetivo *evidenciar os conhecimentos dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem, sob uma interpretação semiótica do raciocínio diagramático*. As abordagens realizadas no presente artigo levam em consideração o quadro teórico da modelagem matemática nos anos iniciais e os aspectos relativos ao raciocínio diagramático subsidiado na semiótica peirceana como apresentamos nos próximos dois tópicos. Em seguida, elucidamos os aspectos metodológicos da investigação para, de modo subsequente, abarcar a descrição e a análise qualitativa ancorada no processo de triangulação (Tuzzo; Braga, 2016) de uma atividade de modelagem com 25 alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada no Paraná. Finalizamos com nossas considerações.

2 Modelagem matemática nos anos iniciais

A modelagem na Educação Matemática pode ser entendida como uma alternativa pedagógica subsidiada pela “busca de solução para um problema cuja origem está, de modo geral, associada a uma situação que, *a priori*, não é da Matemática” (Almeida; Silva, 2017, p. 209). Ao se envolver no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, algumas ações se fazem recorrentes, quais sejam:

- (a) formular uma questão específica a ser respondida matematicamente, (b) especificar suposições, (c) identificar as informações ou variáveis importantes, (d) modelar diferentes aspectos das relações, (e) gerar relações, (f) reconhecer padrões e relações, (g) selecionar relações, (h) fazer estimativas, (i) validar resultados, (j) interpretar resultados e (k) comunicar resultados (Stillman, 2015, p. 47).

As ações supracitadas fazem emergir a necessidade de lançar mão de procedimentos matemáticos que permitem “apoiar o aprendizado da matemática, oferecendo motivação para seu estudo, bem como interpretação, significado, compreensão adequada e retenção sustentável de seus conceitos, resultados, métodos e teorias” (Niss; Blum, 2020, p. 28).

A implementação de práticas pedagógicas com modelagem pode seguir diferentes

configurações. De todo modo, o que se preza é o fato de que os alunos “precisam transcender a situação do mundo em que um problema é formulado, convertendo esta situação na estrutura organizada em linguagem matemática” (Almeida, 2018, p. 19), ou seja, realizar matematização. Por meio da matematização, uma estrutura matemática (modelo matemático) é obtida para o problema em estudo.

Pesquisas que versam sobre a implementação de práticas de modelagem nos anos iniciais têm sido discutidas tanto no âmbito nacional quanto internacional, apontando aspectos positivos com relação ao ensino e à aprendizagem da matemática; a partir da possibilidade de matematização das situações-problema da realidade; e ao desenvolvimento social dos alunos, considerando a interação viabilizada pelo trabalho em grupos, sejam eles grupos menores ou a sala toda (English, 2010, 2016; Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Tortola, 2016; Alsina *et al.*, 2021; Nunomura, 2021; Tortola; Almeida, 2022; Pelaquim, 2023; Veronez; Santos, 2023). Segundo English (2010, p. 288), a implementação da modelagem matemática na sala de aula “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos”.

Contudo, ainda há algumas relutâncias quanto à implementação da modelagem matemática nos anos iniciais. O que se pondera é que na formação inicial dos professores dos anos iniciais, de modo geral, não são abordadas tendências da Educação Matemática, como a modelagem matemática ou, ainda, que a necessidade da linguagem simbólica se mostra como empecilho para a matematização das situações-problema.

Em contrapartida às limitações supracitadas, Silva e Klüber (2014, p. 14) sinalizam cinco aspectos favoráveis à presença da modelagem matemática nos anos iniciais, considerando a matriz curricular e o papel polivalente do professor: “1) o aluno como sujeito da aprendizagem, 2) o professor como mediador do processo, 3) o ensino problematizador, 4) o ensino dialógico e investigativo e, ainda, 5) o ensino interdisciplinar”. Além disso, Tortola (2016) afirma que, nos anos iniciais, o modelo matemático para a situação em estudo apresenta algumas especificidades quanto à simbologia matemática, podendo ser apresentado por meio de esquemas, gráficos, desenhos, materiais manipuláveis, colagens e língua natural. Segundo Burak (2014), a língua natural, ou seja, a maneira que o aluno utiliza para falar sobre o que está fazendo, é fundamental nesse nível de escolaridade, pois a forma simbólica, escrita e formalizada, ainda está sendo construída em sua estrutura cognitiva. Para English (2016, p. 187), existe uma multiplicidade de modelos matemáticos, de modo que

[...] os alunos podem representar seus dados criando listas ou tabelas ordenadas, usando código de cores ou produzindo uma variedade de gráficos. Como resultado, modelos de vários graus de sofisticação são gerados. Independentemente de seus

níveis de desempenho matemático, todos os alunos podem produzir um modelo que represente sua própria solução para um determinado problema.

Com o intuito de elucidar as configurações de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais, Tortola e Almeida (2022, p. 337) concluíram que “o objetivo de modelar problemas reais, no âmbito da Educação Matemática, deve se dar em consonância com a idade e os conhecimentos dos alunos, e até mesmo de acordo com seus interesses”. Quando os alunos estão interessados na temática ou no problema investigado no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, mantêm o envolvimento na sua resolução, bem como aumentam “suas competências de modelagem a longo prazo” (Elfringhoff; Schukajlow, 2021, p. 27).

Neste sentido, ao desenvolver atividades de modelagem matemática na sala de aula nos anos iniciais, é importante que os alunos iniciem utilizando conceitos já conhecidos e passem a conhecer outros, ampliando, dessa maneira, o seu repertório de conhecimentos (Tortola, 2016), valorizando de sobremaneira a inter-relação do conhecimento escolar com o contexto vivido pelo aluno (Nunomura, 2021). Em uma das atividades desenvolvidas por Tortola (2016), a temática sugerida foi *Frozen*, em referência a uma animação da Disney que estava em cartaz nos cinemas, visto que uma das alunas teve curiosidade de saber como surgia a neve. Embora a neve não fazia parte do contexto vivido pela aluna, de forma física, a temática do filme aproximou-a de uma curiosidade e um interesse em que a neve fazia parte de uma realidade que circundava o momento, mesmo que em um contexto fantasioso, em que a personagem produzia neve com as mãos. Com isso, há de se evidenciar a importância de aproveitar a situação e abordar algo que os alunos gostariam de entender melhor que, no caso, foi sobre aspectos relativos ao surgimento da neve.

Levando em consideração o contexto vivido por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental e o fato da necessidade de desenvolver a comunicação e a interação, nos atentamos ao que eles expressaram de forma verbal, por meio de esquemas e gestos quando desenvolveram uma atividade de modelagem em busca de evidenciar seus conhecimentos. Entendemos que por meio das diferentes formas de comunicação, signos são mobilizados para se referirem a objetos matemáticos ou não matemáticos. Com isso, nos alicerçamos na semiótica peirceana, mais especificamente no raciocínio diagramático mobilizado pelos alunos.

3 Raciocínio diagramático na semiótica peirceana

Embora as teorias semióticas concordem que os signos são meios para significar um objeto ou para representar algo a alguém, a semiótica peirceana dá ênfase a uma segunda função

fundamental dos signos: os signos como meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio e de aprendizagem.

Considerando a segunda função como primordial para nossa investigação, nos debruçamos na análise do raciocínio diagramático, estruturado por um tipo de signo caracterizado na tricotomia de Peirce, que estabelece a relação com o objeto, o diagrama. O diagrama é um ícone “que ostenta uma semelhança ou analogia com o sujeito do discurso” (Peirce, 2005, p. 10). Trata-se, portanto, de um tipo de signo que revela o conhecimento, pois é produzido por uma pessoa seguindo certas regras em um sistema de representação por ela escolhido (Kadunz, 2016) e sob o qual relações com o objeto se pode inferir.

Peirce (2005) assevera que o diagrama indica uma similaridade com seu objeto pelas relações internas e não no nível das aparências; “as relações internas de algo que se assemelha às relações internas de uma outra coisa [o objeto]” (Santaella, 2008, p. 120). As relações são construídas “de acordo com regras e convenções de (e por meio de) elementos e relações disponíveis entre elementos, em um certo sistema de representação” (Hoffmann, 2013, p. 107). Por exemplo, um gráfico é um diagrama, pois “por um lado, representa uma ideia e, por outro, estimula um significado na mente de um intérprete” (Ribeiro, 2021, p. 263). Neste exemplo, a “semelhança instala-se em outro nível, o das relações entre as partes do signo e as relações entre as partes do objeto a que o signo se refere” (Santaella, 2008, p. 120). Isso porque um signo (gráfico, por exemplo) representa algumas características do objeto e não o objeto como um todo.

Assim, a partir de diagramas como um tipo de ícone, é possível realizar experimentos ao aprender matemática, como analisar as variáveis presentes no signo gráfico, o que condiz o seu crescimento ou decrescimento, o que pode ter sido considerado em sua construção. Para evidenciar os conhecimentos geométricos de alunos de um 8º ano, Kadunz (2016) analisou os experimentos realizados por uma dupla a qual foi entregue objetos com diferentes formatos – cilindros, cones e objetos de madeiras semelhantes a cornetas. A dupla percebeu que, ao rolar o objeto tipo corneta, foi descrito um movimento circular em que dois círculos com mesmo centro poderiam ser produzidos. Diante da irregularidade do objeto, experimentos foram feitos em busca de traçar os referidos círculos. Dentre os experimentos, os alunos colocaram várias folhas de papel uma sobre a outra na mesa e rolaram o objeto, com isso, ficaram registradas as marcas dos dois círculos. A partir dessas marcas (que correspondem a diagramas), construções geométricas foram feitas para determinar o centro em comum dos círculos (objeto em estudo). Os diagramas produzidos pelos alunos, bem como seu significado permitiram evidenciar “a construção de novos conhecimentos e a importância dos conhecimentos colaterais” (Kadunz,

2016, p. 116), ou seja, determinar um modo para construir um diagrama por meio de um registro da marca nas folhas de papel e, em seguida, realizar algumas experimentações com esses diagramas por meio de procedimentos já conhecidos.

Neste sentido, ao representar um problema em um diagrama, as pessoas podem experimentar seus meios cognitivos e, dessa forma, fazer experimentos e construir novos conhecimentos, configurando o raciocínio diagramático. Para Peirce (2005, p. 216), “Todo raciocínio necessário, sem exceção, é diagramático”. Segundo Bakker e Hoffmann (2005), o raciocínio diagramático, na perspectiva peirceana, envolve três etapas:

1. A primeira etapa é *construir* um diagrama (ou diagramas) por meio de um sistema representacional [...]. Tal construção de diagramas é motivada pela necessidade de representar as relações que os alunos consideram significativas num problema. Este primeiro passo pode ser chamado de ‘diagramatização’.
2. A segunda etapa do raciocínio diagramático é *experimentar* o diagrama (ou diagramas). Qualquer experimentação com um diagrama está sendo executada dentro de um sistema representacional e é uma atividade guiada por regras ou hábitos [...]. As regras definem as possíveis transformações e ações, mas também as restrições das operações nos diagramas. [...]
3. A terceira etapa é *observar* os resultados da experimentação e refletir sobre eles. [...] (Bakker; Hoffmann, 2005, p. 340-341, grifos dos autores).

A reflexão, que pode ser considerada uma subetapa da observação no raciocínio diagramático, pode trazer algo novo, em que novas “implicações dentro de um determinado sistema representacional podem ser encontradas” sob as quais se sente a necessidade da construção de “um novo diagrama que melhor atenda ao seu propósito, ou mesmo de desenvolver o próprio sistema representacional utilizado” (Bakker; Hoffmann, 2005, p. 341). É neste sentido que Kadunz (2016, p. 119) argumenta que um diagrama construído por um matemático “coloca diante dele um ícone por cuja observação ele detecta relações entre as partes de um diagrama diferentes daquelas que são usadas na construção”.

De modo geral, a função principal do raciocínio diagramático é “facilitar processos de pensamento individuais ou sociais em situações que são complexas demais para serem conduzidas exclusivamente por meios cognitivos internos” (Hoffmann, 2013, p. 106). Em pesquisa realizada por Yoon e Miskell (2016) sobre o raciocínio de alunos a respeito da área e do volume, em uma atividade de modelagem sobre tamanho de peixes, permitiu evidenciar o potencial da teoria semiótica dos diagramas e dos materiais manipuláveis no que concerne a “visualizar, testar e examinar as estruturas matemáticas que descrevem nos seus modelos matemáticos” (Yoon; Miskell, 2016, p. 106-107). A manipulação e a produção de diagramas ajudaram os alunos a superar a ilusão de linearidade que haviam estabelecido entre área e volume.

Neste sentido, o ponto essencial é que todo o processo seja realizado a partir de um

determinado sistema de representação de modo que possa abrir novos horizontes e possibilidades (Hoffmann, 2006). Assim, ponderamos que a caracterização do raciocínio diagramático por Peirce pode fornecer uma estrutura teórica para descrever e interpretar os conhecimentos dos alunos do 1º ano ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática.

4 Aspectos metodológicos

Com o objetivo de evidenciar os conhecimentos dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem, nos respaldamos em uma interpretação semiótica do raciocínio diagramático, subsidiada na construção, na experimentação e na observação dos diagramas semióticos por eles produzidos. A atividade sob a qual nos debruçamos para analisar foi desenvolvida com uma turma de 25 alunos com idades entre 6 e 7 anos, de uma escola municipal localizada em Arapongas, no estado do Paraná.

Em 2023, as aulas de matemática do 1º ano foram ministradas em três dias da semana com duração de 1 hora e 45 minutos a cada dia, pela professora-regente da turma (uma das autoras do artigo). Além das aulas de matemática, a professora-regente, que doravante nos referimos por Prof, foi responsável pelas disciplinas de Língua Portuguesa, Arte e Ensino Religioso. As disciplinas História, Geografia, Ciências/Robótica foram ministradas por outras duas professoras. A Prof tem formação em Pedagogia concluída em 2019 e licenciatura em Matemática, em 2009; no ano de 2023 trabalhou pela primeira vez com uma turma do 1º ano.

A atividade foi desenvolvida em quatro aulas de 1 hora e 45 minutos cada, nos dias 13, 19, 20 e 24 de abril de 2023. Levando em consideração articulações entre os conteúdos de matemática com os relativos ao reconhecimento de partes do corpo, priorizando a interação entre os alunos, a atividade teve como temática *meus pés, nossos pés*, que foi iniciada carimbando os pés dos alunos com tinta guache em folhas de papel sulfite branca, para que pudessem observar a diversidade de tamanhos, formatos, medidas, igualdades, diferenças, características gerais e individuais dos pés. Durante a observação, surgiu o problema: *O número do nosso sapato é igual ao tamanho do nosso pé?* De certo modo, o problema exigia uma resposta afirmativa ou negativa. Porém, para isso, houve a necessidade de realizar uma investigação em que procedimentos matemáticos foram vislumbrados pela Prof.

Para analisar o raciocínio diagramático, dados como gravações em áudio e vídeo das abordagens feitas pelos alunos foram necessárias, pois as diferentes formas de comunicação (verbal, gesticulada e escrita) são fundamentais nesse nível de escolaridade e se configuram como signos que os intérpretes produzem para se remeter ao objeto sob o qual estão discutindo.

No entanto, antes de realizar esse procedimento, um termo de consentimento livre e esclarecido foi assinado pelo responsável de cada aluno e a escola autorizou o desenvolvimento da atividade. Para manter o anonimato dos envolvidos, utilizamos a letra A seguida de um número para diferenciar os alunos da turma.

Além das transcrições dos áudios e das descrições das ações dos alunos capturadas nos vídeos, registros de fotos e de anotações que foram realizadas de forma individual ou coletiva compuseram o *corpus* de análise. A produção desses dados, via diferentes instrumentos de coleta, se fez relevante devido à necessidade do pesquisador se inserir “dentro do ambiente estudado, imerso no fenômeno de interesse, anotando cuidadosamente tudo o que acontece nesse ambiente” (Moreira, 2011, p. 50). Esses dados foram relevantes devido à especificidade da pesquisa em considerar os signos falados, gesticulados e escritos produzidos pelos alunos, de modo que uma interpretação semiótica, realizada pelas pesquisadoras, se configurasse. Na semiótica peirceana, a interpretação corresponde a um nível de relação fundamental que o signo estabelece com o interpretante (Peirce, 2005). O interpretante corresponde ao efeito interpretativo que o signo produz na mente do intérprete, no caso, as pesquisadoras analisando o que foi produzido no desenvolvimento da atividade de modelagem.

Os dados produzidos foram analisados segundo uma metodologia qualitativa, de cunho interpretativo, pois se respaldou “em uma *interpretação dos significados* atribuídos pelos sujeitos às suas ações em uma *realidade socialmente construída*, através de *observação participativa*, isto é, o pesquisador fica *imerso* no fenômeno de interesse” (Moreira, 2011, p. 76, grifos do autor). No nosso caso, a realidade socialmente construída foi a sala de aula constituída por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental.

Com a intenção de estruturar e dar visibilidade aos resultados, via “estratégia de validação de observações” (Moreira, 2011, p. 105), nos subsidiamos no processo de triangulação. Segundo Tuzzo e Braga (2016, p. 141), uma “pesquisa firmada na triangulação prevê os diversos ângulos de análise, as diversas necessidades de recortes e ângulos para que a visão não seja limitada e o resultado não seja restrito a uma perspectiva” (Tuzzo; Braga, 2016, p. 141). Esses autores consideram três elementos primordiais no processo de triangulação – objeto, sujeito e fenômeno – que, de forma metafórica, estruturam os vértices de um triângulo. Para Tuzzo e Braga (2016, p. 152, grifos dos autores), “a partir dos vértices *objeto*, *sujeito* e *fenômeno*, com importância fundante ao *metafenômeno*”, obtêm-se os resultados. Na pesquisa, os 25 alunos do 1º ano foram os *sujeitos*, os diagramas semióticos corresponderam ao *objeto* investigado e o raciocínio diagramático foi o *fenômeno* em estudo; o *metafenômeno* diz respeito à construção do conhecimento evidenciada a partir da interpretação semiótica, em que o

fenômeno foi articulado ao quadro teórico que subsidiou a investigação, conforme movimento analítico que apresentamos a seguir.

5 Desenvolvimento e análise da atividade de modelagem

Para carimbar os pés com tinta guache foram utilizadas duas cores, sendo tinta vermelha para os pés das meninas e azul para os pés dos meninos. A escolha das cores foi feita a partir da disponibilidade de tinta e de uma enquete com os alunos na sala de aula. As folhas com os carimbos foram dispostas no chão da quadra da escola para a secagem (Figura 1). Durante esse período de secagem, os alunos observaram os registros produzidos.



Figura 1 – Observação dos carimbos dos pés
Fonte: arquivo da professora (2023)

O formato e o tamanho do pé de cada aluno foram revelados a partir da produção de uma figura, uma marca na folha de papel. Essa marca correspondeu a um signo icônico, pois a partir dela é possível produzir novos signos que sugerem o formato e o tamanho do pé de uma pessoa. Os carimbos são diagramas semióticos obtidos a partir de uma construção lógica que “representa as relações entre as partes de seu objeto, utilizando-se de relações análogas e suas próprias partes” (Santaella, 2012, p. 101), especificamente as partes relativas ao formato e tamanho do pé (objeto em estudo) de cada aluno. A partir desse diagrama (carimbo do pé), foram empreendidas observações, conforme diálogo transcrito a seguir:

Prof: Todos os pés são iguais?

A1: Não. Porque algum pé tem que ser maior ou menor.

A2: Eu vi dois pés quase igual (sic), só que era quase, porque um era mais magrinho.

A3: Não. Tinha uns pés que tinham um dedo maior e outro tinha o dedo menor.

A4: Um pé pode ser mais magrinho e o outro pode ser mais gordinho.

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

A observação, via experimentação de comparação entre os diagramas (carimbos) dos pés dos alunos do 1º ano, permitiu estabelecer reflexões com relação às diferenças relatadas entre o tamanho e o formato dos pés, permanecendo dentro do sistema representacional figural

que fazia parte dos conhecimentos colaterais dos alunos. Afinal, o registro por meio de carimbos era uma prática corriqueira para esses alunos e representava o pé, uma parte do corpo humano, mas demarcava especificidades qualitativas para o pé de cada um. Desse modo, o raciocínio diagramático, promovido a partir dos diagramas construídos, revelou que os alunos reconheciam diferenças entre os pés, tanto com relação ao formato quanto ao tamanho de forma comparativa.

No entanto, afim de avançar as observações e experimentações em um contexto matemático, transformações e restrições das operações no diagrama (carimbo) foram necessárias com a estruturação do problema: *O número do nosso sapato é igual ao tamanho do nosso pé?*

O raciocínio diagramático, vislumbrado a partir da experimentação e da observação dos diagramas para os pés requeridas pela Prof – *Todos os pés são iguais?* –, deflagrou a possibilidade de avançar e promover uma reflexão que se encaminharia para o contexto matemático a partir das palavras *número*, *igual* e *tamanho*. A análise do tamanho do pé conferiu a identificação de uma situação amorfa, “passível de análise matemática” (Stillman, 2015, p. 42), em que os procedimentos se enveredaram para “um processo no qual algo estava sendo tornado mais matemático do que era antes” (Almeida. 2018, p. 21). A inteiração com a situação-problema no desenvolvimento da atividade de modelagem e as orientações da Prof avançaram no sentido de se permitir matematizá-la.

Para responder o problema, via abordagem matemática, uma nova experimentação foi realizada sobre os diagramas – carimbos – em que os alunos buscaram determinar os *tamanhos* dos pés. Um recurso didático que fazia parte das aulas de matemática era o material dourado e ficava à disposição dos alunos para a realização de atividades matemáticas. Os alunos já sabiam que esse recurso permitia fazer comparações de medidas e que o cubinho correspondia a uma unidade e a barra correspondia a uma dezena. Primeiramente, os alunos consideraram manipular as unidades, para representar as medidas dos pés (Figura 2), em que dispuseram os cubinhos do calcanhar até o maior dedo.



(a) (b)
Figura 2 – Medindo o tamanho do pé utilizando material dourado
Fonte: arquivo da professora (2023)

Os carimbos, que antes correspondiam a diagramas semióticos que se remetiam aos formatos dos pés, em que os alunos denotaram aspectos qualitativos – *Um pé pode ser mais magrinho e o outro pode ser mais gordinho* (Aluno A4 em diálogo com professora e colegas, 2023) –, passaram a se remeter a aspectos quantitativos aos quais foram especificadas suas medidas por meio de um novo sistema semiótico representacional – unidades de medidas – obtidas via material dourado, que passou a ser um recurso semiótico, visto que promoveu a produção de novos signos relativos ao tamanho do pé. A “experimentação com um diagrama está sendo executada dentro de um sistema representacional e é uma atividade guiada por regras ou hábitos” (Bakker; Hoffmann, 2005, p. 340). Para os alunos, cada cubinho representou uma unidade de medida para os pés, assim 17 cubinhos sobre o carimbo do pé (Figura 2b), representavam 17 unidades de medida para esse pé.

O material dourado permitiu aos alunos “visualizar, testar e examinar as estruturas matemáticas” (Yoon; Miskell, 2016, p. 106-107) representativas e que informavam dados quantitativos sobre o tamanho dos pés. Todos os alunos utilizaram o material dourado para estimar o tamanho do seu pé. Porém, a aluna A5 sugeriu utilizar a régua para medir o tamanho do pé. Como alguns alunos não sabiam manusear a régua, a Prof os auxiliou mostrando os procedimentos que deveriam realizar. Além disso, como, em alguns casos, a medida do pé era um número decimal, a Prof orientou os alunos a realizar um arredondamento, considerando o maior valor: *o maior risquinho na régua* (Fala da professora durante orientação, 2023).

Uma mudança de uso de recurso didático foi requerida por uma das alunas (a A5), exigindo orientações por parte da Prof, visto que as regras que norteavam o uso do material dourado eram diferentes das que norteavam o uso da régua. No entanto, para a A5, o uso da régua se mostrou como conhecimento colateral para a obtenção de medidas.

As novas regras definiram “possíveis transformações e ações, mas também as restrições

das operações nos diagramas” (Bakker; Hoffmann, 2005, p. 340), em que a Prof sugeriu o uso de arredondamentos para um número natural. O que podemos evidenciar é que a Prof aproveitou a solicitação da A5 para abordar um conteúdo matemático ainda não estudado, no caso, o arredondamento de valores.

Por meio do uso da régua, os alunos visualizaram o que representavam os cubinhos como unidades de medida (1 centímetro). Assim, compararam os resultados utilizando os cubinhos com os obtidos com a régua, de modo que uma ação de validação dos resultados foi efetivada. De fato, a indicação da medida, via material dourado, representava o tamanho do pé no sistema decimal. A validação se configurou como um “processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 16). Cada aluno, então, fez a contagem dos cubinhos, associou ao valor em centímetros na régua e, por meio da troca das unidades por dezenas (barras), representou a medida do seu pé.

Porém, para chegar a uma solução para o problema – *O número do nosso sapato é igual ao tamanho do nosso pé?* –, uma comparação entre a medida do tamanho do pé e o número do calçado se fazia necessária. A Prof, então, solicitou aos alunos que verificassem a numeração registrada no calçado de cada um. Para o registro, foi entregue a cada aluno uma folha, contendo o desenho de um pé e de um tênis, em que deveriam anotar os dados que coletaram (Figura 3).

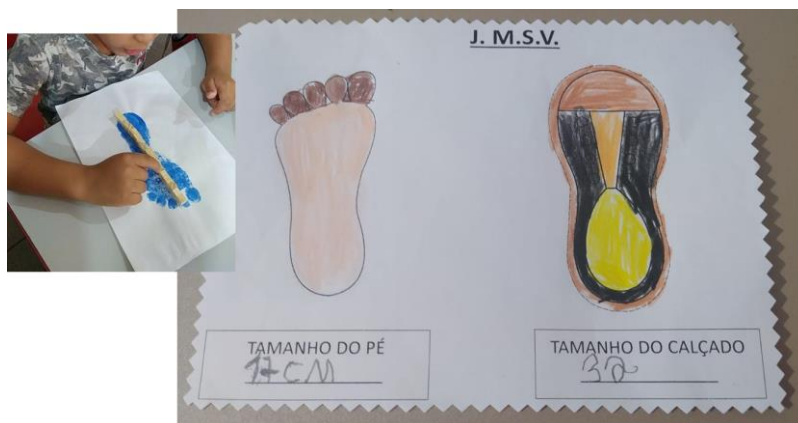


Figura 3 – Registro da medida do pé e do número do calçado de um dos alunos
Fonte: arquivo da professora (2023)

Defronte desse novo diagrama, um modelo matemático para a situação em estudo, que representava números em dois contextos distintos – medida de comprimento e número atribuído a um calçado em um sistema de medida próprio de um país ou uma fábrica –, os alunos poderiam fazer comparações, como requerido inicialmente. A comparação correspondeu a uma experimentação com o diagrama, em que os alunos se voltaram especificamente para a representatividade dos números, em um sistema de representação – sistema decimal – por eles conhecido. O raciocínio diagramático mobilizado nesse momento de desenvolvimento da

atividade fez com que os alunos percebessem que os números eram diferentes – tamanho do pé (em cm) e número do calçado –, conforme transcrição a seguir:

Prof: O número do nosso sapato é igual ao tamanho do nosso pé?

A5: Eles são diferentes, o tamanho do sapato com o pé.

A6: Ele é maior que o tamanho do meu pé, o número.

A4: É diferente, o número é grande.

Prof: Esses valores são diferentes, variando de acordo com as características dos pés e do calçado. Existe uma tabela de medidas-padrão para o número do calçado (Diálogo entre professora e alunos, 2023).

O raciocínio diagramático mobilizado pelos alunos ao observarem o tamanho do pé e o número do calçado presentes no diagrama da Figura 3, de certo modo, findaram a resolução do problema em estudo, em que uma solução foi obtida – os valores são diferentes. De fato, o número do calçado é maior que o número que representa a medida do pé, em centímetros. A Prof, mesmo que de forma aligeirada, explicou que a numeração dos calçados segue uma padronização, porém não se adentrou a uma discussão de modo em que fossem reconhecidos padrões e relações (Stillman, 2015), como por exemplo, a construção de uma tabela agrupando diferentes medidas a um mesmo número de calçado. Todavia, a comparação entre os dois valores já foi suficiente para responder o problema.

A intenção da Prof com o planejamento da atividade de modelagem era, além de apresentar uma solução para o problema, discutir sobre tratamento da informação relativa ao tamanho dos pés dos alunos do 1º ano. A coleta e organização de informações é um dos objetos de conhecimento a ser desenvolvido neste ano escolar, logo, no contexto de aulas de matemática, coube à professora realizar encaminhamentos para ampliar a abordagem a partir da temática que estavam investigando. A atividade de modelagem não se finalizou com a resposta para o problema, visto que outro encaminhamento, de interesse da Prof, permeou sua continuidade.

Primeiramente, a Prof trabalhou a ordenação de valores, por meio da construção de um varal. O varal dos números é um recurso didático muito utilizado para reconhecimento e sequência dos números, principalmente na Educação Infantil. Porém, considerando o objetivo do 1º ano enquanto transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, algumas abordagens podem ser retomadas e adaptadas para auxiliar no ambiente educacional.

Para a construção do varal de números, a Prof disponibilizou uma figura representativa de um pé para cada aluno e solicitou o registro, por escrito, da medida encontrada por meio do material dourado e, posteriormente, com a régua. Uma discussão foi iniciada antes da construção do (novo) diagrama semiótico – varal de medidas dos pés –, conforme diálogo transcrito a seguir:

Prof: Vamos agora construir um varal com os pezinhos. Quem tem o pé menor?
A9: O meu é pequeno.
Prof: Qual a medida do seu pé?
A9: É o um e o sete.
Prof: Hum, então o seu é dezessete [centímetros]. Tem alguém que tem o pé menor?
A4: O meu. Ele é o dezesseis.
Prof: Ah então o seu é menor. E quem tem o pé maior?
A10: O meu é grande, é o vinte.
A7: O meu é igual, o dois e o zero.
Prof: Então temos que o menor é o dezesseis e o maior é o vinte.
(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Os questionamentos da Prof, antes de iniciar a construção do varal, mobilizaram nos alunos uma primeira comparação em que conhecimentos sobre valor posicional e escrita de números se fizeram presentes – *O meu é igual, o dois e o zero* (A7 em diálogo com a professora e os colegas, 2023). Esse conhecimento foi revelado para a construção do varal de números com as medidas dos pés. Além disso, a língua natural, utilizada por meio de signos falados, revelou que os alunos sabiam distinguir um número maior do que o outro: *O meu é grande, é o vinte* (A10 em diálogo com a professora e os colegas, 2023). Trata-se de signos “produzidos ou acionados pelo conhecimento” (Almeida; Silva, 2017, p. 217) que foram requeridos pela Prof ao lhes questionar sobre o pé com maior e com menor medidas.

O varal, embora tenha sido prerrogativa da Prof, se configurou como um diagrama construído em um sistema representacional conhecido pelos alunos que poderia ajudar em uma situação que, aparentemente, era complexa para poderem gerenciar sem a presença de um diagrama (Hoffmann, 2013). Esse diagrama atendeu, a princípio, o propósito da professora “de desenvolver o próprio sistema representacional utilizado” (Bakker; Hoffmann, 2005, p. 341) e que poderia acionar o raciocínio diagramático.

Na construção do varal, todos os alunos que tinham as mesmas medidas de pés iam até a lousa colar a sua figura do pé com a medida, até que todos os alunos completassem a numeração (Figura 4), em ordem crescente. O varal auxiliou a “visualizar, testar e examinar as estruturas matemáticas” (Yoon; Miskell, 2016, p. 106-107), que pareciam confusas para os alunos, analisando exclusivamente diagramas particulares, por meio de signos falados, em que diziam que o pé era menor sem ter uma referência de comparação. A diagramatização do varal, revelou que os alunos tinham conhecimentos sobre a ordenação dos números.

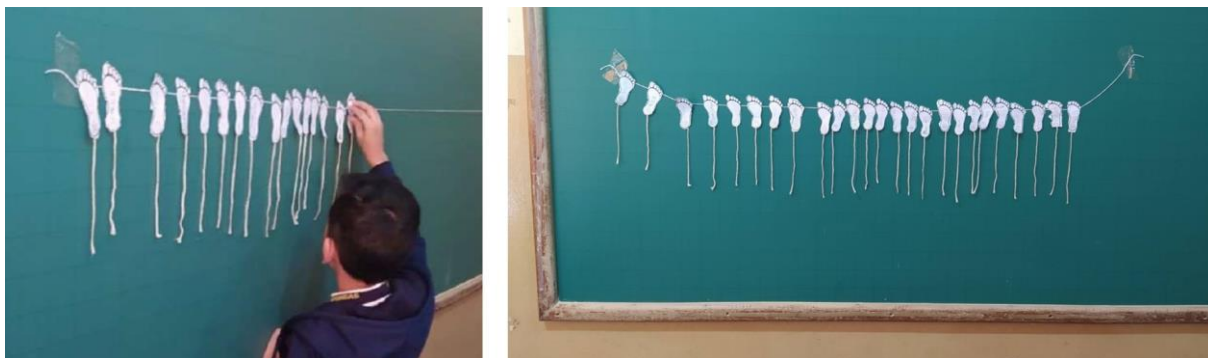


Figura 4 – Construção do varal com as medidas do tamanho do pé (em cm)
Fonte: arquivo da professora (2023)

Neste momento do desenvolvimento da atividade de modelagem, o varal de números se configurou como um ícone diagramático que sugeriu seu objeto, ou seja, a representação do tamanho dos pés dos alunos do 1º ano, visto que era um signo que se aproximava do “sujeito do discurso” (Peirce, 2005, p. 10). Embora representasse uma forma de apresentar os dados coletados, o varal dos números não sintetizava essas informações, visto que para saber quantos alunos tinham pé de tamanho 17 cm, por exemplo, se fazia necessária uma contagem. Esse fato compreendeu o papel de um ícone construído “de acordo com regras e convenções de (e por meio de) elementos e relações disponíveis entre elementos” (Hoffmann, 2013, p. 107). O varal de números possibilitou a ordenação de valores, que era sua função primeira.

De modo a implementar a informação sobre a frequência de cada medida de pé, sem a necessidade de fazer a contagem no varal, a Prof sugeriu outras duas formas de organizar os dados – tabela e gráfico. A atividade de modelagem, neste momento, se enveredou para encaminhamentos em que estruturas matemáticas foram apresentadas, discutidas e produzidas com os alunos. Antecipadamente, a Prof cogitou que a tabela e o gráfico possibilitariam experimentação e observação de modo a mobilizar um raciocínio diagramático “para resolver problemas, para lidar com complexidade, para aprender algo novo, ou para resolver conflitos” (Hoffmann, 2013, p. 105). Tanto a tabela quanto o gráfico foram produzidos de forma conjunta entre alunos e Prof.

Para a construção da tabela, a Prof traçou as colunas e as linhas na lousa, contendo o tamanho do pé (em cm) e a frequência (quantidade) obtida. A contabilização dos dados para a inserção na tabela foi feita com alguns alunos se voluntariando para ir à lousa e contar no varal a quantidade de cada medida, enquanto a Prof anotava (Figura 5).

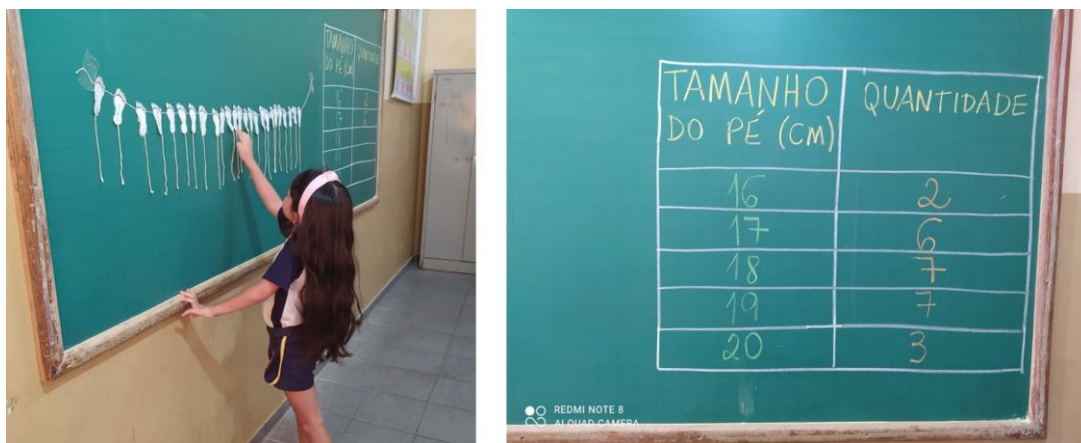


Figura 5 – Construção da tabela
 Fonte: arquivo da professora (2023)

A estratégia utilizada pela Prof para a construção da tabela, de certo modo, revelou para os alunos como esse signo diagramático pode ser produzido, representando uma ideia que pode estimular um significado na mente de um intérprete que entrar em contato com esse signo (Ribeiro, 2021). A tabela, como uma forma de organização dos dados coletados na atividade de modelagem, foi produzida considerando a quantidade de medidas de tamanhos dos pés que se repetiam. Diferentemente do varal de números, esse novo diagrama, como signo escolhido pela Prof com o propósito de introduzir o conteúdo de tratamento de informação, sugeriu o objeto matemático frequência de valores, associado ao objeto matemático tamanho dos pés. Podemos inferir que os alunos compreenderam como construir uma tabela, visto que se alternavam na contagem quando finalizava a repetição das medidas.

Muito embora se tratou de uma proposta da Prof, a diagramatização da tabela foi subsidiada pela experimentação e observação de um diagrama anterior, o varal dos números, que apresentava restrições com relação à identificação imediata da frequência para cada medida de tamanho dos pés. Essa transformação de um diagrama em outro compreendeu uma mudança do sistema representacional figural para o tabular, em que os alunos puderam observar a maior e a menor medidas – 20 cm e 16 cm, respectivamente –, bem como aquelas que têm maior frequência – 18 cm e 19 cm – e a que tem menor frequência – 16 cm. A tabela se configurou como um ícone diagramático, pois denotou o objeto “em virtude de certas características que lhe são próprias” (Peirce, 1972, p. 27): apresentar os valores seguindo especificidades do que se estava estudando.

No caso da construção do gráfico, cada aluno recebeu um círculo de EVA da cor referente ao tamanho do seu pé, sendo vermelho para a medida 16 cm; laranja para 17 cm; verde para 18 cm; azul para 19 cm; e amarelo para 20 cm. A orientação da Prof foi de que os círculos deveriam ser colados no gráfico em que constava a medida de seu pé, pois essa seria uma outra

forma de analisarem os dados que tinham sido coletados (Figura 6). Um a um cada aluno identificou a medida do seu pé e colou o seu círculo de EVA, criando colunas. Quando um colega tinha dificuldade em manipular o círculo ou mesmo encontrar o local para a colagem, outro o ajudava.

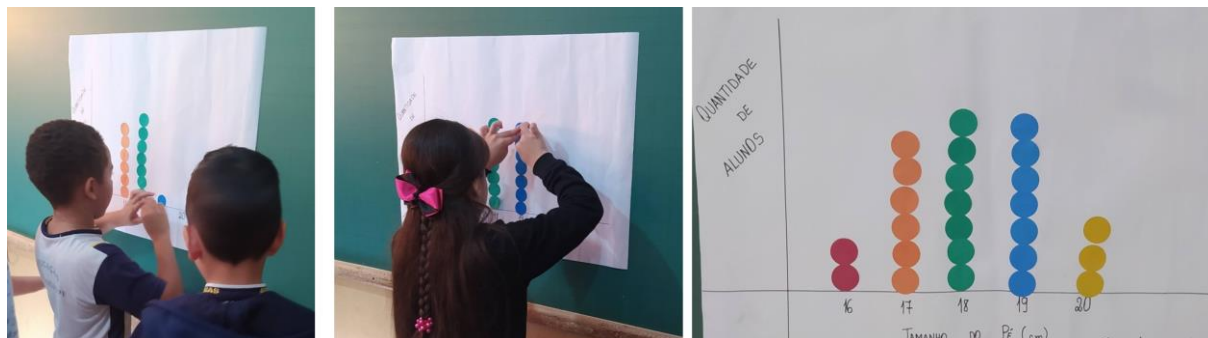


Figura 6 – Construção do gráfico
Fonte: arquivo da professora (2023)

Observando esse novo diagrama (gráfico), que apresentava as mesmas informações que a tabela, os alunos puderam responder questionamentos da Prof, efetuando algumas experimentações relativas à frequência (quantidade), ao tamanho da coluna (qual era a maior e a menor coluna), em que analisaram sobre qual era o maior pé e sobre que medidas eram iguais. A observação potencializada por esse diagrama (gráfico de colunas) mobilizou o raciocínio diagramático “como uma fonte possível de novo conhecimento” (Kadunz, 2016, p. 124), conforme transcrição a seguir:

Prof: O que podemos ver no gráfico?
A4: O verde e o azul é empatado.
Prof: Por que empatado?
A4: Porque tem igual ali no número.
A11: O vermelho tem pouquinho.
A3: O verde é o mais alto.
A1: O azul tem mais.
(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

O diagrama gráfico construído em um sistema representacional que até o momento não havia sido abordado com os alunos, permitiu “interpretar resultados” (Stillman, 2015, p. 47), além de estimular “um significado na mente de um intérprete” (Ribeiro, 2021, p. 263). Segundo Hoffmann (2013, p. 104), “é mais fácil lidar com informação visual, e que ela cumpre um importante papel na comunicação e na aprendizagem”.

Finalizada a análise do gráfico, a Prof explicou que esse diagrama necessitava de alguns elementos que são essenciais, como título e fonte da coleta dos dados. De modo colaborativo, os alunos fizeram sugestões, conforme transcrição a seguir:

Prof: Qual nome podemos dar a esse gráfico?
A9: Pé.

A7: Tamanho do pé.

A4: Gráfico dos pés.

A5: Tamanho do pé dos alunos do primeiro ano.

Prof: E qual a fonte, de onde as informações foram retiradas?

A1: Dos alunos.

A2: Pés dos alunos.

A5: Pé dos alunos do primeiro ano B.

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

A produção conjunta dos diagramas no sistema representacional da tabela e do gráfico foi uma ação empreendida pela professora e que subsidiou a obtenção de “modelos de vários graus de sofisticação” (English, 2016, p. 187), em que os alunos realizaram experimentações em que conclusões foram evidenciadas por observações e reflexões. A leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples é um objeto de conhecimento a ser desenvolvido no 1º ano. Com o desenvolvimento da atividade de modelagem, a Prof avançou no desenvolvimento do referido objeto de conhecimento, em que os alunos também produziram diagramas tabulares e gráficos.

Os conhecimentos revelados para a construção dos diagramas, ora seguiram experiências colaterais – carimbo e varal dos números – ora se estruturaram com a requisição e orientação da professora – tabela e gráfico – se constituindo em uma cadeia semiótica que foi se expandindo sem perder o vínculo com o objeto em estudo – tamanho dos pés –, “uma vez que o objeto é justamente aquilo que existe e resiste na semiose ou ação do signo” (Santaella, 2008, p. 24).

6 Considerações finais

Promover a comunicação e a interação entre os alunos são objetivos a serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao lançarmos nosso olhar para a fase de transição entre a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, materializada no 1º ano, nos desafiamos a implementar uma atividade de modelagem matemática. Esse desafio se respaldou na configuração de atividades de modelagem para os anos iniciais estruturada por Tortola e Almeida (2022), bem como na afirmação de English (2016, p. 187) de que “todos os alunos podem produzir um modelo que represente sua própria solução para um determinado problema”, resultando em “modelos de vários graus de sofisticação”.

Para tanto, esse desafio veio ancorado em nossos interesses em evidenciar os conhecimentos dos alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem, sob uma interpretação semiótica do raciocínio diagramático. A interpretação semiótica foi empreendida pelas pesquisadoras que produziram interpretantes a partir dos

signos revelados pelos alunos, de forma oral, gesticulada e escrita. A especificidade da interpretação, respaldada também nos conhecimentos de quem faz uma análise qualitativa de cunho interpretativo, levou em consideração o fenômeno em estudo – mobilização do raciocínio diagramático –, visto que a produção, a experimentação e a observação de diagramas podem auxiliar na construção de conhecimento (Hoffmann, 2013).

A temática da atividade foi definida pela professora-regente (Prof) que, subsidiada nos conteúdos abordados nas diferentes disciplinas que ministrava, vislumbrou uma possibilidade de abarcar conteúdos matemáticos aliados a uma parte do corpo – os pés. O diagrama semiótico confeccionado com a impressão (carimbo) do pé de cada aluno por meio de tinta guache foi a prerrogativa da Prof para o início da atividade de modelagem. Os alunos, por meio da observação dos diferentes diagramas produzidos – signos individuais –, mobilizaram raciocínio diagramático que levou à formulação de “uma questão específica a ser respondida matematicamente” (Stillman, 2015, p. 47): *O número do nosso sapato é igual ao tamanho do nosso pé?*

A investigação, que subsidiou a resposta para essa questão, suscitou a necessidade de obtenção da medida do pé e a observação do número do calçado, em que fez emergir a matematização da situação. Os procedimentos utilizados pelos alunos para determinar a medida do pé, a partir do carimbo (experimentação no diagrama), foram mediados pelo material dourado e pela régua. A régua foi requerida por uma das alunas (A5) para a comparação das medidas que haviam determinado com o material dourado. Alguns alunos, porém, não sabiam manipular a régua para a obtenção de medidas, neste momento, a Prof os auxiliou, proporcionando a construção de conhecimentos a partir de uma requisição no âmbito da atividade de modelagem em desenvolvimento. Com isso, uma validação do resultado com o uso do material dourado foi efetivada, visto que os alunos concluíram que uma unidade de medida, representada pelo cubinho, podia ser associada a um centímetro na régua.

Com os encaminhamentos supracitados, de certo modo, estava findada a atividade de modelagem e, de fato, o número do nosso sapato não representa o tamanho, em centímetros, do nosso pé. Essa observação ficou evidente quando os alunos produziram um diagrama preenchendo a folha disponibilizada pela Prof em que registraram os valores solicitados – medida do pé (em cm) e número do calçado – comparando-os. Porém, diante do interesse dos alunos pela temática, a Prof prosseguiu com o desenvolvimento da atividade, considerando fazer a organização dos dados coletados por todos os alunos, vislumbrando abordar outros conteúdos matemáticos.

A produção conjunta de novos diagramas em diferentes sistemas representacionais, já

conhecidos pelos alunos – varal de números – ou introduzidos pela Prof – tabela e gráfico –, revelou que, no contexto da atividade de modelagem, conhecimentos matemáticos foram revelados na mobilização de raciocínio diagramático a partir de transformações de sistemas de representação: varal de números para a tabela; varal de números para o gráfico de colunas. O varal de números era considerado um conhecimento colateral, pois fez parte de atividades corriqueiras na Educação Infantil para ordenar numerais. Porém, esse diagrama apresentou limitações quando da visualização da frequência em que os números se repetiam, sendo necessária a realização de uma contagem.

O empenho na construção da tabela e do gráfico de colunas, embora dissociada, permitiu a introdução de um conteúdo matemático – tratamento da informação –, em que o objetivo foi a progressão de sólidas competências matemáticas a partir da conexão com um contexto da realidade dos alunos (Alsina *et al.*, 2021). Além da abordagem do objeto de conhecimento leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples, os alunos produziram esses diagramas, sob orientação da Prof, realizaram experimentação, respondendo aos questionamentos da Prof e observaram visualmente a organização dos dados. Com isso, cabe ressaltar a dinamicidade de uma atividade de modelagem no que tange à introdução de um conteúdo que se fez necessário para auxiliar na investigação, rompendo as barreiras indicadas pelo currículo com relação à linearidade dos dados. Permitir e ajudar os alunos a produzir diagramas de forma conjunta que se remetia ao objeto em estudo, possibilitou a construção de conhecimentos para o objeto matemático a que esses diagramas remetiam.

Os encaminhamentos empreendidos no desenvolvimento da atividade de modelagem que analisamos reforçam os aspectos favoráveis à presença da modelagem matemática nos anos iniciais sinalizados por Silva e Klüber (2014, p. 14), especialmente o aspecto (4) que corresponde ao ensino dialógico e investigativo. Isso porque, no 1º ano do Ensino Fundamental, a dialogicidade é muito presente e requerida, visto que o aluno ainda está desenvolvendo, em sua estrutura cognitiva, a representação simbólica. É preciso evidenciar na fala dos alunos especificidades dos objetos matemáticos e, de algum modo, introduzir gradativamente, a produção de signos escritos em diferentes sistemas de representação, de modo que a mobilização do raciocínio diagramático seja empreendida.

Entendemos que a análise do raciocínio diagramático se deu considerando o desenvolvimento de uma atividade de modelagem pela sala toda, em que singularidades para cada aluno quanto à produção, experimentação e observação de diagramas não foram evidenciadas. Uma análise semiótica do raciocínio diagramático mobilizado por grupos menores de alunos ou de forma individual pode se configurar como possibilidade de pesquisa

futura no 1º ano do Ensino Fundamental, no sentido de trazer reflexões para a questão: que conhecimentos são revelados por grupos de alunos no uso de recursos semióticos para produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática? Reflexões para essa questão podem ser subsidiadas no desenvolvimento de atividades de modelagem cujas temáticas são escolhidas pelos grupos e cujos diagramas conferem um caráter específico para cada necessidade de resolução.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. de. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 202-219, 2017.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALSINA, A.; TOALONGO- GUAMBA, X.; TRELLES-ZAMBRANO, C.; SALGADO, M. Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years. **Quadrante**, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 74-93, 2021.
- BAKKER, A.; HOFFMANN, M. H. G. Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: a semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 60, n. 3, p. 333-358, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2014. Campo Mourão. **Anais...** Curitiba: SBEM Paraná, 2014. Disponível em: <https://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/ARQUIVOS/MESAS/MT004.pdf>. Acesso em: 25 mai. 2024.
- ELFRINGHOFF, M. S.; SCHUKAJLOW, S. What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. **Quadrante**, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.
- ENGLISH, L. D. Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R. et al. (ed.). **Modeling students' mathematical modeling competencies**. New York: Springer, 2010. p. 287-300.
- ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In: HIRSCH, C. (ed.). **Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics**. New York: NCTM, 2016. p. 187-195.
- HOFFMANN, M. H. G. Signs as Means for Discoveries. In: HOFFMANN M. H.; LENHARD J.; SEEGER F. (ed.). **Activity and Sign**. Boston: Springer, 2005. p. 44-56.
- HOFFMANN, H. G. M. **Seeing problems, seeing solutions: abduction and diagrammatic reasoning in a theory of scientific discovery**. Atlanta: Georgia Institute of Technology; School of Public Policy, 2006.

- HOFFMANN, M. H. G. Cognição e pensamento diagramático. *In*: QUEIROZ, J.; MORAES, L. (org.). **A lógica de diagramas de Charles Sanders Peirce**: implicações em ciência cognitiva, lógica e semiótica. Juiz de Fora: Editora UFJF, 2013. p. 101-134.
- KADUNZ, G. Diagrams as means for learning. *In*: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (ed.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**. Rotterdam: Sense Publishers, 2016. p. 111- 126.
- MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.
- NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: um olhar para os registros de representação semiótica. 2021. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia**: textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.
- PELAQUIM, S. C. P. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: uma interpretação dos diagramas semióticos. 2023. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.
- RIBEIRO, D. M. Semiótica dos diagramas: processos de raciocínio visual aplicados ao design. *In*: SANTAELLA, L.; BORGES, P. (org.). **A relevância de C. S. Peirce na atualidade**: implicações semióticas. Barueri: Estação das Letras e Cores, 2021. p. 263-278.
- SANTAELLA, L. S. **A teoria geral dos signos**: como as linguagens significam as coisas. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2012.
- SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. *In*: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (org.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, 2014. p. 7-24.
- STILLMAN, G. Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. *In*: HOE, L. N.; DAWN, N. K. E. (ed.). **Mathematical Modelling**: from theory to practice. Singapore: World Scientific Publishing, 2015. p. 41-56.
- TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Configuraciones de actividades de modelación matemática en la Educación Primaria: una construcción apoyada en el Análisis de Contenido. **Paradigma**, Maracay, v. 43, n. 2, p. 329-355, 2022.
- TUZZO, S.; BRAGA, C. O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 4, n. 5, p. 140-158, ago. 2016.
- VERONEZ, M. R. D.; SANTOS, T. F. Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 1, p. 167-199, 2023.

YOON, C.; MISKELL, T. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. *In*: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (org.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**: how to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts. Dordrecht: Sense Publishers, 2016. p. 89-109.

Submetido em 03 de Janeiro de 2024.
Aprovado em 28 de Fevereiro de 2024.