

Análise e Simulação de Ondas Sonoras Assistidas por Computador

(Computer-aided sound wave analysis and simulation)

Lucas Bleicher

Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará
Rua Oswaldo Cruz, 635/701, Meireles, CEP 60125-150 Fortaleza-Ce
lbleicher@yahoo.com

Moésio Medeiros da Silva, Júlio Wilson Ribeiro

Departamento de Computação, Universidade Federal do Ceará
moesio@padetec.ufc.br; jwilson@lia.ufc.br

Márcio Gurjão Mesquita

Departamento de Estatística e Computação, Universidade Estadual do Ceará
marciomesquita@yahoo.com

Recebido em 7 de março, 2002. Aceito em 26 de maio, 2002.

Como ferramenta auxiliar no ensino de Física, é apresentada a utilização do *software* de computação simbólica *Mathematica*, através dos seus recursos de programação analítica e multimídia. É possível verificar as relações de frequências numa escala musical e o efeito do batimento, através de análise matemática e reprodução sonora via computador. Para fins ilustrativos e pedagógicos, são simulados no computador efeitos sonoros comumente utilizados por músicos, como *Tremolo*, *Phaser* e *Auto-Wah*. Estes são modelados matematicamente de forma simplificada, tomando-se como base uma onda sonora padrão, cujos parâmetros associados foram obtidos experimentalmente. Ressalta-se a possibilidade do aprendizado autônomo.

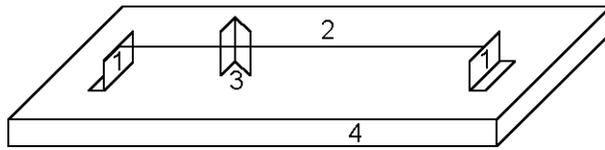
As an auxiliary tool in Physics teaching, the utilization of analytical programming and multimedia facilities of the symbolic computing software *Mathematica* is shown. It is possible to verify the frequency ratios in a musical scale and the beat effect by mathematical analysis and audible reproduction by the computer. For illustrative and pedagogical purposes, sound effects commonly used by musicians, such as *Tremolo*, *Phaser* and *Auto-Wah* are simulated. A simplified mathematical model is defined for them using a standard sound wave whose parameters were experimentally obtained. The possibility of self-teaching is evident.

I A música e a ciência

O estudo da relação entre a música e as ciências físicas vem desde a antiguidade. Consta que Pitágoras [1] dedicou muito de seu tempo ao estudo dos intervalos musicais em um instrumento chamado monocórdio, que consiste apenas em uma corda sonora, presa em suas duas extremidades, e um dispositivo móvel, que permite que se faça vibrar apenas uma fração da corda. Um esquema de um monocórdio pode ser visto na Fig. 1.

Pitágoras, experimentalmente, observou que dividindo-se a corda exatamente ao meio (para tanto se fixa o dispositivo móvel na metade do comprimento

da corda) e tocando-se a mesma, escutava-se o intervalo da *oitava* em relação à nota original. Outros intervalos importantes, como a *quinta justa* e a *quarta justa*, eram obtidos também por frações de números pequenos (relações de $3/2$ e $4/3$ respectivamente). Os pitagóricos, então, desenvolveram um método de gerar novas notas a partir das conhecidas: dividindo ou multiplicando uma dessas relações por $3/2$, e tomando sua metade, se o resultado for maior que dois, ou dobrá-lo, no caso dela ser menor que um. Com isso pode-se obter a *escala diatônica*, base de praticamente toda a música ocidental.



- 1 - Extremidades de Fixação
- 2 - Corda sonora
- 3 - Dispositivo Móvel
- 4 - Base de Apoio

Figura 1. Visualização esquemática de um monocórdio.

O tratado mais importante sobre a relação entre a Música e a Física foi escrito no século XIX, por Hermann Helmholtz [2]. Tendo estudado ele também Medicina, seu livro *Die Lehre von den Tonempfindungen* não apenas trata da natureza física da consonância e dissonância dos sons, mas também da forma como o ouvido humano analisa essas particularidades.

No século seguinte, o desenvolvimento da Física tornou-se crucial para a construção de novos instrumentos musicais, como a guitarra elétrica e os sintetizadores. Além disso, o advento da computação tornou possível a pesquisa em algoritmos com as mais diversas aplicações para a música, citando-se a emulação da criatividade em improvisação através da inteligência artificial [3] e a análise de espectros sonoros por funções iterativas [4].

II O software Mathematica e a simulação de ondas sonoras

A manipulação simbólica de dados constitui um recurso primordial do software Mathematica, o qual também inclui diversos tipos de expressões analíticas, possibilitando resultados exatos, o que necessariamente não é possível quando se utilizam métodos puramente numéricos. Além disso, códigos simbólicos assim implementados apresentam uma diversa gama de aplicações, inclusive recursos de multimídia, permitindo, por exemplo, visualizar a variação de um campo ao longo do tempo e/ou mostrar, através de saídas de caixas de som do computador, o comportamento de uma função de onda sonora definida matematicamente pelo usuário, o que será mostrado neste trabalho.

No estudo de ondulatória, o conceito de *Onda Senoidal* é apresentado como primeiro exemplo de onda. A fórmula geral de uma onda senoidal [5] é representada pela função mostrada a seguir.

$$y(t) = A \cdot \text{sen}(2\pi ft + \phi) \quad (1)$$

Onde y expressa a amplitude, A a amplitude máxima, f a frequência e ϕ a fase.

A função **Play**, disponível no *Mathematica*, disponibiliza para o usuário, na forma de som audível, qualquer função matemática, programada pelo mesmo. Programando-se o comando abaixo, é possível ouvir a nota *Lá*:

```
Play[Sin[440*2*π*t],{t,0,1}]
```

Na linha de programação acima, a frequência da nota simulada é de 440Hz, enquanto o segundo termo do comando, $\{t,0,1\}$, indica que t é a variável que corresponde ao tempo físico, e que o intervalo de simulação adotado para fins experimentais é de 0 a 1 segundo. Variando-se o valor da frequência é possível verificar, por exemplo, quais os valores audíveis e compará-los com os valores numéricos fornecidos segundo tabelas disponibilizadas na literatura.

III O fenômeno do batimento

O fenômeno do batimento, que ocorre quando duas ondas de frequências próximas são sobrepostas, pode ser facilmente simulado no *Mathematica*. Seu resultado é um som percebido pelo ouvido como a *média* das duas frequências, apresentando uma variação de amplitude numa frequência que é a *diferença* entre as frequências das duas ondas. Para fins educacionais, no exemplo definido abaixo, o comando sobrepõe duas ondas senoidais de frequências 278Hz e 275Hz.

```
Play[{Sin[(278*2*π*t)]+Sin[(275*2*π*t)]},{t,0,5}]
```

Assim, torna-se possível ouvir claramente a variação de amplitude no som produzido. Se variarmos uma das frequências para aproximá-la da outra, podemos verificar que a diversidade de amplitude é cada vez mais lenta. Trata-se justamente do procedimento adotado pelos músicos para afinar seus instrumentos: tocando a nota levemente desafinada junto com um padrão, haverá produção de batimentos. Ajustando a afinação do instrumento, os batimentos vão se tornando cada vez mais lentos, até cessarem por completo, quando a nota estiver perfeitamente afinada segundo o padrão de acuidade humana. Desta forma, torna-se possível analisar matematicamente para que valor numérico converge o erro relativo entre as frequências de batimento quando o ouvido humano já não mais percebe variações de amplitude.

IV Modelagem de ondas segundo classes de efeitos sonoros

Foi desenvolvido um procedimento científico para consolidar o processo de aprendizagem do aluno, visando permitir o contato concomitante com a conceituação física e musical de ondas e sua respectiva modelagem

matemática simplificada. Como complemento a este e visando valorizar aspectos artístico-culturais, foram analisados determinados efeitos sonoros, comumente utilizados em estúdios e apresentações musicais.

Frequência (Hz)	Amplitude (u.a.)	Fase (graus)	Amplitude Normalizada
107.4	0.02593	-25.4	0.42
214.8	0.05005	-125	0.81
322.3	0.06166	-220	1.00
429.7	0.05142	-300	0.83
537.1	0.03100	-376	0.50
644.5	0.01050	-457	0.17
751.9	0.00605	-272	0.10
859.4	0.01149	-332	0.19
966.8	0.01239	-702	0.20
1074.2	0.00639	-678	0.10

Tabela 1: Configuração de harmônicos da onda tomada como padrão

Objetivando-se um bom resultado nas simulações, inicialmente é necessário escolher uma onda mais rica

que uma simples senoidal. Sabe-se que as notas produzidas via instrumentos musicais são geralmente compostas por frequências fundamentais e seus harmônicos associados. A relação entre os harmônicos constitui um dos fatores que contribuem para a definição do *timbre* de um instrumento musical. Para fins experimentais, a tabela 1 ilustra uma configuração de harmônicos que foi gerada pela excitação da corda *lá* de uma guitarra Yamaha Eterna EG-303. Estes dados numéricos foram obtidos através da aplicação de uma transformada rápida de Fourier na onda produzida pela guitarra e simultaneamente registrada por um osciloscópio.

Assim, toma-se como modelo matemático aproximado uma onda composta por 10 frequências, apresentando a seguinte forma:

$$y_0(t) = \sum_{i=1}^{10} A_i \cdot \text{sen}(2\pi f_i t + \phi_i) \quad (2)$$

Numa etapa seguinte, utilizando-se o *software Mathematica*, executa-se a seguinte linha de programação, para ouvir o sinal representativo da onda descrita pela Eq. 2, que doravante é assumida como padrão:

```
Play[{0.42*Sin[107.4*2*\pi*t-25]+0.81*Sin[214.8*2*\pi*t-125]
+Sin[322.3*2*\pi*t-220]+0.83*Sin[429.7*2*\pi*t-300]
+0.5*Sin[537.1*2*\pi*t-376]+0.17*Sin[644.5*2*\pi*t-457]
+0.1*Sin[751.9*2*\pi*t-272]+0.19*Sin[859.4*2*\pi*t-332]
+0.2*Sin[966.8*2*\pi*t-702]+0.1*Sin[1074.2*2*\pi*t-678]}, {t,0,2}]
```

É importante ressaltar que as caixas de som mais comumente usadas em computadores pessoais possuem fraca resposta para frequências abaixo de 200Hz. Tais distorções podem ser minimizadas ou mesmo eliminadas utilizando-se fones de ouvido ou caixas de som de melhor qualidade

Para analisar efeitos sonoros comumente utilizados em estúdios e apresentações musicais, são escolhidos três problemas de modelagem, que apresentam crescentes graus de dificuldade em serem computacionalmente modelados e que são descritos a seguir [6].

Tremolo - Esse efeito sonoro produz na onda utilizada como entrada uma variação periódica de amplitude. É como variar periodicamente o botão de volume num aparelho de som. Há dois parâmetros de configuração: a variação máxima de amplitude e a velocidade com que ela varia.

Phaser - O interessante resultado sonoro caracterizado neste efeito é obtido da seguinte forma: soma-se à onda original uma onda de mesma frequência f_e e amplitude máxima A , mas com uma variação temporal e linear de fase, o que resulta em uma série de inter-

ferências construtivas e destrutivas. O único parâmetro desse tipo de efeito é a frequência com que varia a fase da onda somada à original.

Auto-wah - O nome “wah” tem caráter de onomatopéia para o resultado desse efeito. No “wah” controlado com o pé, a variação que se dá ao pisar no pedal faz com que a onda sonora tenha uma certa região de frequências acentuada: pisando-se até o fim do pedal, são ouvidas as frequências mais agudas; voltando-se à posição inicial, ouvem-se as mais graves. No *auto-wah*, essa variação é feita de forma automática, de maneira que há sempre uma oscilação entre frequências mais agudas e mais graves. É importante ressaltar que a onda padrão adotada é discretizada (formada apenas por 10 frequências, ver Eq. 2). Numa analogia semelhante à utilizada no efeito do *tremolo*, o *auto-wah* se assemelha a uma variação periódica no botão *tone* de um aparelho de som. Assim como o *tremolo*, ele possui dois parâmetros: um que determina a variação máxima da amplitude para as frequências ressaltadas, e outro que define o quão rápido ocorrerá essa variação.

A modelagem do efeito *tremolo* é a mais simples das

três e pode ser escrita da seguinte forma.

$$y(t) = [y_o(t)] \cdot [1 + D \cdot \text{sen}(S \cdot t)] \quad (0 < D < 1) \quad (3)$$

Onde $y_o(t)$ representa a onda padrão, descrita pela Eq. 2. O termo que é multiplicado a $y_o(t)$ faz com que a amplitude varie entre $A[1 + D]$ e $A[1 - D]$, sendo a variação mais rápida ou mais lenta de acordo com o parâmetro S^1 .

A modelagem seguinte é a do efeito *Phaser*. Tornase simples modelar o efeito a partir de sua definição: somamos à função $y_o(t)$ uma onda semelhante, porém acrescida de um termo interno à função seno que varie a fase da nova onda. A função é mostrada abaixo:

$$y(t) = y_o(t) + \sum_{i=1}^{10} A_i \text{sen}(2\pi \cdot f_i \cdot t + S \cdot t) \quad (4)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{10} [A_i \text{sen}(2\pi f_i t + \phi_i)] \cdot \left[1 + D \text{sen} \left(R\pi t + \frac{i\pi}{10} \right) \right] \quad (5)$$

É possível verificar a semelhança entre a Eq. 5, que descreve o *auto-wah*, e a Eq. 3, que descreve o *tremolo*. Enquanto na Eq. 3 há um termo $[1 + D \cdot \text{sen}(S \cdot t)]$ multiplicado a y_o , na Eq. 5 esse termo tem adicionalmente uma fase dependente de i e é multiplicado a cada componente do somatório da série que define y_o . Isso resulta na amplificação de diferentes frequências, segundo valores distintos atribuídos ao tempo. Assim como no *tremolo*, a variação máxima de amplitude é função de D , enquanto R expressa a velocidade dessa variação.

Finalmente, o resultado sonoro das três novas ondas definidas e representadas pelas Eqs. 3, 4 e 5 pode ser ouvido e analisado com auxílio do *software Mathematica*, executando-se o comando **Play**, anteriormente discutido. Para tanto, substituem-se nos parâmetros A_i , f_i e ϕ_i os valores numéricos obtidos experimentalmente e disponibilizados na tabela 1. Como dados complementares, variam-se convenientemente os parâmetros S , R e D , sugerindo-se como valores iniciais $D=0.3$ e $S=20$, para o *Tremolo*, $S=10$ para o *Phaser* e $D=0.9$ e $R=10$ para o *Auto-Wah*.

V Conclusões

Foram apresentados exemplos educativos de utilização dos recursos de geração de som disponíveis no *software Mathematica* e sua aplicação no ensino de Física, com

O termo S determina a rapidez com que a fase da segunda onda varia com o tempo.

Finalmente, chegamos à mais complicada dentre as modelagens apresentadas, a do *auto-wah*. O efeito pode ser modelado de forma análoga ao *tremolo*. Porém, em vez de variar a amplitude de toda a onda, é preciso amplificar de forma periódica apenas algumas *regiões de frequência*. Para solucionar matematicamente este problema, insere-se em cada um dos 10 termos da função $y_o(t)$ um fator semelhante ao utilizado na Eq. (3), porém utilizam-se defasagens diferentes para cada termo, o que ressaltará cada uma das dez ondas componentes de forma diferente em cada instante do tempo. A função arbitrada é expressa a seguir:

possível extensão ao da Música. Para se trabalhar o processo de aprendizado, foi utilizada uma única função do ambiente de programação simbólica, denominada **Play**, que pode ser prontamente modificada *on-line*. A demonstração de conceitos geralmente vistos apenas nos livros de Física, como o fenômeno de batimento, mostra como os recursos de áudio do *Mathematica* podem ser utilizados em um nível de conhecimento mais básico. A metodologia desenvolvida permite que atividades de aprendizado em nível mais avançado, como a modelagem e análise do *Tremolo*, *Phaser* e *Auto-wah*, possam ser autonomamente trabalhadas pelo aluno [7], permitindo-lhe modelar e interpretar efeitos acústicos ainda mais complexos, estimulando assim sua criatividade. O professor poderá utilizar este ambiente e complementar o processo de aprendizado discutindo na classe aspectos artístico-culturais, podendo implementar algoritmos simbólicos de caráter mais abrangente e pedagógico.

Referências

- [1] Johnston, I. (1989). *Measured Tones*. IOP Publishing.
- [2] Helmholtz, H. (1954). *On the Sensations of Tone*. Dover Publications, Inc.
- [3] Ramalho, G. L., Ganascia, J.G (1994). *Simulating Creativity in Jazz Performance*. In: The Twelfth National

¹As letras que indicam cada parâmetro vêm dos nomes utilizados pelos fabricantes de pedais e *racks* de efeitos. D vêm de *Depth*, S de *Speed* e R de *Rate*. Eles são geralmente controlados através de potenciômetros, com unidades arbitrárias que variam de acordo com fabricantes e modelos.

- Conference on Artificial Intelligence (AAAI 94), Seattle. p. 108-113.
- [4] Cruz, M. A. S., Manzolli, J., Damiani, F. (2001). *Espectro Sonoro Explorado com Sistemas de Funções Iterativas*. In: VIII Brazilian Symposium on Computer Music (SBC&M 2001), Fortaleza.
- [5] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (1993). *Fundamentals of Physics, 4th Edition, Extended Version*. John Wiley & Sons, Inc.
- [6] Gomes, A., Neves, A. (1993). *Tecnologia Aplicada à Música*. Érica.
- [7] Ramos, E. M. F. (1995). *Análise ergonômica do sistema hiperNet buscando o aprendizado da cooperação e da autonomia*. In: I Congresso de Informática Educativa do Mercosul.