

O laser aleatório: fundamentos e aplicações

The random laser: fundamentals and applications

Emanuel Pinheiro Santos^{*1}, Anderson S.L. Gomes¹

¹Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Física, Recife, PE, Brasil.

Recebido em 19 de abril de 2024. Revisado em 05 de agosto de 2024. Aceito em 21 de agosto de 2024.

O LASER, acrônimo em inglês para “amplificação de luz por emissão estimulada de radiação”, é um dispositivo óptico amplamente conhecido da sociedade nos dias atuais. Existem, basicamente, dois tipos de lasers: o laser convencional (LC) e o laser aleatório (LA), tradução do inglês para *random laser*. O laser convencional, comercialmente disponível, é muito explorado para aplicações em diversas áreas como saúde, comunicações, processos industriais e é encontrado desde os supermercados até a clínicas oftalmológicas. A invenção desse laser, em 1960, levou rapidamente a um crescimento notável em número de publicações científicas e atualmente muitos dispositivos do nosso uso prático utilizam esses lasers. O outro tipo de laser, proposto mais tarde em 1968, se chama laser aleatório. Devido à baixa disseminação de textos introdutórios sobre lasers aleatórios visando um público amplo, em comparação aos lasers convencionais, este trabalho tem o caráter de revisão e divulgação sobre o tema. Uma novidade apresentada aqui é a proposta de exercícios e prática computacional guiada ao final do texto que podem servir de motivação para professores que desejem apresentar o tema em aulas de física, em cursos de óptica, óptica não linear, física estatística ou para estudantes que queiram se aprofundar no tema.

Palavras-chave: Laser, Laser convencional, Laser aleatório.

The LASER, an acronym in English for “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation,” is an optical device widely known in society today. Basically, there are two types of lasers: the conventional laser (CL) and the random laser (RL). The conventional laser, commercially available, is extensively used for applications in various fields such as healthcare, communications, industrial processes, and can be found everywhere from supermarkets to ophthalmic clinics. The invention of this laser in 1960 quickly led to a remarkable growth in the number of scientific publications, and currently, many devices in our practical use utilize these lasers. The other type of laser, proposed later in 1968, is called the random laser. Due to the limited availability of introductory texts on random lasers aimed at a broad audience, compared to conventional lasers, this work serves as a review and dissemination on the topic. A novelty presented here is the proposal of exercises and guided computational practice at the end of the text, which can serve as motivation for teachers who wish to present the topic in physics classes, in optics courses, nonlinear optics, statistical physics, or for students who want to delve deeper into the subject.

Keywords: Laser, Conventional laser, Random laser.

1. Introdução – Lasers

A palavra laser, em inglês, é um acrônimo para *light amplification by stimulated emission of radiation*, que traduzido para português significa “amplificação de luz por emissão estimulada de radiação”. O princípio básico de ação dos lasers, essencialmente o que chamamos de emissão estimulada, foi primeiramente proposto teoricamente por Albert Einstein em 1917 [1]. Em geral, o processo de emissão estimulada, bem como outros fenômenos que ocorrem quando a radiação interage com a matéria, são apresentados nos cursos de estrutura da matéria ou de física quântica [2, 3]. É importante destacar que, além do processo de emissão estimulada, que é precedido pela absorção da radiação e que leva à inversão de população, é fundamental o processo de

oscilação da radiação no interior da “cavidade” do laser, conforme será descrito em mais detalhes posteriormente.

De forma reconhecida, o laser é considerado uma invenção revolucionária para a ciência e tecnologia [4, 5], o que chamamos atualmente de uma “tecnologia disruptiva”. No entanto, o princípio da emissão estimulada levou ao desenvolvimento, primeiramente, do maser – *microwave amplification by stimulated emission of radiation* – em 1954. O maser, inventado pelos físicos Charles H. Townes, Nicolay G. Basov e Aleksandr M. Prokhorov, foi a primeira construção de um equipamento de amplificação de radiação (micro-ondas) usando o princípio da emissão estimulada, em que operaram pela primeira vez em 1954. Seis anos depois da criação do maser, o físico Theodore H. Maiman desenvolveu o primeiro laser [6] usando um cristal de rubi dopado com íons de cromo (Cr^{3+}). O primeiro grande reconhecimento desses dispositivos veio em 1964 quando o prêmio Nobel agraciou os inventores do maser “pelo trabalho

*Endereço de correspondência: emanuel.pinheiro@ufpe.br

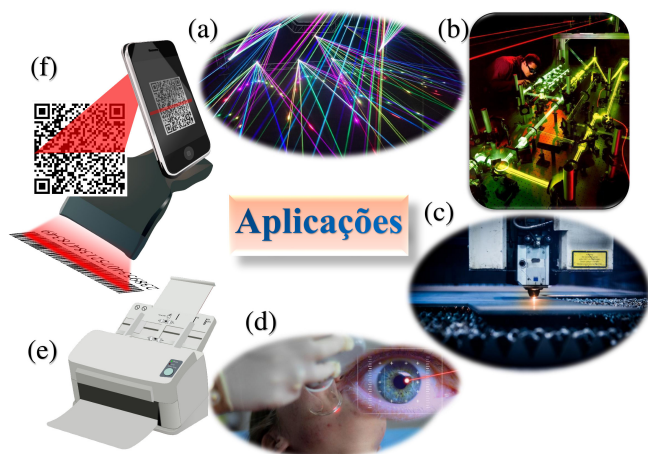


Figura 1: Algumas aplicações dos lasers convencionais: (a) entretenimento, (b) pesquisas, (c) indústria, (d) tratamentos, (e) impressoras, (f) leitores de código de barras ou códigos QR.

fundamental no campo da eletrônica quântica, que levou a construção de osciladores e amplificadores baseados no princípio do maser-laser” [7].

Atualmente, os lasers são amplamente explorados para estudos e aplicações em odontologia [8–10], acupuntura [11], ciências médicas e biologia [12–14], indústria [15], em física [16, 17] e em diversas outras áreas [18–20], além de serem muito usados em meios de entretenimento (Figura 1). A invenção do laser se mostrou de grande importância para o desenvolvimento social, tecnológico e científico, sendo, em 2017, homenageado pela UNESCO que proclamou o dia 16 de maio como dia internacional da luz [21], em referência a primeira operação bem sucedida realizada em 1960 por Maiman.

Esses lasers do qual falamos até aqui são chamados de lasers convencionais. Podem também ser encontrados na literatura com a nomenclatura “lasers de cavidade” ou “lasers ordenados”. Para uma revisão e fundamentação sobre lasers convencionais, textos são facilmente encontrados na literatura, por exemplo em [4, 22, 23]. Os textos citados possuem um caráter introdutório, de revisão e de apresentação do contexto histórico, princípios e aplicações como forma de divulgação do tema. A apresentação desses lasers também é muito comum em websites de divulgação científica [24–26] e, nos últimos anos, o tema se tornou muito explorado no meio acadêmico, como podemos comprovar pela quantidade crescente de publicações – ver seção 3.

O motivo pelo qual o termo “convencional” aparece neste artigo é para diferenciar do segundo tipo de laser que existe: o laser aleatório (LA). Os LA’s são conhecidos também como lasers desordenados ou, ainda, lasers sem cavidade. Para os LA’s é mais fácil encontrar revisões em textos internacionais [27–29], embora o conteúdo também tenha chegado em websites de divulgação científica [30–32]. Ocorre que, devido ao fato de que os estudos sobre lasers aleatórios terem crescido mais recentemente

(a partir dos anos 80), a popularização deste tema ainda é escassa em artigos voltados a um público mais geral.

Desse modo, este artigo tem o objetivo de contribuir com a divulgação do tema trazendo os principais aspectos históricos, conceituais e algumas aplicações dos LA. Além disso, como proposta didática, adicionamos exercícios resolvidos ao final do texto bem como uma prática computacional guiada, sendo uma oportunidade para professores e estudantes terem contato prático com a física dos lasers aleatórios.

2. Absorção, Emissão Espontânea e Emissão Estimulada

O Laser convencional é constituído, essencialmente, por 3 elementos básicos (Figura 2(a)) – A cavidade óptica, composta por espelhos, o meio de ganho e a fonte de excitação. O meio de ganho, também chamado de meio ativo, é um material que recebe a energia da fonte de excitação e através dos processos que descreveremos nesta seção, gera fótons que são amplificados dentro da cavidade óptica que, por sua vez, é responsável por manter o regime de realimentação no meio ativo. De modo geral os lasers funcionam através do fornecimento de energia (excitação) para um meio de ganho (por exemplo, um cristal dopado com íons terra-raras no estado trivalente), responsável por gerar e amplificar a luz dentro da região de oscilação (que chamaremos de cavidade óptica). Durante o processo de excitação, o meio de ganho é responsável pela absorção, emissão espontânea e emissão estimulada (Figura 3), que são

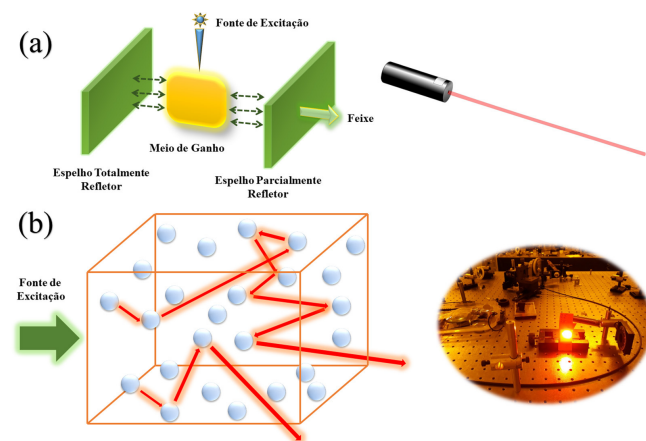


Figura 2: Tipos de lasers: (a) Os lasers convencionais possuem uma estrutura geral que consiste em espelhos para formar a cavidade óptica e uma fonte de excitação para bombear o meio de ganho, responsável pela geração dos fótons. O apontador a laser é um exemplo de laser convencional; (b) Nos lasers aleatórios a principal diferença é a ausência de espelhos e o meio de ganho deve espalhar e amplificar a luz. Na foto vemos uma emissão eficiente de laser aleatório por um filme de rodamina 6G após ser excitada por luz verde (532 nm). Foto adaptada de [33] com permissão do autor.

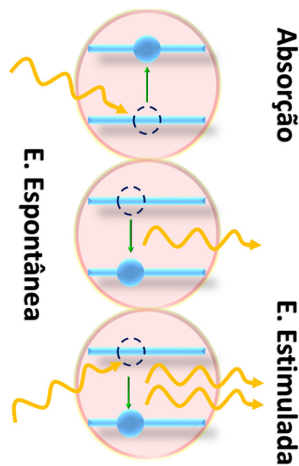


Figura 3: Processos de Absorção, Emissão espontânea e Emissão Estimulada.

os principais processos que dão início à ação laser. Define-se:

- **Absorção** – Se um fóton incide sobre um átomo ou molécula, ele pode ser absorvido e promover o sistema para um estado mais energético. Em muitos sistemas, o fóton absorvido possui exatamente a energia de uma transição eletrônica e desse modo, o fenômeno se denomina absorção ressonante. No entanto, é comum que a energia do fóton seja diferente da energia de transição e desse modo o sistema pode ainda absorver o fóton e criar ou destruir “fônons” para compensar a diferença de energia.
- **Emissão Espontânea** – Se o sistema (átomo ou molécula) estiver em um estado mais energético e retornar para um menos energético, de forma espontânea, então o sistema pode emitir um fóton com a energia da transição. O processo de emissão espontânea é o oposto do processo de absorção. Também é possível que o sistema relaxe de um nível excitado para um nível de menor energia sem emitir fótons, mas gerando calor.
- **Emissão Estimulada** – O processo de emissão estimulada corresponde à transição do estado excitado, devido a interação com um fóton externo, para um estado menos energético gerando a emissão de um fóton idêntico ao de incidência. O processo de emissão estimulada requer que o sistema se encontre no estado de maior energia antes que o fóton chegue. Existe ainda a possibilidade de, ao invés da radiação incidente gerar emissão estimulada, ocorrer a absorção de estado excitado, isto é, o sistema que se encontra no estado excitado absorver o fóton e ir para um estado ainda mais energético.

Devemos observar que somente no processo de emissão estimulada é que houve a amplificação de fótons, ou seja, chegou “um fóton” no sistema e saíram “dois”

(essa é uma forma simplificada de explicar o fenômeno. Na prática, o número de elétrons excitados no átomo são muitas ordens de grandeza por unidade de volume). A emissão estimulada é amplificada devido a realimentação contínua causada pela cavidade óptica, que faz parte dos lasers convencionais, ou do múltiplo espalhamento para os LA's. A emissão laser é então “coerente” espectral, temporal e espacialmente, devido ao processo de realimentação na cavidade óptica.

3. Introdução ao Laser Aleatório

No laser convencional, a presença dos espelhos é fundamental para que se estabeleça as oscilações na frequência da amplificação e, dessa forma, é que Theodore Maiman inventou o primeiro laser em 1960 e assim se sucedeu o desenvolvimento dos lasers convencionais. Diferente desses lasers, o LA não necessita de espelhos, mas o motivo da concepção desse nome decorre do contexto histórico em que foi estudado.

Em 1966, Ambartsumyan et al. mostraram que é possível manter a ação laser mesmo sem uma cavidade composta por dois espelhos [34]. Eles substituíram um dos espelhos da cavidade óptica por uma superfície espalhadora, tornando o sistema um “laser com realimentação não-ressonante”. Dois anos depois, em 1968, Lethokov usa a equação da difusão para estudar a propagação de fótons em meio espalhador com ganho [35], que essencialmente é a geração de luz amplificada através do espalhamento dos fótons, conforme representado pictoricamente na Figura 2(b).

Quase duas décadas depois do trabalho do Lethokov, em 1986, Markushev e colaboradores realizam a primeira demonstração experimental da geração de amplificação de luz num meio desordenado utilizando amostras dopadas com Nd^{3+} [36]. Nesse trabalho, os autores mostraram a amplificação de luz em um meio desordenado, mas não demonstraram a oscilação característica de um laser. A confirmação de que era possível gerar luz coerente, ou seja emissão laser, através de um sistema sem cavidade foi realizada por Lawandy et al. em 1994 [37]. Nesse trabalho, os autores prepararam uma solução de etanol, rodamina 640 e partículas de dióxido de titânio com 250 nm de diâmetro. Excitando em 532 nm, eles detectaram uma forte emissão estimulada e o estreitamento espectral, além de um limiar (threshold) bem definido, que é a assinatura da ação laser.

A primeira vez que o termo “Random Laser” aparece na literatura é em 1991 em um artigo de revisão sobre lasers parcialmente coerentes [38], no entanto o termo apareceu de passagem nesse artigo e não tem o mesmo significado do termo “Random Laser” do qual tratamos aqui. No entanto, de acordo com [27], o termo “Random Laser” (Laser Aleatório do qual tratamos nesse artigo) surgiu através de um comentário feito no artigo da ref. [37]. Então a partir da resposta dada pelos autores, ref. [39], o termo “laser aleatório” ficou bem estabelecido

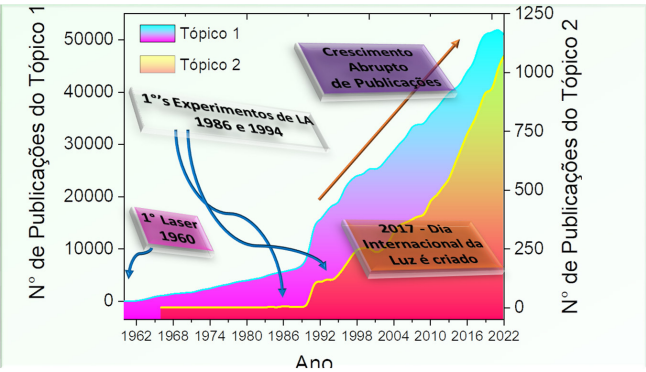


Figura 4: Busca na Web of Science pelos tópicos: 1) Laser; 2) Random Laser OR Random Lasing OR Random Fiber Laser. A curva azul representa a busca do tópico 1 (eixo y a esquerda), enquanto a curva amarela representa a busca do tópico 2 (eixo y a direita). – Notar diferença de escala.

como um tipo de laser que difere dos lasers convencionais e muitos trabalhos foram sucedidos a partir de então como mostra o crescente número de publicações sobre o tema (Figura 4).

Para dar objetivo ao termo, podemos então estabelecer uma simples definição para os lasers aleatórios:

- Laser aleatório – amplificação de luz por emissão estimulada de radiação produzida em um meio espalhador e sem cavidade óptica, conforme descrição da Figura 2(b). Os lasers aleatórios precisam de uma fonte de energia e um meio espalhador com ganho, assim poderá ocorrer a amplificação e realimentação da radiação estimulada.

3.1. Diferença entre os lasers aleatórios e os lasers convencionais

Não é apenas a presença ou ausência de espelhos que diferenciam esses dois tipos de lasers. Como revisado em [40] as principais características e diferenças estão mostradas nas Tabela 1 e 2. Outras referências, incluindo palestras sobre lasers aleatórios, podem ser encontradas em [33, 41, 42].

Para comparar essas diferentes fontes de emissão, vamos avaliar as seguintes características:

- Largura Espectral – quantidade de frequências que o espectro de intensidade possui.
- Coerência – consistência da fase da radiação nos domínios temporal e espacial.
- Direcionalidade – constância numa direção de propagação preferencial.
- Modos – vibrações e percursos ópticos possíveis.
- Speckle – padrão granular de interferência da luz.
- Degenerescência dos fótons – fótons idênticos em relação a sua frequência.

Para efeito de comparação das similaridades também destacamos algumas características dos dois tipos de lasers e do LED (diodo emissor de luz).

Tabela 1: Diferenças entre o LC e o LA.

Laser Convencional (LC)	Laser Aleatório (LA)
Espectro estreito	Espectro estreito, porém mais largo que o LC
Tempo de coerência longo	Tempo de coerência curto
Grande coerência espacial	Pequena coerência espacial
Direcional	Não é direcional, sendo multidirecional, exceto por laser aleatório de fibra óptica (seção 7)
Modos determinados pela cavidade óptica	Modos determinados pelo espalhamento múltiplo
Com speckle	Sem speckle

Tabela 2: Algumas características comparativas entre o LC, LA e LED.

Características	LC	LA	LED
Largura espectral	Estreito	Estreito	Largo
Mecanismo de emissão	Emissão Estimulada	Emissão Estimulada	Emissão Espontânea
Degenerescência dos fótons	Alta	Alta	Baixa
Coerência Espacial	Grande	Pequena	Pequena
Direcional	Sim	Não	Não

4. O Limiar do Laser

Os lasers apresentados na Figura 2 precisam de uma fonte de energia (excitação) para que ocorra o processo da amplificação da emissão estimulada e, conseqüentemente, a ação laser. Ao fornecer energia ao meio de ganho, o processo de absorção é o primeiro a ocorrer. O meio de ganho promove os átomos ou moléculas para o estado excitado e, eventualmente, ocorre a emissão de fótons por emissão espontânea. Aumentando a energia da fonte de excitação, a partir de um valor denominado “limiar” (*threshold*) a emissão estimulada prevalece e desse modo ocorre a ação laser. Essencialmente, o limiar de um laser se refere à quantidade mínima de ganho óptico que deve ser alcançado dentro do meio ativo para superar as perdas do sistema e iniciar a ação laser. Este conceito é fundamental para entender como funcionam os lasers de modo geral. Existem várias formas de detectar o limiar e detectar que a ação laser começou. Falaremos então das formas usuais de detectar o regime de limiar, tanto para lasers convencionais quanto para os aleatórios.

4.1. Estreitamento espectral

Uma das formas mais comuns de caracterizar o limiar consiste em observar mudanças no espectro de emissão

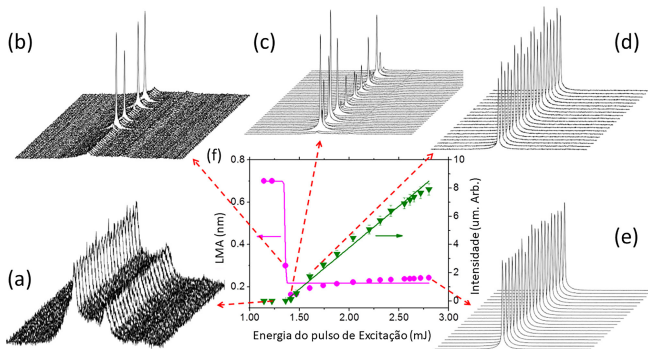


Figura 5: Espectros (a–e) e medidas da largura e intensidade (f) em função da energia de entrada (ou energia do pulso de excitação). Nos espectros: (a) a energia do pulso de excitação está abaixo do limiar e o espectro é largo; em (b) a energia é em torno do limiar e alguns picos de laser aleatório surgem; (c) ainda aumentando a energia, mais picos aparecem; (d) os picos começam a ficar uniformes e (e) energia bem acima do limiar os picos se tornam praticamente uniformes similar ao comportamento abaixo do limiar. Figura adaptada com permissão de [43] ©The Optical Society.

do sistema usado. Ocorre que antes do limiar só há emissão espontânea e os espectros são largos (Figura 5a), mas quando a energia do limiar é alcançada, o espectro “estreita” rapidamente (Figura 5b–e). Então a largura a meia altura (LMA) do espectro pode servir como parâmetro para caracterizar o limiar (pontos rosas na Figura 5f). As setas vermelhas tracejadas ajudam a guiar os olhos relacionando o conjunto de espectros com sua energia de referência dada em mJ.

4.2. Aumento da intensidade de saída

A relação entre a energia de entrada (energia do pulso de excitação) e energia de saída (intensidade) também é usada como uma forma de detectar o limiar. Na medida em que o limiar é alcançado, um crescimento não linear ocorre na intensidade de emissão dos lasers. Os triângulos verdes, na Figura 5(f), representam as intensidades de emissão referente aos espectros (Figura 5a–e). Desse modo, fica claro que a partir do ponto em que a reta aumenta abruptamente sua inclinação (~ 1.35 mJ), o limiar de ação do laser aleatório foi alcançado.

4.3. Encurtamento do tempo de emissão

O tempo de decaimento das emissões pode ser medido usando, por exemplo, um osciloscópio. Uma assinatura da emissão do laser, além das anteriores, é que o tempo de decaimento encurta em comparação ao tempo da emissão espontânea, podendo passar por várias ordens de grandeza [43].

Podemos verificar esse fenômeno na Figura 6 cujo estreitamento temporal, a largura do pulso e a intensidade foram investigados em laser aleatório [44].

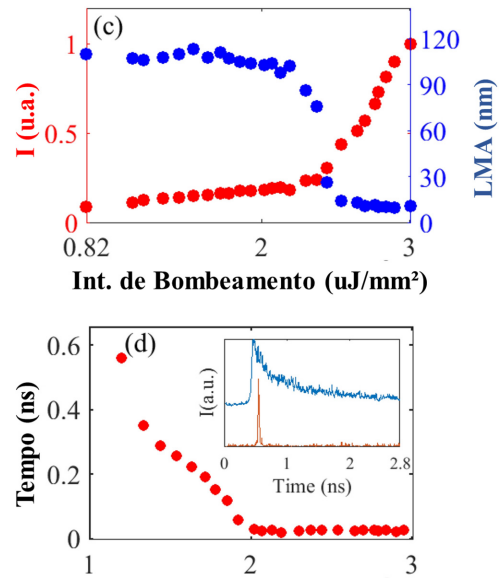


Figura 6: (c) Intensidade e largura à meia-altura (LMA) do espectro de emissão plotadas em função da intensidade de bombeamento. (d) LMA do perfil temporal medido com o aumento intensidade de bombeamento. Inserção: perfil temporal medido abaixo (azul) e acima do limiar (vermelho). Adaptada de [44] sob licença CCBY 4.0.

4.4. Outras formas de verificar o limiar de um laser aleatório

Nesta subseção os tópicos possuem um caráter mais técnico e vão um pouco além de um conteúdo introdutório, no entanto são interessantes para estudantes e professores que estão começando a trabalhar com lasers aleatórios em suas pesquisas.

4.4.1. Estatística de Lévy

Estatística de Lévy é qualquer conjunto de pontos experimentais ou teóricos cujo histograma de contagens exiba a distribuição de Lévy [45], bastante explorada em diversos artigos, teses e até mesmo em cadeiras da graduação de física, matemática e cursos de exatas.

Em 2006, Sharma, Ramachandran e Kumar mostraram que as intensidades dos lasers aleatório no regime do limiar apresentam a distribuição de Lévy [46]. Após essa demonstração pioneira, muitos outros trabalhos seguiram estudando a estatística de Lévy para as emissões dos lasers aleatórios [47–49] e do laser convencional [50], e a transição regime gaussiano para regime de Lévy indicada o limiar do LA.

4.4.2. Quebra de simetria de réplica

A quebra de simetria de réplica (QSR) consiste em demonstrar que sistemas iniciados com condições experimentais idênticas, podem alcançar diferentes resultados. O conceito da Quebra de Simetria de Réplica (QSR), do inglês Replica Symmetry Breaking, foi introduzida

pelo físico italiano Giorgio Parisi no final da década de 1970 para descrever a situação em que sistemas magnéticos desordenados exibem medidas experimentais distintas, mesmo tendo-os sido identicamente preparados. A primeira demonstração experimental da QSR em um sistema fotônico ocorreu em 2015 [51], justamente usando laser aleatório. Muitos trabalhos mostraram QSR em lasers aleatórios após esse trabalho, em especial, no ano subsequente autores mostraram que a QSR e a distribuição de Lévy são assinaturas simultâneas do limiar do laser aleatório [49].

4.4.3. Fixação do ganho

Em sistemas que podem ser verificadas ao mesmo tempo uma banda de emissão espontânea e uma banda que gera laser aleatório, é possível comparar o comportamento das duas. Nesse caso pode ocorrer que a emissão espontânea tende a saturar enquanto ocorre o aumento do laser aleatório conforme descrito no tópico 4.2. Isso, além de ser uma forma de caracterizar o limiar, também registra o fenômeno de fixação do ganho [52].

4.4.4. Técnicas computacionais

Também é possível investigar os sistemas de lasers aleatórios através de diversas técnicas computacionais. Uma opção é usar equações de taxa para descrever a dinâmica temporal da densidade de átomos excitados e não excitados, bem como a energia total do sistema [52, 53]. Outra opção consiste em simulações de Monte Carlo, que podem ser consideradas para investigar os lasers aleatórios [48] já que esse tipo de simulação é capaz de trabalhar com processos estocásticos. Mais recentemente, técnicas de aprendizado de máquina tem se popularizado em pesquisas científicas em todas as áreas e, no estudo dos lasers aleatórios, há também uma perspectiva de estudo usando essa metodologia [54].

5. Estatísticas de Fótons nos Lasers Aleatórios

Como já discutimos nas seções anteriores, o laser aleatório não necessita de cavidade óptica definida por dois espelhos. Devido a isso é que, dependendo do sistema, a emissão do laser aleatório já foi considerada ou comparada à amplificação da emissão espontânea, em vez de uma real emissão laser no sentido de oscilações [55, 56]. Uma demonstração definitiva de oscilações foi fornecida pelas estatísticas de fótons, nas quais a distribuição do número de fótons muda de Bose-Einstein para Poisson [57] à medida que o ganho ultrapassa as perdas e ação laser ocorre.

Essencialmente, a estatística de fótons é o estudo das probabilidades e distribuições estatísticas produzidas a partir da contagem de fótons. Os experimentos para isso, em geral, utilizam fotodetectores ou fotomultiplicadores que são equipamentos sensíveis a luz e são capazes

de converter a energia dos fótons em sinais elétricos. Nestes experimentos, a luz incidente no fotodetector gera fotoelétrons e um contador registra pulsos elétricos gerando uma distribuição estatística de contagem de fótons que diferenciam as baixas e altas intensidades.

Em 2001, Cao et al. investigaram essas propriedades estatísticas em lasers aleatórios [57]. Os experimentos foram conduzidos em nanopartículas de óxido de zinco (ZnO) aumentando a intensidade de bombeamento. Os resultados revelaram uma transição na estatística dos fótons, passando de uma distribuição de Bose-Einstein para uma distribuição de Poisson (Figura 7). Comparando lasers aleatórios com feedback ressonante e feedback não ressonante, os autores destacam mecanismos de emissão muito diferentes para esses dois tipos de lasers. O estudo envolveu a análise das propriedades estatísticas da luz em um meio desordenado, fornecendo informações sobre o mecanismo de emissão em meios desordenados.

Os dados experimentais (sempre na barra do meio de cor preta nos gráficos da Figura 7) da contagem dos fótons no experimento de laser aleatório foram comparados com distribuições de Bose-Einstein e Poisson (barras laterais nos gráficos da Figura 7). É evidente que a distribuição de Poisson se ajusta compativelmente com os dados experimentais para intensidades bem acima do limiar, como podemos verificar na Figura 7(d).

Diante desse cenário, a estatística dos fótons para os lasers foi objeto de estudos para outros trabalhos

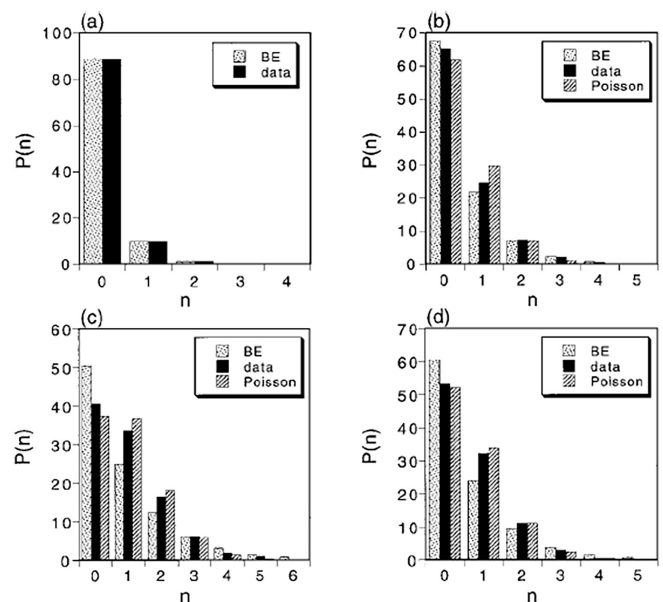


Figura 7: As colunas sólidas são a distribuição medida da contagem de fótons da emissão do pellet de ZnO. As colunas pontilhadas (tracejadas) são a distribuição de Bose-Einstein (Poisson) para a mesma média de contagem. A intensidade da luz incidente é (a) 1,0, (b) 1,5, (c) 3,0 e (d) 5,6 vezes a intensidade do limiar onde aparecem picos espectrais discretos. Reproduzido de [57] com permissão de American Physical Society (APS).

[58–60], confirmando que os lasers aleatórios são fontes de luz coerente, mesmo com baixa coerência devido às características multimodo da emissão.

6. Algumas Aplicações dos Lasers Aleatórios

As características dos lasers aleatórios levaram ao desenvolvimento de muitas aplicações [61–74]. Os avanços nessa área continuam uma vez que eles possuem diferenças relevantes em relação aos lasers convencionais, conforme indicado na Tabela 1.

Uma grande diversidade de estudos para investigar diversos tipos de aplicações usando lasers aleatórios têm sido reportadas, dentre as quais listamos vários na Tabela 2 (a tabela não é exaustiva, mas contém a maioria das aplicações descritas na literatura até a data de submissão deste artigo). Na Tabela 3, estão incluídos alguns lasers aleatórios obtidos em tecidos biológicos, aplicações de imageamento e sensoriamento.

Como mencionamos anteriormente, os lasers aleatórios são gerados em meios espalhadores, desse modo a asa de borboleta (Figura 8a), de cigarra (Figura 8b) ou mariposa (Figura 8c) podem ser usadas como meios espalhadores para geração de LA devido a forma de sua estrutura. Além disso, os lasers aleatórios são livres de *speckle*, ao contrário dos lasers convencionais de banda larga, possuindo nesse caso um imageamento melhor (Figura 8d). De acordo com a ref. [29], os lasers aleatórios podem ser usados como sensores de vibração em tecidos biológicos.

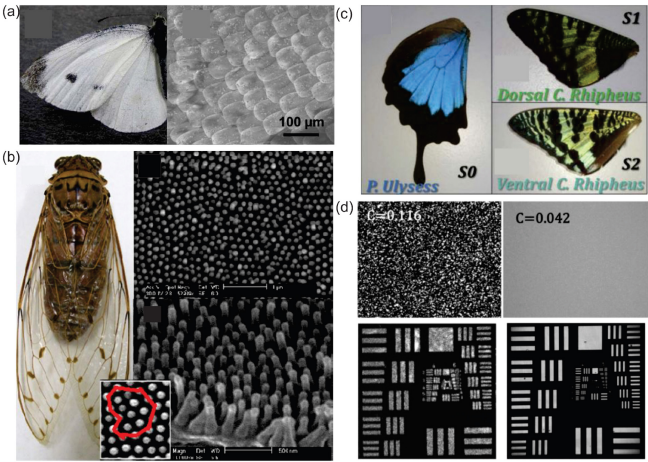


Figura 8: (a) Foto da Borboleta *Pieris canidia* e a imagem via escaneamento de microscopia eletrônica de sua asa. (b) Foto da cigarra *Pomponia imperatoria* e a imagem via escaneamento de microscopia eletrônica de sua asa. (c) S0 – asa da *Papilio Ulysses*, S1 – asa dorsal da *Chrysidia rhipheus*, S2 – asa ventral da *Chrysidia rhipheus*. (d) Imagens de espalhamento da luz de um laser Nd:YAG Q-Switched com comprimento de onda de 532 nm (superior esquerdo) e de um LA (superior direito) sem objeto de imagem. A fileira inferior mostra as imagens da carta de teste de resolução da Força Aérea dos EUA de 1951 ilustrada por um laser de Nd:YAG em 532nm (inferior esquerdo) e usando o LA de S1 (inferior direito). Da referência [29] com permissão sob a licença CC BY 4.0.

Uma aplicação interessante surgiu em 2004 [61] quando foi observada a emissão de laser aleatório de tecidos cancerígeno e saudável dopados com corante

Tabela 3: Alguns trabalhos com aplicações e/ou resultados promissores para aplicações usando lasers aleatórios.

Aplicação	Referência	Jornal/Periódico	Ano
Tecidos Humanos saudáveis e com câncer	[61]	Appl. Physics Letters	2004
Deteção de mudanças estruturais em amostras de osso cortical	[62]	Biomedical Optics Express	2010
Imageamento livre de speckle	[63]	Nature Photonics	2012
Geração de LA em tecido biológico dopado com drogas anticancerígenas	[64]	Laser Physics Letters	2015
Proposta para diagnóstico de câncer em tecidos dopados com corantes através da geração de LA	[65]	Scientific Reports	2017
Deteção de pH	[66]	Phys. Rev. Applied	2017
Geração de LA branco	[67]	Scientific Reports	2018
Deteção de mudanças estruturais em tecido cerebral	[68]	Organic Electronics	2019
Lasers aleatórios biocompatíveis à base de sílica implantáveis na pele	[69]	Optics Communications	2020
Biossensores de baixo custo baseados em um laser aleatório plasmônico na extremidade de uma fibra	[70]	Optics Express	2020
LA de fibra como proposta de imageamento dental	[71]	OSA Continuum	2021
Displays flexíveis	[72]	Sci. China Materials	2021
Bioimagem de fluorescência de campo amplo sem artefatos habilitada por laser aleatório plasmônico: revelando características celulares mais finas	[73]	Nanosc. Advances	2022
Imageamento e deteção de tumor	[74]	Biosensors	2023

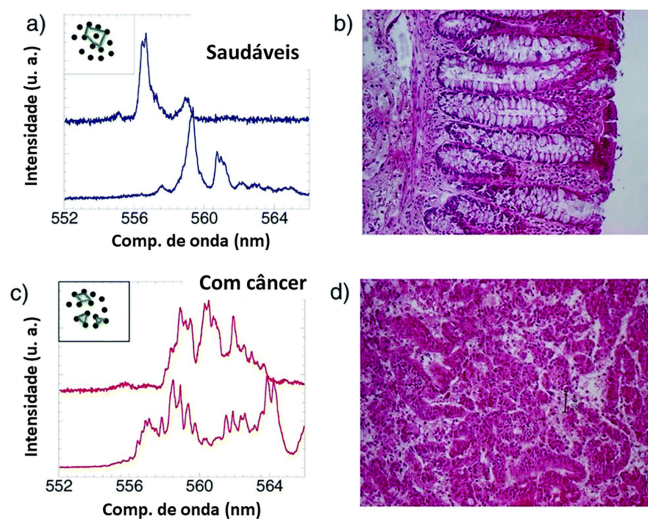


Figura 9: Espectros de emissão de laser aleatório de tecidos do cólon humano dopados com corante R6G. (a) Espectros típicos da emissão de laser aleatório usando os tecidos saudáveis, cuja imagem microscópica é mostrada em (b). A inserção mostra esquematicamente ressoadores de laser aleatório fechados formados devido a dispersores no meio de ganho. (c) e (d), o mesmo que em (a) e (b), respectivamente, mas para um tecido maligno do cólon. Existem mais linhas nos espectros de emissão em (c) devido ao maior número de ressoadores no tumor; estes são gerados pelo excesso de desordem que é evidente em (d). Figura adaptada da referência [28] com permissão sob a licença CC BY 3.0.

R6G. Foi mostrado que o tecido cancerígeno gera mais linhas no espectro de emissão (Figura 9) do que o tecido saudável. De acordo com os autores, isso ocorre devido ao fato do tecido cancerígeno ser um meio mais desordenado facilitando o espalhamento da luz e, consequentemente, registrando mais caminhos ópticos fechados de modo a ser verificada emissões de laser aleatório coerente.

Mais recentemente, os lasers aleatórios foram usados como fonte para imagens de células renais humanas [73]. Comparado com o LED e o laser convencional, o imageamento usando o laser aleatório como fonte se tornou mais promissor (Figura 10).

7. Laser Aleatório de Fibra (*Random Fiber Laser*)

Na Tabela 1 mencionamos que uma diferença que distingue o laser aleatório do convencional é a direcionalidade. No geral os lasers aleatórios não possuem uma direção bem definida, sendo fontes de emissão multidirecionais. No entanto, em 2007, de Matos et al. [75] mostraram o primeiro laser aleatório direcional, realizando o experimento em uma fibra óptica. Nesse trabalho, os autores usaram partículas de rutilo de 250nm suspensas em uma solução de rodamina 6G como meio de ganho, inseridas no núcleo oco de uma fibra óptica microestruturada. Excitando a fibra transversalmente, os autores obtiveram

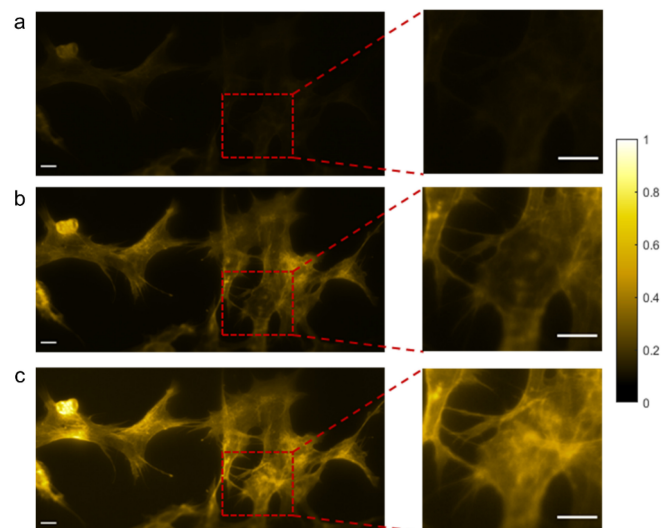


Figura 10: Imagens de epifluorescência de células renais embrionárias humanas (HEK293T), registradas usando três fontes de iluminação: (a) LED, (b) laser convencional e (c) laser aleatório. O painel direito exibe vistas ampliadas das áreas nas imagens que estão destacadas em vermelho. As barras de escala representam 10 μm . Da referência [73] com permissão sob a licença CC BY 3.0.

laser aleatório nas saídas da fibra e, considerando as dimensões da fibra, nessa situação pode ser verificada a geração de um laser aleatório direcional (quase 1D).

O laser aleatório de fibra, chamado de *Random Fiber Laser* na literatura internacional, teve um rápido engajamento e tem sido objeto de estudo da física dos lasers, conexões com sistemas complexos, aplicações para comunicações ópticas, imageamento e sensoramento [27, 76, 77].

8. Lasers Astrofísicos

Lasers astrofísicos são fenômenos naturais no cosmos que emitem luz altamente coerente, semelhante aos lasers convencionais e/ou aleatórios. Esses lasers cósmicos são produzidos em condições extremas, como em torno de estrelas massivas, nuvens moleculares e regiões de formação estelar. Um exemplo famoso é a Nebulosa de Orion, onde moléculas como a água e o monóxido de silício atuam como amplificadores de luz, gerando emissões intensas e direcionadas. Essas emissões laser naturais ajudam os astrônomos a estudar as propriedades físicas e químicas do espaço interestelar, permitindo obter informações sobre a dinâmica e a composição das regiões onde ocorrem. Em 2009, Letokhov e Johansson publicaram um livro sobre lasers astrofísicos [78] que reúne o contexto histórico, publicações, revisão e considerações desse campo de pesquisa realizado dos últimos anos. Nesse mesmo trabalho os autores discutem sobre lasers aleatórios cuja discussão volta-se para o contexto de lasers e masers astrofísicos.

9. Exercícios Resolvidos e Prática Computacional Guiada

- a. Dentre as curvas abaixo (Figura 11), qual determina um regime de Laser? Considere o eixo X como a energia de entrada (crescente da esquerda para direita) e o eixo Y como a energia de saída (crescente de baixo para cima).

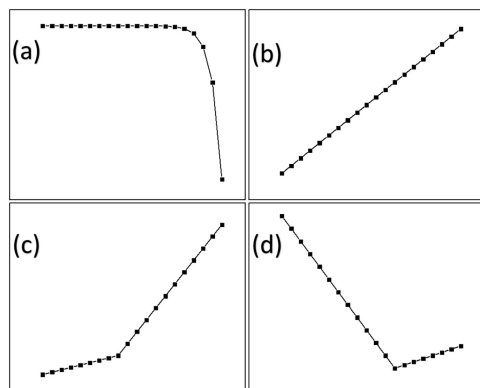


Figura 11: Resposta – a partir do limiar, a energia (ou intensidade) de saída aumenta eficientemente como vimos na seção 4. Portanto o item C representa um regime LA.

- b. Defina Laser Aleatório e as principais diferenças entre ele e o convencional.

Resposta: Definição na seção 3. Diferenças na Tabela 1.

- c. De quantas formas diferentes se pode detectar o limiar de operação dos lasers aleatórios?

Resposta: Podem existir muitas maneiras de encontrar o limiar, mas as principais estão descritas na seção 4.

A partir do próximo item, faremos um estudo de dados experimentais (dos autores) obtidos através da realização experimental da geração de laser aleatório em um meio de ganho dopado com neodímio no estado trivalente. Chamamos essa tarefa de prática computacional guiada. É necessário que os passos sejam seguidos conforme descritos a seguir. O leitor deve usar alguma linguagem de programação (ex: python, C) ou algum programa que seja capaz de executar as tarefas (qtiplot, scidavis). Dúvidas podem ser endereçadas aos autores.

- d. Considere os dados experimentais (espectros de intensidade) fornecidos no gabarito do link: <<https://github.com/emanuelp25/Pr-tica-Computacional-LA---GABARITO>>.

Aqui fornecemos 4 arquivos de dados com valores diferentes de energia. Em cada arquivo temos 201 colunas e 2051 linhas. A primeira coluna são os valores do comprimento de onda do espectro, enquanto as demais colunas são as intensidades do espectro. Abra os arquivos em um dos programas mencionados anteriormente, ou compatíveis. O gabarito fornecido abaixo foi feito usando linguagem Python.

- I. Plotar a coluna 1 (comprimento de onda) em função de qualquer outra coluna, assim você poderá visualizar os espectros. Faça isso para cada arquivo pegando apenas a faixa do comprimento de onda entre e veja o que acontece para as diferentes energias. Observe que aparece uma emissão larga em torno de 890 nm (essa é a fluorescência) e, para as maiores energias, aparece o laser aleatório em 1064 nm. Para melhor visualizar os resultados, vamos plotar todos os gráficos considerando apenas da linha 1000 em diante, ou seja, um corte no eixo X.
- II. Agora para cada um dos arquivos, faça uma nova coluna que seja a média das colunas 2 até 201 (isso será o espectro médio dentre os 200 espectros). Faça um plot dos espectros médios.
- III. De posse dos 4 espectros médios, tenha como região de interesse a do laser aleatório (em torno de 1064 nm). Obtenha o valor do pico e a largura na metade da altura.
- IV. Faça outras medidas com os dados, fique à vontade para aprender e nos endereçar.

Gabarito: <<https://github.com/emanuelp25/Pr-tica-Computacional-LA---GABARITO>>.

10. Perspectivas e Conclusão

Os lasers aleatórios possuem um papel promissor em setores como, por exemplo, a biomedicina, onde sua capacidade de gerar luz coerente em meios desordenados pode ser explorada para diferenciação de tecidos cancerígenos e saudáveis, detecção de falhas em materiais biológicos, entre outras aplicações. Um outro ponto importante são os lasers aleatórios obtidos em estruturas flexíveis, abrindo caminho para avanços notáveis em comunicações ópticas, imageamento e sensoriamento. Mais recentemente, os lasers aleatórios estão sendo considerados como uma proposta promissora para o desenvolvimento de redes neurais fotônicas [79], que são dispositivos constituídos de componentes ópticos e inspirados nas redes neurais artificiais, com o objetivo de usar os fótons como o elemento de processamento de sinais e informação, bem como no estudo de aprendizado de máquina [54].

A diversidade de aplicações que estão incessantemente em estudos por diversos autores, abre novas perspectivas para o futuro dos lasers aleatórios, uma vez que este pode ser um candidato em potencial para aplicações médicas, industriais e de segurança. Um grande desafio para as próximas décadas é tornar o laser aleatório em um dispositivo compacto e comercializável. No entanto, para isso é necessário que uma fonte de excitação com potência suficiente para gerar o LA seja também compactada no mesmo equipamento, portanto o desafio se torna mais viável ao pensar em um laser aleatório pronto comercializável em porte médio ou grande, desse modo

trazendo o equipamento para o interesse de aquisição de instituições de pesquisa e indústrias.

O presente artigo oferece uma visão introdutória e didática sobre os lasers aleatórios, proporcionando uma compreensão ampla desse campo pouco explorado em comparação com os lasers convencionais, principalmente na literatura nacional. Ao explorar as diferenças fundamentais entre esses dois tipos de lasers, desde a sua concepção histórica até as aplicações práticas contemporâneas, destacamos o potencial e as características distintivas dos lasers aleatórios.

A inclusão de exercícios e práticas no final do artigo não apenas reforça os conceitos apresentados, mas também serve como uma ferramenta valiosa para professores e estudantes interessados em aprofundar seus conhecimentos sobre os lasers. Essa abordagem didática contribui para a disseminação do conhecimento sobre lasers aleatórios, um campo que demonstra um potencial significativo em diversas áreas.

Agradecimentos

Agradecemos as agências FACEPE, CAPES e CNPq. Agradecimentos especiais também aos professores André L. Moura (UFAL) e Cid B. Araújo (UFPE) pelas inúmeras discussões sobre o tema.

Referências

- [1] A. Einstein, Phys. Z. **18**, 121 (1917).
- [2] R. Eisberg e R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles* (John Wiley & Sons, New York, 1985).
- [3] J.J. Brehm e W.J. Mullins, *Introduction to the Structure of Matter: A Course in Modern Physics* (John Wiley & Sons, New York, 1989).
- [4] C.P. Silva e O. Freire, Rev. Bras. Ensino Fís. **39**, e1502 (2017).
- [5] [Editorial], Commun Phys **3**, 96 (2020).
- [6] T.H. Maiman, Nature **187**, 493 (1960).
- [7] *The Nobel Prize in Physics 1964*, disponível em: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1964/summary/>.
- [8] A.C.T. Jorge, A. Cassoni e J.A. Rodrigues, Revista Saúde – UNG-Ser **4**, 25 (2011).
- [9] E.J. Silva, E.M. Miranda, C.C.B.O. Mota, A. Das e A.S.L. Gomes, Imaging Science in Dentistry **51**, 107 (2021).
- [10] G. Malcangi, A. Patano, I. Trilli, F. Piras, A. M. Ciocia, A.D. Inchingolo, A. Mancini, D. Hazballa, D. Di Venere, F. Inchingolo et al., Photonics **10**, 650 (2023).
- [11] C. Valente, F.L. Gomara, P.L. Marques Neto e R.C. de Souza, Cadernos de Naturologia e Terapias Complementares **4**, 47 (2015).
- [12] V.S. Letokhov, Nature **316**, 325 (1985).
- [13] F. Hillenkamp, R. Pratesi e C.A. Sacchi, *Lasers in Biology and Medicine* (Springer Science & Business Media, New York, 2013).
- [14] L.G. Legres, C. Chamot, M. Varna e A. Janin, Journal of Modern Physics **5**, 5 (2014).
- [15] J.R. Deepak, Anirudh R.P e S. Saran Sundar, Materials Today: Proceedings **2**, 102 (2023).
- [16] P.W. Milonni e J.H. Eberly, *Laser Physics* (John Wiley & Sons, Hoboken, 2010).
- [17] K. Shimoda, *Introduction to Laser Physics* (Springer, Berlin, Heidelberg, 2013).
- [18] D.L. Andrews, *Lasers in Chemistry* (Springer, Berlin, Heidelberg, 1990).
- [19] M. Castillejo, P.M. Ossi e L. Zhigilei (ed.), *Lasers in Materials Science* (Springer International Publishing, Cham, 2014).
- [20] G. Becker (ed.), *Lasers: Principles, Types and Applications* (NY Research Press, New York, 2022).
- [21] UNESCO, *UNESCO General Conference proclaims 16 May as International Day of Light*, disponível em: <https://www.unesco.org/en/articles/unesco-general-conference-proclaims-16-may-international-day-light>.
- [22] A. J. Gross e T.R.W. Herrmann, World J Urol **25**, 217 (2007).
- [23] V.S. Bagnato, *Laser e Suas Aplicações Em Ciência e Tecnologia* (Livraria da Física, São Paulo, 2008).
- [24] J.D. Pécora, *Noções sobre a Física do Laser*, 1999, disponível em: <https://www.forp.usp.br/restauradorra/laser/fisica.html>.
- [25] B. Alves, *Laser ou Loser*, disponível em: <https://www3.unicentro.br/petfisica/2015/08/22/laser-ou-loser/>.
- [26] L.A.O. Nunes, *Do Maser Ao Laser*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=5GidUPEorFA>.
- [27] A.S.L. Gomes, A.L. Moura, C.B. Araújo e E.P. Raposo, Progress in Quantum Electronics **78**, 100343 (2021).
- [28] N. Padiyakkuth, S. Thomas, R. Antoine e N. Kalarikkal, Mater. Adv. **3**, 6687 (2022).
- [29] D. Ni, M. Späth, F. Klämpfl e M. Hohmann, Sensors **23**, 247 (2023).
- [30] I. Zolnerkevic, *Um Laser Nada Convencional*, disponível em: <https://revistapesquisa.fapesp.br/um-laser-nada-convencional/>.
- [31] I. Zolnerkevic, Revista Pesquisa FAPESP **252**, 272 (2017).
- [32] E.P. Santos, *O Laser Aleatório*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=sU8qVRL7XIg&t=359s>.
- [33] PPENGFIS, *Colóquio do PPENGFIS – Prof. Dr. André L. Moura – 06/07/2020*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XBC7OcopZ2Y&t=1548s>.
- [34] R. Ambartsumyan, N. Basov, P. Kryukov e V. Letokhov, IEEE Journal of Quantum Electronics **2**, 442 (1966).
- [35] V.S. Letokhov, Sov. Phys. JETP **26**, 835 (1968).
- [36] V.M. Markushev, V.F. Zolin e C.M. Briskina, Sov. J. Quantum Electron. **16**, 281 (1986).
- [37] N.M. Lawandy, R.M. Balachandran, A.S.L. Gomes e E. Sauvain, Nature **368**, 436 (1994).
- [38] V.A. Aleshkevich, G.D. Kozhoridze e A.N. Matveev, Sov. Phys. Usp. **34**, 777 (1991).
- [39] N.M. Lawandy e R.M. Balachandran, Nature **373**, 204 (1995).
- [40] IFSC USP, *Colloquium Diei – Prof. Cid B. de Araújo (DF/UFPE)*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=P177TTVnzns>.
- [41] UA OSC, *Colloquium: Philippe Jacquod*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=xBXLerIDIDU>.

- [42] IFSC USP, *Colloquium Diei – Prof. Anderson S. L. Gomes (DF/UFPE)*, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=9KxBD5dkZqY>.
- [43] A.L. Moura, S.J. Carreño, P.I.R. Pincheira, L.J.Q. Maia, V. Jerez, E.P. Raposo, A.S.L. Gomes, e C.B. Araújo, *Appl. Opt.* **59**, D155 (2020).
- [44] B. Kumar, R. Homri e P. Sebbah, *Sci Rep* **13**, 8337 (2023).
- [45] O. Ibe, *Markov Processes for Stochastic Modeling* (Elsevier, Burlington, 2013).
- [46] D. Sharma, H. Ramachandran e N. Kumar, *Fluct. Noise Lett.* **6**, L95 (2006).
- [47] S. Lepri, S. Cavalieri, G.-L. Oppo e D.S. Wiersma, *Phys. Rev. A* **75**, 063820 (2007).
- [48] E. Ignesti, F. Tommasi, L. Fini, S. Lepri, V. Radhakrishmi, D. Wiersma e S. Cavalieri, *Phys. Rev. A* **88**, 033820 (2013).
- [49] A.S.L. Gomes, E.P. Raposo, A.L. Moura, S.I. Fewo, P.I.R. Pincheira, V. Jerez, L.J.Q. Maia e C.B. Araújo, *Scientific Reports* **6**, 27987 (2016).
- [50] E.G. Rocha, E.P. Santos, B.J. Santos, S.S. Albuquerque, P.I.R. Pincheira, C. Argolo e A.L. Moura, *Phys. Rev. A* **101**, 023820 (2020).
- [51] N. Ghofraniha, I. Viola, F. Di Maria, G. Barbarella, G. Gigli, L. Leuzzi e C. Conti, *Nature Communications* **6**, 6058 (2015).
- [52] E.P. Santos, R.F. Silva, J.F. Silva, C.V.T. Maciel, D.F. Luz, E.D. Lima, L.J. Q. Maia, B.C. Lima e A.L. Moura, *Laser Phys. Lett.* **18**, 125002 (2021).
- [53] M.A. Noginov, N.E. Noginova, H.J. Caulfield, P. Venkateswarlu, T. Thompson, M. Mahdi e V. Ostroumov, *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 2024 (1996).
- [54] E.P. Santos, R.F. Silva, C.V.T. Maciel, D.F. Luz e P.F.A. Silva, *Brazilian Journal of Physics* **54**, 70 (2024).
- [55] D.S. Wiersma, M.P. van Albada e A. Lagendijk, *Nature* **373**, 203 (1995).
- [56] A. Yadav, L. Bai, Y. Yang, J. Liu, A. Kaushik, G.J. Cheng, L. Jiang, L. Chi e Z. Kang, *Nanoscale* **9**, 5049 (2017).
- [57] H. Cao, Y. Ling, J.Y. Xu, C.Q. Cao e P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4524 (2001).
- [58] G. Zacharakis, N.A. Papadogiannis, G. Filippidis e T.G. Papazoglou, *Opt. Lett.* **25**, 923 (2000).
- [59] M. Patra, *Phys. Rev. A* **65**, 043809 (2002).
- [60] S. García-Revilla, J. Fernández, M. Barredo-Zuriarrain, E. Pecoraro, M.A. Arriandiaga, I. Iparraguirre, J. Azkargorta e R. Balda, *Journal of Luminescence* **169**, 472 (2016).
- [61] R.C. Polson e Z.V. Vardeny, *Applied Physics Letters* **85**, 1289 (2004).
- [62] Q. Song, Z. Xu, S.H. Choi, X. Sun, S. Xiao, O. Akkus e Y.L. Kim, *Biomed. Opt. Express* **1**, 1401 (2010).
- [63] B. Redding, M.A. Choma e H. Cao, *Nature Photon* **6**, 355 (2012).
- [64] F. Lahoz, I.R. Martín, M. Urgellés, J. Marrero-Alonso, R. Marín, C.J. Saavedra, A. Boto e M. Díaz, *Laser Phys. Lett.* **12**, 045805 (2015).
- [65] Y. Wang, Z. Duan, Z. Qiu, P. Zhang, J. Wu, D. Zhang e T. Xiang, *Sci Rep* **7**, 8385 (2017).
- [66] M. Gaio, S. Caixeiro, B. Marelli, F.G. Omenetto e R. Sapienza, *Phys. Rev. Appl.* **7**, 034005 (2017).
- [67] S.-W. Chang, W.-C. Liao, Y.-M. Liao, H.-I. Lin, H.-Y. Lin, W.-J. Lin, S.-Y. Lin, P. Perumal, G. Haider, C.-T. Tai et al., *Sci Rep* **8**, 2720 (2018).
- [68] F. Lahoz, A. Acebes, T. González-Hernández, S. Armas-Rillo, K. Soler-Carracedo, G. Cuesto e V. Mesa-Infante, *Organic Electronics* **75**, 105389 (2019).
- [69] V.D. Ta, T.T. Nguyen, T.H.L. Nghiem, H.N. Tran, A.T. Le, N.T. Dao, P.D. Duong e H.H. Mai, *Optics Communications* **475**, 126207 (2020).
- [70] X. Shi, K. Ge, J.-H. Tong e T. Zhai, *Opt. Express* **28**, 12233 (2020).
- [71] J.Y. Guo, W.L. Zhang, Y.J. Rao, H.H. Zhang, R. Ma, D.S. Lopes, I.C.X. Lins e A.S.L. Gomes, *OSA Continuum* **3**, 759 (2020).
- [72] Y. Hou, Z. Zhou, C. Zhang, J. Tang, Y. Fan, F.-F. Xu e Y.S. Zhao, *Sci. China Mater.* **64**, 2805 (2021).
- [73] R. Gayathri, C.S. Suchand Sandeep, V.S. Gummaluri, R.M. Asik, P. Padmanabhan, B. Gulyás, C. Vijayan e V.M. Murukeshan, *Nanoscale Adv* **4**, 2278 (2023).
- [74] R. Gayathri, C.S. Suchand Sandeep, C. Vijayan e V.M. Murukeshan, *Biosensors* **13**, 1003 (2023).
- [75] C.J.S. Matos, L.S. Menezes, A.M. Brito-Silva, M.A. Martínez Gámez, A.S.L. Gomes e C.B. Araújo, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 153903 (2007).
- [76] D.V. Churkin, S. Sugavanam, I.D. Vatnik, Z. Wang, E.V. Podivilov, S.A. Babin, Y. Rao e S.K. Turitsyn, *Adv. Opt. Photon* **7**, 516 (2015).
- [77] C.B. Araújo, A.S.L. Gomes e E.P. Raposo, *Applied Sciences* **7**, 644 (2017).
- [78] V. Letokhov e S. Johansson, *Astrophysical Lasers* (Oxford University Press, Oxford, 2009).
- [79] A. Consoli, N. Caselli e C. López, *Opt. Mater. Express* **13**, 1060 (2023).