Uma barreira vertical pode aumentar a vazão de grãos de arroz de um cilindro com furo no fundo?

(Can a vertical barrier increase the flow of rice grains out of a cylinder with a hole at the bottom?)

J. López¹, I.M. Pastorello, A.I.C. Arce

Departamento de Ciências Básicas, Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos, Universidade de São Paulo, Pirassununga, SP, Brasil Recebido em 9/5/2012; Aceito em 24/5/2012; Publicado em 18/2/2013

Modelos experimentais e teóricos do fluxo de pedestres em lugares de alta concentração de pessoas e situações de pânico têm mostrado que a presença de determinados obstáculos perto das portas pode paradoxalmente aumentar a velocidade de evacuação. Experiências análogas, com grãos de vidro que escoam de um silo retangular e bidimensional, indicaram que a posição de um disco circular (obstáculo) pode aumentar consideravelmente a velocidade de saída dos grãos. Neste artigo foi desenvolvida uma versão tridimensional do problema anterior. Um sistema experimental relativamente simples foi criado para estudar a vazão de grãos de arroz de um cilindro com um furo no fundo. Os grãos dentro do cilindro são separados por uma barreira vertical em duas partes iguais. As medidas foram repetidas para diferentes diâmetros (D) do furo de saída dos grãos, diferentes alturas (h) da barreira em relação ao fundo do cilindro e diferentes espessuras (b) da barreira. Os resultados confirmam que dado um determinado D existem um h e b ótimos que maximizam a velocidade de saída dos grãos. Por outro lado, o aumento de D leva em todos os casos ao aumento da velocidade de saída dos grãos. Todos os resultados podem ser facilmente reproduzidos em sala de aulas.

Palavras-chave: propriedades dinâmicas, grãos.

Theoretical and experimental models of pedestrian flux in highly concentrated places and panic situations have shown that a properly located obstacle in from of the exits could actually increase the evacuation velocity. Analogous experiences made with glass grains flowing out of a bi-dimensional rectangular silo also found that a circular disc obstacle close to the exit hole could facilitate the draining of the grains. In this work we develop a relatively simple tri-dimensional version of the problem above. We studied the flow of rice grains out of a cylinder with a hole at the bottom and a vertical barrier that divide equally the grains inside. For a given diameter (D) of the hole at the bottom of the cylinder we repeated the measurements with different thicknesses (b) and different initial heights (h) of the barrier. Our measurements confirmed that there is an optimal b and b that maximize the evacuation speed of the grains. On the other hand, an increase in D always produced and increase in the exit velocity of the grains. All results can be easily replicated in the classroom.

Keywords: dynamic properties, granular materials.

1. Introdução

Contrário a uma coluna de líquido, onde a pressão na base é proporcional à altura desta, numa coluna de grãos a pressão na base satura após uma pequena altura. O peso extra da coluna de grãos é suportado pelas paredes do recipiente [1].

Outra diferença com os líquidos é que o fluxo de grãos através de uma abertura circular no fundo de um cilindro pode parar abruptamente devido a formação de "pelotas" que entopem a saída. A variável principal que domina este processo é a relação entre o comprimento médio dos grãos e o diâmetro do furo de saída. Para ter

relativa confiança em que as obstruções não vão acontecer o diâmetro do furo de saída deve ser aproximadamente dez vezes maior que o comprimento médio dos grãos [2].

D. Helbing e cols. [3] estudaram teórica e experimentalmente modelos do fluxo de pedestres em lugares de alta concentração de pessoas. Eles mostraram que em situações de pânico, quando todos querem desesperadamente sair de um prédio, a presença de determinados obstáculos perto das portas pode paradoxalmente aumentar a velocidade de evacuação.

Os resultados anteriores sugeriram a Zuriguel e colaboradores [4] realizar uma experiência de fluxo de grãos

Copyright by the Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

¹E-mail: jlopez@usp.br.

1311-2 López et al.

em uma geometria de silo retangular e bidimensional. Eles usaram duas placas de vidro verticais separadas de tal forma que somente permitia uma camada de grãos entre elas. Na parte inferior do silo existia um buraco de saída, mas antes, no seu caminho para fora do silo, os grãos encontravam um disco circular como obstáculo. Os pesquisadores mostraram que, dependendo da posição do disco, a velocidade de saída dos grãos podia ser aumentada consideravelmente.

Neste artigo desenvolvemos uma versão tridimensional do problema anterior. Criamos um sistema experimental relativamente simples para estudar a vazão de grãos de arroz de um cilindro com um furo no fundo. Os grãos dentro do cilindro são separados por uma barreira vertical em duas partes iguais. Repetimos as medidas para diferentes diâmetros do furo de saída dos grãos, diferentes alturas da barreira em relação ao fundo do cilindro e diferentes espessuras da barreira. Nossas medições confirmam que em determinadas circunstâncias, e contrário ao usualmente esperado, a presença da barreira aumenta a velocidade de saída dos grãos. Todos os resultados podem ser facilmente reproduzidos em sala de aulas. Outros dois artigos [5, 6] nesta mesma área já foram publicados por parte dos autores deste trabalho e um terceiro foi submetido para análise de publicação recentemente [7].

2. Método experimental

O diagrama e a foto na Fig. 1 ilustram o aparelho construído no nosso grupo para estudar o fluxo de grãos de arroz através de um furo, de diâmetro D, no fundo de um cilindro. As letras no diagrama correspondem aos símbolos usados no texto.

O diâmetro do cilindro de plástico foi de d=190 mm. Os grãos de arroz eram aproximadamente cilíndricos, com comprimento médio de 6,3 mm e diâmetro médio de 1,8 mm.

A barreira foi formada por tabuas plásticas de cozinha e colocada perpendicularmente de forma a dividir simetricamente o furo do fundo em duas partes iguais. Foram usadas configurações de uma $(b=5\ \mathrm{mm})$, três $(b=14\ \mathrm{mm})$ e cinco $(b=22\ \mathrm{mm})$ tabuas pressas por fita adesiva. Um suporte de metal simples preso na tabua central ajudava a fixar a barreira do lado externo do cilindro.

Inicialmente a altura da barreira em relação ao fundo do cilindro era fixada com fita adesiva. Em um segundo momento, o cilindro era colocado em cima de um retângulo de papelão (mostrado na foto da Fig. 1) para impedir o vazamento prematuro dos grãos. A seguir o cilindro era preenchido com os grãos de arroz até o topo ($H=24~{\rm cm}$). Note-se adicionalmente na foto da Fig. 1 que permanece um pequeno volume embaixo da barreira que não é preenchido com grãos.

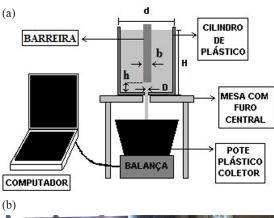




Figura 1 - Diagrama e foto do aparelho experimental usado para medir a vazão de grãos de arroz. Os símbolos indicados na figura são os mesmos usados no texto.

Na próxima etapa, o conjunto papelão e cilindro com arroz e barreira eram localizados justo acima da abertura central da mesa. Por último, iniciava-se no computador o programa de captura de dados e removia-se o papelão para permitir a passagem dos grãos. A medição era interrompida quando não tinha mais vazão de grãos e estes formavam o cone invertido de equilíbrio que deixava completamente desobstruído o furo de saída do cilindro. A leitura da massa na balança foi feita automaticamente cada 0,5 s usando uma interfase desenvolvida no nosso grupo.

3. Resultados

A Fig. 2 mostra como muda em função do tempo a massa dos grãos de arroz que saem do cilindro com diâmetro do furo de D=14 mm e espessura da barreira de b=5 mm. As curvas correspondem a diferentes alturas (h) da barreira, medidas a partir do fundo do cilindro. A curva nomeada "sem barreira" significa que a medida foi feita sem barreira nenhuma; isto, hipoteticamente, corresponderia a $h=\infty$.

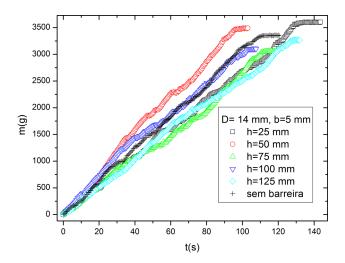


Figura 2 - Variação em função do tempo e diferentes h da massa dos grãos de arroz que saem do cilindro com diâmetro do furo de D=14 mm e espessura da barreira de b=5 mm.

Quando a altura da barreira é $h=50~\mathrm{mm}$ o fluxo dos grãos é mais rápido, dado pela maior inclinação da curva, comparado com o caso em que não existe barreira (sem barreira). As linhas não são perfeitamente retas devido a paradas na saída dos grãos por causa de obstruções. As obstruções eram rapidamente eliminadas de forma manual. De fato, neste gráfico não aparece reportada a curva com $h=0~\mathrm{mm}$, quando a barreira toca o fundo do cilindro, pois não existia fluxo nenhum nessa configuração.

A Fig. 3 reporta um gráfico análogo ao anterior, só que agora $D=22~\mathrm{mm}.$

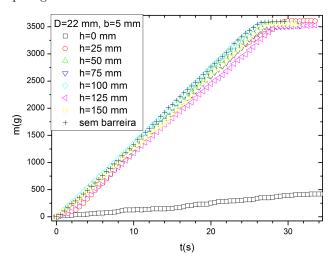


Figura 3 - Variação em função do tempo e diferentes h da massa dos grãos de arroz que saem do cilindro com diâmetro do furo de D=22 mm e espessura da barreira de b=5 mm.

Aqui não detectamos nenhuma altura da barreira em que a velocidade de saída dos grãos fosse maior que quando não existia barreira nenhuma (sem barreira). Nestas medições não aconteceram obstruções ou paradas na saída dos grãos. As curvas são perfeitamente lineares, com a exceção de um curto transiente inicial e final. A coleta de dados termina quando não existe

mais saída de grãos e a curva fica horizontal. Adicionalmente, quando $h=0\,\mathrm{mm}$ (a barreira toca o fundo do cilindro) a inclinação da curva (proporcional à velocidade de saída dos grãos de arroz) é muito menor que nos outros casos.

A Fig. 4 mostra a variação da velocidade de saída dos grãos de arroz para uma mesma altura $(h=100~\mathrm{mm})$ e espessura $(b=5~\mathrm{mm})$ da barreira, mas cilindros com furos no fundo de diferentes diâmetros (D).

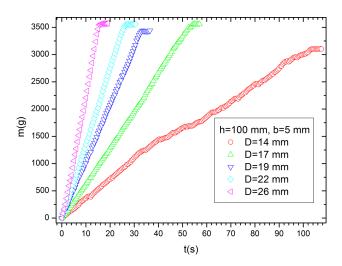


Figura 4 - Variação em função do tempo da massa dos grãos de arroz que saem dos cilindros com diâmetro variável do furo (D) e altura $(h=100~{\rm mm})$ e espessura $(b=5~{\rm mm})$ da barreira fixas.

A inclinação das curvas muda de forma esperada; isto é, aumenta com o aumento do diâmetro. Percebese que a curva correspondente $D=14~\mathrm{mm}$ (o cilindro com menor furo no fundo) não é perfeitamente linear. Isto se deve a pequenas obstruções no fluxo de saída dos grãos de arroz.

A Fig. 5 mostra um gráfico análogo ao da Fig. 4, só que agora com valores fixos diferentes de altura $(h=25~\mathrm{mm})$ e espessura $(b=22~\mathrm{mm})$ da barreira. Estes parâmetros correspondem às configurações onde a velocidade de saída dos grãos era mais baixa.

Nota-se que para cada curva podem ser esboçadas duas retas com inclinações diferentes. Isto é, em cada curva existe um instante de tempo em que diminui abruptamente a velocidade de saída dos grãos. A Fig. 5 contrasta com a imensa maioria das medições, onde as curvas podem ser descritas por uma única linha reta.

Em todas as experiências, a altura (H) inicial dos grãos foi sempre a mesma: cilindro completamente cheio. O fato da velocidade de saída dos grãos não depender essencialmente da quantidade de grãos que ainda permanecem no cilindro, evidenciado pela linearidade das curvas, significa que os grãos perto do furo de saída "sentem" somente os seus vizinhos mais próximos.

1311-4 López et al.

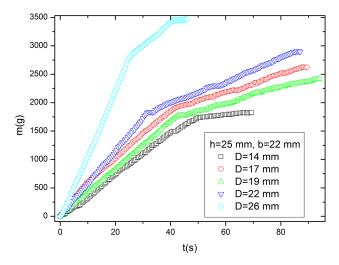


Figura 5 - Variação em função do tempo da massa dos grãos que saem dos cilindros com diâmetro do furo (D) variável e altura $(h=25~{\rm mm})$ e espessura $(b=22~{\rm mm})$ fixas da barreira

Uma possível interpretação para as curvas da Fig. 5 pode ser encontrada fazendo uma analogia com líquidos. Imaginem uma banheira cheia de água da qual é retirada a tampa do escoamento. Somente quando a altura da água remanescente dentro da banheira é pequena aparecem vórtices barulhentos no fluxo de saída. No caso dos grãos, quando a altura remanescente destes no cilindro é pequena, aqueles que estão perto do furo começam a "sentir" a fronteira livre superior. Este efeito nos grãos, porém, pode ser visto unicamente quando a velocidade de saída dos grãos já era pequena.

A influencia da espessura da barreira no fluxo dos grãos é ilustrada na Fig. 6 para $h=100~\mathrm{mm}$ e dois valores de diâmetro do furo: $D=26~\mathrm{mm}$ e $D=17~\mathrm{mm}$.

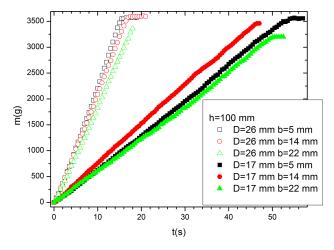


Figura 6 - Influência da espessura da barreira na mudança em função do tempo da massa dos grãos que saem dos cilindros com diâmetro do furo $D=26~\mathrm{mm}$ e $D=17~\mathrm{mm}$. A altura da barreira ($h=100~\mathrm{mm}$) foi mantida constante.

Para o diâmetro do furo maior ($D=26~\mathrm{mm}$) a influencia da espessura da barreira segue o comportamento esperado; isto é, barreira mais espessa significa menor velocidade de saída dos grãos. Por outro lado, para

o diâmetro do furo menor $(D=17~\mathrm{mm})$ a influencia da espessura da barreira não segue o mesmo comportamento. A curva de espessura intermediaria é a que têm maior inclinação. Este resultado salienta que existe uma espessura da barreira ótima que maximiza a velocidade de saída dos grãos.

Como a maior parte das curvas são lineares na maior parte do tempo, encontramos numericamente a reta que melhor se ajusta em cada caso. A partir deste momento vamos lidar com as inclinações das retas ajustadas; em outras palavras, cada ponto dos próximos gráficos representará a uma curva de massa versus tempo.

As Figs. 7a e 7b mostram a inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) e do diâmetro do furo D=14 mm e D=26 mm, respectivamente. Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção. As linhas continuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

Nota-se que, em geral, existe um máximo de inclinação entre $h=25~\mathrm{mm}$ e $h=75~\mathrm{mm}$ e que com o aumento da altura da barreira, a inclinação diminui ligeiramente. O máximo de inclinação define em cada caso a altura ótima da barreira para maximizar a velocidade de saída dos grãos.

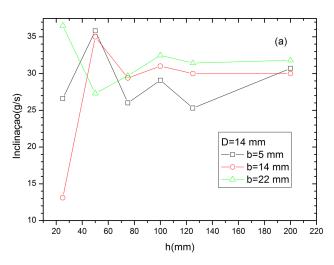


Figura 7a - Inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro de diâmetro D=14 mm. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Cada tipo de símbolo representa uma espessura da barreira diferente: b=5 mm (quadrados), b=14 mm (círculos) e b=22 mm (triângulos). Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção. As linhas continuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

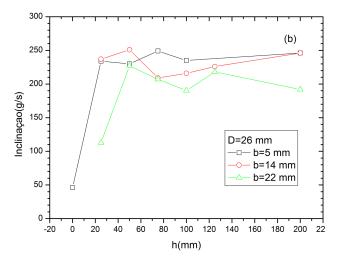


Figura 7b - Inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro de diâmetro D=26 mm. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Cada tipo de símbolo representa uma espessura da barreira diferente: b=5 mm (quadrados), b=14 mm (círculos) e b=22 mm (triângulos). Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção. As linhas continuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

O aumento da espessura da barreira teve um efeito aproximadamente contrário nos cilindros de diâmetro $D=14\,$ mm e $D=26\,$ mm. No primeiro caso, os grãos saíram com maior velocidade com a barreira mais espessa; enquanto que no segundo caso, com a barreira mais fina. Porém, existem certas inversões a este padrão perto do máximo de cada curva. Não temos uma interpretação clara para estes comportamentos.

As Figs. 8a, 8b e 8c ilustram a inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro e espessuras da barreira constante b=5 mm, b=14 mm e b=22 mm, respectivamente. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção.

Como já tínhamos visto em figuras anteriores o aumento do diâmetro do furo do cilindro leva em todos os casos a o aumento da velocidade de saída dos grãos. Para tentar entender melhor a dependência com a altura da barreira, cada ponto (com igual valor de D e diferente h) foi normalizado pelo seu valor correspondente em h=200 mm (sem barreira ou $h=\infty$). As Figs. 9a, 9b e 9c são as versões normalizadas das Figs. 8a, 8b e 8c, respectivamente. As linhas contínuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

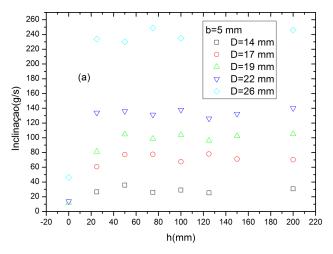


Figura 8a - Inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro e espessura da barreira b=5 mm. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Cada tipo de símbolo representa um diâmetro do buraco de saída dos grãos do cilindro diferente: D=14 mm (quadrados), D=17 mm (círculos), D=19 mm (triângulos para cima), D=22 mm (triângulos para baixo) e D=26 mm (losangos). Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção.

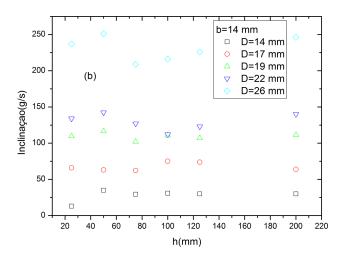


Figura 8b - Inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro e espessura da barreira b=14 mm. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Cada tipo de símbolo representa um diâmetro do buraco de saída dos grãos do cilindro diferente: D=14 mm (quadrados), D=17 mm (círculos), D=19 mm (triângulos para cima), D=22 mm (triângulos para baixo) e D=26 mm (losangos). Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção.

1311-6 López et al.

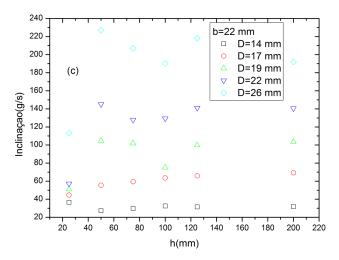


Figura 8c - Inclinação das curvas de massa vs. tempo em função da altura da barreira (h) do fundo do cilindro e espessura da barreira b=22 mm. Cada ponto experimental representa uma curva de massa vs. tempo. Cada tipo de símbolo representa um diâmetro do buraco de saída dos grãos do cilindro diferente: D=14 mm (quadrados), D=17 mm (círculos), D=19 mm (triângulos para cima), D=22 mm (triângulos para baixo) e D=26 mm (losangos). Os pontos representados como h=200 mm, na verdade foram medidos sem barreira nenhuma. Isto seria o equivalente a $h=\infty$, porém em termos práticos são indicados seguindo essa convenção.

Após a normalização pode se notar que a maior parte das curvas parece ter um máximo perto de h=50 mm e diminuem na medida em que a altura da barreira aumenta. O próprio fato da existência de um máximo local significa que para determinada posição a barreira facilita e não impede a saída dos grãos.

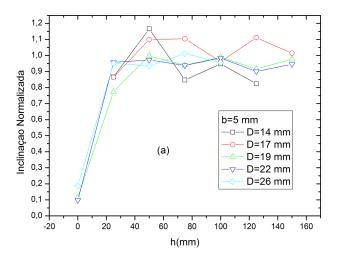


Figura 9a - Versão normalizada da Fig. 8a. Para tentar entender melhor a dependência com a altura da barreira, cada ponto, com igual valor de D e diferente h, foi normalizado pelo seu valor correspondente em $h=200~\mathrm{mm}$ (sem barreira ou $h=\infty$). As linhas contínuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

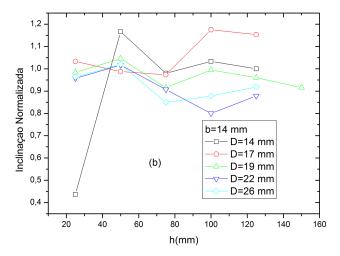


Figura 9b - Versão normalizada da Fig. 8b. Para tentar entender melhor a dependência com a altura da barreira, cada ponto, com igual valor de D e diferente h, foi normalizado pelo seu valor correspondente em h=200 mm (sem barreira ou $h=\infty$). As linhas contínuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

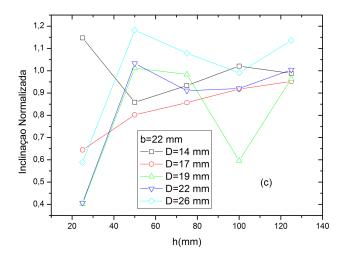


Figura 9c - Versão normalizada da Fig. 8c. Para tentar entender melhor a dependência com a altura da barreira, cada ponto, com igual valor de D e diferente h, foi normalizado pelo seu valor correspondente em $h=200~\mathrm{mm}$ (sem barreira ou $h=\infty$). As linhas contínuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

A Fig. 10 mostra a altura do máximo (h_{max}) das curvas das Figs. 9a à 9c.

Para $D=17~\mathrm{mm}$, a altura da barreira ótima é maior em relação ao valor mais frequente $h_{max}=50~\mathrm{mm}$. Isto se verifica para as três espessuras da barreira (b) usadas. Não temos uma interpretação clara para esse comportamento. Vale salientar que as margens de erros nestas últimas medidas, devido ao efeito acumulativo de estimativas, são elevadas.

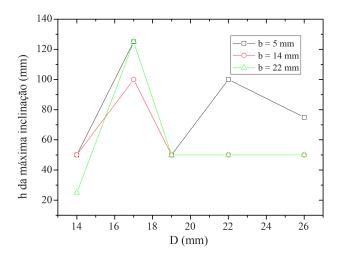


Figura 10 - Altura da barreira onde acontece o valor máximo das curvas das Figs. 9a, 9b e 9c. As linhas continuas não representam ajustes experimentais, são somente uma ajuda visual.

4. Conclusões

Os resultados confirmam que em determinadas circunstâncias, a presença de um obstáculo perto da saída de uma coluna de grãos, ao invés de diminuir, aumenta a velocidade de escoamento. Dado um determinado diâmetro do furo do cilindro (D) existem uma altura (h) e espessura (b) da barreira ótimas que maximizam a velocidade de saída dos grãos. Por outro lado, o aumento de D leva em todos os casos ao aumento da velocidade de saída dos grãos.

Com o cilindro de menor diâmetro do furo de saída ($D=14\,$ mm) aconteceram obstruções frequentes ao fluxo dos grãos de arroz independentemente da altura

e espessura da barreira. Isto fez com que as curvas da massa que saía do cilindro em função do tempo desviassem do comportamento linear observado na maioria das medições.

Em configurações onde a velocidade de saída dos grãos era mais baixa, com valores fixos de altura (h=25 mm) e espessura (b=22 mm) da barreira, as curvas de massa como função do tempo apresentaram duas inclinações. Este resultado foi interpretado com uma analogia à água que sai de uma banheira.

Agradecimentos

J. López agradece a FAPESP pelo auxilio a pesquisa 2009/16899-7.

Referências

- J.E. Hilton and P.W. Cleary, Physical Review E 84, 011307 (2011).
- [2] E. Freyssingeas, M.-J. Dalbe and J.-C. Géminard, Physical Review E 83, 051307 (2011).
- [3] D. Helbing, L. Buzna, A. Jhansson and T. Werner, Transportation Science 39(1), 1 (2005).
- [4] I. Zuriguel, A. Janda, A. Garcimartín, C. Lozano, R. Arévalo and D. Maza, Physical Review Letter 107, 278001 (2011).
- [5] J. López, A. Vercik e E.J.X. Costa, Revista Brasileira de Ensino de Física **30**, 1308 (2008).
- [6] J. López, T. Demarchi, M. Akamatsu e A. Vercik, Revista Brasileira de Ensino de Física 32, 1301 (2010).
- [7] J. López, I.M. Pastorello e A.I.C. Arce, Revista Brasileira de Ensino de Física submetido para publicação (2011).