Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 37, n. 2, 2312 (2015)
www.sbfisica.org.br
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/S1806-11173721803

Padrão de difração de um conjunto de n fendas não simétricas e de larguras arbitrárias

(Diffraction patterns from n non-symmetric slits and arbitrary widths)

Daniel M. Reis, Edson M. Santos, A.V. Andrade-Neto[1]

Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, BA, Brasil
Recebido em 19/1/2015; Aceito em 28/2/2015; Publicado em 30/6/2015

Neste trabalho investigamos o padrão de difração no regime de Fresnel (campo próximo) e de Fraunhofer (campo distante) para um conjunto de n fendas não simétricas e de larguras diferentes. Partindo da fórmula de difração de Fresnel-Kirchhoff conseguimos obter uma expressão para a intensidade da onda difratada por um conjunto de n fendas de tamanhos arbitrários onde é possível observar a transição do regime de Fresnel para o regime de Fraunhofer.
Palavras-chave: difração, difração de Fresnel, difração de Fresnel-Kirchhoff.

In this work we investigated the diffraction patterns produced by n nonsymmetric Fraunhofer and Fresnel diffraction slits. Based on the Fresnel-Kirchhoff diffraction formula, we can obtain an expression for the irradiance in terms of Fresnel's integrals, which are calculated numerically.
Keywords: diffraction, Fresnel diffraction, Fresnel-Kirchoff diffraction.

1. Introdução

Quando um feixe luminoso atravessa uma abertura num anteparo (com pelo menos uma das dimensões da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda da luz) há um alargamento desse feixe com penetração na região de sombra geométrica e o aparecimento de franjas claras e escuras na vizinhança do limite da sombra, em outras palavras, aparece uma figura de interferência conhecida como figura de difração. Esse fenômeno acontece também quando a luz encontra um obstáculo com dimensões comparáveis ao seu comprimento de onda, como um disco, por exemplo, que bloqueia a passagem de uma pequena parte da frente de onda. Assim, de modo geral, ocorre difração quando uma parte de uma frente de onda for de alguma maneira interditada.

A primeira observação sistemática da difração da luz foi realizada pelo italiano Francisco Grimaldi no Século XVII, que a descreveu num livro publicado postumamente. Esse fenômeno pode ser entendido, numa primeira abordagem, fazendo uso do princípio de Huygens, o qual afirma que cada ponto de uma frente de onda comporta-se como fonte de ondas esféricas secundárias, conforme ilustrado na Fig. 1. Contudo, esse princípio não explicava porque as ondas secundárias não eram igualmente irradiadas em todas as direções. Essa deficiência foi sanada pelo francês Augustin Fresnel que incorporou a esse principio o conceito de interferência, o qual ficou conhecido como principio de Huygens-Fresnel.

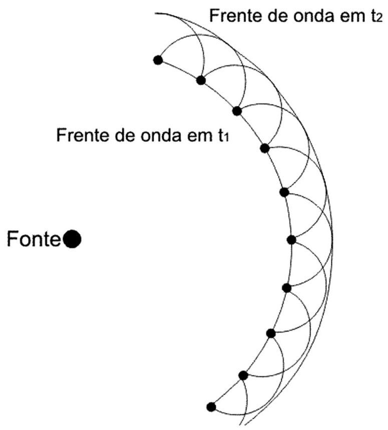

Figura 1 - Ilustração do principio de Huygens. Todos os pontos da frente de onda no instante $t = t_1$ se comportam como fontes de ondas esféricas secundárias. A frente de onda no instante $t = t_2$ é determinada pela envoltória de todas essas ondas secundárias.

Em geral classificamos o fenômeno de difração em dois tipos, de acordo com as distâncias entre a fonte

[1]E-mail: aneto@uefs.br.

de luz, o objeto que produz a difração e o anteparo de observação. Para distâncias não muito grandes falamos em difração de Fresnel ou campo próximo. Quando essas distâncias são grandes para que possamos considerar as ondas incidente e difratada como ondas planas, dizemos que se trata de uma difração de Fraunhofer ou campo distante.

A difração de Fraunhofer é, do ponto de vista matemático, muito mais simples de ser descrita em comparação com a difração de Fresnel. Por esse motivo, a maioria dos livros textos de física básica [1, 2] trata apenas da difração de Fraunhofer, sendo a Ref. [3] uma exceção. Até mesmo os artigos publicados na RBEF que tratam de difração [4, 6] a abordagem se concentra no regime de Fraunhofer.

Pouco depois da formulação de Huygens-Fresnel, Kirchhoff mostrou que este princípio decorre diretamente da equação de onda, formulando assim uma base matemática segura para descrever o fenômeno de difração, também conhecido como a teoria da difração de Fresnel-Kirchhoff, cujo resultado da onda difratada será dada pela superposição de todas as ondas esféricas produzida por um elemento difrator.

Neste artigo partimos da teoria escalar de Kirchoff (Seção 2) e em seguida (Seção 3) analisamos a figura de difração para uma abertura retangular e, como caso particular, analisamos a difração produzida por uma fenda. Essas situações são apresentadas nos principais livros textos de ótica [7, 8]. Contudo, no presente trabalho, generalizamos esse resultado para um caso de n fendas de tamanhos arbitrários. Estes problemas são de grande interesse e são abordados nas Refs. [9, 10]. A expressão da intensidade da luz difratada é expressa em termos de integrais de Fresnel as quais são calculadas numericamente. Os resultados são apresentados na Seção 5 e nossas conclusões são mostradas na Seção 6.

2. Teoria escalar da difração

A teoria de Kirchoff considera a função de onda que representa o campo ótico uma função escalar, ou seja, essa teoria não leva em conta a natureza vetorial da radiação luminosa. Contudo, em situações em que a polarização da luz não é importante, essa teoria é uma boa aproximação. No contexto da teoria de Kirchoff, o campo ótico escalar, E, obedece a equação de ondas

$$\nabla^2 E(r,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(r,t)}{\partial t^2} = 0 \ , \tag{1}$$

onde ∇^2 é o operador laplaciano e c é a velocidade de propagação da onda. Uma solução possível da Eq. (1) é da forma

$$E(r,t) = \psi(r)\exp(-\imath\omega t), \tag{2}$$

onde $\psi(r)$ só depende das variáveis espaciais e obedece a equação de Helmhotz

$$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0, \tag{3}$$

onde $k = \omega/c$ é o número de onda que relaciona-se com o comprimento de onda λ pela relação $k = 2\pi/\lambda$.

Para resolver a Eq. (3) vamos utilizar a segunda identidade de Green. Se temos duas funções escalares U_1 e U_2, o teorema de Green pode ser expresso como

$$\int_V (U_1\nabla^2 U_2 - U_2\nabla^2 U_1)dV = \oint_S (U_1\nabla U_2 - U_2\nabla U_1)\cdot d\mathbf{S} \tag{4}$$

onde V é o volume limitado pela superfície fechada S. Supondo que U_1 e U_2 são soluções da equação de Helmhotz, temos que

$$\nabla^2 U_1 + k^2 U_1 = 0, \tag{5}$$

$$\nabla^2 U_2 + k^2 U_2 = 0 \ . \tag{6}$$

Substituindo as Eqs. (5) e (6) na Eq. (4) vemos que

$$\oint_S (U_1\nabla U_2 - U_2\nabla U_1)\cdot d\mathbf{S} = 0 \ . \tag{7}$$

Vamos considerar $U_1 = \psi$, uma função escalar arbitrária e $U_2 = e^{\imath kr}/r$, ou seja, uma onda esférica onde r é medido a partir de um ponto P, então

$$\oint_S \left[\psi\nabla(\frac{e^{\imath kr}}{r}) - \frac{e^{\imath kr}}{r}\nabla\psi\right]\cdot d\mathbf{S} = 0 \ . \tag{8}$$

Vemos que existe uma singularidade no ponto P ($r = 0$). A fim de excluir essa singularidade vamos envolver este ponto por uma pequena esfera S', conforme mostrado na Fig. 2. Assim, a Eq. (8) fica

$$\oint_S \left[\psi\nabla(\frac{e^{\imath kr}}{r}) - \frac{e^{\imath kr}}{r}\nabla\psi\right]\cdot d\mathbf{S} + \oint_{S'} \left[\psi\nabla(\frac{e^{\imath kr'}}{r'}) - \frac{e^{\imath kr'}}{r'}\nabla\psi\right]\cdot d\mathbf{S} = 0 \ . \tag{9}$$

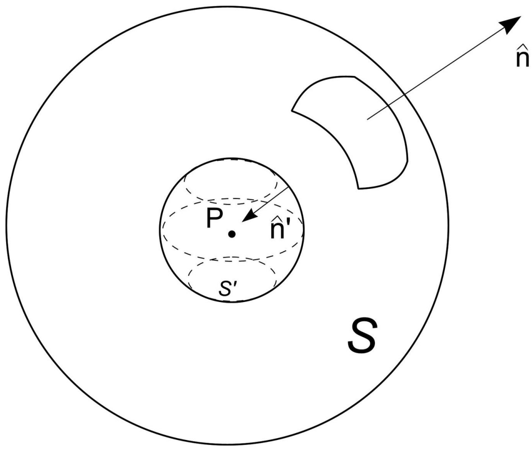

Figura 2 - Geometria utilizada para o cálculo da integral de superfície da Eq. (8).

Utilizando que $dS = r^2 d\Omega$, onde $d\Omega$ é o ângulo sólido em torno do ponto P, a segunda integral na equação acima pode ser escrita como

$$\oint_{S'} e^{\imath k r'} \left[\psi - \imath r' k\psi + r' \frac{\partial \psi}{\partial r'}\right] d\Omega \ . \tag{10}$$

No limite $r' \to 0$ a expressão acima se torna igual a $4\pi\psi(P)$. Usando esse resultado na Eq. (9) obtemos

$$\psi(P) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left[\frac{e^{\imath k r}}{r}\nabla\psi - \psi\nabla(\frac{e^{\imath k r}}{r})\right] \cdot d\mathbf{S} \ . \tag{11}$$

Esta expressão é conhecida como teorema integral de Kirchhoff. Ela relaciona o valor da função escalar ψ no ponto de observação P no interior de uma superfície fechada arbitrária com valores desta função na superfície.

2.1. Aplicação do teorema integral de Kirchhoff

O teorema integral de Kirchhoff pode ser utilizado para descrever a difração da luz por uma abertura, conforme veremos a seguir.

A Fig. 3 mostra uma fonte puntiforme S e um ponto de observação P do outro lado de uma abertura situada em um obstáculo opaco. Chamaremos de ρ a distância da fonte S à abertura e r a distância da abertura ao ponto de observação P. A fonte S emite uma onda esférica que em um ponto sobre a abertura é descrita como

$$E(\rho, t) = \frac{E_0}{\rho} e^{\imath(k\rho - \omega t)} \ . \tag{12}$$

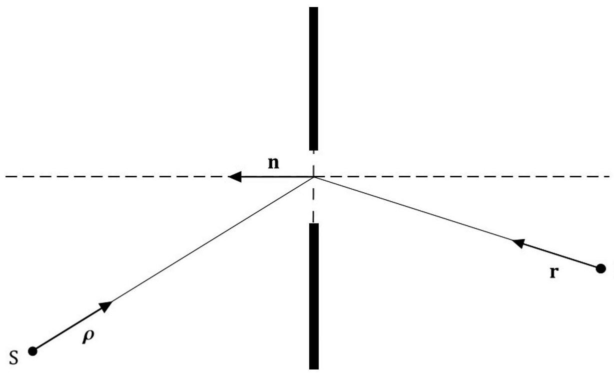

Figura 3 - Geometria utilizada para a obtenção da integral de Fresnel-Kirchhoff.

A parte espacial da Eq. (12) é justamente a função ψ que aparece na Eq. (2), i.e.,

$$\psi(\rho) = \frac{E_0}{\rho} e^{\imath k\rho} \ . \tag{13}$$

Substituindo a Eq. (13) na Eq. (11) e assumindo que a função de onda ψ e seu gradiente só contribuem significativamente para a integral de Kirchoff apenas na abertura, obtemos

$$\psi(P) = \frac{E_0}{4\pi} \oint_S \left[\frac{e^{\imath k r}}{r} e^{\imath k\rho}\left(\frac{\imath k}{\rho} - \frac{1}{\rho^2}\right)\hat{\rho} - \frac{e^{\imath k\rho}}{\rho} e^{\imath k r}\left(\frac{\imath k}{r} - \frac{1}{r^2}\right)\hat{r}\right] \cdot d\mathbf{S} \ . \tag{14}$$

Considerando $\rho >> \lambda$ e $r >> \lambda$ (o que é uma boa aproximação na região visível), os termos $1/\rho^2$ e $1/r^2$ podem ser desprezados. Então, usando que $k = 2\pi/\lambda$, obtemos

$$\psi(P) = \frac{-\imath E_0}{\lambda} \oint_S \frac{e^{\imath k(\rho + r)}}{\rho r} \frac{[\hat{n}\cdot\hat{r} - \hat{n}\cdot\hat{\rho}]}{2} dS, \tag{15}$$

que é conhecida como fórmula da difração de Fresnel-Kirchhoff.

O termo $[\hat{n}\cdot\hat{r} - \hat{n}\cdot\hat{\rho}]/2$ é definido como fator de obliquidade. Se o raio de curvatura da onda incidente for suficientemente grande, os vetores unitários $\hat{n}$ e $\hat{\rho}$ são antiparalelos, i.e., $\hat{n}\cdot\hat{\rho} = -1$. Nesse caso o fator de obliquidade pode ser escrito como

$$k(\theta) = \frac{\cos\theta + 1}{2}, \tag{16}$$

onde θ é o ângulo entre a normal à frente de onda que incide na abertura e a direção de observação. Finalmente, o campo elétrico no ponto P é dado por

$$E(P) = \frac{-\imath E_0 e^{-\imath\omega t}}{\lambda} \oint_S k(\theta) \frac{e^{\imath k(\rho + r)}}{\rho r} dS \ . \tag{17}$$

A Eq. (17) é conhecida como Fórmula da difração de Fresnel-Kirchhoff e pode ser interpretada como a expressão matemática do princípio de Huygens. O fator de obliquidade $k(\theta)$, dado pela Eq. (16), explica porque não se observa ondas secundárias na direção oposta à propagação da onda primária. O fator numérico $-\imath$ indica que as ondas difratadas tem um deslocamento de fase de $\pi/2$ em relação à onda primária incidente.

3. Difração por uma abertura retangular

A Eq. (17) é uma expressão geral, válida para uma abertura com geometria genérica. Inicialmente utilizaremos este resultado para o caso de uma abertura retangular no plano yz (Fig. 4). O elemento infinitesimal de área $dS = dydz$ está situado ao redor de um ponto A de coordenadas (y, z). O termo $1/\rho r$ é essencialmente igual a $1/\rho_0 r_0$, onde ρ_0 e r_0 são, respectivamente, as distâncias da fonte ao centro da abertura e desta ao ponto P, conforme mostrados na Fig. 4. Quando estas distâncias são muito maiores que a dimensão da abertura temos que $k(\theta) \approx 1$. Assim, a Eq. (17) torna-se

$$E(P) = \frac{-\imath E_0 e^{-\imath\omega t}}{\rho_0 r_0 \lambda} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} e^{\imath k(\rho+r)} dy dz \ . \tag{18}$$

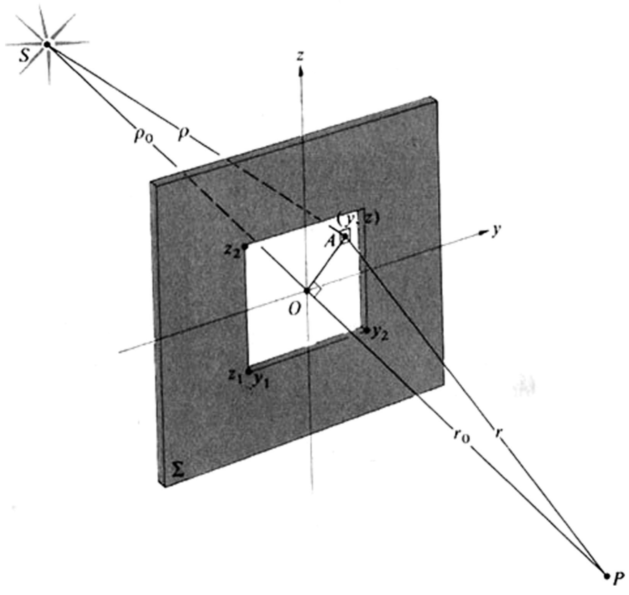

Figura 4 - Geometria básica para a difração de Fresnel por uma abertura retangular. Adaptado da Ref. [7].

Da Fig. 4 vemos que

$$\rho^2 = \rho_0^2 + (y^2 + z^2), \tag{19}$$

$$r^2 = r_0^2 + (y^2 + z^2) \ . \tag{20}$$

Expandindo em série binomial os termos ρ e r, temos que

$$\rho + r = \rho_0 + r_0 + (y^2 + z^2)\frac{\rho_0 + r_0}{2\rho_0 r_0} \ . \tag{21}$$

Substituindo a Eq. (21) na Eq. (18) ficamos

$$E(P) = \frac{-\imath E_0 e^{\imath[k(\rho_0+r_0)-\omega t]}}{2(\rho_0 + r_0)} \int_{u_1}^{u_2} e^{\imath\pi u^2/2} du \times \int_{v_1}^{v_2} e^{\imath\pi v^2/2} dv, \tag{22}$$

onde introduzimos as variáveis adimensionais

$$u = y \left[\frac{2(\rho_0 + r_0)}{\rho_0 r_0 \lambda}\right]^{1/2} , \tag{23}$$

$$v = z \left[\frac{2(\rho_0 + r_0)}{\rho_0 r_0 \lambda}\right]^{1/2} . \tag{24}$$

As integrais que aparecem na Eq. (22) são expressas em termos das integrais de Fresnel, $C(w)$ e $S(w)$, definidas como

$$C(w) = \int_0^w \cos(\frac{\pi x^2}{2}) dx, \tag{25}$$

$$S(w) = \int_0^w \sin(\frac{\pi x^2}{2}) dx \ , \tag{26}$$

onde w representa u ou v. Vemos então que as integrais que aparecem na Eq. (22) são da forma

$$\int_0^w e^{\imath\pi x^2/2} dx = C(w) + \imath S(w). \tag{27}$$

Desse modo, podemos escrever a Eq. (22) como

$$\begin{aligned} E(P) &= \frac{E_m}{2}[C(u) + \imath S(u)]_{u_1}^{u_2}[C(v) + \imath S(v)]_{v_1}^{v_2} \\ &= \frac{E_m}{2}\{C(u_2) - C(u_1) + \imath[S(u_2) - S(u_1)]\} \\ &\times \ [C(v_2) - C(v_1) + \imath[S(v_2) - S(v_1)]] \ , \end{aligned} \tag{28}$$

onde E_m é a amplitude do campo elétrico.

Introduzindo a notação $\Delta C(u_{21}) = C(u_2) - C(u_1)$ e $\Delta S(u_{21}) = S(u_2) - S(u_1)$, com expressões idênticas para v_1 e v_2, a Eq. (28) pode ser escrita de forma mais compacta como

$$E(P) = \frac{E_m}{2}[\Delta C(u_{21}) + \imath\Delta S(u_{21})][\Delta C(v_{21}) + \imath\Delta S(v_{21})]. \tag{29}$$

Podemos observar o padrão de difração no ponto P através da intensidade do campo elétrico, dada por $I_P = |E_P|^2 = E_P E_P^*$. Assim, depois de alguns cálculos obtemos

$$I(P) = \frac{I_0}{4}\left\{[C(u_2) - C(u_1)]^2 + [S(u_2) - S(u_1)]^2\right\} \times \left\{[C(v_2) - C(v_1)]^2 + [S(v_2) - S(v_1)]^2\right\}, \tag{30}$$

onde $I_0 = |E_m|^2$ é a intensidade da onda não obstruida pelo obstáculo.

A Fig. 5 mostra o padrão de difração para uma abertura quadrada de dimensões 1 mm x 1 mm para quatro valores de distância do plano de observação à fenda (r_0 = 80 mm, 300 mm, 450 mm e 1200 mm, respectivamente). O comprimento de onda utilizado foi $\lambda = 632.8$ nm (comprimento de onda típico de um laser He-Ne).

Das Figs. 5a a 5d observa-se claramente a transição do padrão de difração de Fresnel (campo próximo) para a difração de Fraunhofer (campo distante) conforme a distância plano de observação - fenda é aumentada. No regime de Fresnel a figura de difração é mais complexa, com a presença de franjas próximas das bordas e, portanto, há uma semelhança com a forma geométrica da abertura. Já no regime de Fraunhofer a figura de difração é mais simples e não guarda semelhança com a forma da abertura.

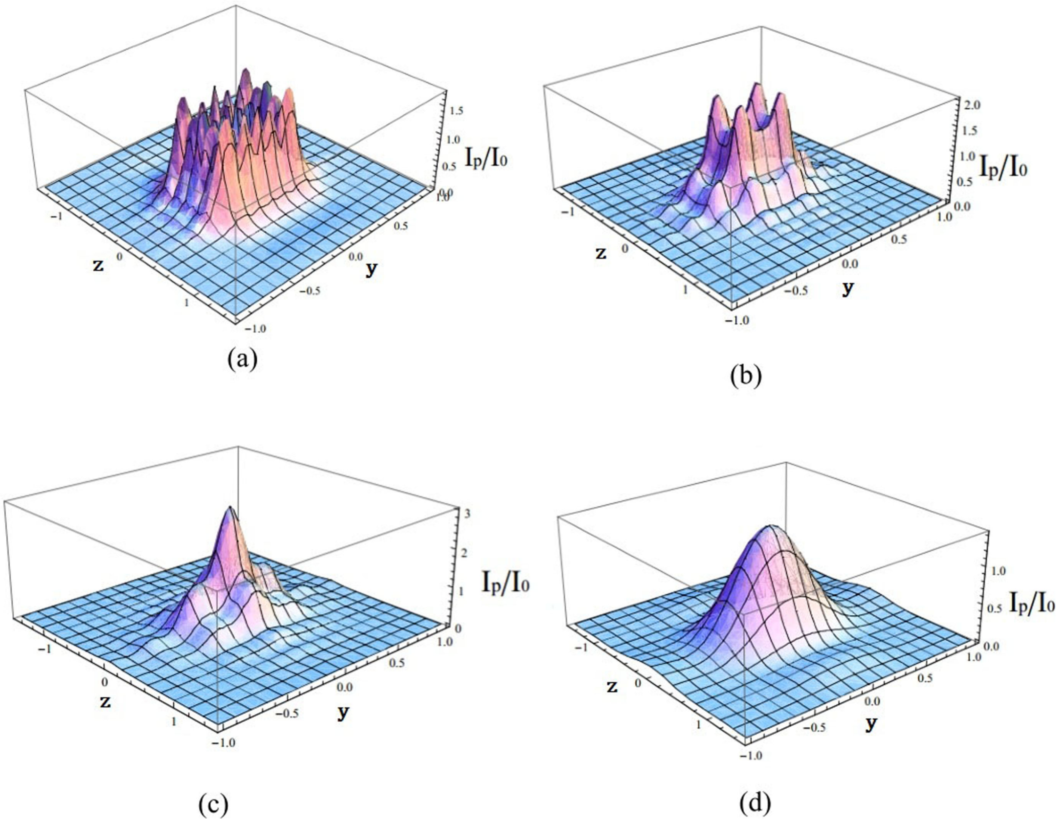

Figura 5 - Padrão de difração para uma abertura quadrada de 1 mm variando a distância do ponto de observação à fenda.

Podemos obter o padrão de difração para uma fenda facilmente da Eq. (30), lembrando que uma fenda é uma abertura retangular em que um dos lados é muito maior que o outro. Se fazemos $y_1 \to -\infty$ e $y_2 \to \infty$ garantindo, assim, que $v_1 \to -\infty$ e $v_2 \to \infty$, e usando o conhecido resultado das integrais de Fresnel

$$S(w \to \infty) = C(w \to \infty) = \frac{1}{2} \,, \tag{31}$$

$$S(w \to -\infty) = C(w \to -\infty) = -\frac{1}{2} \,, \tag{32}$$

a Eq. (30) torna-se

$$I(P) = \frac{I_0}{4}[C(u_2) - C(u_1)]^2 + [S(u_2) - S(u_1)]^2. \tag{33}$$

As integrais de Fresnel que aparecem nas expressões acima são funções transcendentais que possuem tabelas muito completas dos seu valores. Essas funções podem ser calculadas através da espiral de Cornu [7, 8], que é uma representação geométrica das integrais de Fresnel no plano complexo, conforme ilustrado na Fig. 6a. Atualmente, com o advento dos modernos computadores essas integrais podem ser computadas facilmente. Esse último procedimento é o adotado no presente trabalho.

4. Difração por n fendas de tamanhos arbitrários

Na seção anterior calculamos, a partir da fórmula de Fresnel-Kirchhoff, o padrão de difração para uma abertura retangular. Como um caso particular desse resultado obtivemos o padrão de difração para uma fenda. Vamos agora generalizar esse resultado para n fendas de tamanhos arbitrários.

Inicialmente consideremos duas fendas de larguras $z_2 - z_1$ e $z_4 - z_3$ (Fig. 6b). O campo elétrico resultante no ponto P será a soma dos campos devidos a cada uma das fendas. Então, podemos escrever

$$E(P) = \frac{E_m}{2}[B_{21} + B_{43}] = \frac{E_m}{2} B_R, \tag{34}$$

onde

$$B_{21} = B(u_2) - B(u_1) = C(u_2) - C(u_1) + \imath[S(u_2) - S(u_1)] = \Delta C(u_{21}) + \imath \Delta S(u_{21}). \tag{35}$$

Da mesma forma

$$B_{43} = B(u_4) - B(u_3) = C(u_4) - C(u_3) + \imath[S(u_4) - S(u_3)] = \Delta C(u_{43}) + \imath \Delta S(u_{43}) \,. \tag{36}$$

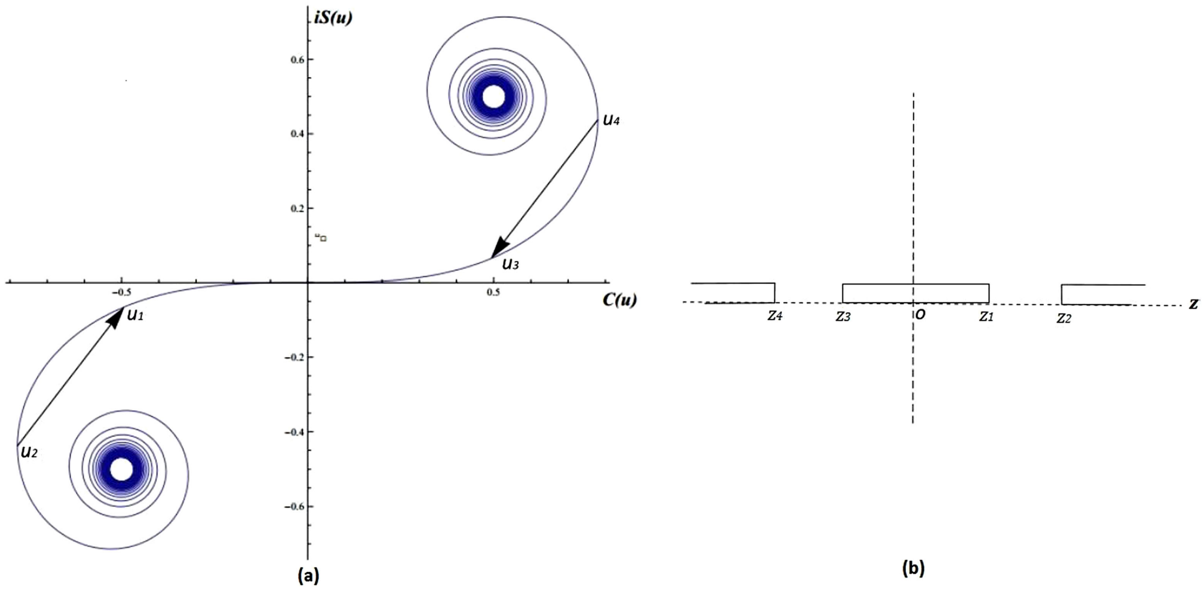

Figura 6 - (a) Espiral de Cornu para duas fendas. (b) Representação de duas fendas. As posições das bordas das fendas são dadas por z_1 e z_2 (fenda direita) e z_3 e z_4 (fenda esquerda).

Desse modo,

$$B_R = \Delta C(u_{21}) + \Delta C(u_{43}) + \imath[\Delta S(u_{21}) + \Delta S(u_{43})]. \quad (37)$$

Assim a intensidade da fenda dupla será

$$I(P) = E_P E_P^* = \frac{I_0}{4} B_R B_R^* = \frac{I_0}{4} \{[\Delta C(u_{21}) + \Delta C(u_{43})]^2 + [\Delta S(u_{21}) + \Delta S(u_{43})]^2\}, \quad (38)$$

ou, de forma mais explícita

$$I_P = \frac{I_0}{4} \{[C(u_2) - C(u_1) + C(u_4) - C(u_3)]^2 + [S(u_2) - S(u_1) + S(u_4) - S(u_3)]^2\}. \quad (39)$$

O resultado acima pode ser generalizado para n fendas de larguras $u_{i+1} - u_i$ da seguinte forma

$$I_P = \frac{I_0}{2} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} C(u_{2i}) - \sum_{i=1}^{n} C(u_{2i-1}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} S(u_{2i}) - \sum_{i=1}^{n} S(u_{2i-1}) \right)^2 \right], \quad (40)$$

que é uma relação geral, para um conjunto de n fendas de tamanhos arbitrários. Aplicando a Eq. (40) para uma única fenda $n = 1$, retornamos a Eq. (33).

5. Resultados

Vamos agora apresentar alguns resultados obtidos pela aplicação da Eq. (40). A Fig. 7 mostra o padrão de difração para uma fenda simples de 1 mm, usando mais uma vez um comprimento de onda $\lambda = 632.8$ nm e variando a distância r_0 do anteparo à fenda. Observa-se claramente a transição do regime de Fresnel (campo próximo) para o regime de Fraunhofer (campo distante). Para r_0 relativamente pequeno (Figs. 7a e 7b) o padrão de difração é bastante complexo. A medida que essa distância aumenta (Figs. 7c e 7d) observa-se uma estruturação progressiva do padrão de difração; e as franjas tornam-se mais bem defindas, o que caracteriza a difração de Fraunhofer.

Podemos também calcular como se comporta o padrão de difração para fendas múltiplas ($n > 1$).

Inicialmente vamos considerar duas fendas simétricas. A Fig. 8 mostra o padrão de difração para duas fendas de 0,5 mm separadas por uma distância de 1,0 mm para dois valores de distância fenda - tela de obervação. A Fig. 8a mostra um cálculo para $r_0 = 10$ cm enquanto a Fig. 8b para $r_0 = 600$ cm. Verificamos que a franja central na região entre as fendas, muito bem definida no regime de Fraunhofer (campo distante) (Fig. 8b), desaparece no regime de campo próximo.

Um resultado importante do presente trabalho é que podemos calcular o padrão de difração para múltiplas fendas não simétricas, inclusive no regime de campo próximo.

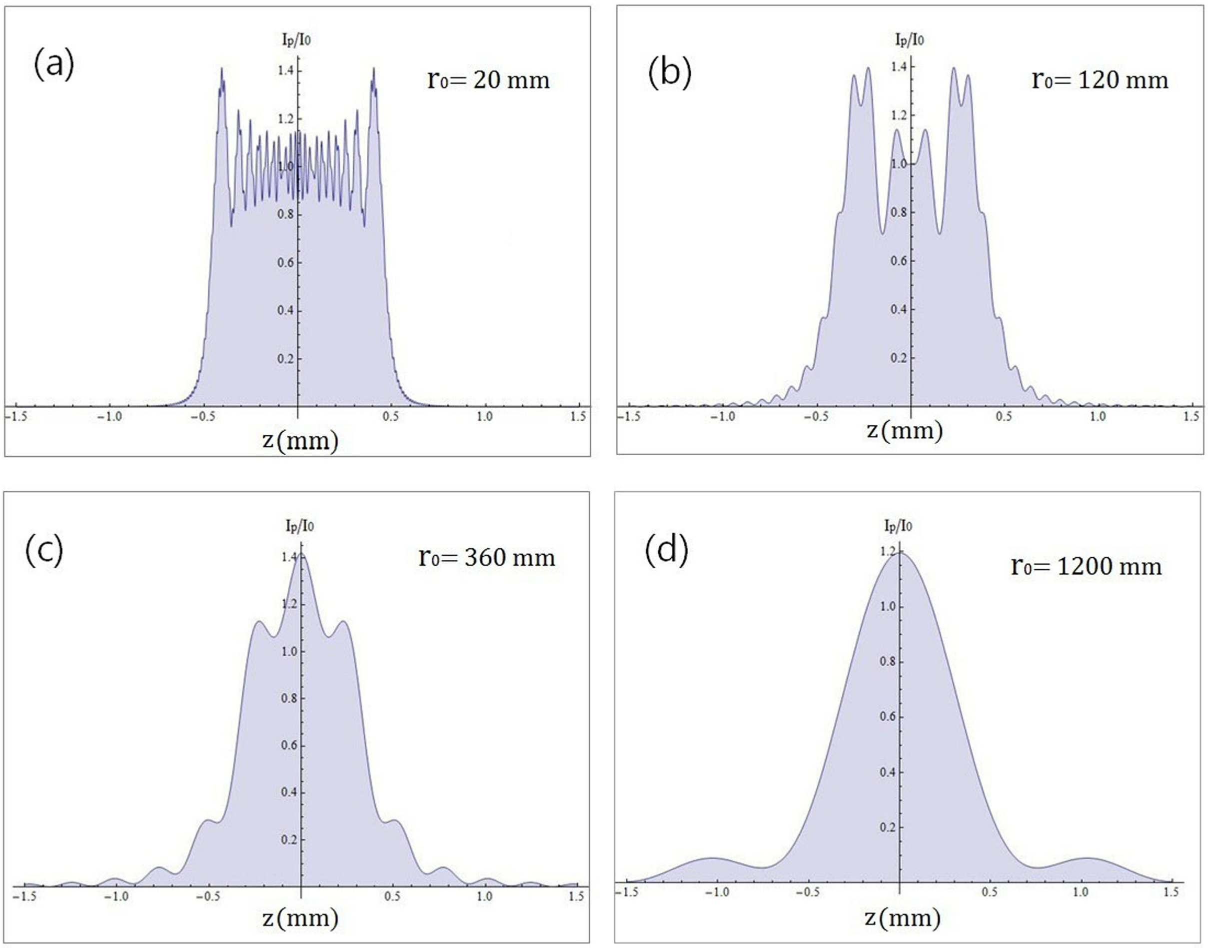

Figura 7 - Padrão de difração para uma fenda única variando a distância r_o do anteparo à fenda. Nota-se que, à medida que r_o cresce, há uma transição do regime de Fresnel para o regime de Fraunhofer.

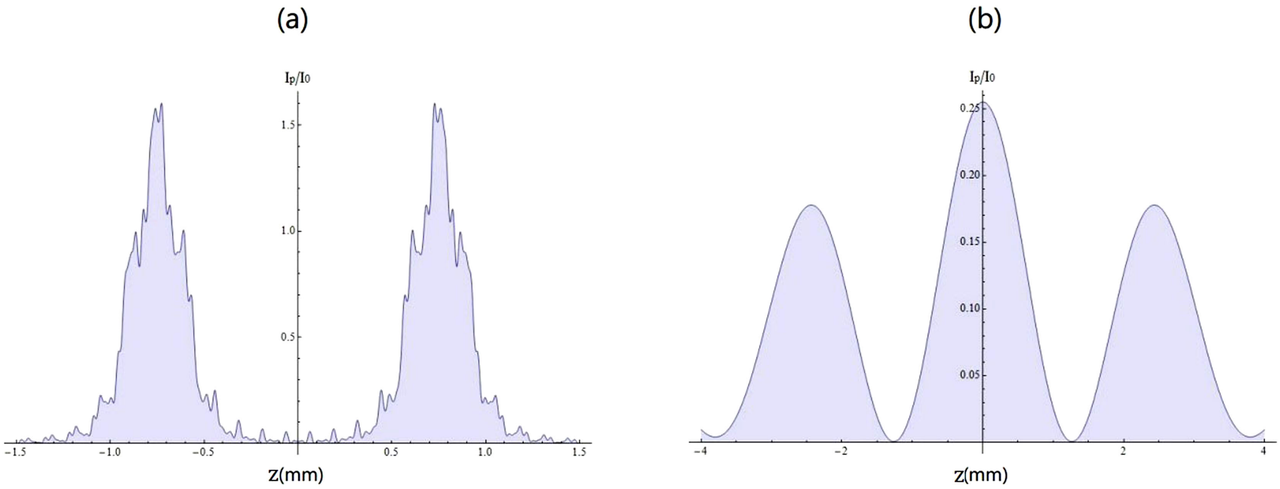

Figura 8 - Padrão de difração para duas fendas de larguras iguais para dois valores de r_o. (a) Regime de Fresnel, r_o = 10 mm. (b) Regime de Fraunhofer r_o = 600 cm. Observa-se uma franja intensa na região entre as fendas no regime de Fraunhofer.

A Fig. 9 mostra o padrão de difração para um conjunto de cinco fendas de tamanhos diferentes, variando de 0.3 a 0.6 mm para quatro diferentes distâncias fenda - tela de observação para os seguintes valores: r_0 = 4 cm (Fig. 9a), r_0 = 20 cm (Fig. 9b), r_0 = 80 cm (Fig. 9c), r_0 = 1200 cm (Fig. 9d).

Mais uma vez observa-se a transição do regime de Fresnel para o regime de Fraunhofer. Deve ser observado que no regime de Fresnel os picos de intensidades se distribuem nas regiões correspondentes as fendas simples.

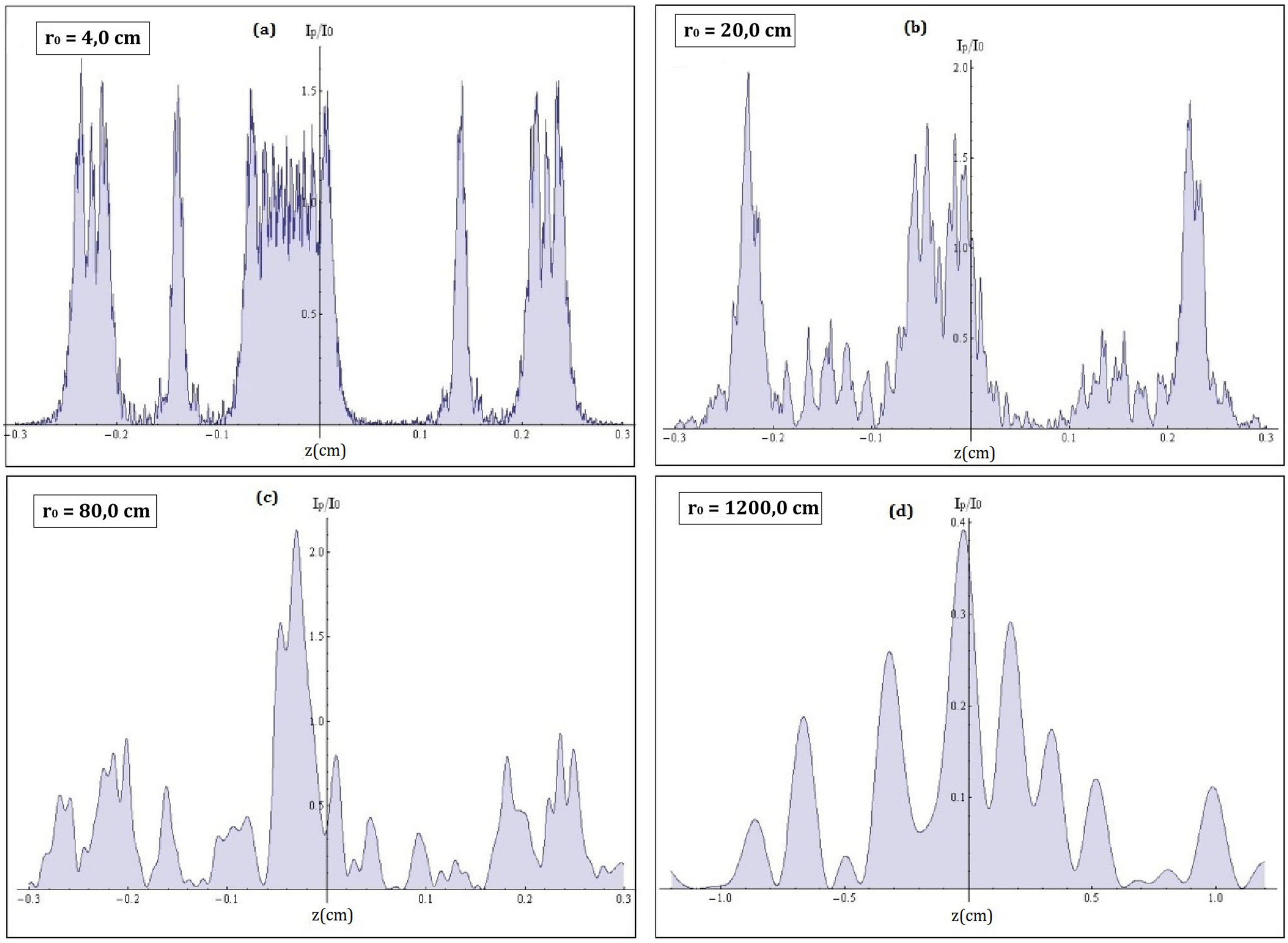

Figura 9 - Padrao de difração para cinco fendas de larguras diferentes para quatro valores de distância do anteparo à fenda. (a) $r_o = 4,00$ mm. (b) $r_o = 20,0$ mm. (c) $r_o = 80,0$ mm. (d) $r_o = 1200$ mm.

6. Conclusões

Neste trabalho, partindo da fórmula de Fresnel-Kirchhoff, calculamos o padrão de difração para uma fenda no qual observa-se claramente a transição do regime de Fresnel para o regime de Fraunhofer, à medida que aumentamos a distância da fenda à tela de observação (Fig. 7).

Como resultado mais importante, calculamos também o padrão de difração para um conjunto de fendas não simétricas e de diferentes larguras (Fig. 9). Na Ref. [12] é descrito um experimento com redes de difração onde se introduz uma certa aleatoriedade no espaçamento entre as redes, cujos resultados concordam qualitativamente com os apresentados aqui.

É possível perceber que, no regime de Fresnel, os picos de intensidade se distribuem uniformemente na posição das aberturas da fenda e com isso é possível determinar o tamanho de cada fenda e assim caracterizar a superfície por experimentos de difração. Uma perspectiva do presente trabalho é fazer essa caracterização levando em conta os resultados aqui obtidos.

Agradecimentos

Um dos autores, D.M. Reis, agradece à FAPESB pelo apoio financeiro. Os autores agradecem ao Dr. David Stoltzmann pela prestativa colaboração.

Referências

[1] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física, v. 4 Óptica e Física Moderna* (Livro Técnicos e Científico Editora S.A., Rio de Janeiro 2012), 9^a ed.

[2] W., Sears, M.W. Zemansky, H.D. Young e R.A. Freedman, *Física IV, Óptica e Física Moderna* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2004), 10^a ed.

[3] H. Moysés Nussenzveig, *Curso de Física, v. 4 Óptica, Relatividade e Física Quântica* (Editora Edgar Blücher, São Paulo, 1998), 1^a ed.

[4] C.A. Dartora, K.Z. Nobrega, V.F. Montagner, Armando Heilmann Dantas, Horacio Tertuliano S. Filho, Revista Brasileira de Ensino de Física **31**, 2303 (2009).

[5] Valmar Carneiro Barbosa, Ana Maria Senra Breitschaft, José Paulo Rodrigues Furtado de Mendonça, Leonardo Marmo Moreira, Pedro Claudio Guaranho de Moraes, Revista Brasileira de Ensino de Física **34**, 3301 (2012).

[6] Mauro Lucio Lobão Iannini, Revista Brasileira de Ensino de Física **34**, 3309 (2012).

[7] Eugene Hecht, *Optics* (Addison-Wesley, Reading, 2002).

[8] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics - Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999), 7th ed.

[9] David E. Stoltzmann, Applied Optics **15**, 21 (1976).

[10] K.M Abedin, M.R. Islam, A.F.M.Y. Haider, Optics **39**, 237 (2007).

[11] Grant R. Fowles, *Introduction to Modern Optics* (Dover Publications, New York, 1989).

[12] P. Licinio, M. Lerotic e M.S.S. Dantas, Revista Brasileira de Ensino de Física **20**, 206 (1998).