

O Impacto da Crise de 2008 na Estrutura Temporal de Correlação Condicional da BM&FBovespa

The Impact of the 2008 Crisis on BM&FBovespa's Term Structure of Conditional Correlations

El Impacto de la Crisis de 2008 en la Estructura Temporal de Correlación Condicional de BM&FBOVESPA

Mauro Mastella¹

Rodrigo Coster²

Recebido em 17 de janeiro de 2013 / Aprovado em 21 de fevereiro de 2014

Editor responsável: André Taue Saito, Dr.

Processo de avaliação: *Double Blind Review*

RESUMO

Este artigo utiliza uma modelagem BEKK-MGARCH para identificar o comportamento histórico da estrutura temporal de covariância da BM&FBovespa em relação às outras bolsas do continente americano. O objetivo da pesquisa é analisar o impacto da crise de 2008 sobre a coesão da Bolsa brasileira relativamente às demais bolsas da amostra. Para isso, foram colhidas séries históricas de cinco diferentes índices bursáteis abrangendo desde o período pré-crise até 2011. Os resultados da modelagem bivariada indicam a ocorrência de um aumento da coesão entre os índices bursáteis durante o período de crise e o não retorno dessa coesão aos níveis pré-crise. Também indicam que par de índices IBOV x IPSA representa a opção mais adequada para diversificação de portfólio entre os pares analisados.

Palavras-chave: GARCH multivariado. Correlação condicional. Volatilidade.

ABSTRACT

This article uses a BEKK-MGARCH model to identify the historical behavior of the term structure of covariance of the Brazilian BM&FBovespa stock exchange when compared to other exchanges in the American continent. The purpose of this research is to analyze the impact of the 2008 crisis on the cohesion of the Brazilian stock exchange when compared to the other exchanges in the sample. To this end, historical series were collected from five different stock market indexes ranging from the pre-crisis period until 2011. The bivariate modeling results indicate the presence of increased cohesion in the stock market indexes during the crisis period and the non-return of this cohesion to pre-crisis levels. They also indicate that, among the pairs analyzed, the pair of indexes IBOV x IPSA are the most appropriate choice for portfolio diversification.

Keywords: Multivariate GARCH. Conditional Correlation. Volatility.

1. Doutorando em Administração na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor assistente da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (UERGS). [mauro.mastella@ufrgs.br]
 2. Mestre em Administração pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). [rodrigo.coster@ufrgs.br]
- Endereço dos autores: Rua 7 de Setembro, 1156 – Centro – Porto Alegre – RS – CEP: 90.010-191 – Brasil

RESUMEN

En este artículo se utiliza un modelado BEKK-MGARCH para identificar el comportamiento histórico de la estructura de covarianza temporal de la BM&FBOVESPA en relación a otros mercados del continente americano. El objetivo de la investigación es analizar el impacto de la crisis de 2008 sobre la cohesión del mercado de valores de Brasil en comparación con otras bolsas de muestra. Para ello, los datos históricos se han obtenido de cinco diferentes índices del mercado de valores que van desde el período precrisis hasta 2011. Los resultados del modelo bivariado indican la presencia de una mayor cohesión entre los índices bursátiles durante la crisis y el no retorno a la cohesión de estos niveles de precrisis. También indican que el par de índices IBOV x IPSA es la opción más adecuada para la diversificación de la cartera entre los pares analizados.

Palabras clave: GARCH multivariante. Correlación Condicional. Volatilidad.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem de volatilidade em séries temporais financeiras tem sido alvo de grande atenção desde o surgimento do modelo seminal ARCH no artigo de Engle (1982). Uma vasta literatura sobre os modelos univariados derivados do ARCH tem sido desenvolvida. Embora a volatilidade dos retornos seja o principal centro de atenção, a compreensão dos comovimentos nos retornos financeiros é de grande importância; assim, chegou-se ao GARCH Multivariado (MGARCH).

Uma aplicação para os modelos MGARCH é o estudo das relações entre as volatilidades e co-volatilidades de diferentes mercados. Com isso, buscam-se respostas a questionamentos gerais em relação ao comportamento dos mercados. Será que a volatilidade de um mercado ocasiona a volatilidade em outros mercados? A volatilidade entre ativos é transmitida diretamente (por meio de sua variância condicional) ou indiretamente (pelas covariâncias condicionais)? Será que um choque em um mercado aumenta a volatilidade em

outros? As correlações são maiores nos períodos de elevada volatilidade? (LAURENT; BAUWENS; ROMBOUTS, 2006.)

Esta pesquisa está direcionada à análise das mudanças nas correlações entre mercados ao longo do tempo, em especial à época da crise do *subprime* ocorrida em 2008-2009. Uma vez que as volatilidades entre diferentes ativos se movem conjuntamente em diferentes mercados, o reconhecimento dessa característica por meio de uma modelagem multivariada leva a modelos empíricos mais relevantes do que o uso de modelos univariados separadamente. Do ponto de vista financeiro, isso abre caminho para melhores ferramentas de tomada de decisão, como em precificação de ativos, seleção de portfólios, precificação de opções, *hedge* e gestão de riscos. Para que a diversificação de portfólios seja efetiva, é necessário, por exemplo, que as covariâncias entre os ativos que compõem a carteira sejam razoavelmente constantes ao longo do tempo. Caso contrário, as mudanças na estrutura temporal das covariâncias levariam à necessidade de readequação dos pesos dos ativos. Outro comportamento desejável é que as correlações entre os ativos ou mercados sejam baixas, para efetiva diluição do risco.

No caso brasileiro, isso não é diferente. A volatilidade do mercado acionário do Brasil está inter-relacionada à volatilidade de outros mercados. Nesse sentido, o objetivo desta pesquisa é investigar as alterações trazidas pela eclosão da crise do *subprime* nas relações da volatilidade da BM&FBOvespa com outras bolsas do continente americano. Para isso, foram colhidas séries históricas de cinco diferentes índices bursáteis abrangendo desde o período pré-crise até 2011. Por meio de uma modelagem MGARCH usando a formulação BEKK proposta por Engle e Kroner (1995), as covariâncias e correlações condicionais entre as diferentes bolsas foram estimadas e analisadas.

O mercado acionário brasileiro tem recebido grande atenção de investidores e pesquisadores, em razão do crescimento gradual e sustentado da economia brasileira nos últimos anos e do aumento das relações comerciais com diferentes países. Logo, o estudo do comportamento temporal de sua estrutura de covariância é relevante

tanto para acadêmicos interessados na verificação de modelos como para investidores internacionais interessados em uma adequada alocação de capital entre os diferentes ativos de um portfólio. O estudo também é oportuno por abordar de maneira indireta a temática do *decoupling*, ou seja, a suposição de que no período pós-crise os mercados financeiros das economias emergentes estariam se desvinculando dos principais mercados mundiais, adquirindo maior independência. A análise do comportamento temporal das correlações da bolsa brasileira com as demais pode fornecer evidências sobre essa hipótese.

Publicações recentes buscam analisar o efeito contágio. A abordagem GARCH multivariada é utilizada por Frank e Hesse (2009) para analisar o *spillover* em mercados emergentes durante a crise de 2008, valendo-se de diversas variáveis financeiras como *spreads* bancários, risco soberano e índices bursáteis em países desenvolvidos e economias em desenvolvimento. Os resultados trouxeram indícios que contrariam a hipótese de *decoupling* entre os mercados. O trabalho de Fenn et al. (2011) realiza uma ampla análise da correlação entre 98 produtos financeiros entre 1999 e 2010 utilizando duas metodologias distintas: a teoria da matriz aleatória, para demonstrar que as matrizes de correlação são incompatíveis com mudanças de preços aleatórias; e a análise de componentes principais, para demonstrar que um pequeno número de componentes é responsável por uma grande porção da variância dos mercados analisados. Os autores mostram que houve um aumento na relação entre diferentes mercados após a crise de 2008. Recentemente, Bouaziz, Selmi e Boujelbene (2012) analisaram a transmissão internacional da crise do *subprime* entre as bolsas dos Estados Unidos, França, Alemanha, Itália, Reino Unido e Japão, utilizando uma abordagem MS-GARCH, encontrando evidência de *spillover* de volatilidade apenas no período total analisado e durante a crise.

Entretanto, não está no escopo desta pesquisa o estudo dos fatores dominantes do mecanismo de contágio. Este trabalho visa analisar o impacto da crise de 2008 no comportamento temporal da correlação entre os

mercados americanos, centrando o estudo nas correlações da bolsa brasileira com outras bolsas do continente americano, utilizando uma abordagem GARCH multivariada dinâmica e a datação da crise oficialmente divulgada pelo *National Bureau of Economic Research*. Pretende-se, com isso, buscar indícios sobre a influência da crise de 2008 nas ligações entre a BM&FBovespa e as demais bolsas integrantes da amostra.

Na próxima seção são apresentados os principais conceitos relativos à modelagem MGARCH. Após, serão descritos o método de pesquisa e as séries de dados utilizados. Posteriormente, os principais resultados obtidos são discutidos e apresentadas as considerações finais da pesquisa.

2 GARCH MULTIVARIADO

O modelo MGARCH é uma evolução natural dos modelos GARCH univariados e é uma opção quando se possuem duas ou mais séries e se deseja modelar não somente as suas variâncias condicionais, mas também os efeitos cruzados (*spillovers*) das volatilidades. Entretanto, uma de suas desvantagens é seu alto número de parâmetros, que cresce em ordem exponencial conforme é aumentado o número de séries. Na tentativa de contornar esse problema, diversos modelos de MGARCH foram propostos, nos quais as principais diferenças se dão nas restrições feitas no modelo na hora de estimação.

2.1 Definição

Introduzido por Bollerslev e Wooldridge (1992), um modelo GARCH(p,q) M-variado (também conhecido como Modelo *vech*) pode ser descrito da seguinte maneira:

$$y_{i,t} = v_{i,t} (h_{ii,t})^{0.5}, i = 1, \dots, m \quad (1)$$

em que $var(v_{i,t}) = 1, \forall i, t$ e $h_{ii,t}$ corresponde à variância condicional da série i no tempo t . Dado que o modelo também permite a estimação das covariâncias, h_{ij} será definido como essa covariância, ou

seja, $E_{t-1}[y_{i,t}y_{j,t}] = h_{ij}, \forall i \neq j$. Ainda, os valores de h_{ij} podem ser obtidos conforme a equação

$$vech(h_t) = C + \sum_{i=1}^q A_i vech(y_{t-i}y'_{t-i}) \sum_{i=1}^p B_i vech(h_{t-1}) \quad (2)$$

$$h_{11,t} = c_1 + \alpha_{11}y_{1,t-1}^2 + \alpha_{12}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + \alpha_{13}y_{2,t-1}^2 + \beta_{11}h_{11,t-1} + \beta_{12}h_{12,t-1} + \beta_{13}h_{22,t-1} \quad (3)$$

$$h_{12,t} = c_2 + \alpha_{21}y_{1,t-1}^2 + \alpha_{22}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + \alpha_{23}y_{2,t-1}^2 + \beta_{21}h_{11,t-1} + \beta_{22}h_{12,t-1} + \beta_{23}h_{22,t-1} \quad (4)$$

$$h_{22,t} = c_3 + \alpha_{31}y_{1,t-1}^2 + \alpha_{32}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + \alpha_{33}y_{2,t-1}^2 + \beta_{31}h_{11,t-1} + \beta_{32}h_{12,t-1} + \beta_{33}h_{22,t-1}, \quad (5)$$

mas o uso desse modelo se torna impraticável em razão de o número de parâmetros ser de $O(M^4)$, conforme Bollerslev (2008).

2.2 Tipos de modelos

Na tentativa de contornar o problema do elevado número de parâmetros foram propostos diversos modelos baseados no MGARCH, dos quais se destacam o *vech* diagonal e o CCC (correlação condicional constante). A restrição do modelo *vech* diagonal – utilizada no artigo original do MGARCH – força que as matrizes A_i e B_j sejam diagonais, de maneira que, para o modelo bivariado com $p = 1 = 1$, se obtenha o modelo:

$$h_{11,t} = c_1 + \alpha_{11}y_{1,t-1}^2 + \beta_{11}h_{11,t-1} \quad (6)$$

$$h_{12,t} = c_2 + \alpha_{22}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + \beta_{22}h_{22,t-1} \quad (7)$$

$$h_{22,t} = c_3 + \alpha_{33}y_{2,t-1}^2 + \beta_{33}h_{33,t-1}. \quad (8)$$

O uso dessa restrição faz que $h_{ij,t}$ seja função apenas de seus p -termos defasados e do produto cruzado de q -lags passados do produto $y_{i,t}y_{j,t}$. Assim, uma crítica a esse modelo é que

em que A_i e B_j são matrizes com dimensões $M(M+1)/2 \times M(M+1)/2$, $vech(\cdot)$ representa o operador que empilha a parte triangular inferior de uma matriz simétrica $M \times M$ em um vetor $M(M+1)/2 \times 1$ e C é um vetor $M(M+1)/2 \times 1$. Abrindo a equação matricial para o caso bivariado de um GARCH(1,1), obtemos

valores passados de y_i afetam apenas sua própria variância condicional e suas covariâncias, não interferindo na variância das demais séries. Com essa restrição, o número de parâmetros do modelo bivariado GARCH(1,1) se reduz de 21 para 9.

Já o modelo CCC não possui a restrição quanto à diagonalização das matrizes, porém estipula que as correlações sejam constantes no tempo, substituindo a equação (4) por $h_{ij,t} = \rho_{ij} \cdot (h_{ii,t}h_{jj,t})^{0.5}$, com o restante das equações não apresentando alterações. Essa restrição diminui o número de parâmetros necessários para a covariância de um modelo bivariado para apenas 1 (p_{12}), reduzindo o total de parâmetros do modelo para 15.

2.3 Bekk

Apresentado Engle e Kroner (1995), o modelo BEKK (Baba, Engle, Kraft e Kroner) introduz uma maneira de calcular a matriz de covariância (H_t). Em vez de impor restrições ao modelo VECH, sugere que a matriz de covariância de um modelo BEKK(p,q) m-variado siga

$$H_t = C'C + \sum_{i=1}^q A_i y_{t-i} y'_{t-i} A_i' + \sum_{i=1}^p B_i H_{t-i} B_i' \quad (9)$$

em que C é uma matriz triangular inferior $M \times M$ e A_i e B_j , $i = 1, \dots, q$, $j = 1, \dots, p$ são matrizes $M \times M$. Para o modelo BEKK-MGARCH(1,1) bivariado obteríamos as seguintes equações:

$$h_{11} = c_{11}^2 + a_{11}^2 y_{1,t-1}^2 + 2a_{11}a_{12}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + a_{12}^2 y_{2,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1} + 2b_{11}b_{12}h_{12,t-1} + b_{12}^2 h_{22,t-1} \quad (10)$$

$$h_{12} = c_{11}c_{12} + a_{21}a_{11}y_{1,t-1}^2 + (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21})y_{1,t-1}y_{2,t-1} + a_{12}a_{22}y_{2,t-1}^2 + b_{11}b_{21}h_{11,t-1} + (b_{11}b_{22} + b_{12}b_{21})h_{12,t-1} + b_{12}b_{22}h_{22,t-1} \quad (11)$$

$$h_{22} = c_{12}^2 + c_{22}^2 + a_{21}^2 y_{1,t-1}^2 + 2a_{21}a_{22}y_{1,t-1}y_{2,t-1} + a_{22}^2 y_{2,t-1}^2 + b_{21}^2 h_{11,t-1} + 2b_{21}b_{22}h_{12,t-1} + b_{22}^2 h_{22,t-1} \quad (12)$$

Assim como no modelo VEC, o modelo BEKK possui um número elevado de parâmetros ($O(M^2)$). Uma solução para tal problema é restringir que as matrizes B e A sejam diagonais (LAURENT; BAUWENS; ROMBOUTS, 2006). Embora seu número de parâmetros seja elevado, o modelo possui uma característica muito atraente, que é a não restrição em seus parâmetros. Essa liberdade se deve ao fato de os parâmetros entrarem de forma quadrática na equação, evitando assim estimativa de variância negativa, conforme apontado por Enders (2009). Entretanto, ao forçar que os parâmetros entrem de forma quadrática na equação, se perde a interpretabilidade, pois um mesmo parâmetro aparece multiplicando mais de um fator.

3 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Para a realização do estudo foram utilizadas as séries diárias de quatro índices de mercado latino-americanos: o Índice Bovespa (IBOV) do Brasil, o Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) do México, o Índice Merval (Merval) da Argentina e o Índice de Precio Selectivo de Acciones (IPSA) do Chile. Para representar o mercado norte-americano foi escolhido o Standard & Poor's 500 Index (S&P500).

Os dados foram coletados por meio do site do *Yahoo Finance* e as séries foram formadas a partir dos valores de fechamento, com os ajustes necessários para dividendos e *splits*, em cada dia de negociação. Inicialmente foram buscados os valores dos índices no período de 01/01/1998 a 31/12/2011. Foram encontradas cotações diárias

para todos os índices, exceto o IPSA, que possuía cotações disponíveis somente após setembro de 2003. Logo, o período de análise compreendeu apenas as datas entre 22/09/2003 e 29/12/2011. Além disso, as datas nas quais o valor de algum índice não estava disponível foram eliminadas, restando um total de 1.858 dias de negociação em que estavam disponíveis os valores para todos os índices.

Depois, foram calculados os retornos logarítmicos diários para cada índice. Esses retornos foram, então, segregados em três períodos: Período Pré-Crise, de 10/01/2003 a 30/11/2007, com 943 retornos para cada índice; Período de Crise, de 01/12/2007 a 30/06/2009, com 354 retornos para cada índice; e Período Pós-Crise, de 01/07/2009 até 31/12/2011, com 560 retornos para cada índice. Esses períodos foram escolhidos de acordo com as datações do Business Cycle Dating Committee do National Bureau of Economic Research. Essa segregação não é obrigatória para que se possa estimar a série de covariâncias, uma vez que o modelo BEKK é dinâmico. Uma alternativa a essa segregação em três períodos seria a análise de intervenção – nome dado à metodologia que sugere o uso de variáveis *proxies* para indicar eventos externos às séries. Entretanto, a análise de intervenção serve para modelar somente variações na média da série. Portanto, como o objetivo deste estudo é verificar se também houve mudanças nas estruturas de correlação das séries, optou-se por modelar os três períodos separadamente.

As estatísticas descritivas dos índices e seus respectivos retornos em cada período estão apresentadas na Tabela 1, a seguir. O desvio-padrão das variáveis em nível não está sendo apresentado, pois não acrescentaria informação relevante à análise.

TABELA 1 – Estatísticas descritivas para os índices em nível e seus retornos

		Variáveis em nível			Log-Retornos		
		Pré-crise	Crise	Pós-crise	Pré-crise	Crise	Pós-crise
IBOV	Desvio-padrão	-	-	-	0,017440	0,030957	0,015011
	Máximo	65.318,00	73.517,00	72.996,00	0,073090	0,154728	0,057473
	Média	33.472,00	52.481,00	63.642,00	0,001422	- 0,000572	0,000175
	Mínimo	15.806,00	29.435,00	48.668,00	- 0,068565	- 0,120961	- 0,084307
IPC	Desvio-padrão	-	-	-	0,012790	0,022912	0,011652
	Máximo	32.836,12	32.095,04	38.696,24	0,071187	0,111115	0,045387
	Média	17.765,00	25.308,00	33.504,00	0,001418	- 0,000566	0,000755
	Mínimo	7.771,93	16.891,03	23.359,94	- 0,063715	- 0,072661	- 0,059853
IPSA	Desvio-padrão	-	-	-	0,009711	0,017988	0,011267
	Máximo	3.499,50	3.294,40	5.040,97	0,033257	0,150250	0,057322
	Média	2.162,00	2.771,00	4.145,00	0,000910	- 0,000102	0,000536
	Mínimo	1.359,18	2.101,10	3.061,45	- 0,060318	- 0,062146	- 0,072363
MERVAL	Desvio-padrão	-	-	-	0,017652	0,029219	0,018484
	Máximo	2.351,44	2.244,97	3.664,82	0,060860	0,124891	0,069183
	Média	1.563,00	1.635,00	2.661,00	0,001084	- 0,000930	0,000784
	Mínimo	794,26	828,99	1.477,84	- 0,101537	- 0,129516	- 0,113521
SP500	Desvio-padrão	-	-	-	0,007850	0,024462	0,013210
	Máximo	1.565,15	1.515,96	1.363,61	0,028678	0,104236	0,046317
	Média	1.260,00	1.120,00	1.172,00	0,000393	- 0,001347	0,000567
	Mínimo	995,97	676,53	879,56	- 0,035343	- 0,094695	- 0,068958

Fonte: dos autores

Os dados mostram que os retornos médios para os índices nos períodos de crise são inferiores aos períodos pré e pós-crise. Considerando o período de crise como um período de elevada volatilidade, em alguns índices é nesse período em que se encontram valores máximos e mínimos para os retornos, no intervalo de tempo analisado. Além disso, o único índice que ainda não havia atingido novamente o valor máximo do período pré-crise foi o SP500.

Nas séries de retornos foi aplicado o teste *Augmented Dickey–Fuller* para verificar a existência de uma raiz unitária, obtendo-se p-valores inferiores a 0,01 para todas as séries, apontando a estacionariedade delas. Essa verificação é importante pois os modelos da família GARCH supõem estacionariedade das séries. Com esse resultado, para todas as séries optou-se pelo ajuste de um modelo MGARCH(1,1). A pesquisa de Hansen e Lunde (2005) analisou a eficiência na geração de

previsões entre modelos econométricos em diferentes defasagens e apontou que os resultados dos modelos mais completos do que o GARCH(1,1) não forneceram previsões mais precisas.

Para a análise dos dados foram utilizados o software “R” versão 2.13.2, complementado pelo pacote “mgarchBEKK”, versão 0.07-8. Por meio do pacote “mgarchBEKK”, a estimação dos parâmetros é realizada pela maximização da função de quase-máxima verossimilhança e do método de otimização numérica de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

A seguir serão discutidos os principais resultados da pesquisa.

4 RESULTADOS

As análises da estrutura temporal da covariância entre os índices das bolsas foram realizadas

aos pares, sempre conjuntamente com o IBOV. Isso gerou quatro modelos GARCH(1,1) bivariados (IBOV $\times$ SP500, IBOV $\times$ IPC, IBOV $\times$ IPSA e IBOV $\times$ Merval), para cada um dos três períodos, de forma a permitir comparação entre as diferentes estimativas para os parâmetros e também entre as covariâncias. Optou-se pela escolha do modelo bivariado frente a um modelo pentavariado em razão do menor número de parâmetros a serem estimados (apenas 7 em cada modelo bivariado, contra 65 parâmetros em cada modelo pentavariado). Cada modelo bivariado foi testado dentro de cada um dos três períodos, com as datas de corte obedecendo à datação oficial da crise de acordo com o National Bureau of Economic Research.

A equação BEKK-MGARCH(1,1) utilizada para modelagem foi a descrita anteriormente, adaptada de Laurent, Bauwens e Rombouts (2006), baseada no trabalho seminal de Engle e Kroner (1995). As tabelas que apresentam os resultados das estimativas dos parâmetros foram estruturadas de forma que o IBOV sempre estivesse representado pelo índice 1 e a outra bolsa do par analisado, pelo índice 2.

4.1 IBOV X SP500

O primeiro par de índices avaliado foi o IBOV e o SP500. A Tabela 2, a seguir, apresenta as estimativas dos parâmetros e o erro-padrão (entre parênteses).

TABELA 2 – Resultados Beka-Mgarch(1,1) para IBOV X SP500

		Pré-crise Estimativa (erro-padrão)	Durante Estimativa (erro-padrão)	Pós-crise Estimativa (erro-padrão)
C	c_{11}	-0,0145 (0,0013)*	0,0155 (0,0028)*	0,0136 (0,0005)*
	c_{21}	-	-	-
	c_{12}	-0,0034 (0,0007)*	0,0161 (0,0034)*	0,0092 (0,0012)*
	c_{22}	-0,0052 (0,0003)*	0,0119 (0,0028)*	-0,0049 (0,0017)*
A	a_{11}	0,1084 (0,1329)	-1,1439 (0,119)*	0,6334 (0,0863)*
	a_{21}	-0,2693 (0,2386)	0,9041 (0,1417)*	-0,4065 (0,0996)*
	a_{12}	0,071 (0,043)	-0,6266 (0,0939)*	0,4778 (0,0862)*
	a_{22}	0,166 (0,0893)	0,3261 (0,115)*	-0,5361 (0,1028)*
B	b_{11}	0,26 (0,1245)*	0,2867 (0,1308)*	-0,0616 (0,2535)
	b_{21}	-1,5139 (0,2417)*	0,3305 (0,221)	0,0354 (0,13)
	b_{12}	0,1008 (0,0695)	0,1061 (0,0746)	0,5084 (0,2778)
	b_{22}	-0,636 (0,1924)*	0,1214 (0,0917)	-0,2414 (0,2445)

Fonte: dos autores

* Indica significância estatística para valor do coeficiente a 5%. Os coeficientes aqui apresentados seguem o formato da equação (9).

De maneira geral, os parâmetros ARCH (matriz A) não se mostraram significantes no período pré-crise. Ou seja, a volatilidade do retorno dos índices era pouco influenciada pelos seus últimos valores. Nesse período, há indícios de que a volatilidade mantinha um nível mínimo (estimativas significantes na matriz C), além de uma persistência na estrutura de variância e covariância (parâmetros GARCH, representados pela matriz B).

Durante a crise, os componentes ARCH passaram a ser significantes, indicando uma resposta imediata aos retornos passados do próprio índice (IBOV ou SP500) e também em relação ao retorno passado do outro índice (SP500 ou IBOV). Os indícios de que a volatilidade mantinha um nível mínimo permaneceram. A análise da parte GARCH aponta persistência apenas da volatilidade do IBOV.

Após a crise, os índices também apresentaram uma influência determinada por seus próprios retornos e pelos retornos do outro índice, além de indício de um nível constante de volatilidade – no entanto, nenhuma influência relativa a suas variâncias e covariâncias passadas.

Na Figura 1 é possível observar o comportamento temporal da correlação entre os índices. Cabe lembrar que os resultados foram obtidos utilizando o modelo apresentado na Equação 9, dentro cada um dos três períodos. A correlação é uma alternativa à representação da covariância, corrigindo-a pelos desvios padrões das duas séries e sempre variando entre 1 e -1. Para facilitar a visualização do gráfico foi representada a média móvel dos valores da correlação com tamanho da janela temporal igual a 1.

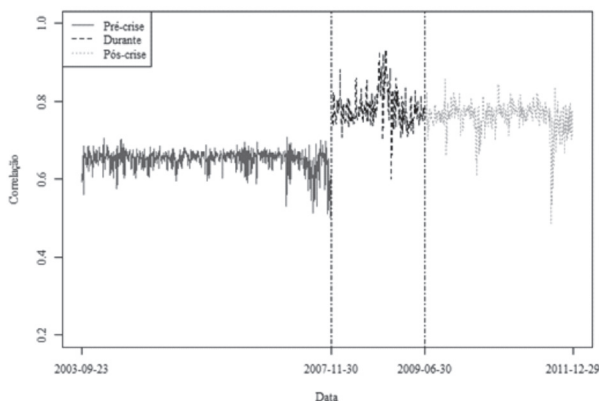


FIGURA 1 – Comportamento da correlação condicional IBOV X SP500 ao longo do tempo

Fonte: dos autores

A partir da análise da Figura 1, vemos que a correlação entre os índices IBOV e SP500 apresentou valores mais próximos de zero, com menor variabilidade, durante o período pré-crise. Ou seja, caso um investidor desejasse realizar uma diversificação de portfólio utilizando ações que compõem esses índices, encontraria mais dificuldades nos períodos posteriores a crise. É possível perceber que houve uma mudança no nível da correlação no período de crise, em que a média da correlação aumentou de 0,649 para 0,783, indicando que os mercados variaram de maneira mais conjugada no período de alta volatilidade. A média da correlação se manteve praticamente inalterada no período pós-crise, em comparação com o período anterior, tendo uma média de 0,759.

4.2 IBOV X IPC

A análise do segundo par de índices mostrou uma relação um pouco diferente em comparação ao primeiro par analisado. A Tabela 3 a seguir apresenta as estimativas dos parâmetros e o respectivo erro-padrão (entre parênteses).

TABELA 3 – Resultados Bekaert-Mgarch(1,1) para IBOV X IPC

		Pré-crise	Durante	Pós-crise
		Estimativa (erro-padrão)	Estimativa (erro-padrão)	Estimativa (erro-padrão)
C	c_{11}	-0,0138 (0,0009)*	0,008 (0,0036)*	0,0072 (0,0023)*
	c_{21}	-	-	-
	c_{12}	-0,0012 (0,0012)	0,0174 (0,0017)*	-0,0011 (0,0021)
	c_{22}	0,0024 (0,0025)	0,0009 (0,0072)	-0,0003 (0,0011)
A	a_{11}	-0,086 (0,0565)	-0,9182 (0,1287)*	0,2277 (0,1156)*
	a_{21}	-0,4705 (0,0886)*	0,6568 (0,198)*	0,0771 (0,1525)
	a_{12}	0,1076 (0,0432)*	-0,511 (0,1947)*	0,1765 (0,0917)
	a_{22}	-0,5449 (0,0563)*	0,3522 (0,2717)	-0,3393 (0,1234)*
B	b_{11}	0,3661 (0,0979)*	0,3671 (0,1548)*	-1,21 (0,1419)*
	b_{21}	0,2187 (0,0791)*	0,5885 (0,2146)*	1,3348 (0,3596)*
	b_{12}	0,4619 (0,0912)*	0,1746 (0,0786)*	-1,0973 (0,0433)*
	b_{22}	0,296 (0,1108)*	0,2778 (0,1425)	1,214 (0,1431)*

Fonte: dos autores

* Indica significância estatística para valor do coeficiente a 5%. Os coeficientes aqui apresentados seguem o formato da equação (9).

Para esse par de índices, o componente GARCH se apresentou significativo durante os três períodos analisados, indicando uma forte persistência de volatilidade, tanto cruzada (IBOV $\times$ IPC) como não cruzada (IBOV $\times$ IBOV e IPC $\times$ IPC). Ao longo do tempo, os componentes ARCH se mostraram, em parte, significativos. Observa-se que a relação cruzada entre os retornos dos índices não foi relevante no período pós-crise, ou seja, os mercados deixaram de dar respostas imediatas em relação aos retornos da outra bolsa, respondendo apenas em relação a seus próprios retornos.

Nenhuma relação específica pode ser identificada em relação aos níveis mínimos de volatilidade, pois o único parâmetro que permaneceu significativo ao longo do tempo foi o c_{11} , indicando que apenas a volatilidade do IBOV possuía um nível com suporte diferente de zero.

Ressalta-se que era esperada uma diminuição na correlação entre as séries no período pós-crise, fato que está demonstrado na Figura 2. Essa redução pode ser explicada pela ausência de indícios de relação cruzada entre os retornos e a volatilidade. Outra relação visível na Figura 2 é o aumento da média da correlação no período de crise (de 0,633 para 0,810) e a redução da variabilidade da mesma neste período.

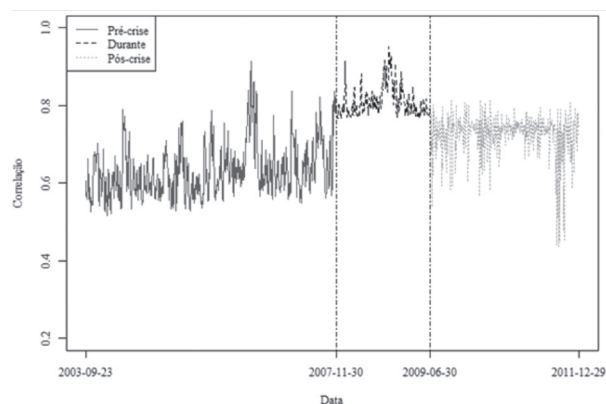


FIGURA 2 – Comportamento da correlação condicional IBOV X IPC ao longo do tempo

Fonte: dos autores

Nesse par de índices, o período pós-crise apresentou uma diminuição da correlação média (0,724), ainda assim superiores aos níveis anteriores à crise e com variabilidade superior ao período de crise. Ou seja, um investidor que desejasse realizar uma diversificação de portfólio entre esses dois mercados encontraria dificuldades, seja pela elevada variabilidade das correlações (período pré e pós-crise) ou pelo elevado valor da correlação (período de crise).

4.3 IBOV X IPSA

A análise da terceira combinação de mercados não permite identificar relações cruzadas evidentes entre suas volatilidades, conforme se observa na Tabela 4, em que se encontram as estimativas dos parâmetros e o respectivo erro-padrão (entre parênteses).

No período pré-crise, tanto as estimativas dos parâmetros ARCH como dos parâmetros GARCH foram, de maneira geral, estatisticamente significantes. No entanto, nos três períodos observados, nenhuma relação duradoura específica pode ser identificada em relação aos níveis mínimos de volatilidade, pois o único parâmetro que permaneceu significativo ao longo do tempo foi o c_{11} , indicando que apenas a volatilidade do IBOV possuía um nível com suporte diferente de zero, comportamento já observado anteriormente em outros pares de séries analisados.

Os valores encontrados para a matriz C indicam que a volatilidade apresentou um nível constante diferente de zero, durante o período pós-crise. Nesse período, de maneira geral, os parâmetros ARCH e GARCH também foram estatisticamente relevantes, embora não seja possível identificar uma relação cruzada clara entre os índices.

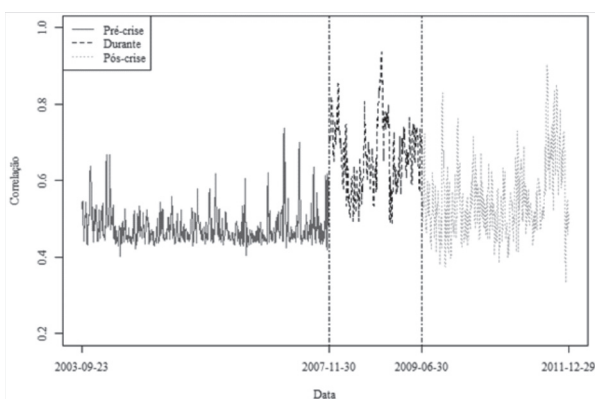
TABELA 4 – Resultados Beka-Mgarch(1,1) para IBOV X IPSA

		Pré-crise Estimativa (erro-padrão)	Durante Estimativa (erro-padrão)	Pós-crise Estimativa (erro-padrão)
C	c_{11}	-0,0137 (0,0023)*	0,0158 (0,0021)*	0,011 (0,0012)*
	c_{21}	-	-	-
	c_{12}	0,0013 (0,0018)	-0,0015 (0,0014)	0,0017 (0,0009)*
	c_{22}	0,0003 (0,0011)	0 (0,0027)	0,0065 (0,001)*
A	a_{11}	0,166 (0,091)	-0,2578 (0,07)*	0,2685 (0,0747)*
	a_{21}	-0,3424 (0,1297)*	-0,6527 (0,1295)*	0,2182 (0,0978)*
	a_{12}	0,1453 (0,0418)*	0,0556 (0,0536)	0,0183 (0,0502)
	a_{22}	-0,6243 (0,0717)*	-0,3063 (0,1114)*	0,6249 (0,071)*
B	b_{11}	-0,6036 (0,1848)*	-0,5534 (0,1189)*	-0,3391 (0,1587)*
	b_{21}	1,0352 (0,3759)*	-0,2553 (0,1375)	-0,3504 (0,1589)*
	b_{12}	-0,4799 (0,0517)*	-0,4338 (0,0607)*	-0,2374 (0,095)*
	b_{22}	0,7673 (0,1223)*	-0,217 (0,1219)	-0,2472 (0,1464)

Fonte: dos autores

* Indica significância estatística para valor do coeficiente à 5%. Os coeficientes aqui apresentados seguem o formato da equação (9).

A Figura 3, a seguir, demonstra outro comportamento já observado nos pares de séries anteriores: há uma evidente mudança de nível da correlação média durante o período de crise (de 0,477 para 0,666); nesse caso, no entanto, a mudança de nível está acompanhada de um aumento de variabilidade. Dentre os pares de índices analisados este foi o que apresentou a menor correlação média nos três períodos.

**FIGURA 3** – Comportamento da correlação condicional IBOV X IPSA ao longo do tempo

Fonte: dos autores

Neste caso, no período pós-crise, um comportamento até então não observado nas séries anteriores foi a redução da resiliência da correlação, ou seja, aparentemente a correlação não possui uma média constante ao longo do tempo. Isso representa um problema adicional para os investidores que estejam interessados em realizar uma diversificação de portfólio entre os mercados representados por esses índices, pois dificulta ainda mais a manutenção da suposição de que as matrizes de correlação são razoavelmente constantes ao longo do tempo.

4.4 IBOV X Merval

O último par de índices da amostra relaciona as bolsas brasileira e argentina. A Tabela 5, a seguir, apresenta as estimativas dos parâmetros e o respectivo erro-padrão (entre parênteses).

TABELA 5 – Resultados Beka-Mgarch(1,1) PARA IBOV X Merval

		Pré-crise Estimativa (erro-padrão)	Durante Estimativa (erro-padrão)	Pós-crise Estimativa (erro-padrão)
C	c_{11}	0,0151 (0,0019)*	0,0152 (0,0017)*	0,0115 (0,0024)*
	c_{21}	-	-	-
	c_{12}	0,0061 (0,0031)*	0,0022 (0,002)	0,0114 (0,0012)*
	c_{22}	-0,0125 (0,0014)*	0 (0,0034)	0,0104 (0,0009)*
A	a_{11}	-0,1141 (0,0727)	-0,059 (0,0854)	0,5771 (0,1242)*
	a_{21}	0,412 (0,1038)*	0,8812 (0,1122)*	-0,2477 (0,0848)*
	a_{12}	0,213 (0,1102)	0,1339 (0,0906)	1,0244 (0,1355)*
	a_{22}	-0,031 (0,1266)	0,2887 (0,1405)*	-0,5943 (0,1073)*
B	b_{11}	0,4291 (0,2712)	-0,4311 (0,1159)*	0,0097 (0,319)
	b_{21}	-0,3431 (0,3091)	-0,1999 (0,09)*	-0,3937 (0,3967)
	b_{12}	0,6351 (0,1803)*	-0,5862 (0,1241)*	-0,0238 (0,0708)
	b_{22}	-0,4709 (0,2065)*	-0,2718 (0,1337)*	-0,0636 (0,2166)

Fonte: dos autores

* Indica significância estatística para valor do coeficiente a 5%. Os coeficientes aqui apresentados seguem o formato da equação (9).

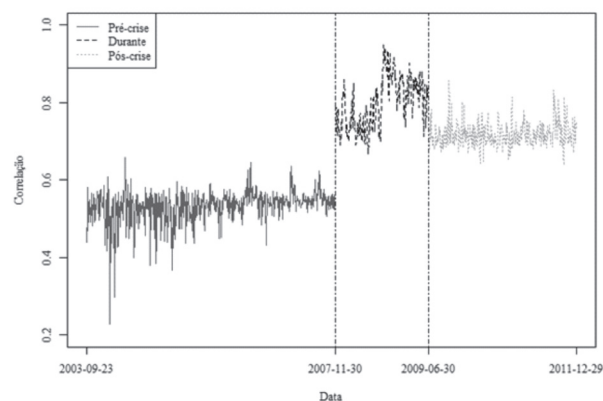
De maneira geral, nos três períodos analisados, os componentes do modelo (nível, parte ARCH e parte GARCH) não se mostraram significativos por dois períodos consecutivos. Observa-se que no período pré-crise a relação mais evidente entre os índices se deu no nível e que nenhuma relação cruzada evidente entre os índices pode ser identificada.

Já no período de crise, houve uma clara persistência nas volatilidades, evidenciada pela significância de todos os parâmetros da matriz B. No entanto, não foram obtidas evidências de que essa relação se mantivesse durante o período imediatamente posterior. Percebe-se que no período pós-crise voltou a ser identificada uma relação de níveis mínimos de volatilidade, além do surgimento de uma relação de respostas aos retornos defasados tanto cruzados como não cruzados. Essas mudanças nas características das relações entre as séries dificultam a tomada de decisão por investidores interessados na diversificação de portfólio entre esses mercados.

A Figura 4 apresenta o comportamento temporal da correlação entre o IBOV e o Meval. O período pré-crise apresentou uma correlação média de 0,531 e uma variabilidade gradualmente menor ao longo do tempo. No período de crise,

o nível médio de correlação subiu para 0,798, comportamento já observado nas séries anteriores. Nesse caso, porém, é possível identificar dois diferentes subníveis de correlação do período de crise (aproximadamente 0,753 e 0,846), característica que só pode ser observada por causa da utilização de um modelo dinâmico.

Acrescenta-se que, no período pós-crise, ocorreu uma diminuição da correlação média para 0,718, ainda superior ao período pré-crise. Em comparação aos pares de índices anteriores, este apresentou uma alta resiliência nesse período.

**FIGURA 4** – Comportamento da correlação condicional IBOV X Merval ao longo do tempo

Fonte: dos autores

4.5 Análise dos Resíduos

Visando validar as análises realizadas, procedeu-se à realização de um teste para verificação

de presença de autocorrelação serial nos resíduos do modelo. Os resultados estão apresentados na Tabela 6, a seguir:

TABELA 6 – Teste Ljung-box para resíduos padronizados (LAG = 20)

Modelo	Bolsa	Pré-crise		Durante		Pós -crise	
		<i>test stat</i>	<i>p-value</i>	<i>test stat</i>	<i>p-value</i>	<i>test stat</i>	<i>p-value</i>
IBOV × SP500	IBOV	25,8655	0,1703	17,0546	0,6494	25,6993	0,176
	SP500	24,3204	0,2287	66,1374	<0,001*	12,5802	0,8947
IBOV × IPC	IBOV	20,7689	0,4108	11,0224	0,9456	17,3346	0,6311
	IPC	33,6626	0,0285	31,7359	0,0462*	26,9989	0,1353
IBOV × IPSA	IBOV	23,2867	0,2749	17,0546	0,6494	19,2287	0,507
	IPSA	33,237	0,0318	26,8476	0,1396	39,2545	0,0062
IBOV × MERV	IBOV	24,705	0,213	22,5484	0,3115	17,2228	0,6385
	MERV	18,2339	0,572	26,2513	0,1577	37,8948	0,0091

Fonte: dos autores

* Indica significância estatística para valor do coeficiente a 5%.

O teste de Ljung-Box para os resíduos padronizados rejeitou a hipótese de ausência de autocorrelação nas bolsas SP500 e IPC (destacados com *), com nível de significância de 5%, apenas no período durante a crise. Outros modelos com maiores *lags* foram testados para essas bolsas; não houve, entretanto, alteração nos resultados desse teste. Esse resultado não invalida o modelo, pois, conforme demonstrado anteriormente, nesses casos as estimativas dos parâmetros foram significativas em sua maioria.

Os resultados encontrados nessa análise são consoantes aos resultados de Lin e Chen (2010), em que os autores, ao investigar o comportamento temporal da correlação entre os mercados de Tóquio e Hong Kong, também detectaram autocorrelação nos resíduos e não encontraram significância em alguns parâmetros em seu modelo. No entanto, como a estrutura do modelo adota a forma matricial, não é possível descartar apenas alguns parâmetros estimados.

Algumas pesquisas vão ao encontro dos principais resultados deste artigo. Nesse sentido, Borland (2009) identificou a ocorrência de um aumento marcante nos comovimentos dos retornos das ações, nas volatilidades e nas mudanças da volatilidade em períodos de pânico. Moldovan e

Medrega (2011) encontraram um fortalecimento das relações entre os índices analisados durante a crise. Recentemente, Sandoval e Franca (2012) encontraram evidências de que os mercados tendem a se comportar de forma mais similar durante os períodos de alta volatilidade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise de um grupo de séries temporais utilizando modelos multivariados permite a identificação de relações cruzadas entre as séries, o que não é possível usando vários modelos univariados separadamente. Nesse sentido, o escopo desta pesquisa foi avaliar impacto da crise de 2008 na estrutura temporal de correlação condicional da BM&FBovespa em relação a outras bolsas do continente americano.

Esta pesquisa traz resultados que não sustentam a hipótese de *decoupling*, visto que as correlações permaneceram elevadas no período pós-crise em relação ao período pré-crise. A alteração do comportamento temporal da correlação entre a BM&FBovespa com as demais bolsas da amostra pode ser considerada um indício da ocorrência do efeito contágio. Os resultados encontrados para a

relação existente entre as bolsas americanas são consoantes aos resultados de outras pesquisas realizadas com dados de outros mercados bursáteis, como Kim e Kim (2011), para o efeito contágio entre o mercado norte-americano e as bolsas asiáticas, e Fenn et al (2011) para o mesmo efeito em mercados emergentes, embora as variáveis e o período de análise sejam ligeiramente diferentes. Resultados desta pesquisa também são similares aos de Bouaziz, Selmi e Boujelbene (2012), que encontraram um aumento significativo nos coeficientes de correlação dinâmicos nos pares de bolsa Estados Unidos-França, Estados Unidos-Alemanha, Estados Unidos-Itália e Estados Unidos-Reino Unido. No caso brasileiro, Perobelli, Vidal e Securato (2013), utilizaram uma abordagem baseada em estabilidade de cargas fatoriais e também encontram sinalizações de contágio para a crise do *subprime*.

No presente estudo, é interessante observar que o advento da crise de 2008, mesmo com origem no mercado de crédito imobiliário norte-americano, foi capaz de alterar a estrutura temporal de correlação da Bolsa brasileira com as demais bolsas do continente americano. Uma vez que os mercados de financeiros tornam-se cada vez mais integrados, a mobilidade internacional do capital permite que os investidores realizem a diversificação de seu portfólio de investimentos de maneira internacional, buscando ativos pouco correlacionados para minimização do risco. Uma das consequências do aumento dessa internacionalização dos investimentos e da interconectividade do comércio mundial é que, em momentos de turbulência em uma economia, os mercados em outros países também são impactados. No caso da crise de 2008, isso não é diferente, gerando impactos também em todo continente americano.

Nesse sentido, a utilização de uma modelagem BEKK-MGARCH(1,1), também utilizada por Kim e Kim (2011), foi adequada para o atingimento dos objetivos propostos. Um resultado importante encontrado em todos os pares de séries foi o aumento da coesão entre os índices bursáteis durante o período de crise e o não retorno dessa coesão aos níveis pré-crise. Ou seja, um investidor que buscasse a diversificação de seu portfólio teria vantagens ao realizá-la nos mercados brasileiro e chileno, pois o par de índices IBOV $\times$ IPSA foi

o que apresentou a menor correlação média nos três períodos.

Por outro lado, o uso das mesmas datas para determinar o início e o fim do período de crise para todos os mercados analisados é uma limitação deste estudo, visto que em alguns casos (ex: IBOV $\times$ IPC) o comportamento temporal da correlação aparenta indicar que houve uma mudança para o nível da crise nos dias precedentes ao período fixado, como foi possível observar na Figura 2.

Além disso, muitas das análises realizadas e conclusões obtidas só foram possíveis em razão do uso de uma modelagem multivariada dinâmica. Em alguns casos, quando se estudam as correlações entre mercados, elas são tratadas como constantes. No entanto, tem se tornado um fato estilizado de finanças a constatação de que as correlações entre os retornos de ativos ou índices não são constantes ao longo do tempo, conforme já documentado por Erb, Harvey e Viscanta (1994), Longin e Solnik (1995) e Engle (2002).

Finalmente, as entidades reguladoras do mercado de capitais brasileiro devem ter em mente as correlações condicionais entre mercados internacionais para aprimorar as regulamentações e estruturar maneiras efetivas de diminuição do risco de contágio da bolsa brasileira. Assim, a qualidade desse mercado de capitais pode ser melhorada e ainda mais desenvolvida, visando à atração de investimentos não especulativos. Em outras palavras, o aumento da integração econômica internacional faz que estudos sobre eventos de contágio sejam relevantes para o estabelecimento de intervenções político-econômicas efetivas por parte das autoridades monetárias.

Visto o aumento da interconexão das economias americanas com os mercados asiáticos e europeu, futuras pesquisas podem ser realizadas utilizando um conjunto de índices que represente mercado de outros continentes, para também analisar a correlação do mercado brasileiro com esses mercados. Além disso, uma modelagem multivariada que leve em consideração mais de dois índices simultaneamente pode ser implementada para análise das conexões dinâmicas entre um número maior de índices, comparando-se o resultado com a modelagem aqui realizada, embora o número de parâmetros a ser estimado aumente consideravelmente.

REFERÊNCIAS

- BOLLERSLEV, T. **Glossary to ARCH (GARCH)**. Sept. 2008. CREATES Research Papers 2008-49.
- _____.; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. **Econometric Reviews**, Philadelphia, v. 11, n. 2, p. 143-172, 1992.
- BORLAND, L. **Statistical signatures in times of panic: markets as a self-organizing system**. 2009. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0908.0111>>. Acesso em: 03 jan. 2013.
- BOUAZIZ, M. C.; SELMI, N.; BOUJELBENE, Y. Contagion effect of the subprime financial crisis: evidence of DCC multivariate GARCH models. **European Journal of Economics, Finance & Administrative Sciences**, [S.l.], n. 44, p. 66, Jan. 2012.
- ENDERS, W. **Applied econometric time series**. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2009.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflation. **Econometrica**, Oxford, v. 50, n. 4, p. 987-1007, July 1982.
- _____. Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. **Journal of Business and Economic Statistics**, Alexandria, v. 20, n. 3, p. 339-350, July 2002.
- _____.; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized arch. **Econometric Theory**, Cambridge, v. 11, n. 1, p. 122-150, Mar. 1995.
- ERB, C. B.; HARVEY, C. R.; VISKANTA, T. E. Forecasting international equity correlations. **Financial Analysts Journal**, Charlottesville, v. 50, n. 6, p. 32-45, Nov./Dec. 1994.
- FENN, D. J. et al. Temporal evolution of financial market correlations. **Physical Review E**, New York, v. 84, n. 2, p. 1-15, Aug. 2011.
- FRANK, N.; HESSE, H. Financial spillovers to emerging markets during the global financial crisis, **Czech Journal of Economics and Finance**, Prague, v. 59, n. 6, p. 507-521, Dec. 2009.
- HANSEN, P. R.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? **Journal of Applied Econometrics**, Chicester, v. 20, n. 7, p. 873-889, Dec. 2005.
- KIM, B. H.; KIM, H. **Spillover effects of the US financial crisis on financial markets in emerging Asian countries**. Apr. 2011. Auburn Economics Working Paper Series, with number auwp2011-04.
- LAURENT, S.; BAUWENS, L.; ROMBOUTS, J. V. K. Multivariate GARCH models: a survey. **Journal of Applied Econometrics**, Chicester, v. 21, n. 1, p. 79-89, Jan./Feb. 2006.
- LIN, Y.; CHEN, Y. Study on time varying conditional correlations of stock market returns based on multivariate GARCH model. **Advanced Management Science (ICAMS)**, 2010 IEEE International Conference, July 2010. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=5553092&url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fxppls%2Fabs_all.jsp%3Farnumber%3D5553092>. Acesso em: 03 jan. 2013.
- LONGIN, F.; SOLNIK, B. Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990. **Journal of International Money and Finance**, Oxford, v. 14, n. 1, p. 3-26, 1995.
- MOLDOVAN, I.; MEDREGA, C. Correlation of international stock markets before and during the subprime crisis. **The Romanian Economic Journal**, [S.l.], v. 14, n. 40, p. 173-193, June 2011.
- PEROBELLI, F. F. C.; VIDAL, T. L.; SECURATO, J. R. Avaliando o efeito contágio entre economias durante crises financeiras. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 43, n. 3, p. 557-594, jul./set. 2013.
- SANDOVAL JÚNIOR, Leonidas; FRANCA, I. P. Correlation of financial markets in times of crisis. **Physica A**, Amsterdam, v. 391, n. 1-2, p. 187-208, Jan. 2012.