

## Desenvolvimento de ferramenta computacional para auxílio ao projeto de gemas lapidadas

Luiz S. Martins-Filho

*Depart. de Computação - Universidade Federal de Ouro Preto - DECOM/ICEB/UFOP  
E-mail: luizm@iceb.ufop.br*

Adriano A. Mol

*Centro de Estudos em Design de Gemas e Jóias - Universidade do Estado de Minas Gerais - CEDJ/UEMG  
E-mail: adriano.mol@uemg.br*

Ronilson Rocha

*Depart. de Controle e Automação - Universidade Federal de Ouro Preto - DECAT/EM/UFOP  
E-mail: rocha@em.ufop.br*

### Resumo

Esse trabalho apresenta um estudo sobre ferramenta computacional para auxílio ao projeto de lapidação de gemas. O material escolhido para o estudo é o quartzo hialino. São apresentados aspectos de desenvolvimento histórico do processamento de gemas e também os diagramas de lapidação e seus principais parâmetros. Para a determinação do grau de eficiência de um modelo de lapidação, são propostos dois critérios: a brilhância e o aproveitamento em peso. A ferramenta computacional, a ser utilizada na estimação desses resultados de um determinado projeto, baseia-se nas redes neurais artificiais. A validação da ferramenta proposta utiliza testes sobre dados de 62 diferentes projetos de lapidação.

**Palavras-chave:** gemas lapidadas, design de lapidação, redes neurais artificiais.

### Abstract

*This paper presents a study on a Computer-aided-design (CAD) tool for lapidary design. The material chosen is rock crystal quartz. Aspects of historical development of gemstone lapidary, faceting diagrams and faceting parameters are presented. Two criteria are proposed to assess the efficiency of a given lapidary design: brilliance and yield. To estimate these two results, the tool developed is based on artificial neural networks. Tests with 62 different lapidary designs were used to validate the proposed CAD tool.*

**Keywords:** faceted gems, lapidary design, artificial neural networks

## 1. Introdução

Os minerais denominados gemas possuem características especiais, como cor, brilho, transparência, dureza e raridade. Pela beleza ligada a essas características, as gemas vêm sendo utilizadas nas mais variadas formas, associadas a objetos de adorno e, pela sua raridade, lhes foi atribuído alto valor de troca. Desde os primórdios da civilização, encontram-se exemplos das tentativas de aprimoramento das características ópticas, visando ao aumento da beleza e do valor. Uma das formas mais importantes de agregar valor às gemas é a lapidação, denominação geral do processo de corte e polimento de diversos materiais. As técnicas de lapidação de gemas evoluíram, no sentido de obter modelos cada vez mais sofisticados, buscando alcançar controle de saturação da cor, maximizar o retorno da luz incidente à perspectiva do observador, o que se denomina brilhância, obter distorção da luz no interior da gema, melhorar o aproveitamento em peso do material bruto e permitir a fixação da gema em metais na construção de jóias (Webster, 2002).

O objetivo desse trabalho é estudar uma ferramenta computacional de auxílio ao projeto de lapidação de gemas, visando a estimar o valor do resultado obtido, segundo duas características importantes: a brilhância e o aproveitamento do material bruto. Para o desenvolvimento dessa ferramenta, propõe-se a utilização de redes neurais artificiais. Trata-se de uma solução inspira-

da nos neurônios do sistema nervoso, que tem sido aplicada em diversos problemas. Esse sistema computacional é capaz de extrair conhecimento de sistemas fortemente não lineares e complexos e este é o caso da relação entre forma geométrica tridimensional de uma gema lapidada e suas características de brilhância e aproveitamento.

## 2. Lapidação

A lapidação para processamento de minerais para fins de adorno tem origem, segundo historiadores, na região do Iraque, no século 5 AC. Os primeiros modelos são obtidos pelo polimento das faces naturais de cristais ou de seixos rolados encontrados em depósitos de aluvião. Posteriormente, surge o modelo cabochão, que resulta em gemas de superfície em forma de domo arredondado. Por volta do século 13 DC, resultados ópticos melhores são obtidos com os modelos de lapidação facetados, com pequenos cortes por abrasão, utilizando-se pó de diamante ou coríndon e disco plano. As formas tornam-se prismáticas, visando a realçar efeitos ópticos importantes como brilho e dispersão da luz. A partir do século XX, esses modelos de lapidação passaram a ser descritos por parâmetros bem definidos, cuja influência na aparência tornou-se objeto de estudos para aprimoramento das técnicas de processamento. A nomenclatura básica de um modelo facetado é mostrada na Figura 1 e seus parâmetros dizem respeito às proporções entre essas partes.

Analisando a interação da luz com uma gema transparente, pode-se destacar os principais fenômenos físicos em termos da óptica geométrica. Quando um feixe de luz incide sobre a superfície da gema, uma parte dele é refletida enquanto outra é transmitida (refratada) através da interface ar-gema. A parte do feixe que percorre o interior da gema repete esse comportamento quando encontra outras superfícies de interface. A Figura 2 ilustra esse fenômeno óptico, onde se observa que a partir de um certo ângulo, denominado ângulo crítico, o feixe é exclusivamente refletido. A relação entre ângulo incidente e de refração é dada pela lei de Snell, onde  $c$  é a velocidade da luz no ar,  $v$  é a velocidade da luz no interior da gema,  $n$  é o índice de refração da gema,  $\text{sen } i$  é o seno do ângulo de incidência e  $\text{sen } r$  é o seno do ângulo de

$$\text{refração: } \frac{c}{v} = n = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

A Figura 3 mostra como os feixes de luz viajam pelo interior de uma gema. Os ângulos formados pela coroa e pelo pavilhão da gema, em relação ao plano do horizonte (rondiz), são definidores de sua geometria e determinam os valores de brilhância, a partir do índice de refração da gema. A brilhância, propriedade fundamental para a valoração de uma gema, pode ser considerada como a porção da luz incidente que é devolvida pela gema após sucessivas reflexões internas para um observador colocado frontalmente sobre a coroa desta.

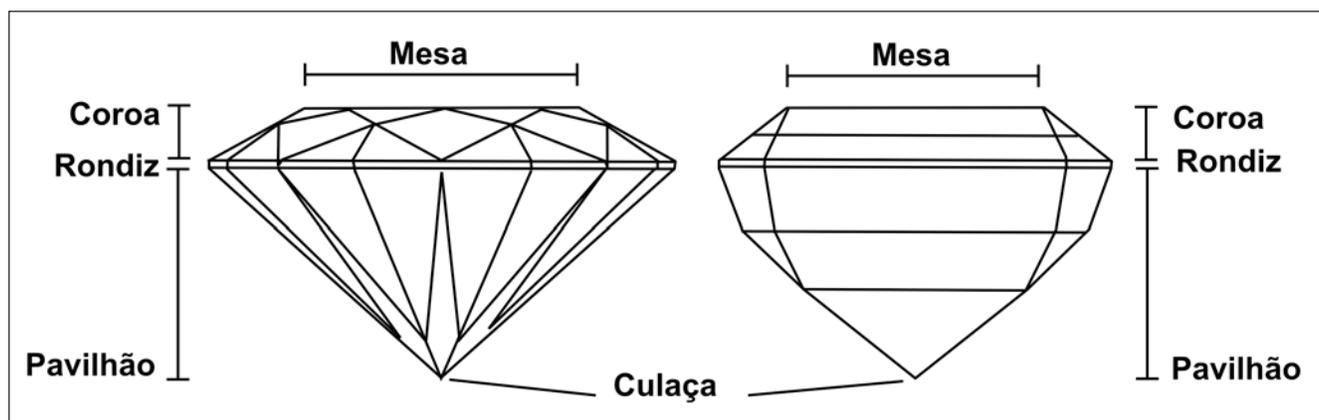


Figura 1 - Nomenclatura de um modelo de gema lapidada.

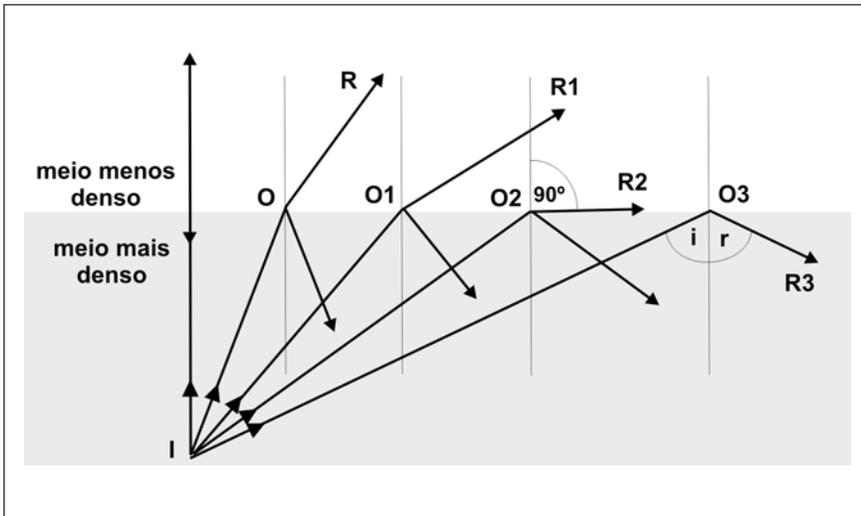


Figura 2 - Reflexão e refração da luz numa interface entre dois materiais diferentes.

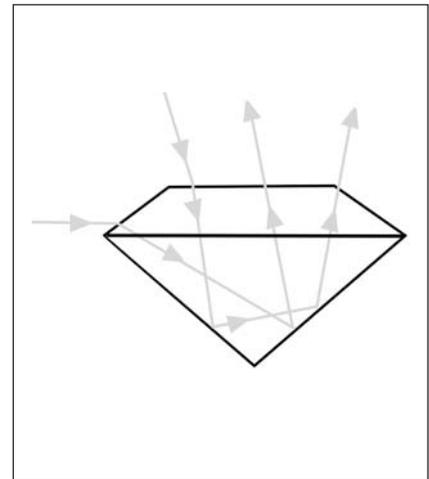


Figura 3 - Percursos de feixes de luz no interior de uma gema lapidada.

Outra característica importante de um modelo de lapidação é a relação de aproveitamento entre o peso do material em estado bruto e quando facetado. Como o material bruto se apresenta em formas extremamente irregulares e as mais diversas, para efeitos de comparação, esse critério pode ser convencionado como o percentual de volume da gema lapidada inserida dentro de um cubo, de menor dimensão possível, que contenha essa gema.

Um modelo de lapidação pode ser definido através de um diagrama onde são descritos todos os parâmetros geométricos, relações entre dimensões e ângulos necessários para o corte de cada faceta, assim como sua quantidade. Um diagrama para o modelo brilhante redondo padrão, gerado no software GemCAD, é mostrado na Figura 4. Esse software fornece, a partir dos parâmetros geométricos e índice de refração, os resultados de brilhância e aproveitamento dos modelos de lapidação utilizados nesse estudo.

Nesse trabalho, considera-se que o valor de uma gema facetada, para um dado material-padrão, é determinado por duas características principais: brilhância e aproveitamento. Considera-se, também, que essas características dependem dos seguintes parâmetros: quantidade total de facetas (F), quantidade de face-

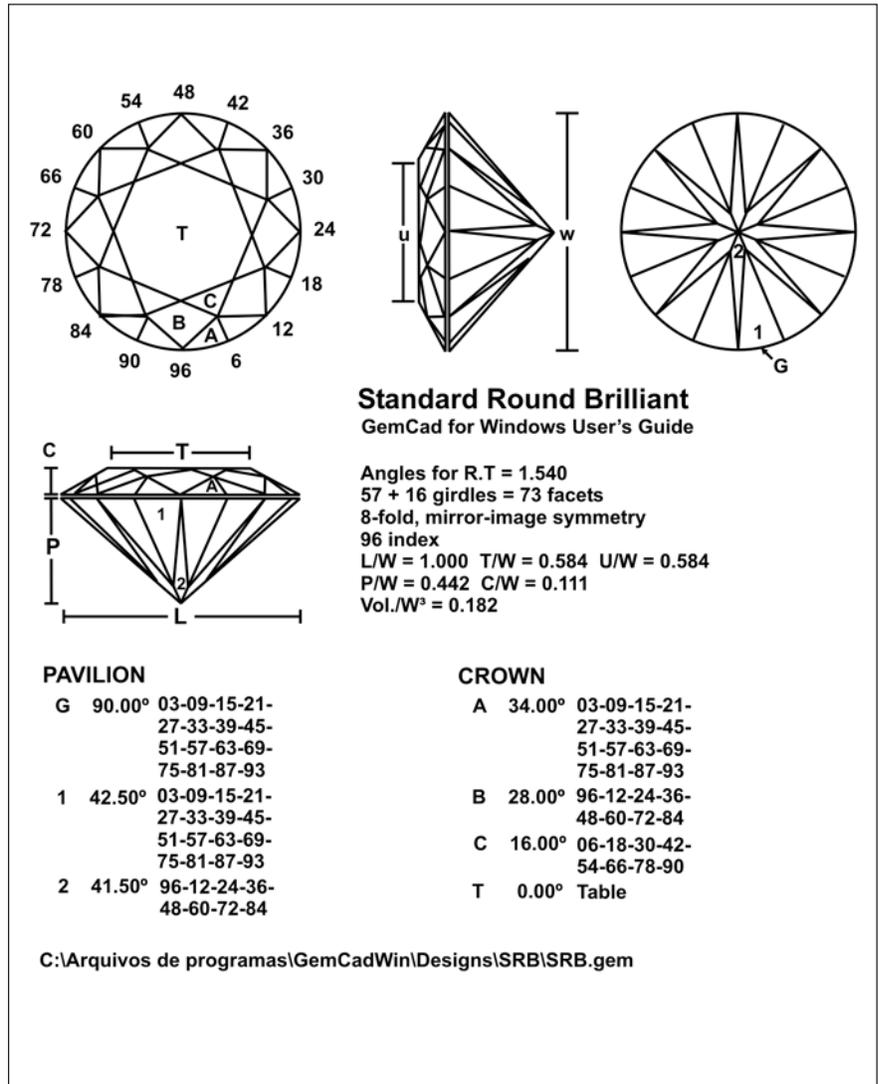


Figura 4 - Diagrama de lapidação para o modelo *brilhante redondo padrão*.

tas no rondiz (G), relação entre as dimensões da mesa e da largura (T/W), relação entre mesa e comprimento (T/L), relação entre pavilhão e largura (P/W), relação entre coroa e largura (C/W), relação entre altura e largura (H/W), relação entre pavilhão e altura (P/H) e relação entre coroa e altura (C/H) (Hemphill et al., 1998; Sasián et al., 2003). A Tabela 1 apresenta os parâmetros dos modelos considerados no trabalho e seus respectivos valores e a Figura 5 mostra, em detalhes, três desses modelos.

### 3. Ferramenta computacional

A proposta de ferramenta computacional para auxílio ao projeto de lapidação baseia-se nas redes neurais artificiais (RNAs), sistemas computacionais de processamento paralelo e distribuído de dados inspirados no funcionamento do cérebro humano, associando dados de entradas e saída de maneira similar aos neurônios. Os neurônios artificiais

calculam funções matemáticas, estão organizados em camadas, e são interligados por um número elevado de conexões associadas a pesos. A forma mais geral de uma RNA é apresentada na Figura 6.

Uma modelagem matemática do funcionamento de um neurônio artificial foi proposta, em 1943, pelo neurofisiologista McCulloch e pelo matemático Pitts (Jain et al., 1996). Nesse modelo, a saída

do neurônio é ativada por uma função do somatório de suas entradas ponderadas (Figura 7).

As primeiras RNAs propostas, denominadas *perceptrons*, consistem de uma camada de neurônios de entrada, uma camada interna e uma camada de saída. Os pesos são determinados através de algoritmos especializados que ajustam seus valores a partir de dados

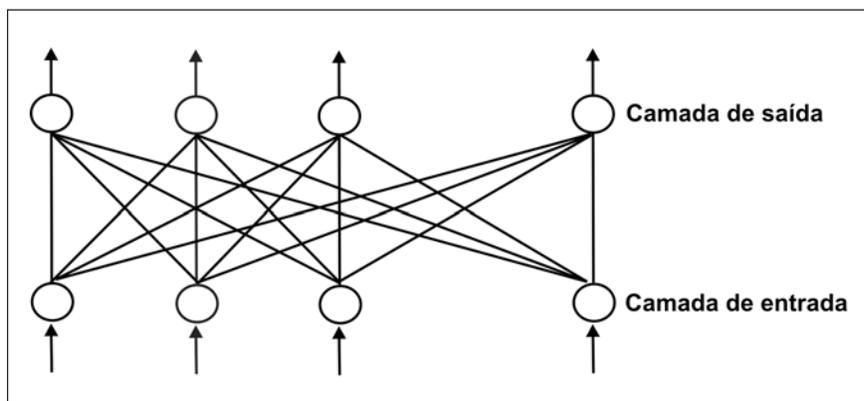


Figura 6 - Esquema de uma RNA simples do tipo *feed-forward* (onde os sinais avançam exclusivamente da entrada para a saída).

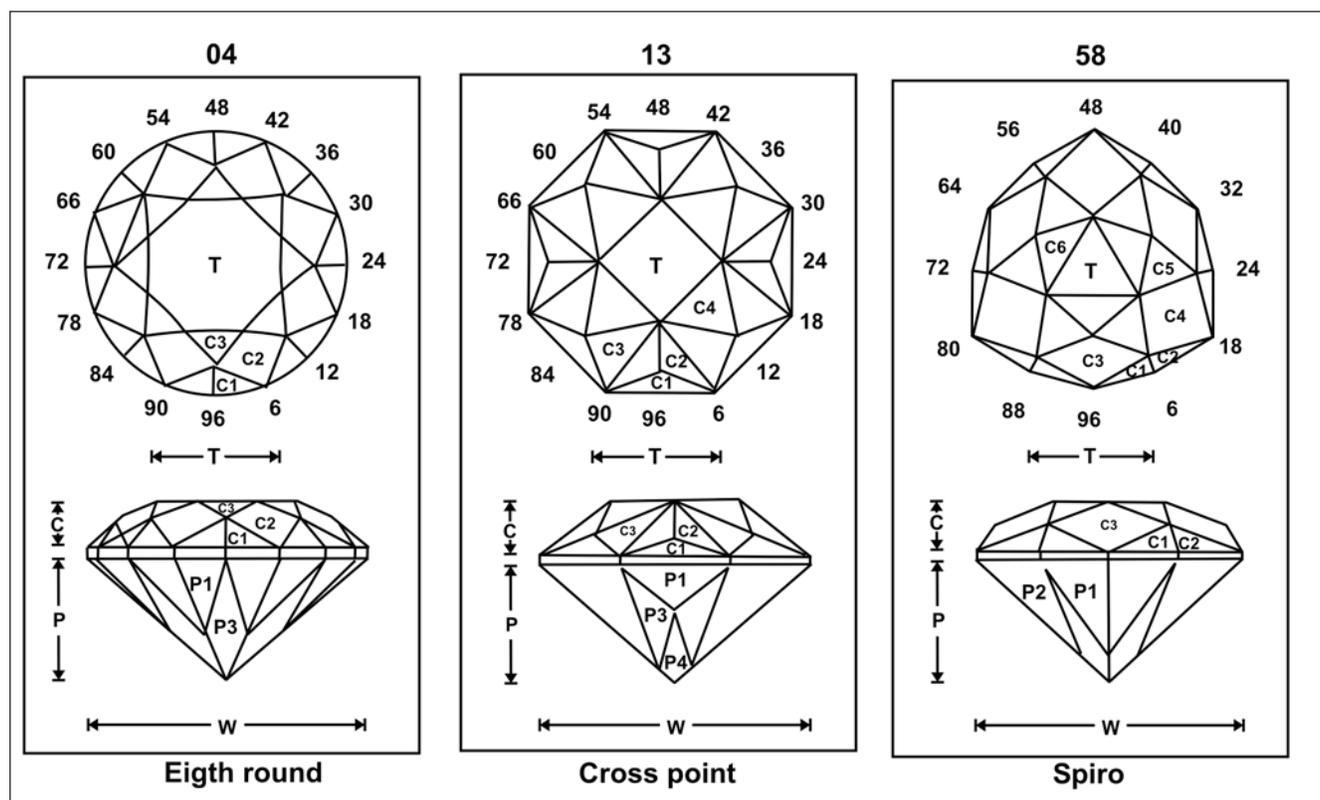


Figura 5 - Detalhes dos modelos 4 (*eighth round*), 13 (*cross point*) e 58 (*spiro*).

Tabela 1 - Modelos de lapidação utilizados no trabalho e respectivos parâmetros e valores de brilho e aproveitamento.

	MODELO	Facetas	Rondiz	T/W	T/L	P/W	C/W	H/W	P/H	C/H	Aprov.	Brilh.
1	2-6-3 triangle	52	9	0.516	0.490	0.380	0.188	0.588	0.646	0.320	0.187	75.4
2	3 corner triangle	46	12	0.595	0.573	0.418	0.188	0.626	0.668	0.300	0.230	79.2
3	6 star	79	12	0.474	0.457	0.462	0.209	0.691	0.668	0.303	0.254	72.0
4	8 round	57	16	0.490	0.490	0.435	0.168	0.623	0.698	0.270	0.226	78.5
5	9 by check round	33	12	0.268	0.268	0.435	0.209	0.664	0.655	0.315	0.224	92.8
6	acorn tri	70	6	0.532	0.496	0.457	0.166	0.643	0.710	0.259	0.223	74.0
7	begginer check	27	12	0.267	0.267	0.435	0.191	0.646	0.673	0.296	0.216	90.2
8	brilliant marquise	59	16	0.753	0.537	0.437	0.141	0.598	0.731	0.235	0.243	84.6
9	Bzzz	101	8	0.482	0.482	0.481	0.175	0.676	0.712	0.259	0.251	70.0
10	china check	25	4	0.442	0.442	0.435	0.169	0.624	0.696	0.271	0.285	82.6
11	circus tent	105	16	0.392	0.392	0.440	0.259	0.719	0.612	0.360	0.241	70.0
12	crazy triangle	18	3	0.000	0.000	0.426	0.123	0.569	0.749	0.216	0.145	76.1
13	cross point	49	8	0.468	0.468	0.445	0.212	0.677	0.657	0.313	0.246	70.7
14	Cross	47	8	0.544	0.409	0.511	0.248	0.779	0.656	0.319	0.428	70.6
15	cut corner crazy tri	24	6	0.000	0.000	0.453	0.190	0.663	0.683	0.287	0.188	80.7
16	d qtz round	97	16	0.461	0.461	0.549	0.228	0.797	0.689	0.286	0.316	72.6
17	dagger bottom	41	4	0.393	0.393	0.483	0.214	0.718	0.674	0.298	0.315	74.4
18	double cross square	73	8	0.594	0.594	0.529	0.212	0.761	0.695	0.278	0.363	75.0
19	easy tri	31	12	0.536	0.535	0.399	0.175	0.593	0.672	0.295	0.187	83.7
20	Fancy	59	8	0.568	0.473	0.479	0.226	0.726	0.660	0.312	0.373	82.8
21	fanned triangle	52	15	0.303	0.295	0.392	0.213	0.625	0.627	0.341	0.211	88.3
22	frosted star	79	12	0.533	0.514	0.459	0.182	0.661	0.694	0.275	0.251	60.0
23	harlequin square	41	4	0.400	0.400	0.488	0.208	0.717	0.681	0.291	0.319	70.0
24	hopes square	53	12	0.505	0.505	0.460	0.226	0.706	0.651	0.320	0.279	75.0
25	keely cisor	37	8	0.833	0.626	0.466	0.131	0.618	0.755	0.213	0.440	84.0
26	light star	169	16	0.472	0.472	0.449	0.192	0.661	0.679	0.291	0.226	63.5
27	malt squared	53	8	0.463	0.463	0.479	0.232	0.731	0.655	0.318	0.306	72.6
28	mask rectangle	61	12	0.900	0.642	0.596	0.259	0.875	0.681	0.296	0.545	70.0
29	mock emerald	33	8	0.884	0.708	0.499	0.143	0.662	0.754	0.216	0.409	82.7
30	north star	137	16	0.459	0.459	0.437	0.181	0.638	0.685	0.283	0.215	75.0
31	np point	67	9	0.542	0.534	0.430	0.227	0.677	0.635	0.336	0.253	73.6
32	op blade	77	8	0.482	0.482	0.437	0.150	0.607	0.721	0.247	0.202	82.1
33	point square check	24	4	0.000	0.000	0.435	0.225	0.679	0.640	0.331	0.292	88.5
34	astor star	49	8	0.472	0.472	0.537	0.202	0.759	0.708	0.266	0.339	89.2
35	diagonal 1.5	15	4	0.856	0.571	0.500	0.338	0.858	0.582	0.390	0.767	89.4
36	glass triangle	67	12	0.433	0.432	0.447	0.198	0.666	0.672	0.298	0.202	80.0
37	diamond perception	25	6	0.347	0.261	0.361	0.141	0.522	0.692	0.270	0.167	84.6
38	Prop	25	8	0.351	0.351	0.458	0.173	0.651	0.704	0.265	0.256	93.2
39	quartz shield	44	10	0.507	0.507	0.426	0.191	0.637	0.668	0.300	0.232	82.8
40	z diamonds	13	4	0.892	0.595	0.500	0.254	0.774	0.646	0.328	0.651	90.7
41	scot plaid	97	6	0.511	0.442	0.469	0.202	0.691	0.678	0.293	0.271	69.2
42	simply x'ed	25	4	0.541	0.541	0.488	0.207	0.714	0.683	0.289	0.324	70.0
43	spin v	37	6	0.458	0.397	0.475	0.276	0.771	0.616	0.358	0.297	65.0
44	Starred	71	10	0.471	0.471	0.428	0.176	0.624	0.685	0.283	0.199	89.8
45	step up	49	8	0.493	0.493	0.452	0.153	0.625	0.723	0.245	0.249	80.0
46	straight pedals	55	6	0.566	0.490	0.501	0.243	0.764	0.655	0.319	0.306	76.0
47	strip o	59	12	0.614	0.512	0.485	0.236	0.741	0.655	0.318	0.343	74.0
48	Wink	51	10	0.768	0.578	0.485	0.215	0.720	0.673	0.299	0.353	78.2
49	squeezed square	20	4	0.000	0.000	0.458	0.144	0.622	0.736	0.232	0.241	94.6
50	square ziggie	14	4	0.000	0.000	0.466	0.144	0.630	0.740	0.228	0.336	86.4
51	mock check squares	17	4	0.807	0.807	0.466	0.239	0.726	0.643	0.330	0.372	90.3
52	two spin star	30	6	0.000	0.000	0.450	0.164	0.635	0.709	0.259	0.215	92.8
53	Glider	12	3	0.913	0.489	0.431	0.127	0.578	0.746	0.219	0.257	81.3
54	Huntress	43	12	0.457	0.443	0.447	0.164	0.631	0.708	0.260	0.222	87.9
55	Kiss	12	3	0.000	0.000	0.459	0.230	0.709	0.647	0.325	0.174	88.6
56	low boy	45	8	0.713	0.713	0.454	0.129	0.604	0.753	0.214	0.202	75.8
57	Spike	19	4	0.305	0.305	0.307	0.106	0.434	0.709	0.245	0.092	93.1
58	Spiro	46	12	0.384	0.357	0.441	0.193	0.654	0.674	0.295	0.239	86.9
59	tess's pentagram	23	5	0.820	0.640	0.396	0.175	0.591	0.670	0.296	0.256	82.6
60	triga light house	58	6	0.509	0.492	0.420	0.194	0.633	0.663	0.306	0.204	80.2
61	Thorn	17	6	0.840	0.674	0.383	0.130	0.532	0.719	0.243	0.179	91.2
62	Zip	15	4	0.656	0.656	0.462	0.099	0.581	0.795	0.171	0.220	89.4

de entradas e saídas conhecidos. Esse processo é chamado treinamento da rede e busca extrair dos dados o conhecimento sobre a relação entrada-saída. Ao final desse processo, com a escolha adequada do conjunto de dados de treinamento, a rede é capaz de estimar variáveis de saída para dados de entrada desconhecidos. Essas redes simples são capazes de tratar apenas os problemas linearmente separáveis. Para problemas mais complexos, foi proposto um modelo com mais camadas internas, que se mostrou capaz de estimar relações entrada-saída não lineares. Para o treinamento das *perceptron* multicamadas, Rumelhart e colaboradores propuseram, em 1986, uma estratégia de correção na direção inversa à de propagação dos dados na rede, denominada *backpropagation*.

### 3.1 Projeto da rede neural artificial

O primeiro passo, no desenvolvimento de uma ferramenta computacional, baseado em RNAs, para uma aplicação específica, é definir o tipo de rede, o número de camadas, os parâmetros de entrada e saída e a função de ativação dos neurônios. Além disso, é necessário reunir os dados relevantes sobre o problema, nesse caso, os dados de lapidação para o quartzo hialino descritos na Tabela 1. A etapa seguinte consiste na programação de um sistema computacional baseado em RNAs, a ser utilizado na estimação dos valores de brilho e aproveitamento. Foi projetada, então, a arquitetura de redes neurais artificiais, considerando um conjunto de dados com 62 modelos de lapidação, cujos parâmetros são mostrados na Tabela 1.

Para sua utilização, no treinamento da rede neural artificial, os dados foram divididos em dois grupos: o de treinamento (59 modelos) e o de teste de validação (3 modelos). Foram escolhidos, arbitrariamente, três modelos para compor o grupo de teste (números 4, 13 e 58), não utilizados no processo de treinamento. Os dados de saída foram nor-

malizados, i.e., divididos pelo maior valor, para estabelecer uma escala de valores entre 0 e 1. Finalizando o projeto, definiu-se a estrutura da rede em relação à quantidade de camadas escondidas e de neurônios em cada uma delas.

Definiu-se por uma estrutura com uma camada de entrada com 9 neurônios, uma camada escondida com 18, outra com 6 neurônios e a camada de saída com 2 neurônios. Segundo Haykin (2001), redes neurais com duas camadas escondidas são capazes de extrair uma relação de qualquer conjunto de dados apresentados. Além disso, é necessário escolher a função de ativação a ser usada pelos neurônios, nesse caso uma sigmóide, que apresenta transição suave entre seu valor mínimo (0) e máximo (1), a mais usada normalmente em RNAs (Jain et al., 1996):

$$y_k = F(s_k) = 1 / (1 + e^{-s_k}).$$

As demais definições de projeto são a forma do cálculo do erro da saída da rede (adotou-se a média quadrática dos erros) e o algoritmo de treinamento. Para o treinamento da rede, utilizou-se um algoritmo *backpropagation*, que corrige os pesos e *bias* de acordo com descida do gradiente de erros, enquanto seus pesos, entradas e funções de ativação forem deriváveis.

## 4. Resultados

A validação da proposta do trabalho se deu através dos testes com a ferramenta computacional desenvolvida. Os resultados podem ser considerados positivos, se a rede treinada for capaz de generalizar a relação extraída dos dados desconhecidos. Para que isso ocorra, além do projeto adequado da rede, é necessário reunir um conjunto de modelos de lapidação para o quartzo que apresente diversas formas e padrões de facetamento, fornecendo uma amostragem representativa das variações existentes. O processo de treinamento da rede alcançou um erro da ordem de  $10^{-3}$  após 5.000 épocas (apresentações do conjunto de dados no treinamento), com variação decrescente. Ao final desse treinamento, os valores dos pesos das conexões da rede ficaram determinados, representando o conhecimento extraído do problema.

Após o treinamento, a rede analisou o conjunto de dados de teste formado pelos dados dos modelos 4 (*eighth round*), 13 (*cross point*) e 58 (*spiro*). Os resultados são mostrados na Tabela 2.

O que se observa é que a rede treinada foi capaz de estimar os resultados do conjunto de testes com um erro médio de 5,17%, com erro máximo de 11,9%,

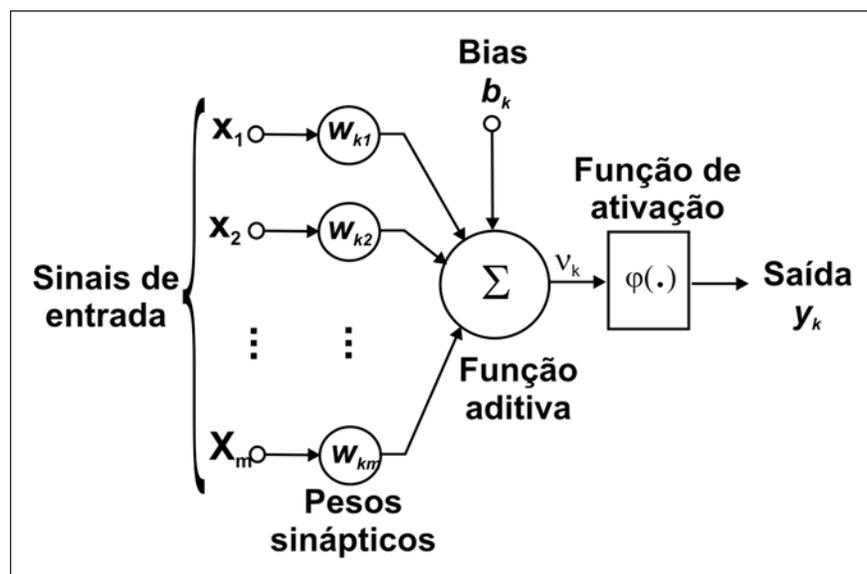


Figura 7 - Funcionamento de um neurônio computacional.

Tabela 2 - Valores conhecidos e estimados de aproveitamento e brilho dos modelos 4, 13 e 58.

Modelo/Parâmetro	4	4	13	13	58	58
	Aproveit.	Brilh.	Aproveit.	Brilh.	Aproveit.	Brilh.
Valor conhecido	0,226	78,5	0,246	70,7	0,239	86,9
Valor estimado	0,230	79,0	0,249	79,1	0,225	78,9
Erro (%)	2,1	0,6	1,4	11,9	5,9	9,1

no caso da brilhância para o modelo 13 (*cross point*). Os erros menores, atribuídos ao aproveitamento, parecem advir da natureza mais simples da relação geométrica entre os parâmetros e este resultado (por exemplo, um modelo de relações  $H/W=1$  e  $L/W=1$  representa um cubo de aproveitamento 1 e brilhância 0).

Considerando-se as variadas possibilidades geométricas das características dos modelos de lapidação, as variações de características físicas, a limitação do conjunto de modelos utilizados no treinamento, mesmo sendo bastante representativo, a grande complexidade da relação entre dados de entrada (F, G, T/W, T/L, P/W, C/W, H/W, P/H e C/H) e os dados de saída (brilhância e aproveitamento), os resultados obtidos podem ser considerados positivos.

## 5. Conclusão

Nesse trabalho, apresentou-se um estudo geral do problema da lapidação como resultante da complexa combinação de efeitos físicos que influenciam a aparência de uma gema facetada, como a interação da luz com o material, as propriedades desse material, a forma do poliedro, o polimento de sua superfície, o tipo de luz incidente, a geometria da ilu-

minação e as condições de observação. Baseado nessas considerações, construiu-se uma ferramenta computacional de análise dos parâmetros relevantes ao problema da lapidação utilizando RNAs. A rede foi treinada com um conjunto de modelos de lapidação desenvolvidos para quartzo. Depois de treinada, a rede foi capaz de estimar dois parâmetros importantes para gemas lapidadas, a brilhância e o aproveitamento, para três modelos de lapidação cujos resultados desconhecia, com um erro médio de 5,72%.

Os resultados obtidos com a ferramenta computacional desenvolvida mostram que esse tipo de abordagem é válido para o problema de verificação da influência da geometria do modelo nos resultados de interação da luz com a matéria. Mais do que isto, é possível concluir que sistemas baseados em RNAs são indicados para o tratamento de problemas dessa ordem, pois são capazes de extrair uma relação entre um conjunto de dados que definem funções extremamente complexas, uma vez que os mais recentes estudos, realizados com os métodos tradicionais de modelamento matemático e *ray-tracing*, vêm apontando grande interdependência entre os parâmetros de lapidação e os resultados da combinação. Assim, confirma-se a hipó-

tese de que uma ferramenta baseada em redes neurais artificiais é capaz de estimar parâmetros de grande importância no projeto de lapidação de gemas.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

## 7. Referências bibliográficas

- HAYKIN, S. *Redes Neurais, princípios e práticas*. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HEMPHILL, T. et al. Modeling the appearance of the round brilliant cut diamond: an analysis of brilliance. *Gems & Gemology*, v. 34, n. 3, p. 158-183, 1998.
- JAIN, A. K., MAO, J., MOHIUDDIN, K.M. Artificial neural networks: a tutorial. *IEEE Computer*, v. 29, n. 3, p. 56-63, 1996.
- SASIÁN, J. M., YANTZER, P., TIVOL, T. The optical design of gemstones. *Optics and Photonics News*, v. 14, n. 4, p. 24, 2003.
- WEBSTER, R. *Gems: their sources, descriptions and identification*. Londres: Butterworth & Co. Ltd., 2002. v. 2.

Artigo recebido em 21/06/2005 e  
aprovado em 28/09/2005.

**Rem - Revista Escola de Minas**  
**www.rem.com.br**