

Numerical modeling of circular, square and rectangular concrete columns wrapped with FRP under concentric and eccentric load

Modelagem de pilares de concreto com seção circular, quadrada e retangular reforçados com PRF e solicitados por força centrada e excêntrica



D. S. OLIVEIRA ^a
diogooliveira@ufv.br
<https://orcid.org/0000-0002-4771-8971>

R. CARRAZEDO ^b
carrazedo@sc.usp.br
<https://orcid.org/0000-0002-9830-7777>

Abstract

In this paper, the finite element method was used for the numerical modeling of columns with square, rectangular and circular cross sections wrapped with FRP. The numerical modeling was successfully calibrated with the experimental data considering axial load, axial strain and transverse strain. The distribution of compressive stresses in the cross section of the column indicates that for centered load, circular cross sections have uniform distribution and for square and rectangular sections the effective confined concrete was defined by parabolas and concentrates next to the rounded corners. For eccentric load, the effective confined region moves to the most confined edge, thus, this does not reduce the gain for square and rectangular columns, but is unfavorable for circular columns.

Keywords: strengthening of columns, fiber reinforced polymers, concrete confinement.

Resumo

Neste artigo é apresentada a modelagem numérica em elementos finitos de pilares com seções transversais circular, quadrada e retangular solicitados por força centrada e excêntrica, reforçados com PRF. O modelo numérico foi calibrado com os resultados experimentais e indicou boa compatibilidade de forças axiais, deformações axiais e deformações transversais. Foi demonstrada a distribuição das tensões de compressão na seção transversal do pilar, indicando que no caso de solicitação por força centrada as seções transversais circulares apresentam distribuição uniforme e os pilares com seção quadrada e retangular a região de concreto confinado fica limitada por parábolas e se concentram junto aos cantos arredondados. Para o caso de força excêntrica, a região efetivamente confinada se desloca junto à borda mais comprimida, sendo que isso não reduz o ganho de resistência para seções quadradas e retangulares, mas reduz a eficiência do reforço em seções circulares.

Palavras-chave: reforço de pilares, polímeros reforçados com fibras, confinamento do concreto.

^a Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa, MG, Brasil;

^b Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introdução

Os Polímeros Reforçados com Fibras (PRF) são materiais compostos por fibras unidas por uma matriz polimérica e surgiram como uma alternativa aos materiais convencionais para o reforço e reabilitação de estruturas. O PRF é um material leve, não corrosivo e possui alta resistência à tração. Na forma de um laminado, o PRF pode ser usado para envolver externamente a estrutura e promover o reforço. As fibras e as resinas são materiais caros se comparadas com os materiais tradicionais, no entanto, possibilitam o reforço da estrutura em tempo relativamente menor e envolvem um menor grau de intervenção na estrutura. Além disso, é possível aplica-los em locais de difícil acesso (ACI 440.2R-08 [1]). Para o reforço de pilares, o PRF é utilizado para encamisar o pilar e promover reforço pelo mecanismo de confinamento lateral. Richart et al. [2] afirma que esse mecanismo é mais eficiente para pilares de seção transversal circular, pois essa a pressão lateral de confinamento é transferida ao concreto de maneira uniforme por meio do efeito de membrana. Complementando o conceito, Lam e Teng [3] indicam que pilares com seções transversais diferentes da circular a distribuição das pressões laterais de confinamento não é uniforme, reduzindo o efeito de confinamento no concreto. Para seções quadradas e retangulares, a seção transversal não fica inteiramente confinada, pois a pressão lateral é desenvolvida apenas junto aos cantos arredondados da seção, onde também se desenvolve o efeito de membrana (Shehata [4]). Como o laminado PRF não possui rigidez à flexão, nos trechos retos da seção não é desenvolvido o efeito de membrana e, portanto, o concreto não fica confinado. Para uma seção transversal retangular, quanto maior a relação entre os lados, menor é a efetividade do confinamento do concreto na seção. Além disso, a eficiência do confinamento com PRF também é influenciada pela excentricidade da força, com efeito acoplado ao nível de confinamento, formato da seção transversal e nível de excentricidade (Maaddawy [5]).

1.1 Objetivo

Esta pesquisa teve como escopo demonstrar, por meio da modelagem numérica utilizando o método dos elementos finitos, a configuração da distribuição das tensões de axiais de compressão em pilares com diferentes seções transversais confinadas por PRF, solicitadas por força centrada e excêntrica, com o objetivo de identificar a relação dessas distribuições com a eficiência do reforço com PRF.

1.2 Reforço de pilares com PRF mobilizando confinamento

Nas últimas décadas, diversas pesquisas demonstraram os principais fatores que influenciam no comportamento estrutural de pilares reforçados com PRF utilizando o mecanismo de confinamento, dentre os quais são aqui destacados o raio de arredondamento dos cantos, a excentricidade da força e o formato da seção transversal dos pilares.

Em relação ao raio de arredondamento dos cantos da seção, quanto maior a proporção entre o raio e o lado da seção trans-

versal, maior a eficiência de confinamento (Nisticò [6]) e, fixando o tamanho do lado da seção e um número constante de camadas de PRF, o aumento do raio melhora a capacidade de deformação do PRF (Rochette e Labossière [7] e Yang [8]).

Em relação ao formato da seção transversal, Shehata [4], Carrazedo [9], Youssef et al. [10] a stress-strain model for concrete confined by fiber reinforced polymer (FRP, Ilki et al. [11] 68 reinforced concrete columns were tested under uniaxial compression after being jacketed externally with carbon fiber-reinforced polymer (CFRP, Toutanji et al. [12], Maalej et al. [13], Micelli e Modarelli [14] e Tan et al. [15] constataram que pilares circulares possuem maior efetividade de confinamento, em seguida vem os pilares de seção quadrada e por último os de seção retangular. Nas seções circulares, o efeito de membrana se forma ao longo de todo o perímetro da seção, possibilitando uma distribuição uniforme de pressão lateral de confinamento. Em seções diferentes da circular, a pequena rigidez à flexão da camisa de PRF permite grandes reduções da pressão lateral em trechos retos. Isto é compreensível, pois ao se considerar apenas a rigidez de membrana da camisa é necessária uma curvatura da camisa para que esta contraponha carregamentos transversais a seu plano médio. Machado [16] e Carrazedo [17] comentam que seções circulares e quadradas possuem um confinamento com segundo trecho ascendente, enquanto para seções retangulares esse segundo trecho se torna descendente, como ilustrado na Figura 1.

No caso de pilares com seção transversal retangular, ensaios experimentais feitos por Chaallal [18], Harajli [19], Ilki et al. [11] 68 reinforced concrete columns were tested under uniaxial compression after being jacketed externally with carbon fiber-reinforced polymer (CFRP, Kumutha et al. [20], Wu e Wei [21], Yan e Pantelides [22], Ozbakkaloglu [23] e Tan et al. [15] demonstraram que quanto maior a relação entre os lados da seção, menor o aumento da resistência axial do pilar promovido pelo encamisamento com PRF. Por conta dos grandes lados retos da seção, mesmo ocorrendo deformação lateral, esta não é capaz de mobilizar um confinamento passivo considerável. Wu e Wei [21] chegaram a afirmar que para uma relação entre os lados maior que dois, o aumento da resistência axial do pilar é insignificante. No entanto, é comum

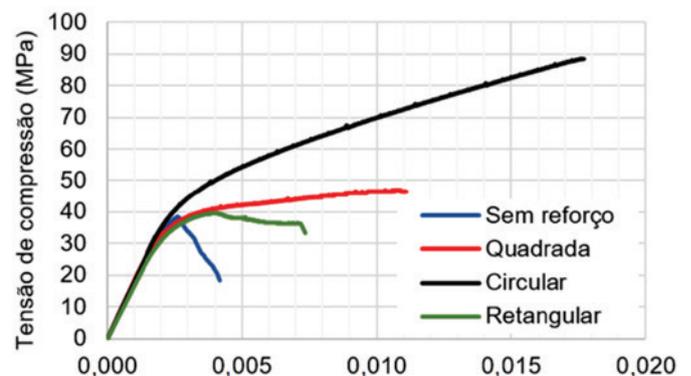


Figura 1

Eficiência do confinamento com PRF em função do formato da seção de pilares ensaiados por Carrazedo [17]

a existência de pilares com relação entre lados maior que dois nos edifícios de concreto armado.

Para seções retangulares, a Fib [24] considera que a região de concreto é limitada por parábolas que se iniciam a 45°, como indicado na Figura 2a. Seguindo esse conceito, Tan et al. [15] indicam que essas parábolas se toquem quando a relação entre os lados supera um valor crítico denominado de $\alpha_{cr} = h/b$, que varia de 2, para $r = 0$, até 3, para $r = b/2$. Acima desses valores as parábolas se cruzam, como mostrado na Figura 2b. Contrário a esse conceito, o ACI 440.2R-08 [1] indica que as parábolas se iniciam com inclinação paralela à diagonal da seção (Figura 2c). Desse modo, independente da relação entre os lados da seção, as parábolas nunca se tocam, como sugere Harajli [19] na Figura 2d. Dada essa disparidade de conceitos, entende-se que a modelagem numérica poderá demonstrar com clareza a configuração da região efetivamente confinada.

Em relação à excentricidade da força, Carrazedo [9] observou em pilares com seções transversais circulares que o ganho fornecido pelo confinamento é menor na presença de excentricidade se comparado ao ganho obtido para a situação de força centrada. Para seções quadradas e retangulares a excentricidade não foi tão prejudicial como em seções circulares, sendo que para alguns casos o ganho na situação de excentricidade foi maior que na situação de força centrada.

Maaddawy [5] observou em seus ensaios que os aumentos de força e ductilidade foram muito afetados pela variação da geometria da seção transversal sob carga concêntrica e que os respectivos ganhos foram menores sob pequenas excentricidades. afirmou que, para ser possível observar relação entre a excentricidade e o formato da seção transversal, as excentricidades devem ser muito grandes ou o nível de confinamento deve ser baixo, ressaltando a necessidade de maiores estudos na área.

Ressalta-se, também, que o único modelo analítico disponível em norma para o dimensionamento de pilares quadrados e retangulares solicitados por força excêntrica é o proposto por Rocca et al. [25] e adotado pelo ACI 440.2R-08 [1]. No entanto, esse modelo não considera configuração diferente para a região de concreto efetivamente confinado em seções de pilares quadrados e retangulares solicitados por força excêntrica, adotando para isso a mesma distribuição de tensões considerada para a situação de força centrada. Ressalta-se também, a inexistência de modelos em normas para o dimensionamento de pilares de seção circular sob força excêntrica. Essas constatações conduzem à necessidade de maiores investi-

gações a respeito da distribuição das tensões axiais de compressão em seções de pilares reforçados com PRF, e uma das melhores maneiras de se fazer isso é utilizando a modelagem numérica.

2. Modelo constitutivo para o concreto sob confinamento passivo

2.1 Modelo de plasticidade do concreto

Grande parte dos estudos voltados para o reforço de pilares com PRF tem sido de caráter experimental. Isso é justificado pela dificuldade em representar numericamente o confinamento passivo do concreto, que tem por princípio básico a expansão transversal do concreto para deformações no regime plástico. Recentemente foi desenvolvido o modelo constitutivo denominado *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) disponível no software ABAQUS [26]. Esse modelo de dano acoplado à plasticidade utiliza a função de plastificação proposta por Lubliner [27] e as modificações propostas por Lee e Fenves [28]. No presente trabalho não foram utilizados os recursos de dano do modelo, apenas os critérios de plasticidade para representar o comportamento do concreto. Os principais parâmetros que definem o funcionamento do modelo são: superfície de plastificação, potencial plástico e a lei de encruamento. Além desses dados foi necessário definir a curva do concreto para tensões compressão e o comportamento sob tensões de tração.

2.2 Superfície de plastificação

A função que define a superfície de plastificação do CDP é a seguinte:

$$F(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} (q - 3\alpha p + \beta(\bar{\epsilon}^{pl})(\hat{\sigma}_{m\acute{a}x}) - \gamma(-\hat{\sigma}_{m\acute{a}x}) - \bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}^{pl})) \quad (1)$$

Sendo:

p – tensão hidrostática efetiva;

q – tensão de Mises equivalente;

$\bar{\sigma}$ – o tensor de tensões efetivas;

$\hat{\sigma}_{m\acute{a}x}$ – vetor de autovalores do tensor (σ);

$\bar{\epsilon}^{pl}$ – vetor de deformações plásticas equivalentes.

A função $\beta(\bar{\epsilon}^{pl})$ é dada por:

$$\beta(\bar{\epsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (2)$$

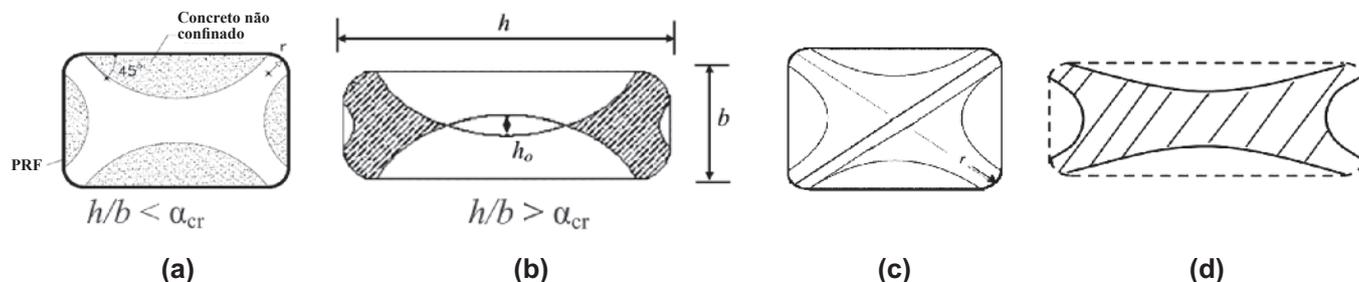


Figura 2

Tipos de configuração da região efetivamente confinada: (a) sugerido pela Fib [24]; (b) sugerido por Tan et al. [15]; (c) indicado no ACI 440.2R-08 [1] e (d) sugerido por Harajli [19]

em que $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\sigma}_t$ são as tensões efetivas de tração e compressão efetivas e $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$ e $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$ são vetores referentes às deformações plásticas na compressão e na tração, respectivamente.

O coeficiente α é determinado a partir das tensões iniciais de compressão no estado biaxial e uniaxial (σ_{b0} e σ_{c0} , respectivamente), fornecendo a seguinte equação:

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}} \quad (3)$$

De acordo com Lubliner et al. [27], para o concreto a relação σ_{b0}/σ_{c0} varia de 1 a 1,16. O coeficiente γ é determinado pela comparação entre o meridiano de compressão e o meridiano de tração. Isso fornece a seguinte equação:

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (4)$$

sendo que o coeficiente K_c é dado pela relação entre as tensões de Mises no meridiano de tração e pelas tensões de Mises no meridiano de compressão:

$$K_c = \frac{q_{MT}}{q_{MC}} \quad (5)$$

Esse coeficiente pode variar de 0,5 a 1, mas para o concreto é adotado como sendo 2/3 (Lubliner et al. [27]). Na Figura 3 é mostrada seção transversal para a superfície de plastificação do modelo no plano de Nadai.

2.3 Potencial plástico

O potencial de plastificação assume um fluxo não associativo, no qual é utilizada a função hiperbólica de Drucker-Prager, conforme segue:

$$G = \sqrt{(\varepsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + q^2} - p \tan \psi \quad (6)$$

Sendo:

σ_{t0} – tensão de tração no estado uniaxial;

ε – excentricidade que define a taxa em que a função hiperbólica se aproxima de uma reta assintótica, ou seja, a forma da curva do potencial plástico nos meridianos tenda a ser uma reta quando a excentricidade tende a zero. Para o concreto o valor usual é adotado igual a 0,1;

ψ – ângulo de dilatação medido no plano meridional para grandes valores de tensão de confinamento. Para o concreto, os valores típicos variam de 36° a 56° (Lubliner et al. [27]).

No *Concrete Damage Plasticity* a capacidade de expansão transversal do concreto, ao sofrer deformações de compressão, é governada pelo ângulo de dilatação ψ , sendo esse comportamento essencial para representar o confinamento passivo do concreto. Em termos práticos, se forem fixadas a pressão lateral de confinamento para o concreto e a curva do concreto não confinado, quanto maior for o ângulo de dilatação, maior será o encruamento do concreto e maior será a deformação lateral do mesmo. Em resumo, para se obter um nível de encruamento do concreto a solução envolve a definição de um ângulo de dilatação e de uma curva do concreto adequada. Essa solução pode ser definida considerando o nível de deformação transversal desejado. No caso do confinamento do concreto em pilares pode-se considerar como

valores de referência para calibração as deformações de tração obtidas na camisa de PRF.

Ozbakkaloglu et al. [29] observaram que o ângulo de dilatação varia, sendo que quanto maior a pressão lateral, menor é o ângulo de dilatação, considerando também que esse ângulo tende a diminuir conforme se aumenta as deformações plásticas. Os autores propuseram um modelo numérico que considera essa variação. No entanto, esse modelo considerara apenas corpos-de-prova de seção transversal circular confinados com PRF, sujeitos a uma pressão lateral uniforme. Para a situação de pilares com seção retangular, em que o confinamento não é uniforme, cada região está sujeita a uma pressão confinante diferente e a um nível de deformação plástica diferente, sendo necessária uma grande investigação numérica capaz de considerar essas diversas situações. Apesar de se considerar o estudo de Ozbakkaloglu et al. [29], entende-se que é possível obter resultados satisfatórios utilizando um valor fixo para o ângulo de dilatação, conforme adota o CDP, obtido por meio da calibração com as curvas de ensaios experimentais, como será apresentado nos itens subsequentes.

2.4 Lei de encruamento

A lei de encruamento que rege o CDP é definida pelo vetor de deformações plásticas:

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_t^{pl} \\ \bar{\varepsilon}_c^{pl} \end{bmatrix} \hat{h}(\bar{\sigma}_{m\acute{a}x}, \bar{\varepsilon}^{pl}) \cdot \bar{\varepsilon}^{pl} \quad (7)$$

sendo:

$\bar{\varepsilon}_t^{pl}$ – vetor que representa as deformações plásticas equivalentes na tração;

$\bar{\varepsilon}_c^{pl}$ – vetor que representa as deformações plásticas equivalentes na compressão;

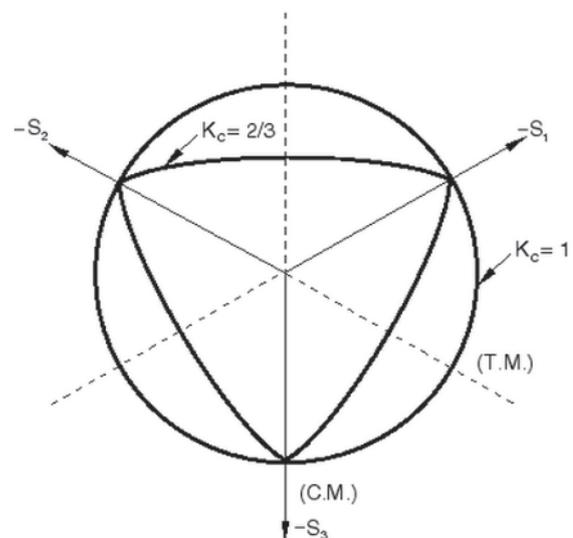


Figura 3

Seção transversal da superfície de plastificação no plano de Nadai, sendo -S1, -S2 e -S3 as tensões de compressão nas três direções principais (ABAQUS [26])

Tabela 1
Valor de G_{10} (CEB-FIB [31])

Diâmetro do agregado graúdo (mm)	G_{10} (MPa.mm)
8	0,025
16	0,030
32	0,058

\vec{h} – vetor de define a direção do vetor de encruamento;
 $\vec{\varepsilon}^{pl}$ – o vetor de autovalores do tensor de deformações plásticas.
 Como dado de entrada do modelo, é necessário fornecer as curvas de tensão de compressão versus deformações plásticas do concreto para o estado uniaxial. Sendo que para o comportamento na tração é possível, de modo alternativo, fornecer apenas a resistência à tração e a energia de fratura na tração.

2.5 Curva do concreto na compressão

Para a curva do concreto na compressão foi utilizada a formulação fornecida por Wee et al. [30], pois essa curva é capaz de repre-

sentar todo o comportamento pós-pico do concreto, cuja equação está indicada a seguir:

$$\sigma_c = \left[\frac{k_1 \beta_0 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)}{k_1 \beta_0 - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^{k_2 \beta_0}} \right] \quad (8)$$

Sendo:

$$k_1 = \left(\frac{50}{f_c}\right)^3 \quad \text{e} \quad k_2 = \left(\frac{50}{f_c}\right)^{1,3} \quad (9) \quad (10)$$

$$\varepsilon_c = 0.00078 f_c^{(1/4)} \quad (11)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{1 - \frac{f_c}{\varepsilon_c E_c}} \quad (12)$$

Em que:

E_c – módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;

ε – deformação do concreto;

ε_c – deformação de pico do concreto;

f_c – resistência à compressão do concreto não confinado.

Para concretos com resistência abaixo de 50MPa, considera-se

$k_1 = 1$ e $k_2 = 1$.

Tabela 2
Série de pilares ensaiados por de Carrazedo [17]

Série 1 - Seção quadrada		Excentricidade inicial (mm)			
(150 mm x 150 mm) r = 10 mm		0	10	20	
		S00r1	S01r1	S02r1	
Camadas de PRF	1	S10r1	S11r1	S12r1	
	2	S20r1	S21r1	S22r1	
Série 2 - Seção quadrada		Excentricidade inicial (mm)			
(150 mm x 150 mm) r = 30 mm		0	10	20	
		S00r3	S01r3	S02r3	
Camadas de PRF	1	S10r3	S11r3-a	-	
			S11r3-b		
	2	S20r3	S21r3	S22r3	
Série 3 - Seção retangular		Excentricidade inicial (mm)			
(150 mm x 225 mm) r = 30 mm					
		0	x = 30	y = 20	
Camadas de PRF	0	R00	R0x3	R0y2	
	2	R20	R2x3	R2y2	
Série 4 - Seção circular		Excentricidade inicial (mm)			
(D = 150 mm)		0	20		
		C00	C02		
Camadas de PRF	1	C10	C12		
	2	C20	C22		
Serie 5 - Seção quadrada		Excentricidade inicial (mm) / Raio dos cantos (mm)			
(150 mm x 150 mm) r = 10 or 30 mm		0 / 10	0 / 30	20 / 10	20 / 30
		0	X00	-	X02
Camadas de PRF	1	X10r1	X10r3	X12r1	-
				X12r3	

Nomenclatura dos pilares:

Primeira letra: geometria da seção transversal (S = quadrado, R = retangular, C = circular);

Primeiro número: número de camadas de PRF aplicadas;

Segundo número: excentricidade inicial de carregamento (cm), sendo que para colunas retangulares;

A excentricidade é precedida pela direção (x ou y);

Terceiro número: (após r): arredondamento do raio dos cantos (cm).

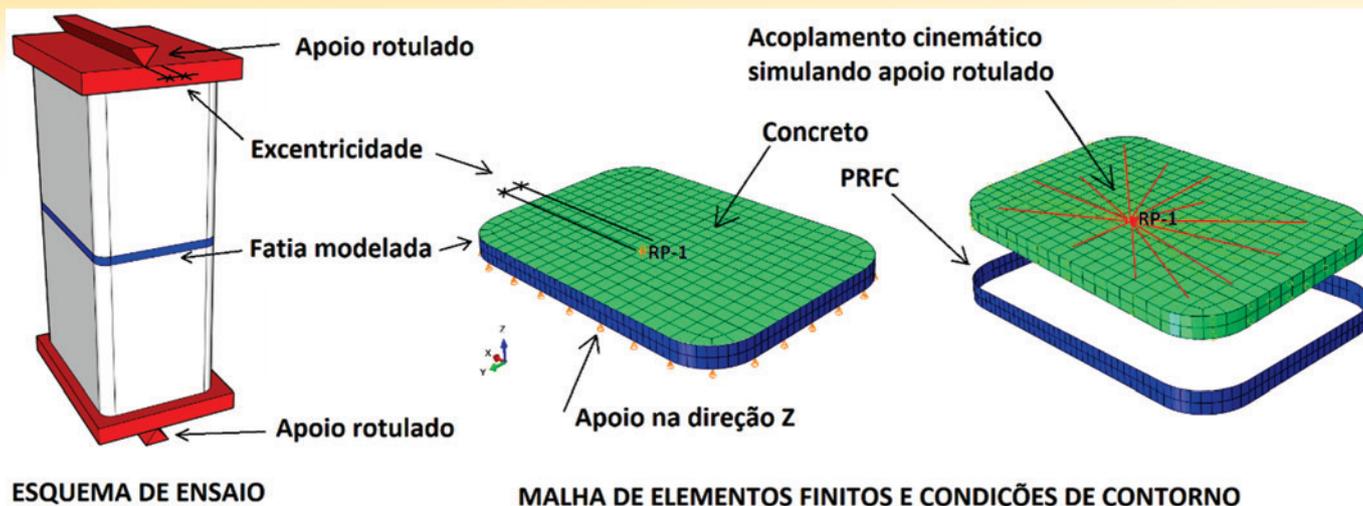


Figura 4

Malha de elementos finitos típica utilizada na modelagem dos pilares

2.6 Comportamento do concreto na tração

A energia de fratura foi calculada pela equação do CEB-FIB [31] conforme apresentado a seguir:

$$G_f = G_{f0} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} \quad (13)$$

Sendo:

G_{f0} – valor da energia de fratura que varia com o diâmetro máximo do agregado graúdo (ver Tabela 1);

f_{cm} – resistência média à compressão do concreto;

f_{cm0} – igual a 10MPa.

2.7 Comportamento do PRF

Como o PRF possui um comportamento elástico até a ruptura, foi utilizado um modelo elástico do tipo Lâmina disponível no software ABAQUS [26]. Esse modelo é utilizado para materiais ortotrópicos no qual se definem o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para cada uma das três direções. Como o tecido é unidirecional, foram considerados apenas os valores na direção das fibras.

3. Modelagem dos pilares reforçados com PRF

Para o estudo em questão foram modelados em elementos finitos os pilares ensaiados por Carrazedo [17] que analisou 36 diferentes pilares curtos, dentre eles variando a seção transversal em quadrada, circular e retangular; a resistência do concreto; o raio

de arredondamento dos cantos, o número de camadas de PRF e a excentricidade da força de compressão. O resumo com as características de cada um dos pilares está indicado na Tabela 2.

3.1 Malha de elementos finitos

O concreto foi representado pelo elemento finito sólido tridimensional

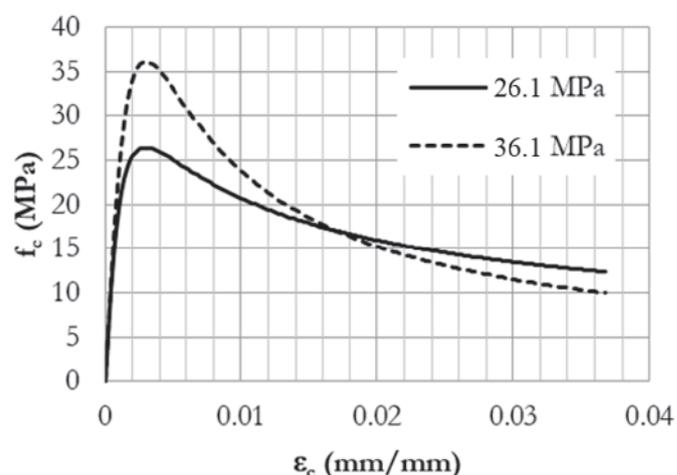


Figura 5

Curva de tensão de compressão versus deformação obtidas para os dois concretos utilizados na modelagem dos pilares

Tabela 3

Propriedades do concreto utilizadas na modelagem

Parâmetro	Descrição	Séries 1 a 4	Série 5
f_c (MPa)	Resistência à compressão (obtida no ensaio experimental)	36,1	26,4
f_t (MPa)	Resistência à tração	3,33	2,92
ϵ_c	Deformação de pico na compressão	0,0030	0,0028
E_c (MPa)	Módulo de elasticidade (obtido no ensaio experimental)	28550	26000
ψ (Graus)	Ângulo de dilatação	47°	56°
ϵ	Excentricidade do potencial de fluxo	0,1	0,1
σ_{b0}/σ_{c0}	Relação de tensão compressão biaxial/uniaxial	1,16	1,16
G_f (N/mm)	Energia de fratura	0,139	0,132

Tabela 4

Propriedades do tecido de fibra de carbono consideradas na modelagem do PRF

Parâmetro	Descrição	Valor
f_f (MPa)	Resistência à tração da fibra	2757
E_f (MPa)	Modulo de elasticidade da fibra	218950
ϵ_{fu}	Deformação última de tração da fibra	$1,3 \times 10^{-3}$
t (mm)	Espessura equivalente do tecido da fibra	0,17

C3D20R, disponível no ABAQUS[26], que possui interpolação quadrática para os deslocamentos com vinte nós, três graus de liberdade por nó e de integração reduzida. Para representar a membrana de PRF foi utilizado o elemento de casca tridimensional S8R com oito nós, seis graus de liberdade por nó e integração reduzida. Interação total entre o concreto e o PRF foi considerada pelo comando

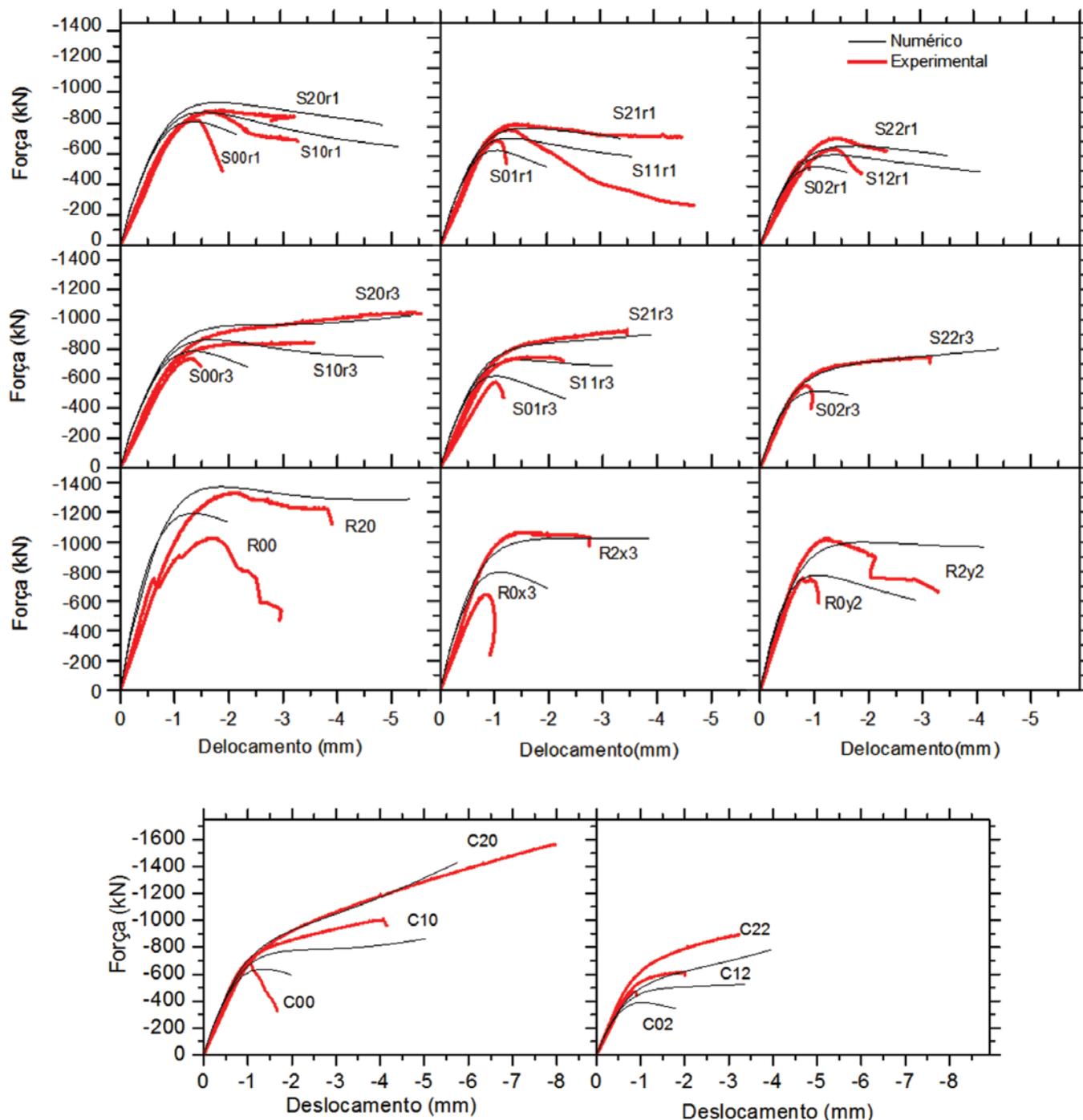


Figura 6 Comparação entre curvas de força versus deslocamento obtidas na modelagem numérica em relação às obtidas nos ensaios experimentais por Carrazedo [17], para pilares das séries de 1 a 4

denominado "TIE" para considerar o PRF totalmente fixado ao concreto. Os pilares possuem 400 mm de comprimento, no entanto, a apenas uma fatia de 10 mm do pilar foi modelada (ver Figura 4). Na extremidade do pilar, o sistema de apoio rotulado foi representado pelo acoplamento cinemático da seção de extremidade com um ponto de referência. Essa restrição possibilita a seção girar em relação ao ponto de referência, permanecendo plana. Tanto para o concreto quanto para o PRF, a malha de elementos finitos foi gerada utilizando o recurso do *automatic mapped mesh*, de modo que a maior dimensão dos elementos não ultrapassasse 7 mm.

A aplicação do carregamento foi aplicada por meio de passos de deslocamento determinados de modo automático pelo programa ABAQUS[26], porém com passo mínimo de $1,10^{-5}$ e máximo de $2,10^{-2}$ até atingir o deslocamento final de 0,2 mm. Para se obter o deslocamento total do pilar, o deslocamento axial obtido na modelagem foi multiplicado em 40 vezes, que é a relação entre o comprimento do trecho modelado e o comprimento do pilar ensaiado. Para convergência do modelo foi utilizado o Método de Newton Modificado e os critérios de convergência foram mantidos como padrão do ABAQUS[26].

3.2 Propriedades dos materiais

As propriedades do concreto obtidas experimentalmente por Carrazedo [17] estão contidas na Tabela 3. Os demais parâmetros utilizados na modelagem numérica também estão indicados na mesma tabela. Para ϵ e σ_{90}/σ_{00} foram considerados os valores padrão fornecidos pelo ABAQUS (2012), pois não foi verificada influência deles no tipo de análise realizado. G_f foi calculado com pela equação do CEB-FIP [31], conforme equação 13.

Por meio de várias análises percebeu-se que o parâmetro que mais influenciou no comportamento do modelo numérico foi o ângulo de dilatação, por estar relacionado com a expansão lateral do concreto. Para o concreto analisado foram testados vários valores tomando como referência de calibração as curvas de força versus deslocamento dos pilares e a deformação de tração transversal na camisa de PRF, que está associada à expansão lateral do concreto. Os valores que forneceram a melhor calibração foram iguais

a 47° para o concreto de $f_c = 36,1$ MPa e 56° para o concreto de $f_c = 26,1$ MPa.

Na Figura 5 são mostradas as curvas utilizadas de tensão de compressão versus deformação para os concretos obtidas a partir da equação de Wee et al. [30].

A modelagem do PRF foi feita considerando apenas as propriedades do tecido de fibra de carbono, desprezando as propriedades da resina epóxi. Foi utilizado um modelo de lâmina no qual foram inseridas as propriedades do tecido apenas na direção das fibras. O comportamento da fibra foi considerado linear elástico até a ruptura, que foi convenionada quando se atinge a deformação limite da fibra. Na Tabela 4 são apresentadas as propriedades da fibra obtida no ensaio de caracterização realizado por Carrazedo [17].

4. Resultados e análises

Nas Figuras 6 e 7 são apresentadas as curvas de força versus deslocamento dos pilares modelados em comparação com as obtidas por Carrazedo [17] a partir das quais é possível destacar boa correlação entre as curvas experimentais e numéricas, sendo que o modelo numérico foi capaz de identificar aspecto de forma muito semelhante, identificando os acréscimos de tensões de deformações e representando o segundo trecho ascendente ou descendente de cada situação. Na Tabela 5 são apresentados os valores de força e deslocamento de pico (F_{cc} e δ_{cc} , respectivamente) e últimos (F_u e δ_u , respectivamente). As razões médias entre valores experimentais e numéricos foram de 1,03 para força de pico e de 1,09 para deslocamento de pico. Na situação de ruptura essas razões foram de 1,05 para força última e 1,28 deslocamento último. Além disso, na Tabela 5 também são apresentados os desvios em torno da média para cada uma dessas comparações, indicando boa aproximação dos valores numéricos com os experimentais.

Nas Figuras 8 e 9 são mostradas as deformações obtidas por meio da modelagem numérica ao longo do perímetro das seções intermediárias dos pilares, sendo as respectivas deformações comparadas com as medidas por Carrazedo [17] na situação de ruptura. É possível observar a boa correlação obtida para as deformações ao longo do perímetro do pilar, demonstrando capacidade do modelo

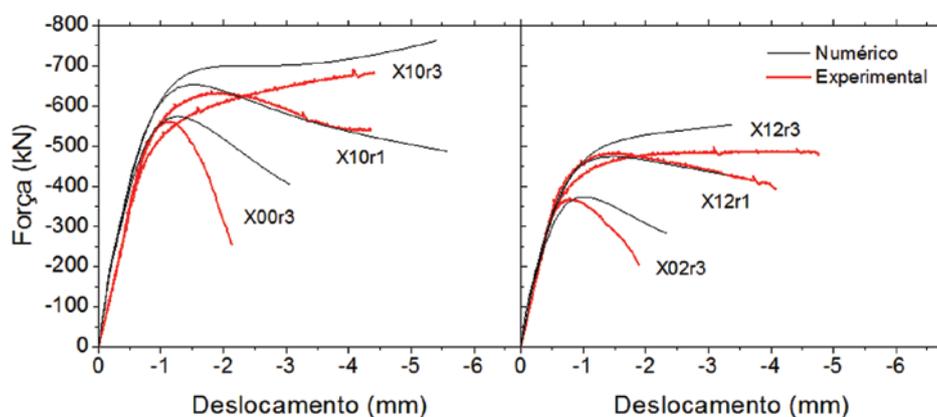


Figura 7

Comparação entre curvas de força versus deslocamento obtidos na modelagem numérica em relação às obtidas nos ensaios experimentais por Carrazedo [17] para pilares das série 5

numérico em representar a expansão transversal do concreto de maneira satisfatória, no que se refere ao ângulo de dilatação, para situação de confinamento passivo, tanto para a situação de carregamento centrado quanto para a situação de carregamento excêntrico. Além disso, observa-se que para o caso de carregamento excêntrico, as deformações no PRF foram maiores no perímetro junto à região mais comprimida da seção.

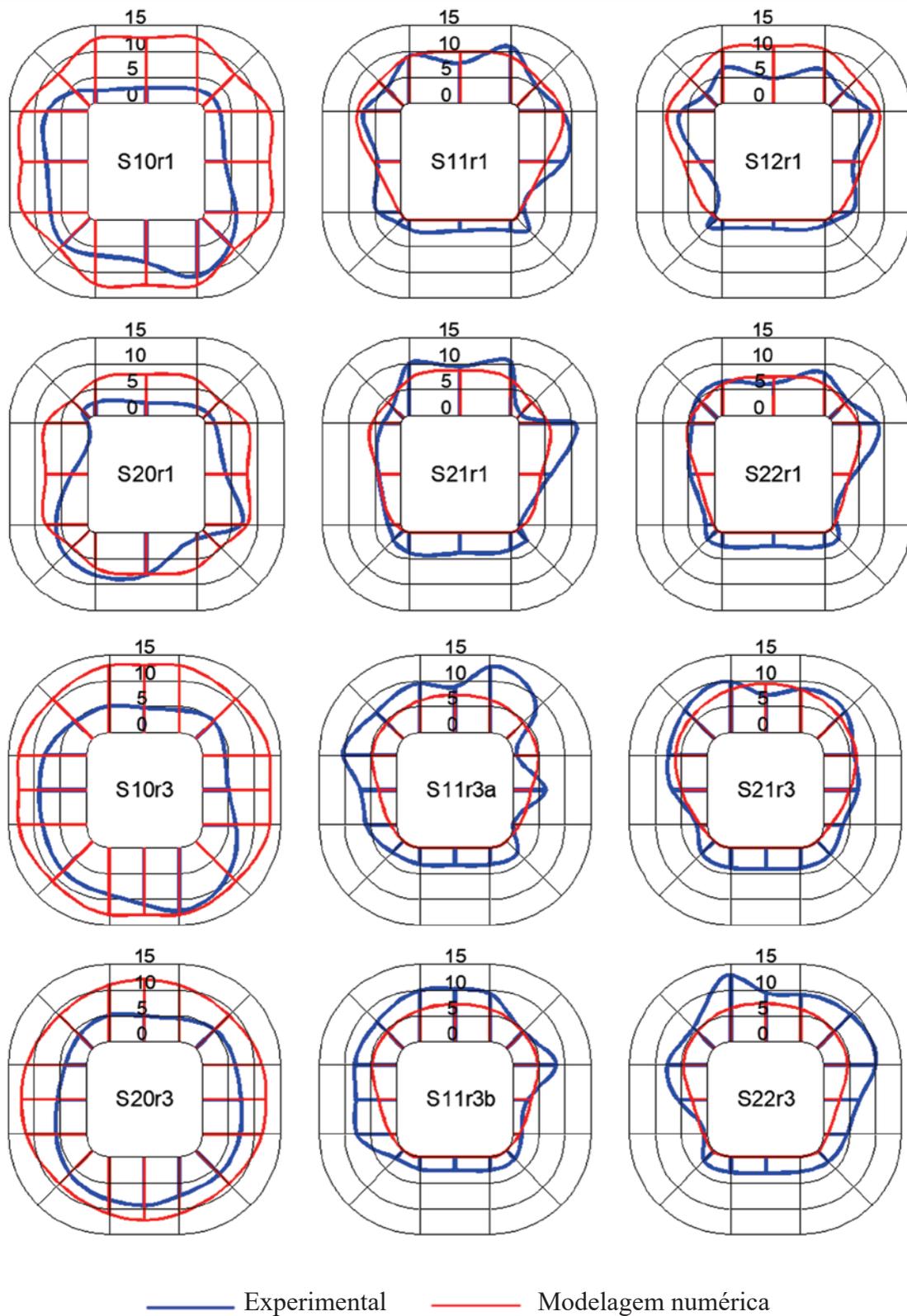
Na Figura 10 são mostradas as tensões de compressão nas seções intermediárias de alguns dos pilares solicitados por força centrada, sendo possível verificar que nos pilares de seção transversal quadrada pode-se considerar tanto a configuração indicada

na Fib [24] quando no ACI 440.2R-08 [1], pois as duas se adequam de modo razoável à configuração observada. No entanto, para a seção transversal retangular, fica clara a sobreposição das parábolas que delimitam a região de concreto confinado, definindo a configuração proposta por Tan et al. [15] como a mais adequada. Comparando os pilares quadrados com raio de arredondamento dos cantos de 1,5 cm e de 3 cm, observa-se que nos pilares de raio maior foram obtidas maiores tensões de compressão e consequentemente, maior ganho de resistência (ver Tabela 5). Observa-se que junto aos lados retos da seção transversal praticamente não houve acréscimo de tensão, sendo esse observado apenas junto aos

Tabela 5

Comparação entre forças e deslocamentos medidos nos ensaios experimentais de Carrazedo [17] e na modelagem numérica

Pilar	$F_{cc,exp}$ (kN)	$F_{cc,exp}$ $F_{c0,exp}$	$F_{cc,num}$ (kN)	$F_{cc,num}$ $F_{cc,exp}$	$\delta_{cc,exp}$ (mm)	$\delta_{cc,num}$ (mm)	$\frac{\delta_{cc,num}}{\delta_{cc,exp}}$	$F_{u,exp}$ (kN)	$F_{u,num}$ (kN)	$\frac{F_{u,num}}{F_{u,exp}}$	$\delta_{u,exp}$ (mm)	$\delta_{u,num}$ (mm)	$\frac{\delta_{u,num}}{\delta_{u,exp}}$
S00r1	815	-	808	0,99	1,15	1,26	0,91	-	-	-	-	-	-
S10r1	872	1,07	872	1,00	1,34	1,58	0,92	678	645	0,95	3,32	5,22	1,57
S20r1	883	1,08	932	1,06	1,76	1,8	0,92	842	785	0,93	3,25	4,92	1,51
S01r1	709	-	652	0,92	0,76	1,26	1,19	-	-	-	-	-	-
S11r1	785	1,11	784	1,00	1,13	1,26	1,04	272	601	2,21	4,76	3,6	0,76
S21r1	816	1,15	821	1,01	1,3	1,62	1,13	733	722	0,98	4,53	3,39	0,75
S02r1	578	-	575	0,99	0,68	1,08	1,30	-	-	-	-	-	-
S12r1	650	1,13	653	1,00	1,06	1,44	1,04	488	497	1,02	1,9	4,14	2,18
S22r1	722	1,25	724	1,00	1,23	1,80	1,24	641	605	0,94	2,37	3,5	1,48
S00r3	730	-	784	1,07	1,01	1,44	1,12	-	-	-	-	-	-
S10r3	846	1,16	864	1,02	3,27	1,62	0,48	840	746	0,89	3,56	4,86	1,37
S02r3	1049	1,44	1028	0,98	5,23	5,4	0,99	1047	1028	0,98	5,44	5,40	0,99
S01r3	573	-	632	1,10	1,03	1,08	1,05	-	-	-	-	-	-
S11r3	716	1,25	727	1,02	1,81	1,44	0,62	722	684	0,95	2,1	3,24	1,54
S11r3	742	1,29	749	1,01	1,94	1,44	0,67	742	684	0,92	2,15	3,24	1,51
S21r3	929	1,62	932	1,00	3,30	3,96	1,13	929	898	0,97	3,5	3,96	1,13
S02r3	552	-	557	1,01	0,68	1,08	1,26	-	-	-	-	-	-
S22r3	745	1,35	753	1,01	3,02	4,14	1,32	745	764	1,03	3,14	4,14	1,32
R0r3	1019	-	1191	1,17	1,06	1,26	0,80	-	-	-	-	-	-
R2r3	1331	1,31	1370	1,03	1,69	1,85	0,88	1120	1285	1,15	3,90	5,34	1,37
R0x3	646	-	846	1,31	0,68	1,08	1,32	-	-	-	-	-	-
R2x3	972	1,50	1063	1,09	1,42	3,85	1,4	1060	1023	0,96	1,54	3,85	2,50
R0y2	756	-	846	1,12	0,68	1,08	1,37	-	-	-	-	-	-
R2y2	1020	1,35	1019	1,00	1,42	1,98	1,62	661	997	1,51	3,27	1,98	0,61
C00	682	-	636	0,93	1,02	1,26	1,21	-	-	-	-	-	-
C10	1013	1,49	863	0,85	4,14	5,04	1,24	1000	863	0,86	4,08	5,04	1,24
C20	1562	2,29	1431	0,92	8,00	5,76	0,72	1560	1431	0,92	8,00	5,76	0,72
C02	469	-	470	1,00	0,72	1,08	1,26	-	-	-	-	-	-
C12	611	1,30	612	1,00	1,77	3,35	1,66	612	523	0,86	2,02	3,35	1,66
C22	892	1,90	914	1,02	2,90	3,96	1,13	892	780	0,87	3,52	3,96	1,13
X00	562	-	574	1,02	1,21	1,26	1,18	-	-	-	-	-	-
X10r1	638	1,14	652	1,02	1,73	1,44	0,76	540	486	0,90	4,35	5,58	1,28
X10r3	690	1,23	762	1,10	3,77	5,4	1,33	690	762	1,10	4,39	5,4	1,23
X02r3	367	-	470	1,28	0,72	1,08	1,35	-	-	-	-	-	-
X12r1	483	1,32	485	1,00	1,09	1,47	0,99	394	428	1,09	4,07	3,27	0,8
X12r3	487	1,33	498	1,02	1,88	3,37	0,73	487	552	1,13	4,59	3,37	0,73
Média:			1,03				1,03			1,05			1,28
Desvio médio:			0,06				0,06			0,17			0,34

**Figure 8**

Deformações no PRF ao longo do perímetro das seção intermediária dos pilares: comparação entre valores obtidos na modelagem numérica em relação aos obtidos nos ensaios experimentais por Carrazedo [17]. Séries 1 e 2 (unidades em ‰)

cantos arredondados, pois como o efeito de membrana somente se desenvolveu nesses cantos, quanto maior foi raio, maior foi o efeito de membrana, sendo maior também a efetividade do confinamento. Nos pilares circulares com carregamento centrado, observa-se uma distribuição perfeitamente uniforme de tensões de compressão, demonstrando assim que o confinamento é uniforme e que o efeito de membrana se desenvolve de maneira eficiente em todo o perímetro da seção transversal.

A partir da distribuição de tensões de compressão observada nas diversas seções transversais, fica clara a relação entre o forma-

to da seção transversal e a eficiência do confinamento com PRF, uma vez que para seções circulares a área da seção é a mesma que a área de concreto efetivamente confinado. Para seção quadrada a área de concreto confinado delimitada pelas parábolas é menor em relação a área total da seção, sendo essa relação ainda menor para o caso de seções retangulares, em que as parábolas se tocam. Podendo-se afirmar também que para seções retangulares alongadas, com maior relação maior lado pelo menor lado, as parábolas terão maior sobreposição, reduzindo ainda mais a proporção de área efetivamente confinada.

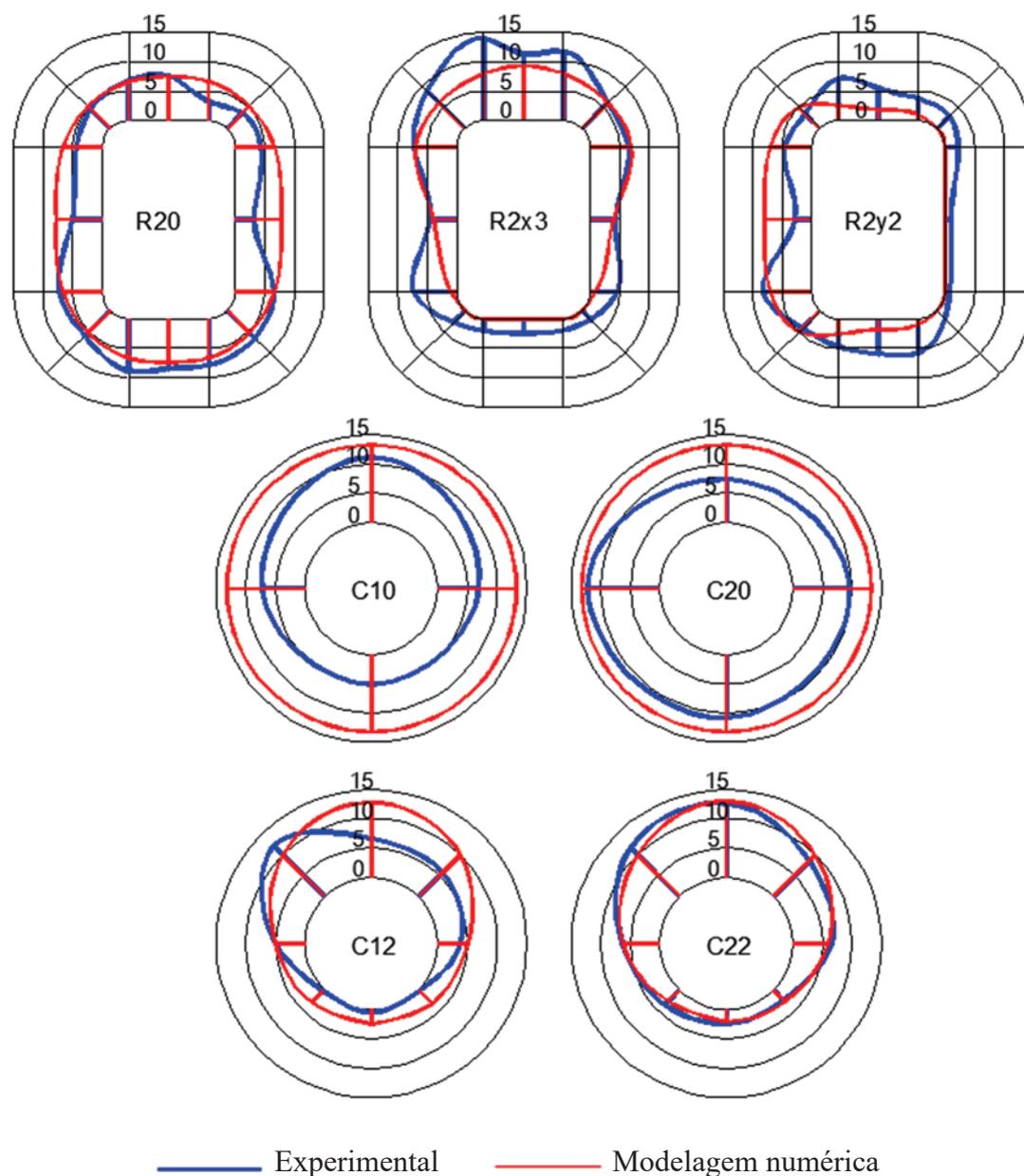
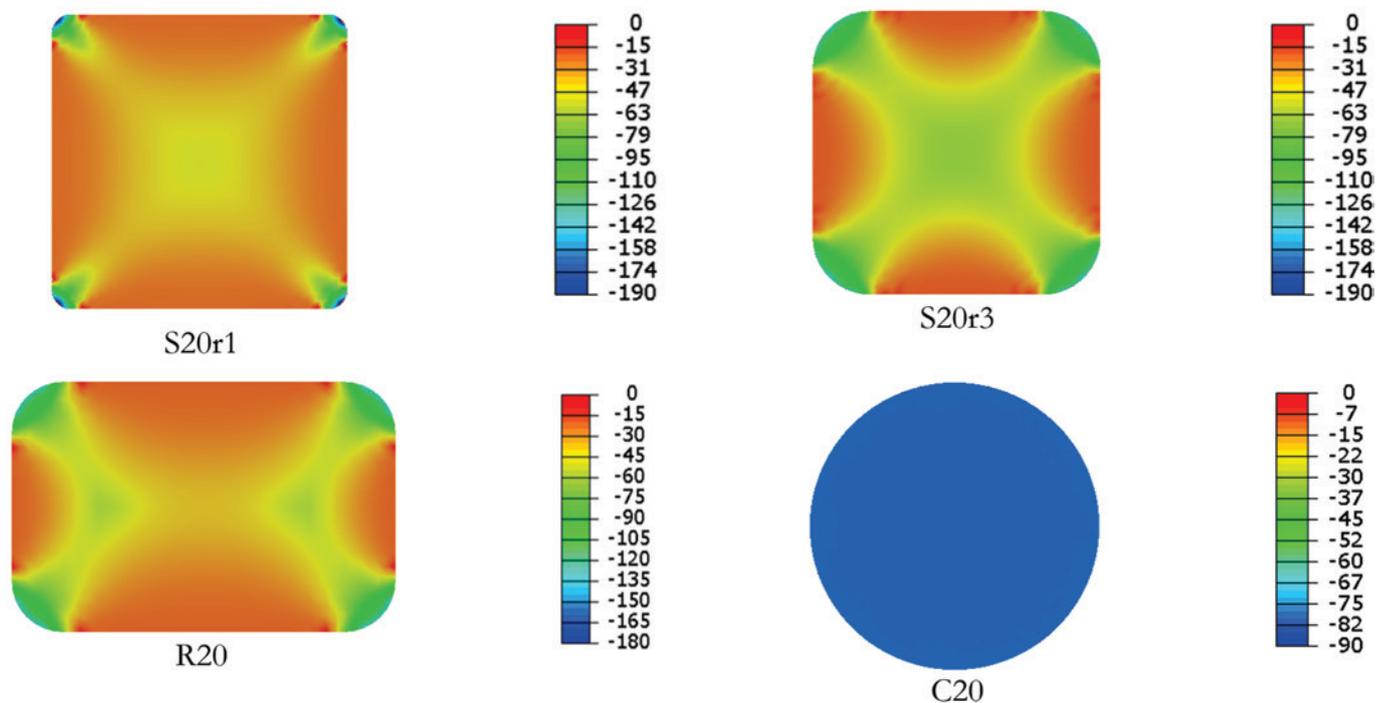
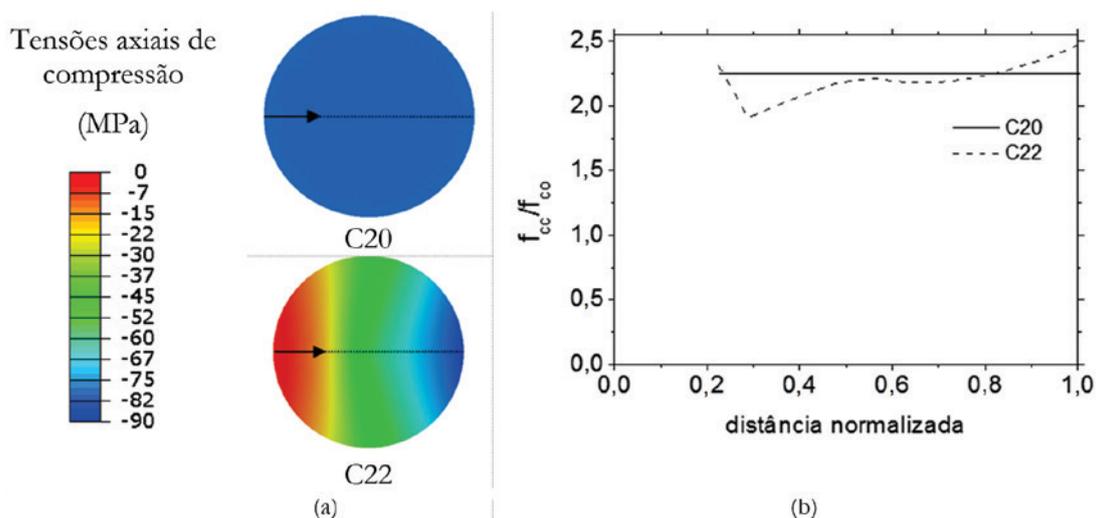


Figura 9

Deformações no PRF ao longo do perímetro das seção intermediária dos pilares: comparação entre valores obtidos na modelagem numérica em relação aos obtidos nos ensaios experimentais por Carrazedo [17]. Séries 3 e 4 (unidades em %)

**Figura 10**

Distribuição das tensões axiais compressão na seção transversal de em pilares confinados com PRF obtidas na modelagem numérica (valores em MPa)

**Figura 11**

Tensões de compressão em pilares circulares C20 e C22 (Valores em MPa): (a) distribuição de tensões; (b) acréscimo de tensões nos trechos indicados em (a)

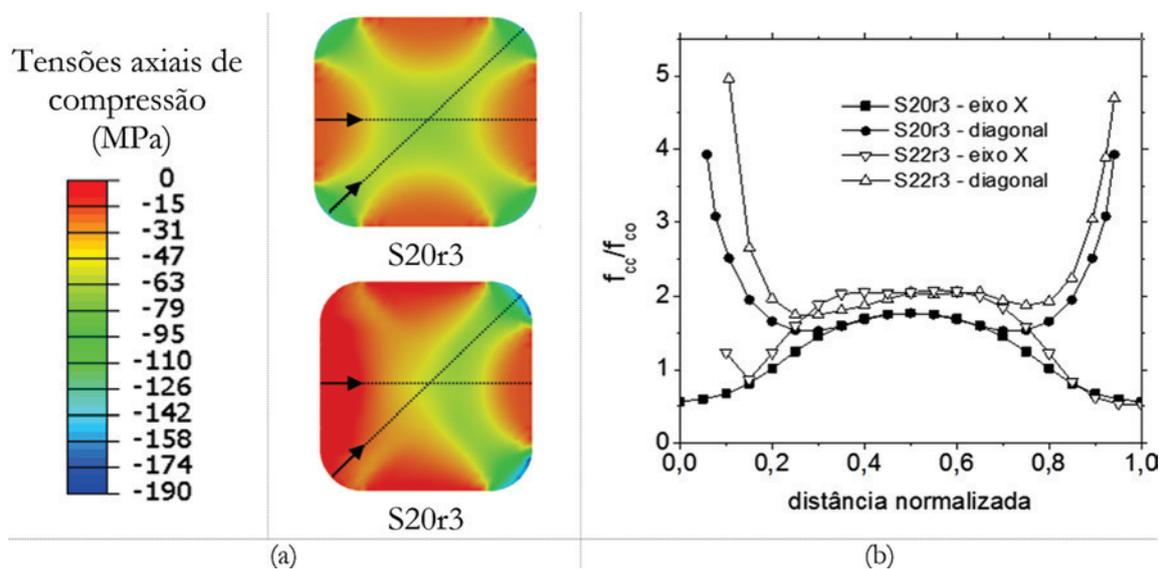


Figura 12

Tensões de compressão em pilares quadrados S20r3 e S22r3 (valores em MPa):
 (a) distribuição de tensões; (b) acréscimo de tensões nos trechos indicados em (a)

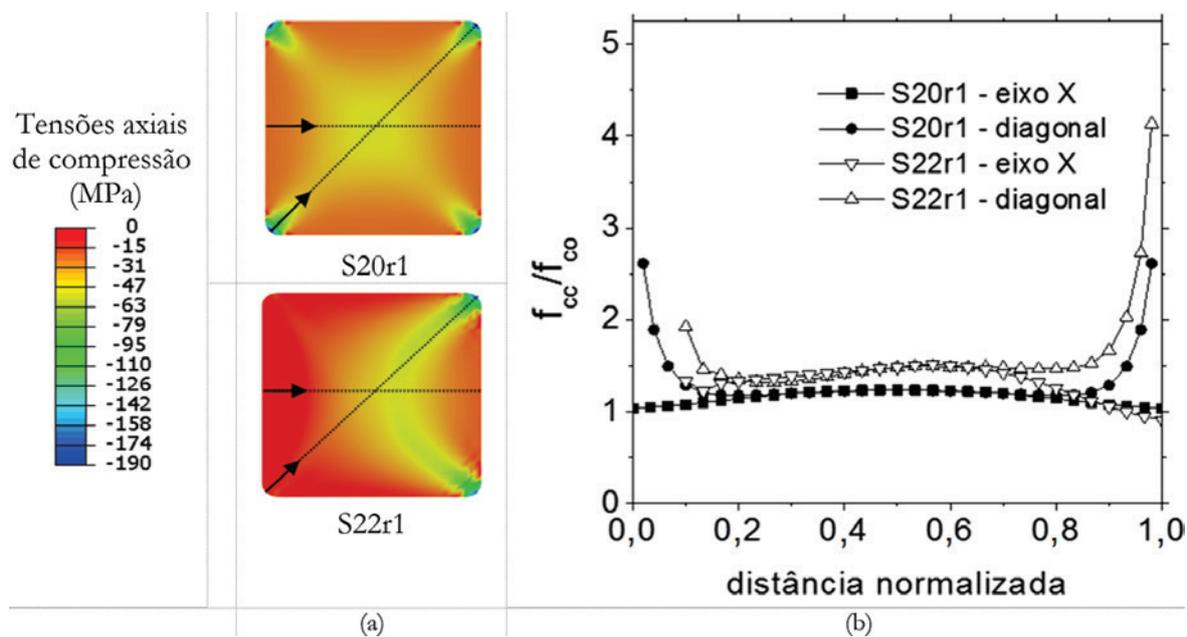


Figura 13

Tensões de compressão em pilares quadrados S20r1 e S22r1 (valores em MPa):
 (a) distribuição de tensões; (b) acréscimo de tensões nos trechos indicados em (a)

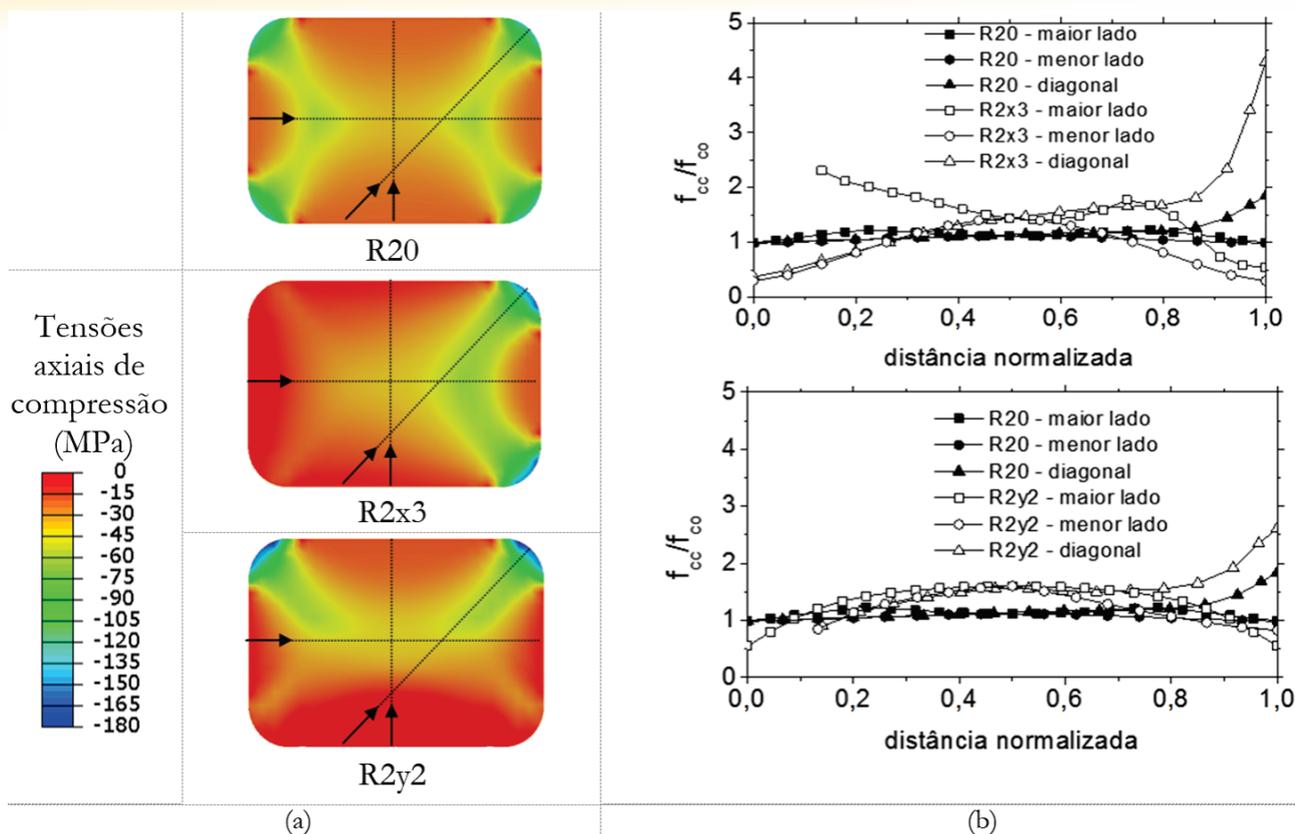


Figura 14

Tensões de compressão em pilares retangulares R2x3 e R2y2 (valores em MPa):
 (a) distribuição de tensões; (b) acréscimo de tensões nos trechos indicados em (a)

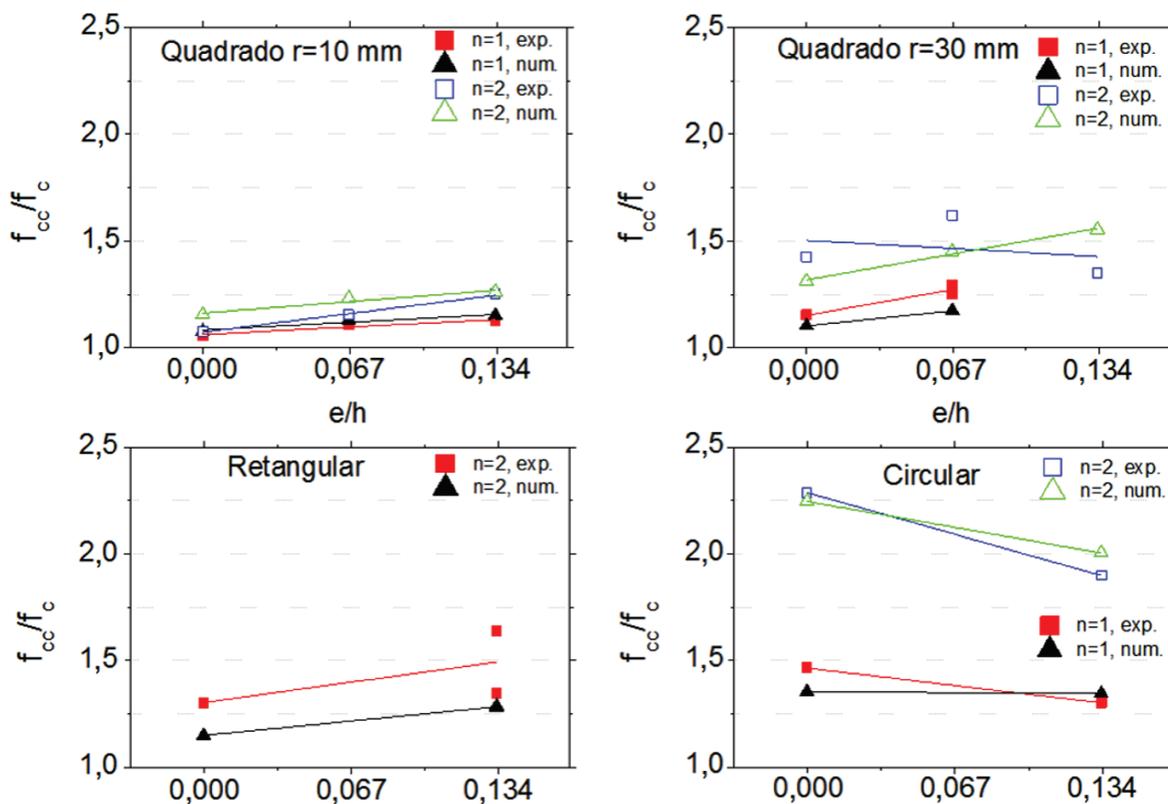


Figura 15

Influência da excentricidade relativa no acréscimo de tensão axial nos pilares das séries de 1 a 4

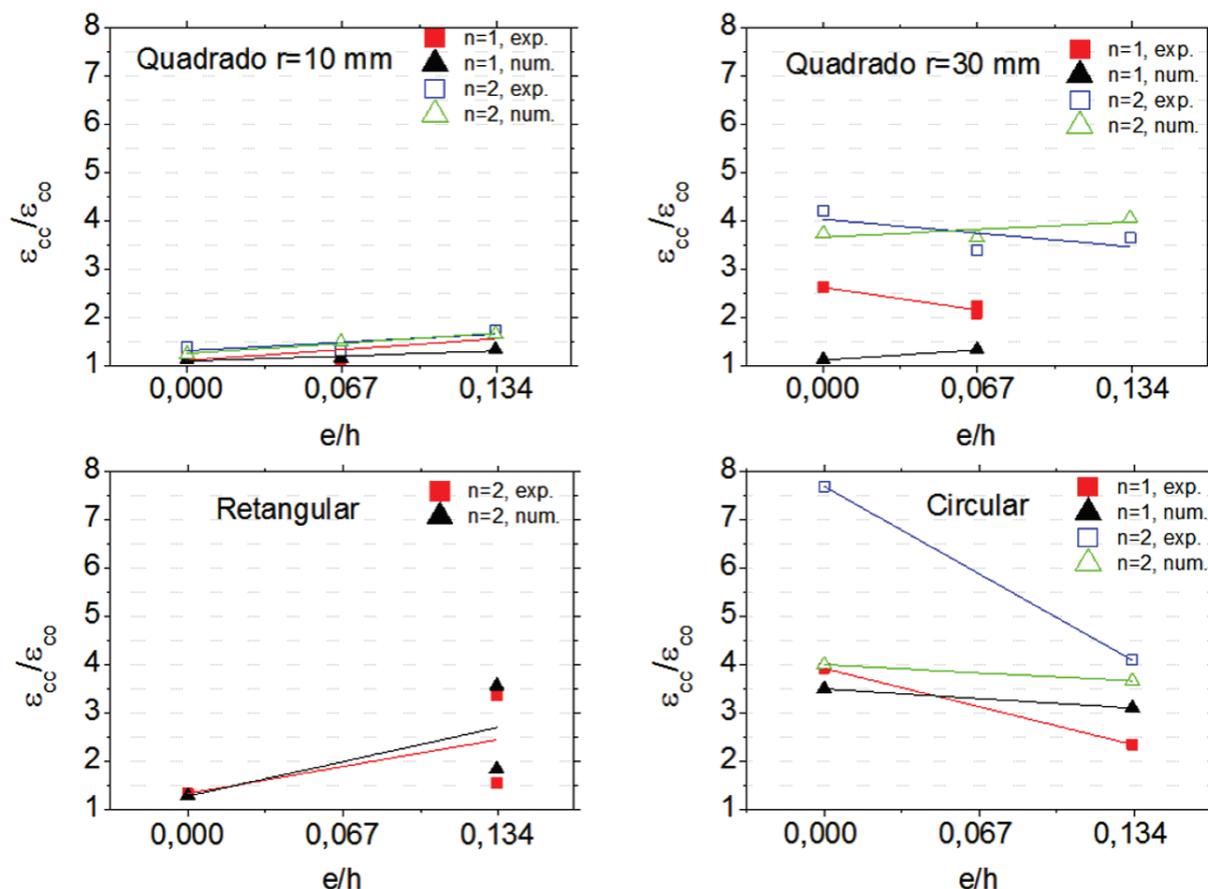


Figura 16

Influência da excentricidade relativa no acréscimo de deformação axial nos pilares das séries de 1 a 4

Na Figura 11 são mostradas as configurações de tensões de compressão para um pilar circular com força centrada e excêntrica juntamente com um gráfico que demonstra os valores de tensões ao longo dos trechos indicados na seção transversal. Com isso, observa-se que a região com maiores valores de tensão de compressão se deslocaram na direção da excentricidade, e chegam a superar os valores de compressão na borda mais comprimida. No entanto, essa região tem uma largura menor do que o restante da seção, o que faz com que a integral das tensões nesta região da seção resulte em um acréscimo menor de resistência ao pilar circular na situação de excentricidade (ver Tabela 5). Além disso, observa-se também que a região efetivamente confinada fica delimitada por um aspecto curvo, não sendo possível traçar uma linha que seja paralela à linha neutra e que possua os mesmos valores de tensões de compressão.

Nas Figuras 12 a 14 observa-se nas seções quadradas e retangulares que a região de concreto efetivamente confinado também se desloca na direção da excentricidade e modifica seu aspecto de distribuição. Para todas as situações, os gráficos indicados nas mesmas figuras demonstram que as tensões de compressão para a situação de força excêntrica foram, de modo geral, superiores em relação à situação de força centrada, quando se compara a região central das seções e mais a região junto à borda mais

comprimida. Além disso, a largura da seção permanece a mesma, resultando em mais região proporcionalmente comprimida em comparação com a circular. Isso justifica o fato de o ganho de resistência em pilares de seção quadrada ser praticamente o mesmo ou até um pouco superior nos casos de excentricidade do que para carregamento centrado (ver Tabela 5), sendo possível afirmar que a excentricidade não é prejudicial quando se trata de reforço com PRF para seções quadradas e retangulares.

Os gráficos mostrados nas Figuras 15 e 16 demonstram, de modo geral, que o aumento da excentricidade para seções quadradas e retangulares tem pouca influência na eficiência do reforço representada pelo acréscimo de tensões f_{cc}/f_c e pelo acréscimo de deformação ϵ_{cc}/ϵ_c , nos quais percebe-se que o ganho permanece praticamente o mesmo e em alguns casos até apresenta um aumento à medida que se aumenta a excentricidade. Já para as seções circulares, observa-se claramente que o aumento da excentricidade proporciona menor ganho de tensão e de deformação.

5. Conclusão

O modelo numérico em elementos finitos utilizado se mostrou capaz de representar o mecanismo de confinamento passivo do concreto para seções quadradas, retangulares e circulares, envol-

vendo regiões de alto e de baixo índice de confinamento. Houve boa correlação ao se comparar as curvas experimentais e numéricas de força versus deslocamento dos pilares. Foi capaz de representar também a dilatação do concreto de maneira adequada, indicando distribuição semelhante aos valores experimentais para as deformações de tração do PRF em torno dos perímetros das seções transversais.

Foi possível observar a distribuição das tensões de compressão na seção transversal, demonstrando que nas seções quadradas a região de concreto efetivamente se forma junto aos cantos arredondados da seção, e no restante ela fica delimitada por parábolas, que se iniciam a 45° junto aos cantos arredondados. Para seções retangulares, por conta dos maiores lados da seção, as parábolas se tocam, dividindo a região confinada em duas regiões que ficam próximas dos menores cantos da seção transversal.

Nos casos de carregamento excêntrico, a região mais comprimida se desloca na direção da excentricidade e atinge maiores valores de tensões axiais de compressão do que na situação de força centrada, no entanto não representou ser prejudicial para seções quadradas e retangulares, na qual a largura da seção se mantém a mesma e os valores de tensão superam os valores da situação de força centrada em uma porção maior da seção transversal. Em alguns casos o ganho de resistência foi até maior na situação de excentricidade.

Já para as seções circulares, a presença de excentricidade se mostrou prejudicial, pois a largura da seção diminui à medida que se aproxima da borda comprimida, justificando assim, o fato de que para seções circulares o ganho de resistência foi menor.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo pelo provimento dos recursos necessários para a realização deste trabalho.

7. Referências

- [1] American Concrete Institute, "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems." ACI 440 Detroit, Mich, 2008.
- [2] F. E. Richart, A. Brandtzaeg, and R. L. Brown, "A study of the failure of concrete under combined compressive stresses.," *Eng. Exp. Stn. Bull. No. 185, Univ. Illinois, Urbana, Ill.*, 1928.
- [3] L. Lam and J. G. Teng, "Design-oriented Stress-Strain Model for FRP-confined Concrete in Rectangular Columns," *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 22, pp. 1149–1187, 2003.
- [4] I. a. E. M. Shehata, "Strength of short concrete columns confined with CFRP sheets," *Mater. Struct.*, vol. 35, no. 245, pp. 50–58, 2001.
- [5] M. El Sayed and T. El Maaddawy, "Analytical model for prediction of load capacity of RC columns confined with CFRP under uniaxial and biaxial eccentric loading," *Mater. Struct.*, vol. 44, no. 1, pp. 299–311, Jun. 2010.
- [6] N. Nisticò, "R.C. square sections confined by FRP: A numerical procedure for predicting stress-strain relationships," *Compos. Part B Eng.*, vol. 59, pp. 238–247, Mar. 2014.
- [7] P. Rochette and P. Labossière, "Axial testing of rectangular column models confined with composites," *J. Compos. Constr.*, vol. 6, no. May 2011, pp. 129–136, 2000.
- [8] X. Yang, "Effect of Corner Radius on the Performance of Externally Bonded FRP Reinforcement," pp. 197–204, 2001.
- [9] R. Carrazedo and J. B. De Hanai, "Concrete Prisms and Cylinders Wrapped by FRP Loaded in Compression with Small Eccentricities," *J. Compos. Constr.*, vol. 21, no. 4, pp. 1–14, 2016.
- [10] M. N. Youssef, M. Q. Feng, and A. S. Mosallam, "Stress-strain model for concrete confined by FRP composites," *Compos. Part B Eng.*, vol. 38, no. 5–6, pp. 614–628, Jul. 2007.
- [11] A. Ilki, O. Peker, E. Karamuk, C. Demir, and N. Kumbasar, "FRP Retrofit of Low and Medium Strength Circular and Rectangular Reinforced Concrete Columns," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 20, no. 2, p. 169, 2008.
- [12] H. Toutanji, M. Han, J. Gilbert, and S. Mathtys, "Behavior of Large-Scale Rectangular Columns Confined with FRP Composites," no. FEBRUARY, pp. 62–71, 2010.
- [13] M. Maalej, S. Tanwongsva, and P. Paramasivam, "Modelling of rectangular RC columns strengthened with FRP," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 25, no. 2, pp. 263–276, 2003.
- [14] F. Micelli and R. Modarelli, "Experimental and analytical study on properties affecting the behaviour of FRP-confined concrete," *Compos. Part B Eng.*, vol. 45, no. 1, pp. 1420–1431, Feb. 2013.
- [15] K. H. Tan, T. Bhowmik, and T. Balendra, "Confinement model for FRP-bonded capsule-shaped concrete columns," *Eng. Struct.*, vol. 51, pp. 51–59, Jun. 2013.
- [16] A. de P. Machado, *Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono*, 1st ed. São Paulo - SP., 2002.
- [17] R. Carrazedo, "Mecanismos de confinamento em pilares de concreto encamisados com polímeros reforçados com fibras submetidos à flexo-compressão.," *Tese (Doutorado). Esc. Eng. São Carlos, Univ. São Paulo. Escola Eng. São Carlos, Univ. São Paulo*, p. 242, 2005.
- [18] O. Chaallal, M. Shahawy, and M. Hassan, "Performance of Axially Loaded Short Rectangular Columns Strengthened with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Wrapping," *J. Compos. Constr.*, vol. 7, no. 3, p. 200, 2003.
- [19] M. Harajli, "Axial stress-strain relationship for FRP confined circular and rectangular concrete columns," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 28, no. 10, pp. 938–948, Nov. 2006.
- [20] R. Kumutha, R. Vaidyanathan, and M. S. Palanichamy, "Behaviour of reinforced concrete rectangular columns strengthened using GFRP," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 29, no. 8, pp. 609–615, Sep. 2007.
- [21] Y.-F. Wu and Y.-Y. Wei, "Effect of cross sectional aspect ratio on the strength of CFRP-confined rectangular concrete columns," *Eng. Struct.*, vol. 32, no. 1, pp. 32–45, Jan. 2010.
- [22] Z. Yan and C. P. Pantelides, "Concrete column shape modification with FRP shells and expansive cement concrete," *Constr. Build. Mater.*, vol. 25, no. 1, pp. 396–405, Jan. 2010.
- [23] T. Ozbakkaloglu, "Concrete-Filled FRP Tubes : Manufacture and Testing of New Forms Designed for Improved Performance," *J. Compos. Constr.*, no. April, pp. 280–291, 2013.
- [24] Fédération Internationale du Béton, "Externally bonded FRP

- reinforcement for RC structures." Bulletin No. 14, Technical Rep., Lausanne, Switzerland., 2001.
- [25] S. Rocca, N. Galati, and A. Nanni, "Review of Design Guidelines for FRP Confinement of Reinforced Concrete Columns of Noncircular Cross Sections," vol. 12, no. 1, pp. 80–92, 2008.
- [26] "ABAQUS - Theory Manual." DASSAULT SYSTÉMES, Providence USA, 2012.
- [27] J. Lubliner, J. Oliver, S. OLLer, and E. Ōnate, "A PLASTIC-DAMAGE MODEL FOR CONCRETE," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 25, no. 3, pp. 299–326, 1989.
- [28] J. H. Lee and G. L. Fenves, "Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures," *J. Eng. Mech.*, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.
- [29] T. Ozbakkaloglu, A. Gholampour, and J. C. Lim, "Damage-Plasticity Model for FRP-Confined Normal-Strength and High-Strength Concrete," *J. Compos. Constr.*, pp. 1–13, 2016.
- [30] T. H. Wee, M. S. Chin, and M. A. Mansur, "Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 11, no. 1, pp. 21–29, 1996.
- [31] CEB-FIP, "COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP: Model code 1990. Bulletin D'Information, Paris, n. 203-205." 1993.