

## MODELAGEM NÃO LINEAR DO PERFIL LONGITUDINAL DE FUSTES DE *Pinus oocarpa*

Daniel Carlos Horle<sup>1</sup>, Adriano Ribeiro de Mendonça<sup>2</sup>, Samuel de Pádua Chaves e Carvalho<sup>3</sup>, Natalino Calegario<sup>4</sup>

(recebido: 8 de julho de 2008; aceito: 31 de março de 2010)

**RESUMO:** Com o aumento da demanda de produtos florestais no mercado, o incentivo à pesquisas que aperfeiçoem a obtenção de multiprodutos das florestas com o menor custo é cada vez maior. Objetivou-se, neste trabalho, avaliar a precisão de um modelo linear (polinômio do 5º grau) e de um modelo não linear (logístico) na estimativa do perfil do fuste de *Pinus oocarpa*. A base de dados utilizada foi de um plantio de *Pinus oocarpa*, localizado no Triângulo Mineiro, originada da cubagem rigorosa de 140 árvores. As equações ajustadas foram avaliadas pelos seguintes critérios: critério de informação de Akaike, critério de informação Bayesiano, análise gráfica de resíduos e erro padrão da estimativa. O modelo logístico apresentou-se mais preciso na estimativa do perfil do fuste de *Pinus oocarpa*.

Palavras-chave: Manejo, biometria, afilamento.

### LONGITUDINAL NONLINEAR MODELLING OF STEM PROFILE OF *Pinus oocarpa*

**ABSTRACT:** The increase of forest products demand in the market has been motivating researches in order to generate forest multiproducts with reduced costs. The main purpose of this study was to evaluate the precision of both linear (5 degree polynomial) and nonlinear (Logistic) models to estimate the stem profile of *Pinus oocarpa*. The data base is from a plantation located in Triângulo Mineiro region, Minas Gerais State, where the stem diameters of 140 trees were measured. The fitted precision equations were evaluated by the following criteria: Akaike information, Bayesian Information, residual graphic analysis, standard error estimate. The Logistic model showed higher precision in estimating the tree profile.

Key words: Forest management, biometrics, taper.

## 1 INTRODUÇÃO

No setor florestal, cada vez mais torna-se necessária a otimização do uso da madeira. E, quando o foco é a otimização, o conhecimento sobre funções de afilamento auxilia na obtenção das estimativas dos múltiplos produtos da madeira, sendo um importante componente da atividade do inventário florestal e do planejamento.

Atualmente, vários modelos e metodologias são usadas para descrever o perfil do fuste das árvores. Dentre esses, os modelos polinomiais, sigmoidais, segmentados, os modelos definidos através de análise multivariada e as razões de volume e as funções Splines cúbicas e quadráticas são as que mais se destacam (RIOS, 1997).

As funções de afilamento permitem estimar o volume de qualquer segmento do fuste ao longo da árvore pela integração da função que o representa. Essas funções permitem também estimar os diâmetros mínimos de cada produto e com isso, estimar o número de toras produzidas.

No Brasil, estudos de perfil do tronco de árvores, tradicionalmente, baseiam-se em equações que permitem estimar o diâmetro em qualquer altura ao longo do tronco como em Assis (2000), Chichorro et al. (2003), Fischer et al. (2001), Guimarães & Leite (1992), Lima (1986), Mendonça et al. (2007), Rios (1997) e Scolforo et al. (1998). Campos & Leite (2009) apresentam uma descrição bem completa sobre modelagem de perfil longitudinal de árvores, tanto linear como não linear.

Atualmente, tem-se realizado estudos em que obtém-se a estimativa da altura, em qualquer parte do tronco, em função do diâmetro ou raio como em Calegario (2002) e Pires et al. (2007). A estimativa da altura em função do diâmetro é bastante útil quando se deseja estimar o comprimento útil do tronco para uma posterior otimização do uso do fuste.

Com todos os avanços da informática na criação dos *softwares*, estimativas podem ser obtidas com maior precisão e com maior rapidez na geração de parâmetros e

<sup>1</sup>Engenheiro Florestal – Instituto Estadual de Florestas de Minas Gerais – 35530-000 – Claudio, MG – tiguela.ta@hotmail.com

<sup>2</sup>Engenheiro Florestal, Professor Dr. em Engenharia Florestal – Universidade Estadual de Goiás – Unidade Universitária de Ipameri – Rodovia GO 330, Km 241 – Anel Viário – 75780-000 – Ipameri, GO – ribeiroflorestal@yahoo.com.br

<sup>3</sup>Engenheiro Florestal, Doutorando pelo Programa de Pós Graduação em Recursos Florestais da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz – Av. Pádua Dias, 11 – 13418-900 – Piracicaba, SP – samukajm@yahoo.com.br

<sup>4</sup>Engenheiro Florestal, Professor Dr. em Ciências Florestais – Departamento de Ciências Florestais – Universidade Federal de Lavras – 37200-000 – Lavras, MG – calegari@dcf.ufla.br

gráficos que relatam o perfil com melhor fidedignidade. Dentre esses avanços podem-se citar técnicas estatísticas de ajustes de modelos lineares e não lineares.

Objetivou-se, neste estudo, avaliar o polinômio do 5º grau modificado, representando o modelo linear, e o modelo logístico modificado, representando o modelo não linear, na descrição do perfil do fuste de *Pinus oocarpa*.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Localização e caracterização da área

A área de estudo pertence à empresa Caxuana, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais. A precipitação média anual é de 1.520, a temperatura média anual é 22,2 °C, a altitude média é de 980 m e a umidade relativa média é de 51%. O relevo é plano a suave ondulado e os solos dos tipos latossolo vermelho escuro e latossolo vermelho-amarelo.

#### a) Polinômio de 5º grau modificado

$$\left\langle \begin{aligned} h_{ij} = & \beta_{00} + \beta_{10} \text{classe}_j + \left[ (\beta_{10} + \beta_{11} \text{classe}_j) \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right) H_j \right] + \left[ (\beta_{20} + \beta_{21} \text{classe}_j) \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right)^2 H_j \right] + \left[ (\beta_{30} + \beta_{31} \text{classe}_j) \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right)^3 H_j \right] \\ & + \left[ (\beta_{40} + \beta_{41} \text{classe}_j) \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right)^4 H_j \right] + \left[ (\beta_{50} + \beta_{51} \text{classe}_j) \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right)^5 H_j \right] + \varepsilon_{ij} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Em que:  $\beta_{is}$  = parâmetros a serem estimados;  
 $DAP_j$  = diâmetro na altura de 1,30 m (cm);  
 $H_j$  = altura total da árvore (m);  
 $h_{ij}$  = altura comercial (m);  
 $d_{ij}$  = diâmetro na altura  $h_{ij}$  (cm);  
 $\text{classe}_j$ : limite superior da classe de  $DAP_j$  (cm);  
 $\varepsilon_{ij}$  = erro da estimativa.

#### b) Modelo logístico modificado

$$h_{ij} = \frac{\phi_{100} + \phi_{110} Dap_j + \phi_{120} \cdot H_j + \sum_{j=k}^8 \phi_{13k} \text{classe}_k}{1 + \exp \left\{ \frac{\left[ (\phi_{200} + \phi_{210} \cdot Dap_j + \phi_{220} \cdot H_j + \sum_{j=k}^8 \phi_{23k} \cdot \text{classe}_k) - H_j \left( \frac{d_{ij}}{Dap_j} \right) \right]}{\left( \phi_{300} + \phi_{310} \cdot Dap_j + \phi_{320} \cdot H_j + \sum_{j=k}^8 \phi_{33k} \cdot \text{classe}_k \right)} \right\}} + \varepsilon_i \quad (2)$$

Em que:  $\exp$  = base do logaritmo neperiano;  
 $\phi_{ijk}$  = parâmetros do modelo;  
 $\text{classe}_k = 1$  se  $DAP_j$  pertencer à classe k e 0 caso contrário.

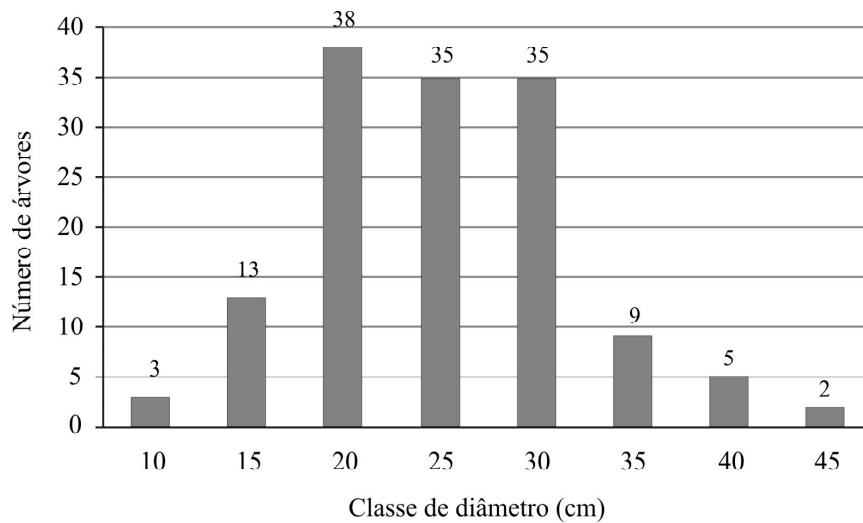
### 2.2 Coleta de dados e cubagem rigorosa

Foram cubadas rigorosamente 140 árvores de *Pinus oocarpa* com idade variando de 8 a 30 anos, em um plantio com espaçamento inicial de 3 x 2 metros, com posteriores desbastes. Foram medidos diâmetros com casca a 0,5%; 1%; 5%; 10%; 15%; 25%; 35%; 45%; 55%; 65%; 75%; 85% e 95% da altura total da árvore, além do diâmetro a 1,30 m de altura do solo e a altura total de todas as árvores.

Através da análise de distribuição de frequência das árvores, foram definidas oito classes de diâmetro, conforme a Figura 1, sendo que os valores das classes de diâmetro representam o limite superior da cada classe.

### 2.3 Modelos avaliados

Para este estudo foi escolhido um modelo linear e um modelo não linear. Foi feita a decomposição dos parâmetros para inserir o efeito da classe de diâmetro, diâmetro a 1,30 m e altura total.



**Figura 1** – Número de árvores amostradas por classe de diâmetro.

*Figure 1* – Number of trees sampled by diameter class.

**2.4 Precisão dos modelos**

Os modelos tiveram sua precisão testada por meio das seguintes estatísticas:

a) Erro padrão da estimativa:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

Em que:  $S_{yx}$  = erro padrão da estimativa (m);  $\hat{Y}_i$  = altura ( $h_{ij}$ ) estimada pelo modelo (m);  $Y_i$  = altura ( $h_{ij}$ ) observada (m); n = número de observações; p = número de parâmetros.

b) Critério de Informação de Akaike (AIC) (SAKAMOTO et al., 1986)

$$AIC = -2\ln(mv) + 2p$$

Em que: ln = logaritmo neperiano; mv = máxima verossimilhança.

Quanto menor o valor de AIC melhor o modelo avaliado.

c) Critério de Informação Bayesiano (BIC) (SCHWARZ, 1978)

$$BIC = -2\ln(mv) + p\ln(n)$$

Quanto menor o valor de BIC melhor o modelo avaliado.

As estatísticas citadas nos itens “b” e “c” são de grande relevância quando se trata da análise de regressão, pois penalizam modelos com grande número de parâmetros, selecionando modelos mais parcimoniosos.

Foram feitas, também, análises gráficas dos resíduos padronizados.

**3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

**3.1 Ajuste do modelo não linear**

O ajuste do modelo não linear foi feito utilizando a teoria dos modelos mistos, considerando como efeito aleatório a classe diamétrica e como efeitos fixos o  $d_{ij}$ ,  $DAP_j$  e  $H_j$ . Foi empregado o software estatístico R versão 2.9. Foi utilizada a rotina *nlme* presente no pacote *nlme*.

Na Tabela 1 é apresentado o resultado do ajuste do modelo logístico modificado.

Com a utilização da teoria de modelos mistos, foram estimados os parâmetros por classe diamétrica para o modelo logístico (Tabela 2).

Na Figura 2, é apresentada a influência dos efeitos fixos e do efeito aleatório (classes) para as diferentes classes de DAP.

Analisando a Figura 2, nota-se uma sobreposição das linhas que explicam a influência dos efeitos fixos e efeito aleatório. Com isso, pode-se concluir que os efeitos fixos explicaram as variações das classes diamétricas, visto que as estimativas dos parâmetros por classe diamétrica possuem valores muito baixos (Tabela 2).

**Tabela 1** – Parâmetros estimados do modelo logístico para estimar alturas a diferentes diâmetros.**Table 1** – Estimated parameters of the logistic model to measure heights in different diameters.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	$t_c$	$p >  t_c $
$\phi_{100}$	1,339142	0,0501	2,66	0,0077
$\phi_{110}$	0,965632	0,0355	27,16	<0,0001
$\phi_{120}$	-0,070637	0,0166	-4,24	<0,0001
$\phi_{200}$	-2,058075	0,2810	-7,32	<0,0001
$\phi_{210}$	0,690382	0,1842	36,83	<0,0001
$\phi_{220}$	0,058463	0,0097	5,98	<0,0001
$\phi_{300}$	-0,0503006	0,0134	-2,58	0,0097
$\phi_{310}$	-0,174289	0,0134	-12,91	<0,0001
$\phi_{320}$	0,041456	0,0069	5,99	<0,0001

**Tabela 2** – Parâmetros estimados por classe diamétrica.**Table 2** – Estimated parameters per each diameter class.

Classe	$\phi_{13k}$	$\phi_{23k}$	$\phi_{33k}$
1 (10)	$1,112145 \times 10^{-10}$	0,101014732	-0,017217967
2 (15)	$-4,887419 \times 10^{-12}$	-0,058574619	-0,003276889
3 (20)	$-8,709462 \times 10^{-10}$	0,057357031	-0,071202230
4 (25)	$-2,032995 \times 10^{-10}$	-0,158175594	0,037555919
5 (30)	$1,282930 \times 10^{-10}$	-0,052100269	0,079777623
6 (35)	$-9,024648 \times 10^{-12}$	0,006747714	0,023434673
7 (40)	$1,04584 \times 10^{-10}$	0,135503598	-0,005277833
8 (45)	$-3,97859 \times 10^{-11}$	-0,031772594	-0,043793296

Em que: valor entre parênteses é o limite superior da classe<sub>k</sub>

Devido a esse fato, podem ser desprezadas as estimativas dos parâmetros por classe diamétrica (Tabela 2) e utilizar, somente, as estimativas dos parâmetros fixos (Tabela 1).

### 3.2 Ajuste do modelo linear

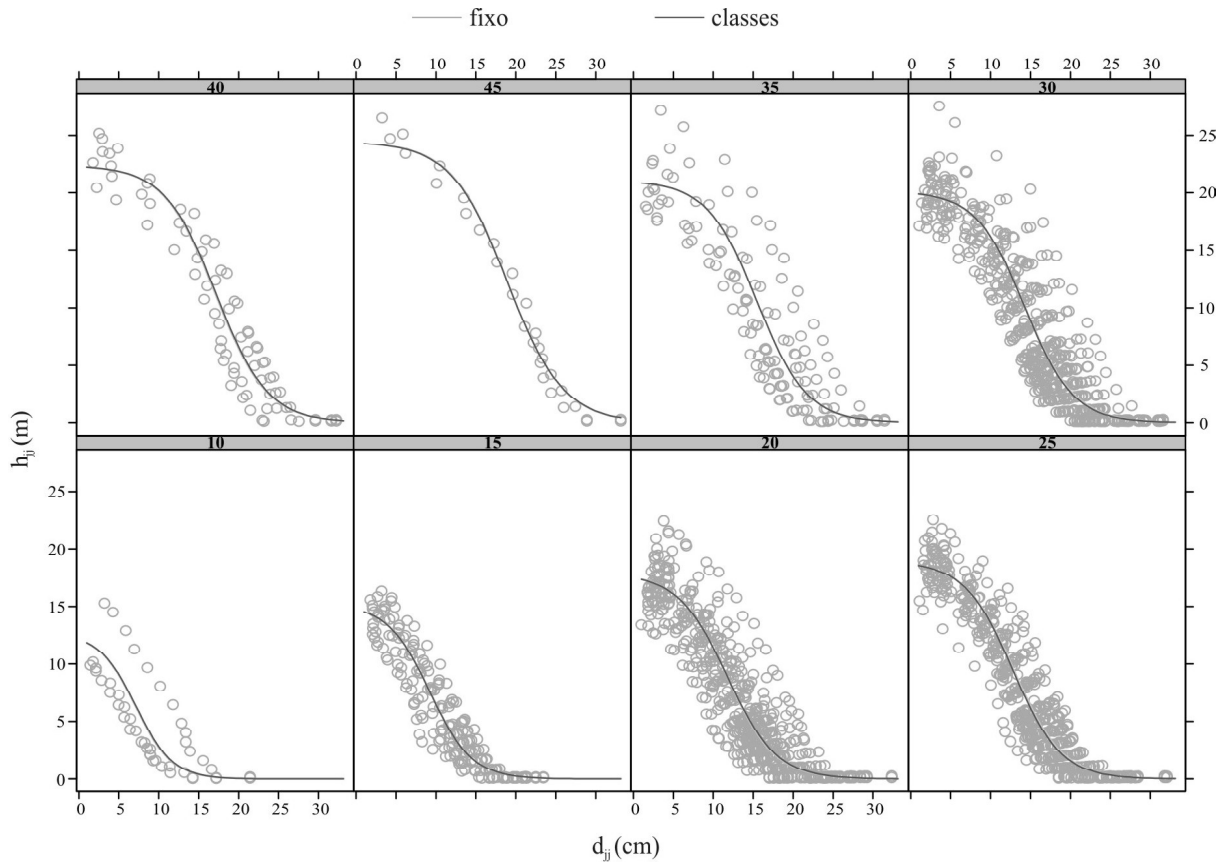
Na Tabela 3, é apresentado o resultado do ajuste do polinômio de 5º grau modificado. Após a análise, notou-se que a classe de DAP não teve influência nos parâmetros  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e  $\beta_4$ , com isso somente foram consideradas as estimativas dos interceptos dos mesmos ( $\beta_{20}$ ,  $\beta_{30}$  e  $\beta_{40}$ ). Nota-se, também, que o valor do intercepto do modelo ( $\beta_{00}$ ) não foi significativo. Mas o intercepto não foi retirado do modelo devido ao fato de que não influencia na precisão das estimativas.

### 3.3 Comparações entre o modelo linear e o modelo não linear

Na Figura 3, é apresentada a distribuição residual dos modelos avaliados.

Ao comparar os gráficos de resíduos padronizados dos dois modelos (Figura 3), nota-se que o modelo logístico modificado apresenta subestimativa para as alturas de até 2 m, indicando que este modelo apresenta baixa precisão em valores próximos à base da árvore.

O polinômio do 5º grau, na base das árvores, apresenta superestimativa chegando a apresentar valores negativos nas estimativas de altura. Já nas partes superiores das árvores o modelo apresentou uma variação muito grande no erro padrão.



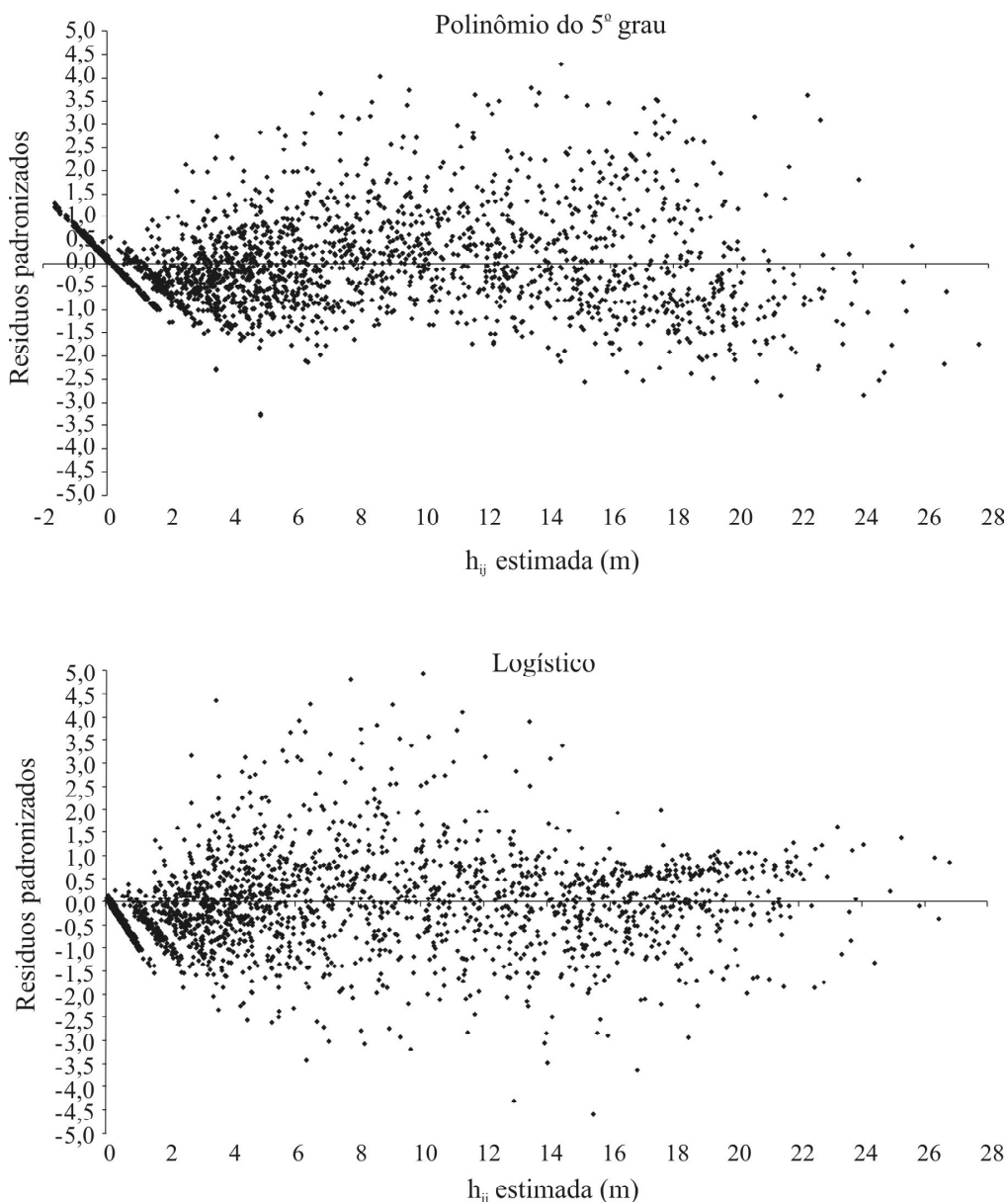
**Figura 2** – Influências dos efeitos fixos e do efeito aleatório na estimativa da altura ( $h_{ij}$ ) a diferentes diâmetros ( $d_{ij}$ ).

**Figure 2** – Influences of the fixed and random effects for estimating height ( $h_{ij}$ ) of different diameters ( $d_{ij}$ ).

**Tabela 3** – Estimativa dos parâmetros do polinômio do 5º grau para estimativa da altura a diferentes diâmetros.

**Table 3** – Parameters estimate of the 5<sup>th</sup> polynomial to estimate heights of different diameters.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	$t_c$	$p >  t_c $
$\beta_{00}$	-0,1581	0,3268	-0,4838	0,6286
$\beta_{01}$	0,2033	0,0123	16,5729	<0,0001
$\beta_{10}$	7,1366	0,1521	46,9145	<0,0001
$\beta_{11}$	-0,0069	0,0009	-7,4589	<0,0001
$\beta_{20}$	-22,4698	0,5743	-39,1281	<0,0001
$\beta_{30}$	27,5877	0,9520	28,9802	<0,0001
$\beta_{40}$	-15,7121	0,7054	-22,2743	<0,0001
$\beta_{50}$	3,4462	0,1891	18,2241	<0,0001
$\beta_{51}$	0,0013	0,0004	3,7051	0,0020



**Figura 3** – Gráfico dos resíduos padronizados em função de  $h_{ij}$  estimada pelos modelos avaliados.

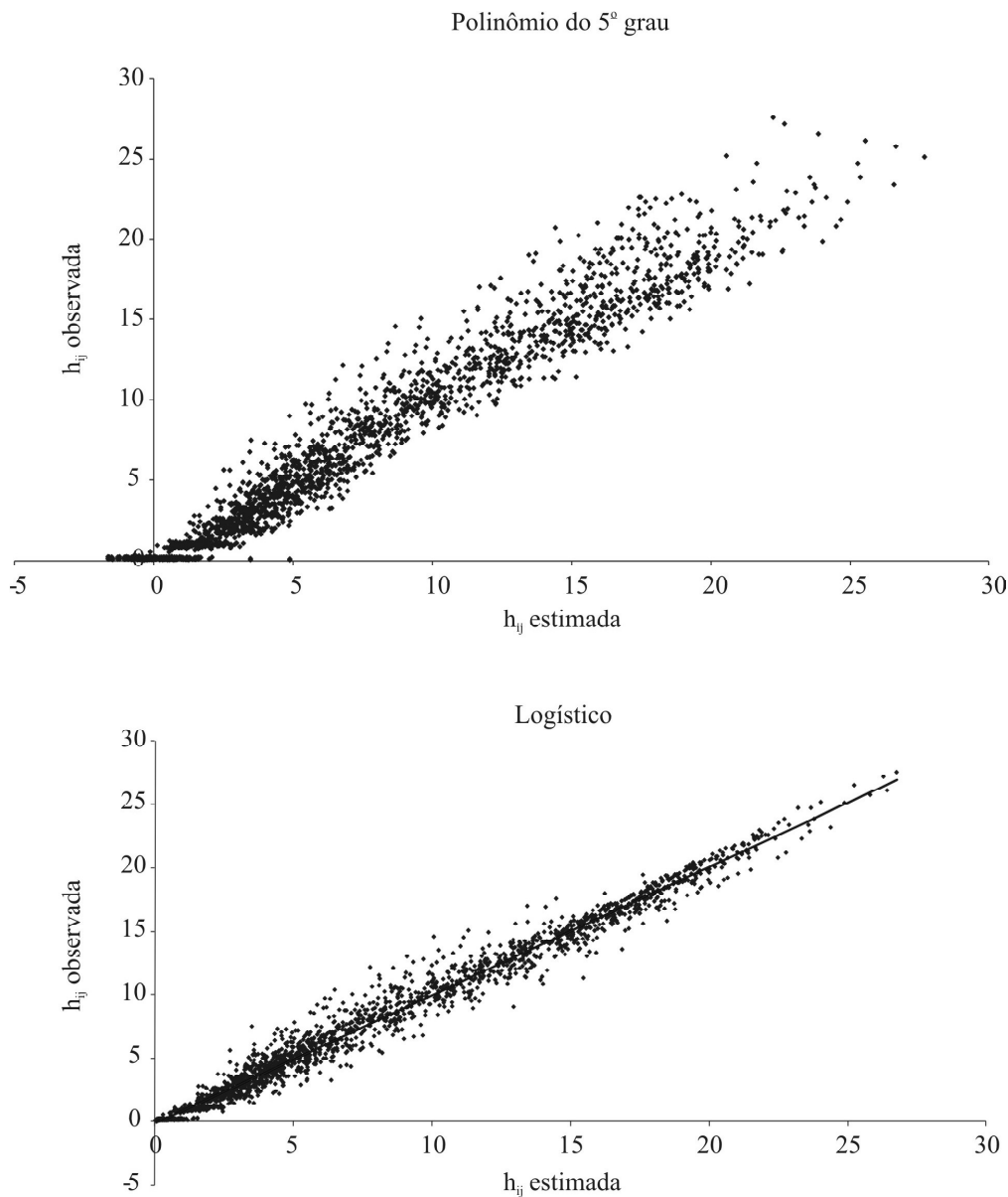
**Figure 3** – Graphic of standardized residuals in function of the  $h_{ij}$  estimated by the evaluated models.

Pela Figura 3, observa-se, também, que o modelo logístico apresentou uma melhor distribuição residual, sendo o mais preciso para representar o perfil do fuste das árvores de *Pinus oocarpa*.

A precisão das estimativas também pode ser analisada pelo gráfico da altura observada em função da altura estimada (Figura 4).

Observa-se, pela Figura 4, que o modelo logístico modificado obteve uma melhor distribuição, conforme resultado apresentado na Figura 3. Já o polinômio do 5º grau modificado apresentou uma dispersão maior nas estimativas, chegando a obter valores negativos na estimativa das alturas  $h_{ij}$ .

Ao analisar os dois modelos pelo erro padrão da estimativa, o modelo linear apresentou erro padrão



**Figura 4** – Gráfico da altura ( $h_{ij}$ ) observada em função da altura ( $h_{ij}$ ) estimada para os modelos avaliados.

**Figure 4** – Graphic of the measured height ( $h_{ij}$ ) in function of the estimated height ( $h_{ij}$ ) for the evaluated models.

residual de 1,46 m enquanto o modelo não linear apresentou um erro padrão residual de 0,90 m. Esse resultado está de acordo com as análises anteriores (Figuras 3 e 4), indicando a maior precisão do modelo logístico modificado.

A Tabela 4 apresenta outras estatísticas utilizadas na comparação dos modelos avaliados.

De acordo com a Tabela 4, nota-se que o modelo logístico modificado gerou estimativas mais precisas, uma vez que apresentou menores valores de AIC e BIC e indica que o modelo logístico é mais preciso que o polinômio de 5º grau modificado. Os resultados encontrados na Tabela 4 estão de acordo com os resultados das Figuras 3 e 4 e com o erro padrão da estimativa.

**Tabela 4** – Estatísticas utilizadas para avaliação dos modelos na estimativa do perfil do fuste de árvores de *Pinus oocarpa*.**Table 4** – Statistics used to evaluate the models in the estimated stem profile of *Pinus oocarpa*.

Modelo	AIC	BIC
Logístico	5559,531	5632,977
Polinômio do 5º grau	7573,902	7630,398

Em que: AIC = critério de informação de akaike; BIC = critério de informação bayesiano.

#### 4 CONCLUSÕES

O melhor modelo para representar o perfil de *Pinus oocarpa* foi o modelo não linear representado pelo modelo logístico modificado, o qual obteve as melhores medidas de precisão. Além de apresentar boas medidas de precisão, o uso do modelo não linear é o mais indicado por apresentar uma boa estabilidade, dentro e fora da faixa de variação dos dados coletados, e retrata as leis biológicas de crescimento.

O modelo linear, representado pelo polinômio do 5º grau, obteve medidas de precisão que lhe confere a possibilidade de representar o perfil do fuste, porém com maiores erros nas estimativas.

#### 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.

CALEGARIO, N. **Modeling *Eucalyptus* stand growth base on linear and nonlinear mixed-effects models**. 2002. 123 f. Tesis (Doctor of Philosophy in Forest Science) - University of Georgia, Georgia, 2002.

CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. 3ª Edição. Editora UFV. 2009. 548 p.

CHICHORRO, F. J.; REZENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de “taper” para quantificar múltiplos produtos da madeira em floresta de Mata Atlântica. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 27, n. 6, p. 799-809, 2003.

FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 132 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1999.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JUNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 167-188, 2001.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Leite: um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 16, n. 2, p. 170-180, 1992.

LIMA, F. S. **Análise de funções de “taper” destinadas a avaliação de múltiplos produtos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 79 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1986.

MENDONÇA, A. R. de; SILVA, G. F. da; OLIVEIRA, J. T. da S.; NOGUEIRA, G. S. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus sp.* para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.

RIOS, M. S. **A eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica e razões de volume para representar o perfil do fuste da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

SAKAMOTO, Y.; ISHIGURO, M.; KITAGAWA, G. **Akaike information criterion statistics**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1986.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, Haward, v. 6, p. 461-464, 1978.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M. de; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.