

MODELAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE POVOAMENTOS DE EUCALIPTO UTILIZANDO A FUNÇÃO GAMA

Carlos Alberto Araújo Júnior¹, Helio Garcia Leite², Renato Vinícius Oliveira Castro³, Daniel Henrique Breda Binoti⁴, Aline Edwiges Mazon de Alcântara⁵, Mayra Luiza Marques da Silva Binoti⁶

(recebido: 9 de setembro de 2010; aceito: 25 de janeiro de 2013)

RESUMO: Neste estudo, avaliou-se o comportamento da função densidade de probabilidade Gama com 2 parâmetros para a descrição da distribuição diamétrica de um povoamento de eucalipto em diferentes idades. Um modelo de projeção da distribuição de diâmetros foi construído e ajustado aos dados das parcelas permanentes. Os ajustes da função Gama foram avaliados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e o modelo de distribuição diamétrica foi avaliado por meio dos coeficientes de determinação e gráficos de resíduos das estimativas geradas pelas equações que compuseram o modelo. As distribuições diamétricas estimadas pelo sistema de equações foram comparadas com as distribuições observadas pelo teste KS. A maioria dos ajustes apresentou aderência pelo teste KS. O modelo foi capaz de projetar as distribuições diamétricas de maneira satisfatória, acompanhando a tendência de achatamento da curva da distribuição em uma sequência de idades. Conclui-se que a função Gama pode ser utilizada em um modelo de projeção da distribuição dos diâmetros de povoamentos de eucalipto.

Palavras-chave: Função densidade de probabilidade, distribuição gama, projeção, manejo florestal.

MODELLING THE DIAMETER DISTRIBUTION OF EUCALYPTUS STANDS USING THE GAMMA FUNCTION

ABSTRACT: This study evaluated the behavior of the Gamma probability density function to describe the diameter distribution of eucalyptus stand at different ages. A projection model of the distribution of diameters was constructed and fitted to data from permanent plots. The settings of the Gamma function were assessed by Kolmogorov-Smirnov (KS) test and the diametric distribution model was assessed by the determination coefficients and residual graphs of the estimates generated by the equations that compose the model. The diameter distributions estimated by the system of equations were compared with the distributions observed by the KS test. Most of the adjustments made by the KS test presented adherence. The model was able to design the diameter distributions satisfactorily, following the trend of flattening of the curve of distribution in a sequence of ages. Thus, the Gamma function can be used with statistical efficiency in a projection model of the diameter distribution in eucalyptus stands.

Key words: Probability density function, Gama distribution, projection, forest management.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem da distribuição diamétrica de povoamentos florestais tem ganhado cada vez mais destaque em função de sua contribuição para o planejamento de empreendimentos, cujo foco é a obtenção de multiprodutos da madeira, uma vez que a mesma fornece informações acerca das dimensões das árvores em idades futuras

(CAMPOS; LEITE, 2009; EISFELD et al., 2005). Diversos pesquisadores têm se dedicado à construção e aplicação de modelos de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. (BINOTI et al., 2010; CAMPOS; TURNBULL, 1981; LEITE et al., 2005; NOGUEIRA et al., 2005), de *Tectona grandis* (LEITE et al., 2006; NOGUEIRA et al., 2006) e de *Pinus* sp. (EISFELD et al., 2005; SCOLFORO; MACHADO, 1996). Esse tipo de

¹Engenheiro Florestal, Mestrando em Ciência Florestal – Universidade Federal de Viçosa/UFV – Departamento de Engenharia Florestal – Campus universitário – 36570-000 – Viçosa, MG, Brasil – araujocaj@gmail.com

²Engenheiro Florestal, Professor Doutor em Ciência Florestal – Universidade Federal de Viçosa/UFV – Departamento de Engenharia Florestal – Campus universitário – 36570-000 – Viçosa, MG, Brasil – hgleite@ufv.br

³Engenheiro Florestal, Professor Doutor em Ciência Florestal – Universidade de Brasília/UnB – Faculdade de Tecnologia – Departamento de Engenharia Florestal – Campus Universitário Darcy Ribeiro – Asa Norte – Cx. P. 4357 – 70904970 – Brasília, DF, Brasil – castrorvo@ymail.com

⁴Engenheiro Florestal, Doutor em Ciência Florestal – Universidade Federal de Viçosa/UFV – Departamento de Engenharia Florestal – Campus universitário – 36570-000 – Viçosa, MG, Brasil – danielbinoti@yahoo.com.br

⁵Engenheira Florestal, Doutoranda em Ciência Florestal – Universidade Federal de Viçosa/UFV – Departamento de Engenharia Florestal – Campus universitário – 36570-000 – Viçosa, MG, Brasil – alimazon@gmail.com

⁶Engenheira Florestal, Professora Doutora em Ciência Florestal – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri/UFVJM – Departamento de Engenharia Florestal - Rodovia MGT367-KM 583, 5000, Alto da Jacuba – 39100-000 – Diamantina, MG, Brasil – mayra_ufv@yahoo.com.br

modelagem envolve o emprego de uma função densidade de probabilidade (*fdp*) para descrever o comportamento atual e futuro da distribuição dos diâmetros em classes de amplitudes previamente determinadas e a função mais utilizada é a *fdp* Weibull (MIGUEL et al., 2010; RENNOLLS et al., 1985; SANTOS, 2008; SCOLFORO; MACHADO, 1996). Suas qualidades estão relacionadas à relativa simplicidade no ajuste e elevada flexibilidade para descrever diversas tendências (BAILEY; DELL, 1973).

Outras funções também têm se ajustado de forma satisfatória a dados de distribuição de diâmetros, como as funções Beta (SCHNEIDER et al., 1998), Gama (KOEHLER, 2010), Sb de Johnson (SILVA et al., 2009) e Hiperbólica (LEITE et al., 2010). Trabalhos como os de Arce (2004), Bartoszeck et al. (2004) e Machado et al. (2000, 2009) se propuseram a comparar o ajuste de diferentes funções probabilísticas aplicadas a dados de distribuição de diâmetros em classes, com objetivo de encontrar a *fdp* que melhor descrevesse os dados analisados. Entretanto, a maioria dos modelos tem sido construída empregando a função Weibull (CAMPOS; LEITE, 2009).

A função densidade de probabilidade Gama possui uma curvatura flexível, o que permite a descrição de diferentes tendências de distribuição (GUIMARÃES, 2002). A mesma tem aplicação bastante difundida na pesquisa meteorológica, com a finalidade de estimar a probabilidade de precipitação mensal em determinado local (BOTELHO; MORAIS, 1999; SEDIYAMA et al., 1996). Conforme Guimarães (2002), essa função foi utilizada pelo matemático suíço Leonhard Euler já no século XVIII. A mesma vem sendo aplicada para descrever a distribuição diamétrica de povoamentos florestais desde a década de 1960 (NELSON, 1964). No entanto, apesar de suas qualidades e utilidade para descrever uma distribuição diamétrica pontual, ainda não foi evidenciado o seu emprego em modelos de distribuição diamétrica. Assim, o presente estudo teve como objetivo avaliar o comportamento da função Gama em um modelo de projeção da distribuição diamétrica.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos de 48 unidades amostrais (parcelas), com áreas úteis de 2.600 m², mensuradas em povoamentos de um híbrido de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, localizados na região nordeste da Bahia. Essas parcelas foram medidas aos 27, 40, 50 e 58 meses de idade, sendo registradas as seguintes variáveis: altura total das 15 primeiras árvores (*Ht*), altura

de cinco árvores dominantes (*Hd*) e o diâmetro a 1,3 m de altura (*dap*) de todas as árvores contidas nas parcelas.

As árvores, em cada parcela, foram agrupadas em classes com amplitude de 1,0 cm de diâmetro, sendo o limite inferior da primeira classe definido com base no diâmetro mínimo observado. Esta amplitude foi utilizada em função do porte das árvores, relativamente baixo (entre 5 e 18 cm). Para povoamentos com árvores de maiores dimensões, a amplitude pode ser de 2,0 cm a 5,0 cm, dependendo da distribuição dos diâmetros. A amplitude de 2,0 cm é empregada na maioria dos estudos conduzidos em povoamentos equiâneos no Brasil.

2.1 Função densidade de probabilidade

A função Gama de 2 parâmetros foi ajustada aos dados de cada parcela e em cada idade, sendo a mesma definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, & 0 < x < \infty \\ 0, & \text{para outros valores de } x \end{cases}$$

e sua forma cumulativa definida por:

$$F(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x u^{\alpha-1} e^{-u/\beta} du$$

sendo:

$f(x)$ = proporção de árvores na classe de *dap* x ;
 $F(x)$ = probabilidade de ocorrência de árvores com *dap* menor que x
 x é a variável aleatória contínua, centro de classe de *dap*;
 β é o parâmetro de escala, $\beta > 0$;
 α é o parâmetro de forma, $\alpha > 0$;
 $\Gamma(\alpha)$ é a função Gama do parâmetro α ;
 e é a constante neperiana.

Segundo Catalunha et al. (2002), o principal método para estimar os parâmetros da função Gama é o da máxima verossimilhança, sendo este apresentado por Thom (1958). Tal método foi utilizado neste estudo, de modo que:

$$\hat{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(Ln(\bar{x}) - x_g) / 3}}{4(Ln(\bar{x}) - x_g)}$$

$$\hat{\beta} = \bar{x} / \hat{\alpha}$$

em que \bar{x} é a média aritmética e x_g a média geométrica das observações.

2.2 Avaliação das distribuições estimadas

Para verificar a aderência das distribuições estimadas pela função Gama aos dados observados, utilizou-se o teste não paramétrico de Kolmogorov-Smirnov (SOKAL; ROHLF, 1969), cuja estatística é dada por:

$$dn = \text{Max} |F_o(x) - F_e(x)|$$

em que:

dn é o valor calculado da estatística de K-S;

$F_o(x)$ é a frequência acumulada observada até a classe de dap x ;

$F_e(x)$ é a frequência acumulada estimada até a classe de dap x .

A hipótese nula (H_0 : a distribuição estimada não difere da distribuição observada) foi rejeitada para o valor calculado de dn maior que o valor tabelado, ao nível de significância α igual a 1,0%.

2.3 Modelo de distribuição diamétrica

O modelo de distribuição diamétrica ajustado neste estudo foi construído a partir do modelo publicado por Nogueira et al. (2005). Nesse modelo, composto por equações lineares e não lineares, os parâmetros da função densidade de probabilidade são correlacionados com características dos povoamentos, tais como diâmetros máximo e mínimo e número de árvores por hectare.

Tal modelo tem como diferencial o fato de que o mesmo é classificado como de projeção, ou seja, considera a influência de um estado anterior da distribuição diamétrica para estimar o comportamento futuro da mesma. Isso é fator importante para trabalhos de simulação de desbastes.

As relações funcionais que compõem o sistema empregado foram:

$$\alpha_2 = \phi_1 \alpha_1 + \phi_2 I_1 I_2^{-1} + \phi_3 q_2$$

$$\beta_2 = \phi_4 \beta_1 + \phi_5 I_1 I_2^{-1} + \phi_6 q_2$$

$$q_2 = \phi_7 q_1 + \phi_8 (1 - I_1 I_2^{-1}) + \phi_9 I_1 I_2^{-1} \beta_1$$

$$N_2 = N_1 \exp\left(-\phi_{10} \left(I_1^{\phi_{11}} - I_2^{\phi_{11}}\right)\right)$$

em que:

I_1 e I_2 : idades atual e futura, respectivamente;

α_1 e α_2 : parâmetro de forma da função Gama nas idades

I_1 e I_2 ;

β_1 e β_2 : parâmetro de escala da função Gama nas idades

I_1 e I_2 ;

q_1 e q_2 : diâmetro quadrático nas idades I_1 e I_2 ;

2.4 Avaliação do modelo de distribuição diamétrica

As projeções dos diâmetros foram avaliadas pela análise das equações ajustadas do modelo de distribuição diamétrica considerado, verificando-se os seguintes critérios: magnitude do coeficiente de determinação ajustado, análise gráfica dos resíduos e análise de compatibilidade. Para o modelo não-linear, foi avaliado o coeficiente de correlação. As análises gráficas dos resíduos foram feitas considerando-se os parâmetros β_2 e γ_2 estimados pela função Gama e aqueles estimados pelo sistema de equações. Ainda, as distribuições diamétricas estimadas foram comparadas com as observadas através do teste de Kolmogorov-Smirnov a 1,0% de probabilidade.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A distribuição do número de árvores por classe apresentou a tendência normal associada aos povoamentos equiâneos, com achatamento da curva e deslocamento para a direita, à medida que o povoamento atinge maiores idades, conforme observado por Leite et al. (2005). A função Gama foi capaz de captar tal tendência, sendo tal flexibilidade importante para que um sistema de equações consiga estimar as distribuições diamétricas em idades futuras.

Na Figura 1, são apresentados exemplos de distribuições observadas e estimadas em termos de número de árvores por classe de diâmetro (parcelas 9 e 47, definidas aleatoriamente). A qualidade dos ajustamentos foi semelhante ao observado nesta Figura 1.

O teste de Kolmogorov-Smirnov foi não significativo ($p > 0,01$) para a maioria dos ajustes, de modo semelhante ao encontrado por Binoti et al. (2010), Leite et al. (2010) e Nogueira et al. (2005), para o ajuste das funções Weibull de 2 parâmetros, Weibull de 3 parâmetros e Hiperbólica, respectivamente, utilizando dados das mesmas parcelas empregadas neste estudo. Considerando que a função Weibull é uma das mais utilizadas para o propósito deste estudo e a hiperbólica tem se destacado em estudos recentes (GUIMARÃES, 2002; LEITE et al., 2010), pode-se inferir que os resultados aqui encontrados com relação ao teste de Kolmogorov Smirnov estão dentro dos padrões das funções

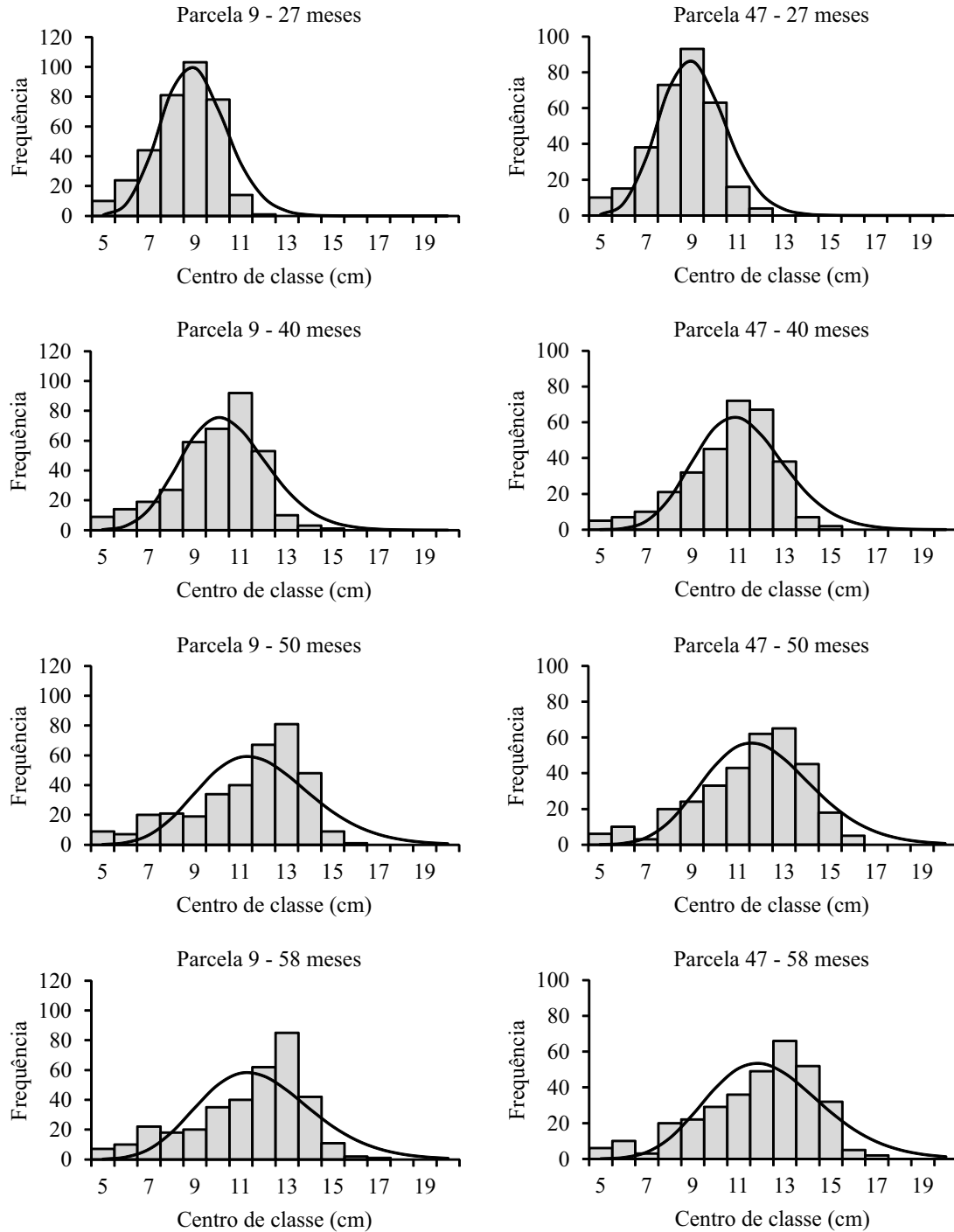


Figura 1 – Distribuições diamétricas observadas (colunas) e estimadas (linhas) para duas parcelas selecionadas ao acaso, nas idades de 27, 40, 50 e 58 meses.

Figure 1 – Observed (columns) and estimated diameter distributions (rows) for two plots casually selected, in ages of 27, 40, 50 and 58 months.

densidades de probabilidades de maior qualidade para descrição da distribuição diamétrica. Ainda, Bartoszeck et al. (2004) e Machado et al. (2000) encontraram, para o ajuste da função Gama, baixos valores para a estatística de K-S, assim como observado neste estudo. Isso mostra a qualidade da função Gama na descrição da distribuição do número de árvores por classe de diâmetro.

Leite et al. (2010) sugeriram que a função hiperbólica, por apresentar-se bem ajustada aos dados de distribuição diamétrica, deve ser testada em um modelo de distribuição diamétrica. Assim, essa premissa pode ser utilizada para qualquer função densidade de probabilidade que apresente ajustamentos satisfatórios, tal como a função Gama apresentada neste trabalho. Ainda, como observado na Figura 2, a variação dos parâmetros da função Gama em função da idade do povoamento tem uma tendência bem definida, o que facilita a predição destes (ARCE, 2004).

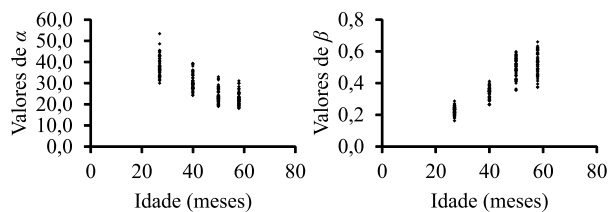


Figura 2 – Comportamento dos valores dos parâmetros α e β da função Gama ao longo do tempo.

Figure 2 – Behavior of the values of the parameters α and β of the Gamma function over time.

O sistema de equações estimado, quando aplicado, resultou em estimativas precisas dos parâmetros da função Gama (Figura 3), sendo:

$$\alpha_2 = 0,7331\alpha_1 + 20,9301I_1I_2^{-1} - 1,1058q_2$$

$$R_2 : 0,8761 \quad EP : 1,73$$

$$\beta_2 = 0,8016\beta_1 - 0,5434I_1I_2^{-1} + 0,0493q_2$$

$$R_2 : 0,8972 \quad EP : 0,03$$

$$q_2 = 1,0693q_1 + 5,2595(1 - I_1I_2^{-1}) - 3,0513I_1I_2^{-1}\beta_2$$

$$R_2 : 0,8529 \quad EP : 0,32$$

$$N_2 = N_1 \exp(0,1183(I_1^{0,0122} - I_2^{0,0122}))$$

$$R_{yy} : 0,9928 \quad EP : 1,77$$

A análise das equações ajustadas, juntamente com os gráficos de resíduos apresentados na Figura 3, revela que

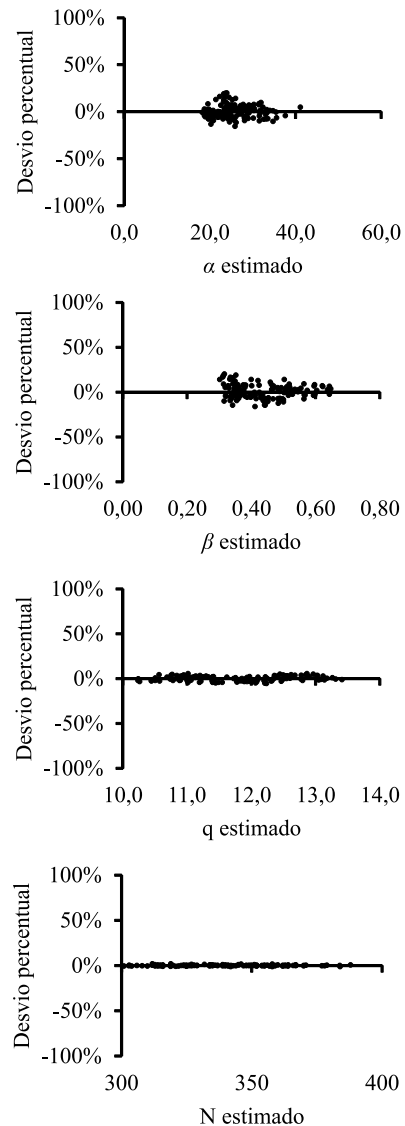


Figura 3 – Distribuição dos erros percentuais para estimativas geradas pelas equações que compõem o modelo de distribuição de diâmetros.

Figure 3 – Distribution of residuals for the generated estimates by the equations that compose the model for the distribution of diameters.

as equações do modelo de distribuição diamétrica proposto se ajustaram adequadamente aos dados observados. Foram encontrados valores elevados de coeficiente de determinação, indicando que as variáveis independentes utilizadas nas equações têm forte influência sobre as variáveis dependentes (NOGUEIRA et al., 2005). Isso

é importante para que as projeções sejam realizadas com maior precisão. Apesar de as equações serem inconsistentes para estimar a distribuição diamétrica para uma idade atual ($I_2 = I_1$) as mesmas promoveram boas estimativas para as idades futuras, foco principal dos modelos de distribuição de diâmetros (LOPES, 2007).

As projeções realizadas utilizando o modelo de distribuição diamétrica podem ser observadas, para as parcelas 09 e 47, na Figura 4. O teste de Kolmogorov-Smirnov comparando as frequências recuperadas com as observadas nas idades para as quais a projeção foi realizada apresentou resultado não-significativo para a maioria das parcelas. Isso indica que o conjunto de

equações utilizado é válido para descrever o crescimento dos indivíduos, distribuindo um número adequado de árvores em cada classe de diâmetro nas idades avaliadas.

O sistema de equações também apresentou consistência biológica ao descrever o comportamento das distribuições diamétricas ao longo do tempo (Figura 4), mostrando a estagnação do crescimento, a partir da idade de 50 meses, anteriormente à execução de desbastes, como discutido por Binoti et al. (2010), Leite et al. (2005) e Nogueira et al. (2005). A distribuição estimada para os 72 meses comprova a consistência do modelo ajustado, uma vez que o comportamento seguiu a tendência esperada para idades além daquelas nas quais houveram medições.

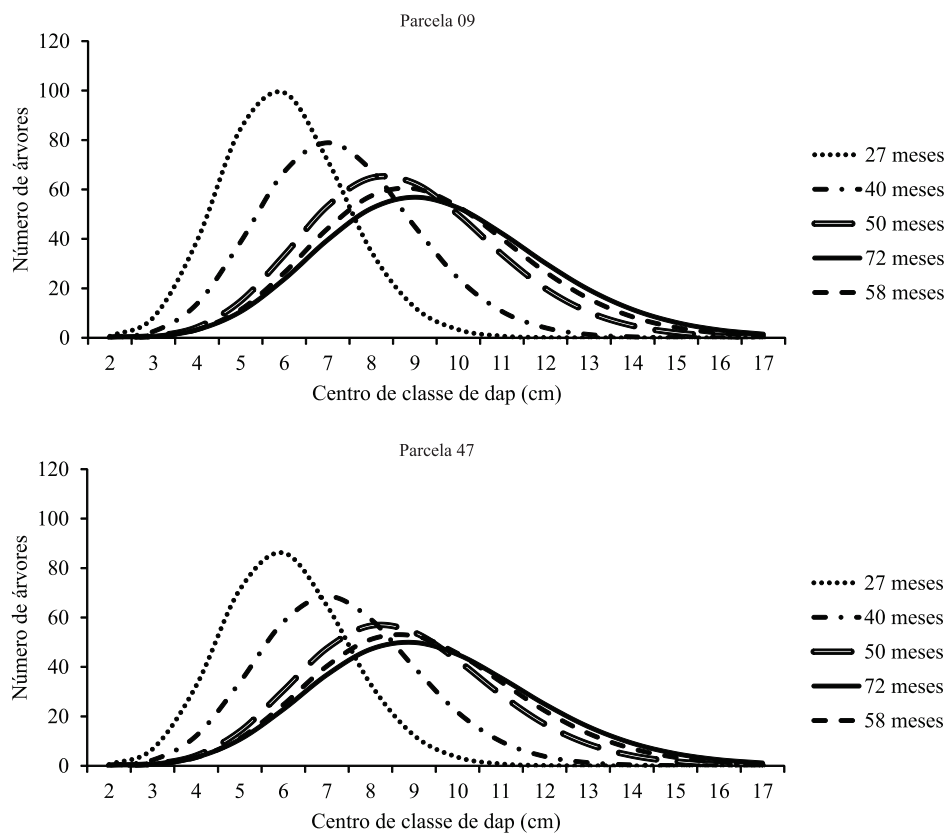


Figura 4 – Projeção das distribuições diamétricas das parcelas 09 e 47 para as idades de 27, 40, 50, 58 e 72 meses a partir das distribuições observadas aos 27 meses.

Figure 4 – Projection of the diameter distributions of plots 09 and 47 for ages 27, 40, 50, 58 and 72 months from the observed distributions at 27 months.

4 CONCLUSÕES

Os resultados do presente estudo permitem concluir que um modelo de distribuição diamétrica que recupere os parâmetros da função Gama em uma idade futura pode ser utilizado para descrever o comportamento dos indivíduos arbóreos de clones de eucalipto.

O emprego da função Gama de 2 parâmetros em um MDD, para povoamentos de eucalipto, resulta em estimativas de distribuição diamétrica precisas e livres de bias.

5 REFERÊNCIAS

ARCE, J. E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh. através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 14, n. 1, p. 149-164, 2004.

BAILEY, R.; DELL, T. Quantifying diameter distributions with the Weibull Function. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, n. 2, p. 97-104, 1973.

BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. A.; OLIVEIRA, E. B. A distribuição diamétrica para bracingais em diferentes idades, sítios e densidades na região metropolitana de Curitiba. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 305-323, 2004.

BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R.; CRUZ, J. P. Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 34, p. 147-156, 2010.

BOTELHO, V. A. V. A.; MORAIS, A. R. Estimativas dos parâmetros da distribuição Gama de dados pluviométricos do município de Lavras, Estado de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 23, n. 3, p. 697-706, maio/jun. 1999.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. Viçosa, MG: UFV, 2009. 548 p.

CAMPOS, J. C. C.; TURNBULL, K. J. Um sistema para estimar a produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação do efeito de desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 5, n. 1, p. 1-16, 1981.

CATALUNHA, M. J.; SOARES, C. P. B.; SEDIYAMA, G. C.; LEAL, B. G.; RIBEIRO, A. Aplicação de cinco funções densidade

de probabilidade a séries de precipitação pluvial no Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 10, n. 1, p. 153-162, 2002.

EISFELD, R. L.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MAESTRI, R.; WEBER, K. S. Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio de uma função probabilística. **Floresta**, Curitiba, v. 35, n. 2, p. 212-216, 2005.

GUIMARÃES, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: EMBRAPA Cerrados, 2002. 40 p.

KOEHLER, A. B.; CARAIOLA, M.; PEREIRA NETTO, S. Crescimento, tendências de distribuição de variáveis biométricas e relação hipsométrica em plantios jovens de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Ktze., em Tijuca do Sul, PR. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 38, n. 85, p. 53-62, 2010.

LEITE, H. G.; BINOTI, D. H. B.; GUIMARÃES, D. P.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R. Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dados de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 34, n. 2, p. 579-589, mar./abr. 2010.

LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; CAMPOS, J. C. C.; SOUZA, A. L.; CARVALHO, A. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 2, p. 271-280, 2005.

LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; RODRIGUES, F. L. Um modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 1, p. 89-98, jan./fev. 2006.

LOPES, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal**. 2007. 32 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007.

MACHADO, S. A.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; NASCIMENTO, R. G. M.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R.; MIGUEL, E. P.; TEO, S. J. Distribuição diamétrica de *Araucaria angustifolia* (Berth.) O. Ktze. em um fragmento de floresta ombrófila mista. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 10, n. 2, p. 103-110, 2009.

Cerne, Lavras, v. 19, n. 2, p. 307-314, abr./jun. 2013

- MACHADO, S. A.; MELLO, J. M.; BARROS, D. A. Comparação entre métodos para avaliação de volume total de madeira por unidade de área, para o pinheiro do Paraná, na região sul do Brasil. **Cerne**, Lavras, v. 6, n. 2, p. 55-66, 2000.
- MIGUEL, E. P.; MACHADO, S. A.; ARCE, J. E. Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 94-104, 2010.
- NELSON, T. C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda, v. 10, n. 1, p. 105-115, 1964.
- NOGUEIRA, G. S.; LEITE, G. L.; CAMPOS, J. C. C.; CARVALHO, A. F.; SOUZA, A. L. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 4, p. 579-589, jul./ago. 2005.
- NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; COUTO, L. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 3, p. 377-387, maio/jun. 2006.
- RENNOLLS, K.; GEARY, D. N.; ROLLINSON, T. J. D. Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. **Forestry**, Oxford, v. 58, n. 1, p. 57-66, 1985.
- SANTOS, F. L. dos. **Regulação da produção de floresta de eucalipto submetida a desbaste e destinada a multiprodutos**. 2008. 80 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2008.
- SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; HOPPE, J. M.; DRESCHER, R.; SCHEEREN, L. W.; MAINARDI, G.; FLEIG, F. D. Produção de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden em diferentes intensidades de desbaste. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 129-140, 1998.
- SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, A. M. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 50, p. 51-64, 1996.
- SEDYAMA, G. C.; MELO, J. S. P.; ALVES, A. R.; COELHO, D. T. Determinação dos parâmetros da distribuição Gama, em função das alturas médias mensais de precipitação dos dias chuvosos. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 43, n. 247, p. 254-266, 1996.
- SILVA, V. S. M.; SOARES, T. S.; COLPINI, C.; TRAVAGIN, D. P.; HOSOKAWA, R. T.; SCOLFORO, J. R. S. Prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. pela aplicação da função de distribuição Sb de Johnson. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 33, n. 5, p. 853-863, set./out. 2009.
- SOKAL, R. R.; ROHLF, F. J. **Biometry: the principles and practice of statistics in biological research**. San Francisco: Freeman, 1969. 776 p.
- THOM, H. C. A note on the gamma distribution. **Monthly Weather Review**, Washington, v. 86, n. 4, p. 117-122, 1958.