

Propriedades magnéticas de organismos magnetotáticos: um trabalho multidisciplinar

(*Magnetic properties of magnetotactic microorganism: an example of multidisciplinary research*)

Bianca Margato¹, Maylla dos Santos¹ e Henrique Lins de Barros²

¹*Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*

²*Coordenação de Física Aplicada, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*

Recebido em 19/12/2006; Aceito em 27/4/2007

Medidas do momento magnético de microorganismos magnetotáticos foram realizadas a partir do estudo de movimento de células no meio aquoso. Essas medidas fornecem informações importantes para a compreensão de processos adaptativos dos seres vivos. O presente trabalho oferece uma técnica que pode ser aplicada no ensino de física, biologia ou ecologia e é um exemplo de pesquisa multidisciplinar.

Palavras-chave: magnetismo, microorganismo, magnetotaxia.

Measurements of total magnetic moment of magnetotactic microorganisms was made using the analysis of movement of cells in the medium (water). These measurements offer important informations to understand adaptability of living beings. The present work offers a technique that can be used in the teaching of physics, biology or ecology and it is an example of multidisciplinary research.

Keywords: magnetism, microorganism, magnetotaxis.

1. Introdução

Estudos recentes têm mostrado que a interação entre várias espécies animais com o campo magnético terrestre pode ser um importante fator de adaptação [1]. A interação entre o campo geomagnético e o ser vivo é mais evidente no caso de uma grande gama de microorganismos encontrados em sedimentos do leito de rios, lagos e lagoas. Nestes casos, o mecanismo que rege a interação é conhecido e pode ser explicado através da interação entre o momento magnético do organismo e o campo externo. De fato, várias bactérias são capazes de biomineralizar pequenos cristais de óxido magnético de ferro (magnetita, Fe_3O_4) ou sulfeto magnético de ferro (greigita, Fe_3S_4). Estes cristais se encontram organizados em cadeias lineares ou em complexas distribuições planares gerando um momento magnético permanente na célula [2-7]. Pouco se conhece do processo de biomineralização. Por outro lado, como o comportamento destes organismos na presença de um campo magnético é basicamente descrito pela interação dipolo magnético celular com o campo magnético externo, podemos entender o movimento e o comportamento destes microorganismos. Este comportamento recebe o nome de magnetotaxia. A magnetotaxia já foi confirmada em diversas espécies de bactérias (coccus, espirilo, bastone-

tes, etc.) encontradas em vários locais.

Os microorganismos magnetotáticos interagem magneticamente com o campo geomagnético local, se orientam à linha de campo e nadam, devido à ação de flagelos, percorrendo trajetórias paralelas às linhas de campo.

A magnetotaxia é um tipo de taxia eficiente que permite a orientação de vários microorganismos (bactérias, multicelulares procariotes, algas, etc.) e uma velocidade de migração muito elevada. Em alguns casos esta velocidade pode atingir valores maiores que $200 \mu\text{m/s}$, ou seja, mais de 100 vezes o diâmetro do organismo. A migração rápida é um fator importante na escala microscópica.

Diferentemente de outras formas de taxia (fototaxia, quimiotaxia, etc.), em que o organismo tem que comparar características do meio em pontos diferentes e, por tentativa, atingir locais mais ricos em nutrientes (ou mais pobres de substâncias tóxicas) na magnetotaxia o organismo rapidamente chega à região mais afastada do oxigênio molecular e mais próxima da região de alta concentração de nutrientes. Isto ocorre, naturalmente, desde que o campo externo tenha o sentido adequado.

O campo geomagnético possui uma inclinação com respeito ao plano tangente à superfície terrestre: ele

²E-mail: hlins@cbpf.br.

aponta para cima no hemisfério sul magnético (HSM) e para baixo no hemisfério norte magnético (HNM). Desta forma, organismos que se encontram adaptados no HSM, e nadam para regiões mais profundas, não sobrevivem no HNM e vice-versa (Fig. 1) [4].

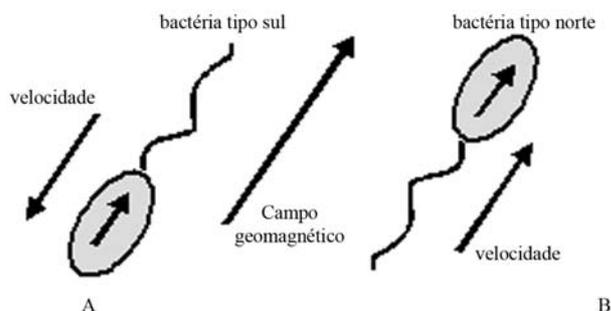


Figura 1 - Dependendo da orientação do momento magnético celular em relação à velocidade para os microorganismos magnetotáticos podem ser classificados em dois tipos. Os do tipo sul, que são encontrados preferencialmente no HSM, possuem o momento magnético celular antiparalelo à velocidade de migração. Como o campo no HSM aponta para cima em relação ao plano horizontal, estes organismos nadam para as regiões mais profundas, normalmente ricas em nutrientes e com baixa pressão de oxigênio molecular (A). No HNM são encontrados organismos com o momento magnético celular paralelo à velocidade de migração (B). Um aspecto importante dos microorganismos magnetotáticos é o fato de que é possível, aplicando-se um pulso magnético intenso (acima de ~500 Gauss) inverter a polaridade do organismo e transformá-lo em um organismo de outro tipo mantendo-se a viabilidade (por exemplo, um organismo tipo sul transforma-se em tipo norte).

A magnetotaxia, entretanto, é um mecanismo que só é eficiente na escala microscópica. Observações realizadas em microscopia eletrônica mostram que as partículas magnéticas biomineralizadas apresentam grande homogeneidade e pureza. Por outro lado, a forma de cristalização, o tamanho e outras características morfológicas parecem ser espécies específicas, caracterizando uma assinatura biológica do cristal.

Um dos mais interessantes organismos que utilizam o campo geomagnético como mecanismo adaptativo é um organismo multicelular constituído por células procariontes e com um ciclo de vida singular [7-9]. Este microorganismo tem sido estudado por diversos grupos nacionais e estrangeiros e constitui o primeiro exemplo de um organismo multicelular procarionte. As características morfológicas e comportamentais, junto à seqüência do fragmento 16S rRNA permitem propor o nome *Candidatus Magnetoglobus multicellularis* (Gene Bank NA: EF: 014726) [8]. Ele foi inicialmente encontrado em águas da região urbana do Rio de Janeiro (Lagoa Rodrigo de Freitas) e, posteriormente, em amostras coletadas em vários lugares (no Brasil, nos Estados Unidos e na Alemanha, entre outros) [6-11].

No presente trabalho apresentamos um método para determinação do momento magnético celular usando técnicas simples. Este método tem grande possibilidade de aplicação no ensino do magnetismo e no desenvolvimento de temas multidisciplinares (biologia, física,

geologia) com interesse em áreas tecnológicas (produção com controle genético de nanopartículas magnéticas). A técnica apresentada neste trabalho foi originalmente proposta por C. Bean em comunicação pessoal [6]. Aplicamos esta técnica para a determinação do momento magnético do *Candidatus Magnetoglobus multicellularis* (Fig. 2).

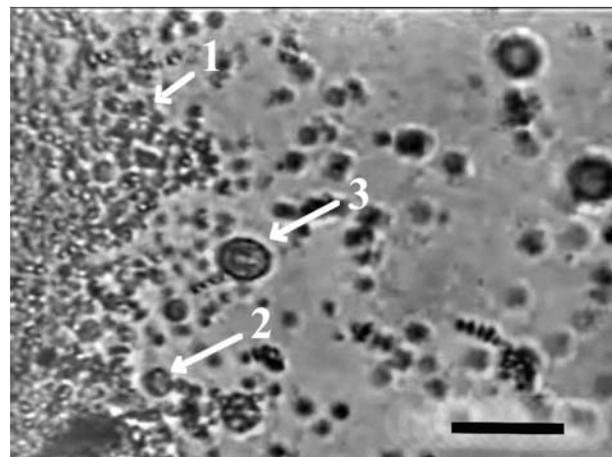


Figura 2 - Vários microorganismos magnetotáticos encontrados numa mesma amostra coletada na Lagoa de Araruama, RJ (22°50' S; 42°13' W) 1- bactérias cocco; 2- organismo multicelular procarionte (*Candidatus Magnetoglobus multicellularis*); 3 - um microorganismo magnetotático não identificado, possivelmente um protozoário ciliado. Barra ~ 20 μ m.

2. Material e métodos

Amostras foram coletadas na lagoa costeira hipersalina (~55‰) de Araruama (22°50' S; 42°13' W), Rio de Janeiro, a uma profundidade de não mais que 1 metro. As amostras foram mantidas em laboratório em um aquário (12 cm de profundidade x 12 cm x 14 cm) com cerca de 1/3 de sedimento e 2/3 de água sem qualquer enriquecimento químico exceto a colocação de água doce para manter o nível, sem aumentar a salinidade.

Após algumas semanas, uma porção da mesma amostra, contendo água e sedimento (na mesma proporção do aquário), foi transportada para um recipiente especialmente desenvolvido para a concentração magnética: um frasco com uma extremidade terminando em um tubo capilar [12]. Com um ímã permanente se produziu um campo local com linhas de campo aproximadamente paralelas ao eixo da micropipeta (Fig. 3).

Após cerca de 30 min, uma gota foi retirada com uma micro-pipeta e depositada numa lâmina localizada no eixo de um par de bobinas adaptado à estativa do microscópio (Zeiss - Jenaval, objetiva 10/20/25x). As bobinas foram ligadas a uma fonte de corrente que permite gerar correntes até cerca de 200 mA. Uma câmera de vídeo digital 8 mm (Sony DCR-TRV 110 NTSC)

foi acoplada ao microscópio permitindo o registro das imagens (Fig. 4).

As imagens gravadas foram digitalizadas e analisadas utilizando-se o software Windows Moviemaker.

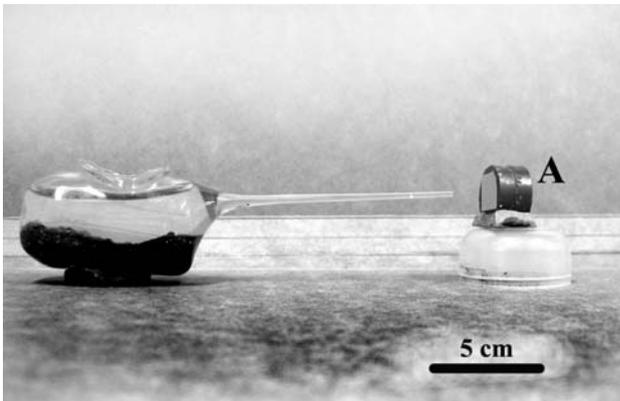


Figura 3 - Recipiente para a concentração magnética de microorganismos magnetotáticos (A - ímã permanente).

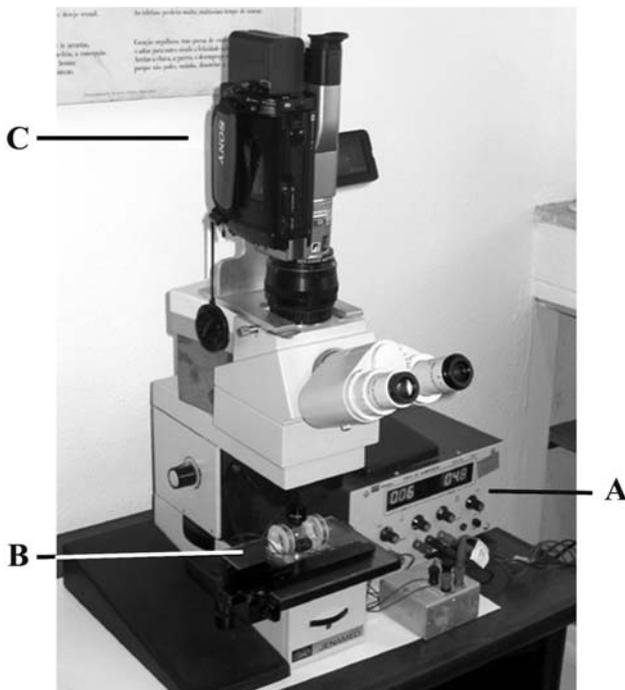


Figura 4 - Aparato experimental: microscópio Zeiss-Jenaval com a câmera de vídeo Sony DCR-TRV 110 acoplada (C), o par de bobinas (B) e a fonte de corrente (A).

3. Volta em U - teoria

O movimento de um microorganismo magnetotático é devido à ação de flagelos. A trajetória é praticamente paralela à linha de campo (na verdade, a trajetória em geral é a de uma hélice cilíndrica alongada com eixo paralelo à linha de campo) [13-15].

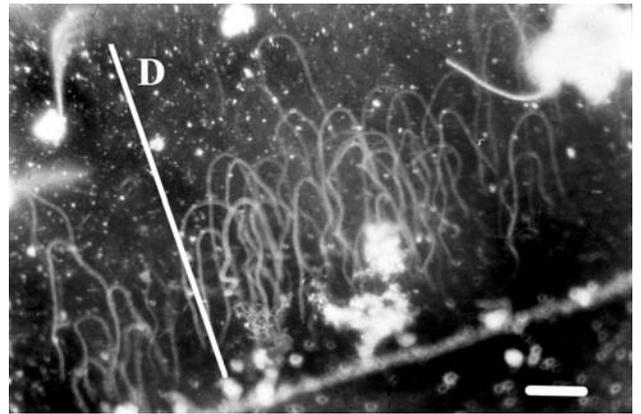


Figura 5 - Volta em U de organismos magnetotáticos. Fotografia em microscopia óptica de campo escuro de uma amostra coletada na Lagoa de Araruama (tempo de exposição ~ 1 s; barra $\sim 20 \mu\text{m}$; campo aplicado $\sim 5 \times 10^{-4}$ T). Com esta iluminação podemos observar o traço deixado pelo organismo. Em determinado momento o campo **B** é subitamente invertido e os organismos se reorientam, descrevendo uma trajetória com a forma de um U. A linha D representa a direção do campo magnético aplicado.

Quando o campo aplicado é subitamente invertido o microorganismo sofre um torque e se reorienta, perfazendo uma trajetória em U (Fig. 5). Pode-se mostrar que L , diâmetro da volta em U, e τ , o tempo que o organismo leva para se reorientar (Apêndice) são dados por

$$L = \frac{8\pi^2\eta R^3 v}{mB}, \quad (1)$$

$$\tau = \frac{8\pi\eta R^3}{mB} \ln\left(\frac{2mB}{kT}\right), \quad (2)$$

onde m é o momento magnético do microorganismo, B é o campo magnético gerado pelas bobinas, k é a constante Boltzmann, R é o raio do microorganismo, η é a viscosidade do meio, T a temperatura absoluta e v é a velocidade de migração do microorganismo.

Estas equações permitem determinar o valor do momento magnético, m , medindo-se B , R , v , η e T . T é a temperatura ambiente (300 K). A viscosidade η é a viscosidade da água ($\sim 10^{-2}$ Poise). R é obtido através da microscopia óptica e constitui um problema experimental de difícil solução.

A velocidade de migração, v , pode ser medida a partir da filmagem (ou gravação em vídeo) do movimento, ou utilizando a técnica de iluminação de campo escuro, medindo-se o comprimento do traço da trajetória e dividindo-se pelo tempo de exposição. O campo aplicado, B , é obtido através do valor da corrente aplicada e das características das bobinas.

4. Volta em U - medidas experimentais

Foram feitas gravações no microscópio de uma escala com calibração de $10 \mu\text{m}$ e com isto obtivemos o valor de

conversão das imagens geradas no microscópio, permitindo determinar o raio R , e a velocidade de migração, v (relação entre a distância percorrida e o tempo).

Realizamos medidas simultâneas do tempo de reorientação, τ_{exp} , e do diâmetro da volta em U, L . As medidas do diâmetro foram usadas para se obter, a partir da Eq. (1), o valor do momento magnético, m , do organismo. A partir do valor calculado de m e da Eq. (2), obtivemos o valor teórico do tempo de reorientação, τ_{teo} .

A comparação entre τ_{teo} e τ_{exp} é um ponto importante: se os dois tempos são muito diferentes mostra que a determinação de m não está adequada e que, portanto, a medida de L não corresponde ao diâmetro real da volta em U. Isto pode ocorrer por diversas razões, mas a mais comum está relacionada com o fato da trajetória não ter ocorrido no plano de observação. Neste caso, o diâmetro medido é menor que o diâmetro real acarretando um valor de m superestimado e um tempo menor do que o tempo real. A medida do raio da célula é também um fator importante. Nas dimensões de microorganismos (da ordem de alguns micrômetros) em suspensão na água efeitos ópticos alteram a imagem produzindo sombras e distorções. Técnicas de microscopia eletrônica (transmissão ou varredura), por sua vez, necessitam de amostras secas o que pode alterar o resultado. Neste trabalho medimos R por microscopia óptica. Outra limitação vem da técnica utilizada para a gravação de imagem. O intervalo entre um quadro e o seguinte é de 0,08 s. Como o tempo de reorientação é da ordem deste intervalo, o erro na medida pode ser grande.

Para resolver o problema do tempo de resolução da imagem pode-se recorrer a dois protocolos: 1) obter fotografias de campo escuro e medir o comprimento da trajetória. Neste caso a dificuldade é obter uma boa imagem com amostras pobres em microorganismos em um meio rico em detritos em suspensão. 2) outra solução possível é aumentar a viscosidade do meio.

Neste caso a dificuldade está em manter os organismos vivos em um novo meio. No caso do *Candidatus Magnetoglobus multicellularis* todas as tentativas de alteração do meio levam à morte dos organismos (eles são extremamente sensíveis a mudanças da salinidade). Outra dificuldade é medir a viscosidade de uma amostra de volume inferior a 0,1 mL.

Para evitar que os organismos percorram trajetórias inclinadas em relação ao plano focal uma solução é utilizar uma lamínula. Este procedimento, porém, só é eficiente quando a amostra é muito rica (mais de 10^4 microorganismos/mL). Caso contrário, ao se colocar a lamínula, a gota se espalha e os organismos dispersam.

O procedimento adotado neste trabalho foi:

1. Medir, usando microscopia óptica, L e τ_{exp} em função do campo aplicado.
2. Determinar m , a partir da Eq. (1).
3. Calcular o tempo de reorientação, τ_{teo} .
4. Comparar o tempo calculado, τ_{teo} , com o tempo medido, τ_{exp} .
5. Descartar medidas de m que não forneçam uma boa estimativa do tempo de reorientação.

As etapas 1 a 5 garantem a auto-consistência do método utilizado.

5. Resultados

A Tabela 1 apresenta alguns dos melhores resultados obtidos.

Para garantir a auto-consistência do método os resultados com discrepância superior a 20% foram abandonados.

De acordo com os dados da Tabela 1 podemos ver que o momento magnético total dos microorganismos observados é da ordem de $(1,3 \pm 0,1) 10^{-13} \text{ A.m}^2$.

Tabela 1 - Na primeira coluna é apresentado o tempo medido, τ_{exp} . Na segunda coluna, o valor do raio do microorganismo, R , medido por microscopia óptica. Na terceira coluna são apresentados os valores do diâmetro da volta em U, L . Na quarta a velocidade, v , medida através da gravação de vídeo. Na quinta coluna é o campo em Tesla obtido através da medida da corrente aplicada às bobinas. Na sexta coluna, o momento magnético, m , calculado pela Eq. (1). Na sétima coluna, o tempo calculado, τ_{teo} , a partir do momento magnético usando a Eq. (2), e finalmente, na última coluna, a discrepância entre o tempo medido e o tempo teórico.

τ_{exp} (s)	R (10^{-6} m)	L (10^{-6} m)	v (10^{-5} m/s)	B (10^{-4} T)	m (10^{-13} A.m ²)	τ_{teo} (s)	D %
$0,64 \pm 0,04$	$5,00 \pm 0,05$	$11,0 \pm 0,5$	$5,37 \pm 0,05$	$1,66 \pm 0,01$	$3,01 \pm 0,09$	$0,63 \pm 0,01$	1
$0,56 \pm 0,04$	$3,53 \pm 0,05$	$7,7 \pm 0,5$	$4,04 \pm 0,04$	$1,66 \pm 0,01$	$1,10 \pm 0,09$	$0,55 \pm 0,01$	3
$0,56 \pm 0,04$	$4,12 \pm 0,05$	$10,0 \pm 0,5$	$5,59 \pm 0,06$	$1,36 \pm 0,01$	$2,26 \pm 0,09$	$0,55 \pm 0,01$	3
$1,04 \pm 0,04$	$3,24 \pm 0,05$	$22,4 \pm 0,5$	$5,59 \pm 0,06$	$1,36 \pm 0,01$	$0,49 \pm 0,09$	$1,03 \pm 0,01$	1
$0,80 \pm 0,04$	$3,53 \pm 0,05$	$12,0 \pm 0,5$	$4,12 \pm 0,04$	$1,66 \pm 0,01$	$0,73 \pm 0,09$	$0,79 \pm 0,01$	1
$0,88 \pm 0,04$	$2,94 \pm 0,05$	$9,4 \pm 0,5$	$2,65 \pm 0,03$	$1,97 \pm 0,01$	$0,29 \pm 0,09$	$0,90 \pm 0,01$	2

6. Conclusões

A magnetotaxia foi descrita pela primeira vez em 1963 pelo italiano Salvatore Bellini, da Universidade de Pádua [16], e posteriormente, redescoberta em 1975 por Richard Blakemore, da Universidade de New Hampshire (USA) [2]. Para que haja uma real orientação magnética é preciso que a energia de interação magnética (organismo - campo geomagnético) seja maior que a energia térmica responsável pelo movimento browniano e dada por kT .

A energia de interação entre os organismos estudados (*Candidatus Magnetoglobus multicellularis*) e o campo geomagnético na região do Rio de Janeiro (da ordem de $0,25 \times 10^{-4}$ Tesla) é

$$E = m \cdot B = 2,8 \times 10^{-18} J.$$

A relação entre a energia de interação do organismo com o campo, E , e a energia térmica, dada por kT ($4,14 \times 10^{-21}$ J), é uma boa indicação da eficiência, E_f , do mecanismo de orientação. Nos organismos estudados temos que

$$E_f = \frac{mB}{kT} \approx 7 \times 10^2$$

Os resultados obtidos para o *Candidatus Magnetoglobus multicellularis* mostram que o organismo possui alto grau de orientação magnética ($E_f > 700$). Esta forte interação com o campo geomagnético pode ser importante para garantir a orientação magnética de um organismo que possui um grande número de flagelos e de células. As perturbações causadas pelo movimento dos flagelos têm que ser compensadas pela interação magnética para garantir uma real orientação.

Apêndice

Microorganismos em suspensão na água estão sujeitos a forças de superfície de intensidade muito superior às forças associadas à massa, ou seja, as forças inerciais são muito menores do que as forças de atrito (viscoso) [13, 15]. Nesta situação os termos associados à massa que surgem na equação de movimento podem ser desprezados em comparação aos demais termos. Tipicamente isto implica em reescrever a equação de Newton na forma:

Força de atrito (proporcional à velocidade de deslocamento) = -(resultante das forças que atuam sobre o corpo, no caso, a força flagelar)

Ou seja, na escala microscópica a força é proporcional à velocidade e não à aceleração, e a equação de movimento é uma equação do primeiro grau.

O mesmo ocorre no estudo da rotação de um corpo rígido. Neste caso, o torque produzido pela ação de

forças externas é proporcional ao torque viscoso que é proporcional, por sua vez, à velocidade angular do corpo.

Na escala microscópica a 'física' muda. Trata-se, portanto, de uma 'física' onde só há movimento se houver a atuação de uma força. Sem forças, o corpo pára instantaneamente e mantém-se em repouso (com respeito ao referencial do fluido).

Uma medida do regime do movimento de um corpo num fluido é obtida através de uma grandeza adimensional denominada número de Reynolds, (\mathcal{R}). (\mathcal{R}) é essencialmente a relação entre as forças inerciais e as forças viscosas. Quando $\mathcal{R} \ll 1$ o escoamento do fluido ao redor do corpo é perfeitamente lamelar (não há turbulência ou formação de vórtices). No caso de microorganismos ($\mathcal{R} < 10^{-4}$), o que justifica plenamente a aproximação adotada neste trabalho [13,15].

Os microorganismos magnetotáticos podem ser tratados como um conjunto de dipolos magnéticos em suspensão na água. A interação entre células pode ser ignorada (somente quando a densidade populacional é muito alta é que se observa a interação entre células).

Em boa aproximação o microorganismo magnetotático estudado neste trabalho pode ser descrito como uma esfera com o momento magnético passando pelo seu centro (Fig. 6). Nessa aproximação o movimento é produzido por flagelos localizados na superfície do organismo.

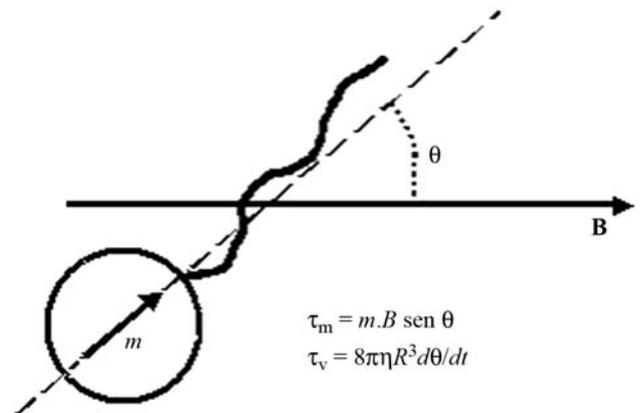


Figura 6 - Na presença de um campo magnético um organismo magnetotático sofre um torque dado pelo produto vetorial do momento magnético (m) pelo campo (B) de intensidade ($m \cdot B \cdot \sin \theta$), onde θ é o ângulo entre m e B . Este torque faz com que o organismo se oriente ao campo. A rotação do organismo, por sua vez, é amortecida devido ao torque viscoso. Para um organismo esférico este torque é dado pela expressão $8\pi\eta R^3 d\theta/dt$ onde $8\pi\eta R^3$ [15] é um fator de forma e $d\theta/dt$ a velocidade angular do corpo celular.

A orientação média (θ) de um conjunto de dipolos, m , a temperatura T e na presença de um campo magnético B é dado pela teoria do paramagnetismo [17]

$$\langle \cos \theta \rangle = L \left(\frac{mB}{kT} \right), \quad (A.1)$$

onde θ é o ângulo entre o dipolo magnético (m) e o campo magnético (B) (Fig. 7). $L(x)$ é a função de Langevin [17]

$$L(x) = \coth x + \frac{1}{x}. \quad (\text{A.2})$$

O estudo do movimento de microorganismo pode ser decomposto em duas partes: o estudo do movimento do seu centro de massa em relação ao referencial inercial do laboratório e o movimento de rotação do corpo celular em torno do centro de massa.

Estudo do movimento

No modelo que estamos trabalhando duas forças atuam sobre a célula: a força flagelar e a força de atrito viscoso. Como estas forças são paralelas (uma vez que $\mathcal{R} \ll 1$) não precisamos fazer um tratamento vetorial das equações de translação.

O mesmo ocorre com o estudo da rotação do corpo. O torque magnético é dado pelo produto vetorial do momento magnético pelo vetor campo magnético e é, naturalmente, perpendicular ao plano definido por estes dois vetores. O torque magnético é responsável pela rotação da célula e esta rotação gera um torque viscoso que é paralelo ao torque magnético. Como os torques que atuam sobre a célula são paralelos a trajetória ocorre no plano definido pelos vetores momento magnético-campo magnético. Como a trajetória é plana não precisamos usar o tratamento vetorial [13, 15].

Movimento de translação

A equação do movimento de translação de um organismo flagelado de massa M e raio R , imerso em um fluido de viscosidade η e com o momento magnético m é dado por

$$F_f + F_\eta = M \frac{d^2 r}{dt^2}, \quad (\text{A.3})$$

onde F_f é a força produzida pelos flagelos, F_η é a força de atrito viscoso (uma vez que o campo magnético não é responsável por nenhuma força)¹.

Como $\mathcal{R} \ll 1$, o termo de inércia (que envolve a dependência da massa) pode ser desprezado e as equações acima podem ser reescritas como

$$F_f - F_\eta = 0. \quad (\text{A.4})$$

(lembrando que o sentido da força de atrito é oposto ao sentido da força flagelar. O mesmo ocorre com os torques).

A força de atrito viscoso para uma esfera de raio R é dada pela Lei de Stokes [18]

$$F_\eta = 6\pi\eta Rv. \quad (\text{A.5})$$

Pela Eq. (A.4) e (A.5) temos então que a força flagelar é

$$F_f = 6\pi\eta Rv. \quad (\text{A.6})$$

A equação acima permite estimar o valor da força flagelar a partir da medida da velocidade do organismo. No caso estudado temos que $F_f \sim 3 \times 10^{-11}$ N.

Movimento de rotação

A equação clássica da rotação em torno do centro de massa é dada por [15]

$$\frac{d\ell}{dt} = T_m + T_\eta = MR^2 \times \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (\text{A.7})$$

onde ℓ é o momento angular do organismo, T_m ($= mB \sin\theta$) é o torque magnético e T_η ($= -8\pi\eta R^3 \frac{d\theta}{dt}$) é o torque viscoso.

No regime de baixo número de Reynolds ($\mathcal{R} \ll 1$), o termo inercial ($\frac{d\ell}{dt}$) pode ser desprezado e a equação de rotação se reduz

$$T_\eta = -T_m, \quad (\text{A.8})$$

ou

$$8\pi\eta R^3 \frac{d\theta}{dt} = mB \sin\theta, \quad (\text{A.9})$$

ou

$$\frac{d\theta}{dt} = mB \frac{\sin\theta}{8\pi\eta R^3}. \quad (\text{A.10})$$

A equação acima pode ser integrada

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{8\pi\eta R^3} \int_0^\tau dt, \quad (\text{A.11})$$

onde τ é o tempo que a célula leva para completar a trajetória de re-orientação devido à inversão do campo aplicado.

Por causa da simetria da trajetória podemos integrar o primeiro termo da Eq. (A.11) de θ_0 a $\frac{\pi}{2}$.

$$2 \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta} = \frac{mB}{8\pi\eta R^3} \int_0^\tau dt. \quad (\text{A.12})$$

Integrando temos

$$-2 \ln\left(\tan \frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{mB}{8\pi\eta R^3} \tau. \quad (\text{A.13})$$

Ao invertermos subitamente a direção do campo magnético aplicado, o microorganismo tem a direção de seu momento magnético contrário a essa nova configuração de campo ($\theta_0 = \pi$). Neste caso, a Eq. (A.13) diverge, pois corresponde a uma situação de equilíbrio instável, que pode ser desestabilizado a qualquer momento devido a uma perturbação.

¹A força magnética é proporcional ao gradiente do campo. Nas dimensões estudadas, de cerca de poucos micrômetros, o campo aplicado é constante e não produz nenhuma força sobre o organismo.

Para evitar a divergência da Eq. (A.13) adotamos θ_0 como o ângulo médio dado pela teoria de paramagnetismo. Neste caso temos, utilizando as Eqs. (A.1) e (A.2):

$$\langle \cos \theta \rangle = L \left(\frac{mB}{kT} \right) = \frac{kT}{mB} + \coth \left(\frac{mB}{kT} \right) \approx \frac{kT}{mB} + 1, \quad (\text{A.14})$$

uma vez que $\frac{mB}{kT} \gg 1$ (ou $\frac{kT}{mB} \ll 1$).

Por outro lado, neste limite,

$$\cos \theta_0 \approx 1 + \frac{\theta_0^2}{2}. \quad (\text{A.15})$$

Comparando as Eqs. (A.14) e (A.15), temos

$$\theta_0 \approx \sqrt{\frac{2kT}{mB}}. \quad (\text{A.16})$$

Substituindo as Eqs. (A.15) e (A.16) na Eq. (A.14) e lembrando que para o microorganismo na água à temperatura ambiente $\theta_0 \ll 1$ (ou seja, $\tan \frac{\theta_0}{2} \approx \frac{\theta_0}{2}$), temos

$$-2 \ln \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2kT}{mB}} \right) = \frac{mB}{8\pi\eta R^3} \tau, \quad (\text{A.17})$$

ou

$$\tau = \frac{8\pi\eta R^3}{mB} \ln \left(\frac{2mB}{kT} \right), \quad (\text{A.18})$$

onde τ é o tempo re-orientação e pode ser obtido a partir do registro em vídeo da trajetória do organismo.

O diâmetro da volta em U, L , é dado pela integral temporal da componente transversal da velocidade

$$L = \int_0^\infty v \sin \theta \, dt. \quad (\text{A.19})$$

Usando a Eq. (A.9) temos

$$\sin \theta = \frac{8\pi\eta R^3}{mB} \frac{d\theta}{dt}. \quad (\text{A.20})$$

A Eq. (A.19) pode ser escrita como

$$L = \frac{8\pi\eta R^3 v}{mB} \int_0^\pi d\theta, \quad (\text{A.21})$$

ou

$$L = \frac{8\pi^2 \eta R^3}{mB} v. \quad (\text{A.22})$$

A Eq. (A.22) fornece a relação entre o diâmetro da volta em U e o momento m aplicado em função dos demais parâmetros.

Referências

- [1] J.L. Kirschvink, D.S. Jones and B.J. MacFadden, *Magnetic Biomineralization and Magnetoreception in Organisms. Topics in Geobiology - v. 5* (Plenum Press, Nova Iorque, 1985), 682 pp.
- [2] R.P. Blakemore, *Science* **190**, 377 (1975); R.B. Frankel, and R.P. Blakemore, *J. Magnetism Magnetic Matter* **15-18**, 1562 (1980).
- [3] H.G.P. Lins de Barros, D.M.S. Esquivel and M. Farina, *Sci. Progress* **74**, 347 (1990).
- [4] M. Farina, H. Lins de Barros y D.M.S. Esquivel, *Investigacion y Ciência* **171**, 70 (1990).
- [5] M. Farina, D.M.S. Esquivel and H. Lins de Barros, *Nature* **343**, 256 (1990).
- [6] H. Lins de Barros and D.M.S. Esquivel, in *Magnetic Biomineralization and Magnetoreception in Organisms. Topics in Geobiology - v. 5*, editado por J.L. Kirschvink, D.S. Jones and B.J. MacFadden (Plenum Press, Nova Iorque, 1985), 682 pp.
- [7] C.N. Keim, J.L. Martins, A. Rosado, H.G.P. Lins de Barros, R. Borojevic, U. Lins and M. Farina, *FEMS Microbiol. Lett.* **240**, 203 (2004).
- [8] F. Abreu, J.L. Martins, T.S. Silveira, C.N. Keim, H. Lins de Barros, F. Gueiros Filho and U. Lins, *International Journal of Systematic and Evolutionary Microbiology*, <http://ijs.sgmjournals.org/misc/pip.shtml> (2007).
- [9] M. Farina, H. Lins de Barros, D.M.S. Esquivel and J. Danon, *Biol. Cell.* **48**, 85 (1983).
- [10] F.G. Rodgers, R.P. Blakemore, N.A. Blakemore, R.B. Frankel, D.A. Bazylnski, D. Maratea and C. Rodgers, *Arch. Microbiol.* **154**, 18 (1990).
- [11] S. Mann, N.H.C. Sparks, R.B. Frankel, D.A. Bazylnski and H.W. Jannasch, *Nature* **343**, 258 (1990).
- [12] H.G.P. Lins de Barros, D. Esquivel, M. Farina, U. Lins and C.N. Keim, *Brazilian Journal of Microbiology* **94**, 111 (2004).
- [13] F.S. Nogueira and H.G.P. Lins de Barros, *Eur. Biophys. Journ.* **24**, 13 (1995).
- [14] E.M. Purcell, *Am. J. Physics* **45**, 3 (1977).
- [15] H.C. Berg; *Random Walks in Biology* (Princeton University Press, New Jersey, 1983), 1523 pp.
- [16] S. Bellini, Istituto di Microbiologia dell'Università di Pavia, Itália, disponível em <http://www.sbellini.net>.
- [17] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics* (John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1968), 3th ed, 648 pp.
- [18] M. Alonso; E.J. Finn, *Fundamental University Physics. v. 1. Mechanics* (Addison-Wesley Pub., Massachussets, 1967), 435 pp.