

AVALIAÇÃO DA FUNÇÃO HIPERBÓLICA TRUNCADA PARA A DESCRIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE POVOAMENTOS DESBASTADOS DE EUCALIPTO¹

Daniel Henrique Breda Binoti², Mayra Luiza Marques da Silva Binoti³ e Helio Garcia Leite⁴

RESUMO – Objetivou-se, neste estudo, avaliar a utilização da função hiperbólica completa de três parâmetros, com a supressão e utilização do parâmetro de locação como diâmetro mínimo e a função com truncamento à direita, em função do diâmetro máximo da descrição da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes. As parcelas permanentes utilizadas foram mensuradas aos 27, 40, 50, 58, 61, 76, 87, 101 e 112, 125, 135, 147 e 160 meses, com um primeiro desbaste realizado aos 58 meses e um segundo desbaste aos 130 meses. Todos os ajustes resultaram em aderência aos dados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov em nível de 0,01. Os valores médios do teste foram 0,0562; 0,0386; 0,0532; e 0,0387, para a função com três parâmetros, dois parâmetros, parâmetro de locação igual ao diâmetro mínimo e truncada à direita, respectivamente.

Palavras-chave: Desbaste; Função hiperbólica; Eucalipto.

USE OF HYPERBOLIC FUNCTION TRUNCATED TO THE DESCRIPTION OF THE DIAMETER DISTRIBUTION OF THINNED EUCALYPTUS

ABSTRACT – The objective of this study was to evaluate the use of the full hyperbolic function of three parameters, with the deletion and used the location as parameter function with minimum diameter and truncated to the right on the basis of maximum diameter to describe the diameter distribution of eucalyptus thinning. This study used data from an experiment on thinning. The permanent plots were measured at 27, 40, 50, 58, 61, 76, 87, 101 and 112, 125, 135, 147 and 160 months, with a first cutting out at 58 months and a second thinning at 130 months. All adjustments resulted in adherence to the data by the Kolmogorov-Smirnov ($P > 0.01$). The average values of the test were 0.0562, 0.0386, 0.0532 and 0.0387 for the function with three parameters, two parameters, location parameter equal to the minimum diameter and truncated to the right, respectively.

Keywords: Thinning; Hyperbolic function; Eucalyptus.

INTRODUÇÃO

O conhecimento da distribuição diamétrica de povoamentos florestais é essencial para o manejo de florestas cuja madeira é destinada a multiprodutos. A projeção dessa distribuição pode ser obtida através de modelos de distribuição diamétrica, cuja construção se baseia no agrupamento e descrição da estrutura

diamétrica por uma função densidade de probabilidade (*fdp*) e na correlação dos parâmetros da função com características do povoamento (CLUTTER et al., 1983). A escolha da *fdp* a ser utilizada é essencial para a modelagem do crescimento e a produção serem biologicamente consistentes, possibilitando análises econômicas mais confiáveis (GUIMARÃES, 1994; CAMPOS; LEITE, 2009).

¹ Recebido em 03.21.2012 aceito para publicação em 02.07.2014.

² Pós doutorado em Ciência florestal, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - Campus JK, UFVJM, Brasil. E-mail: <danielhbbinoti@gmail.com>.

³ Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - Campus JK, UFVJM, Brasil. E-mail: <mayrabinoti@gmail.com>.

⁴ Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Federal de Viçosa, UFV, Brasil. E-mail: <hglete@gmail.com>.



Diversas funções são encontradas na literatura para a descrição da distribuição diamétrica de povoamentos submetidos a desbaste (NELSON, 1964; BLISS; REINKER, 1964; CLUTTER; BENNETT, 1965; BAILEY; DELL, 1973; PALAHÍ et al., 2007; LEITE et al., 2010). Contudo, há um consenso sobre a superioridade da função Weibull em razão, principalmente, da sua flexibilidade (GUIMARÃES, 1994; CAO, 2004; NOGUEIRA et al., 2005; PALAHÍ et al., 2006; PALAHÍ et al., 2007). A função hiperbólica, proposta por Guimarães (2002), é mais flexível do que a função Weibull. Ela apresenta maior ponto de inflexão, permitindo, assim, a descrição de maior número de distribuições (GUIMARÃES, 2002; CAMPOS; LEITE, 2009; LEITE et al., 2010).

A introdução da função hiperbólica na área florestal foi realizada por Campos e Leite (2009), sendo estudos sobre o emprego de diferentes configurações da função ainda escassos. Por isso, objetivou-se, neste estudo, avaliar diferentes formas de utilização da função hiperbólica para descrição da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Dados

Foram utilizados dados de um experimento sobre desbastes, instalado em três povoamentos de um híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* (Rio Claro), localizados na região Nordeste do Estado da Bahia, Brasil. O experimento foi realizado em três instalações, abrangendo locais de capacidades produtivas extremas e intermediárias, e composto por quatro tratamentos e seis blocos, sendo dois destes em cada instalação. Cada bloco continha duas repetições, totalizando 48 parcelas, com área útil de 2.600 m², sendo o espaçamento inicial entre as árvores de 3,0 x 3,0 m. Os tratamentos aplicados corresponderam a 20%, 35% e 50% de área basal removida em cada desbaste, eliminando-se os piores indivíduos.

As parcelas permanentes foram mensuradas aos 27, 40, 50, 58, 61, 76, 87, 101 e 112, 125, 135, 147 e 160 meses, com um primeiro desbaste realizado aos 58 meses e um segundo aos 130 meses. Em cada medição, foram medidos os diâmetros a 1,3 m do terreno, a altura e, também, as características qualitativas de todas as árvores da parcela.

2.2. Descrição das Funções

A *fdp* da função hiperbólica de três parâmetros (3P) pode ser descrita como:

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-a}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x-a}{\beta} \right)^\gamma \right) \right)^2 \right\} \text{Eq. 1}$$

em que *a* é o parâmetro de locação, *β* o parâmetro de escala (*β* > 0), *γ* o parâmetro de forma (*γ* > 0), *x* o centro de classe de diâmetro (*x* > 0) e *tanh* a função tangente hiperbólica. A supressão do parâmetro de locação da função caracteriza a função hiperbólica de dois parâmetros (2P), apresentada na equação 2.

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^\gamma \right) \right)^2 \right\} \text{Eq. 2}$$

O parâmetro de locação pode ser substituído pelo diâmetro mínimo do povoamento (*a* = *dmin*), sendo ajustada da seguinte forma:

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-dmin}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x-dmin}{\beta} \right)^\gamma \right) \right)^2 \right\} \text{Eq. 3}$$

A função hiperbólica pode ser truncada à direita, em razão do diâmetro máximo do povoamento, sendo descrita da seguinte forma:

$$f(x) = \left\{ \frac{\frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-dapmin}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{x-dapmin}{\beta} \right)^\gamma \right) \right)^2}{\tanh \left(\left(\frac{x-dapmax-dapmin}{\beta} \right)^\gamma \right)} \right\} \text{Eq. 4}$$

em que *dapmax* é o diâmetro máximo da parcela. Para os ajustes, os dados de distribuição diamétrica observada em cada parcela para todas as medições foram agrupados em classes com amplitude de 1,0 cm.

Para fins comparativos, ajustou-se a função Weibull, descrita da seguinte forma:

$$f(x) = \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} e^{-\left(\frac{x}{\beta} \right)^\gamma} \right\} \text{Eq. 5}$$

em que *â* é o parâmetro de escala (*β* > 0), *γ* o parâmetro de forma (*γ* > 0) e *x* o centro de classe de diâmetro (*x* > 0).

Avaliação dos ajustes

Testou-se a aderência das funções aos dados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) (GIBBONS;

SUBHABRATA, 1992). A estatística do teste (dn) é dada pela maior divergência entre a frequência acumulada estimada com a observada. O teste foi aplicado a cada ajuste com nível de significância de 1%. A avaliação dos ajustes também foi realizada pela análise gráfica dos resíduos e pela soma de quadrados dos desvios (SQD) ($SQD = \sum_1 (Y - \hat{Y})^2$), assim como a comparação gráfica entre valores observados e estimados.

3. RESULTADOS

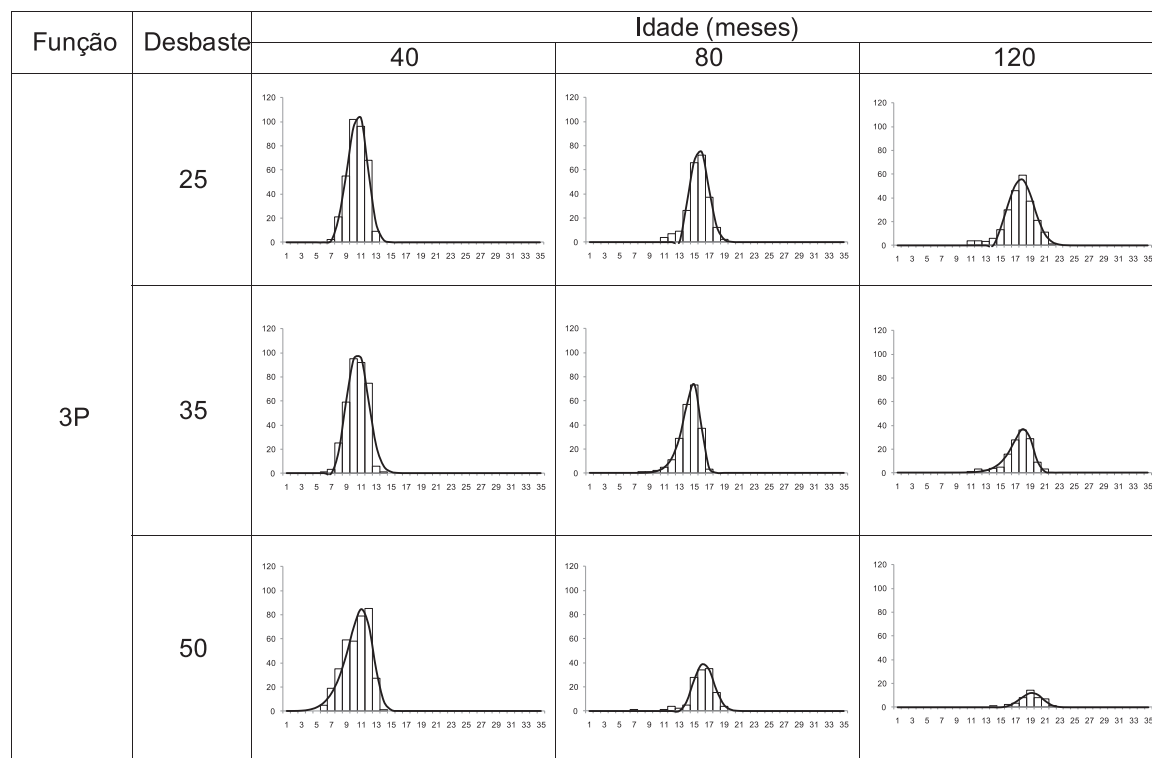
3.1. Avaliação das Funções

Ajustou-se a função hiperbólica nas três configurações propostas, para todas as parcelas e em cada situação, sendo cada estimação comparada com a distribuição observada. Na Figura 1 são apresentadas as análises gráficas para uma parcela escolhida aleatoriamente entre todas as intensidades de desbaste (25, 35 e 50%).

Todos os ajustes resultaram em aderência aos dados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($P > 0,01$). Os valores médios do teste foram 0,0562; 0,0386; 0,0532; 0,0387; e 0,0652, para a função com três parâmetros, dois parâmetros, parâmetro de locação igual ao diâmetro mínimo, truncada à direita e Weibull, respectivamente.

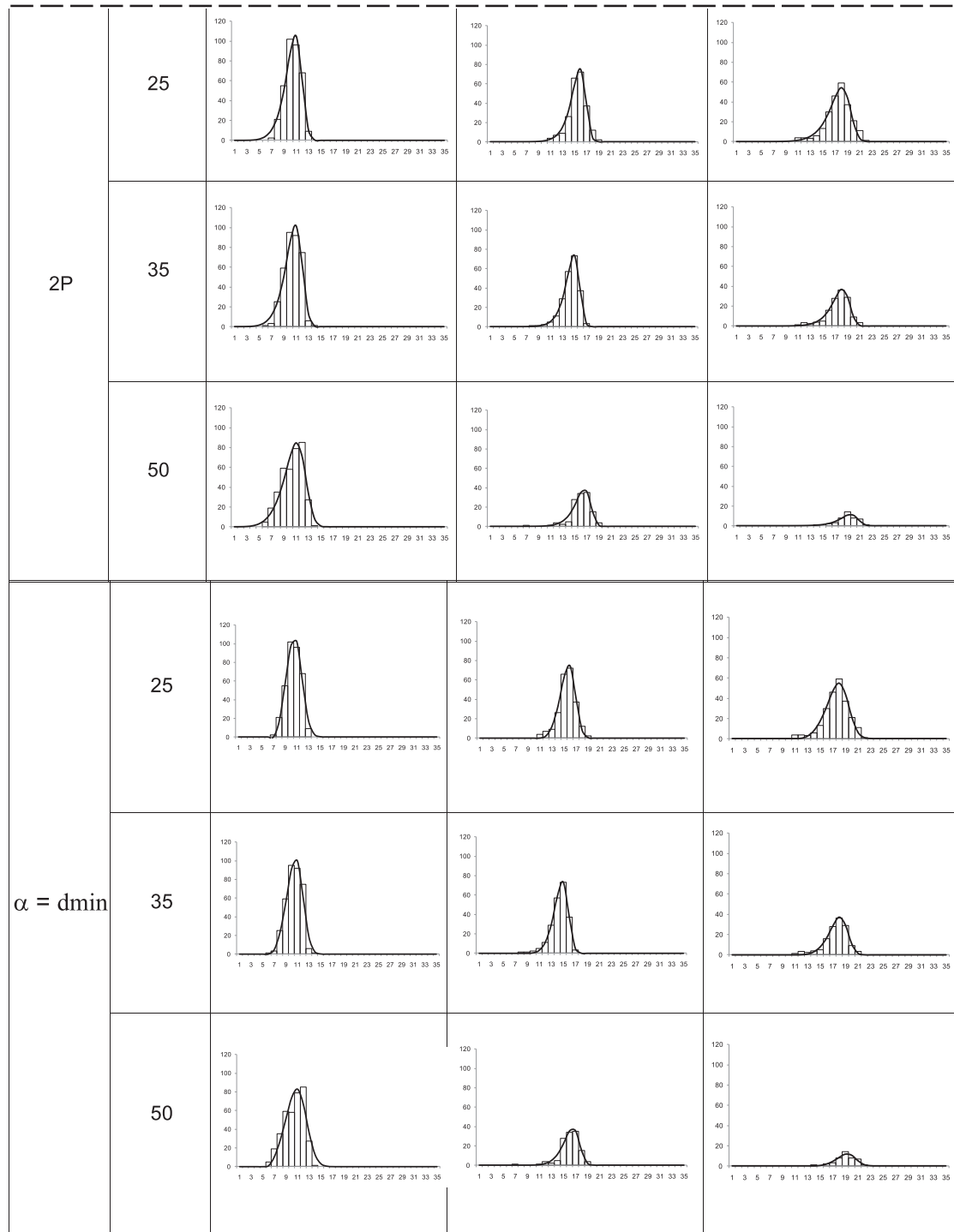
A média da soma de quadrados dos desvios da função hiperbólica de três parâmetros foi de 166,45. O truncamento à direita da função ocasionou melhoria de 1% na média da SQD com relação à função sem truncamento. A utilização do parâmetro de locação como o diâmetro mínimo resultou em uma média de SQD de 225,88, e a omissão do parâmetro resultou em uma SQD de 188,45. Para a função Weibull, obteve-se uma média de SQR de 192,65.

Na Figura 2 é apresentada a variação da soma de quadrado de resíduos em função da idade. Para cada função, construiu-se um histograma dos resíduos, também apresentado na Figura 2.



Continua ...
Continued ...

Figura 1 – Cont.
 Figure 1 – Cont.



Continua ...
 Continued ...

Figura 1 – Cont.
Figure 1 – Cont.

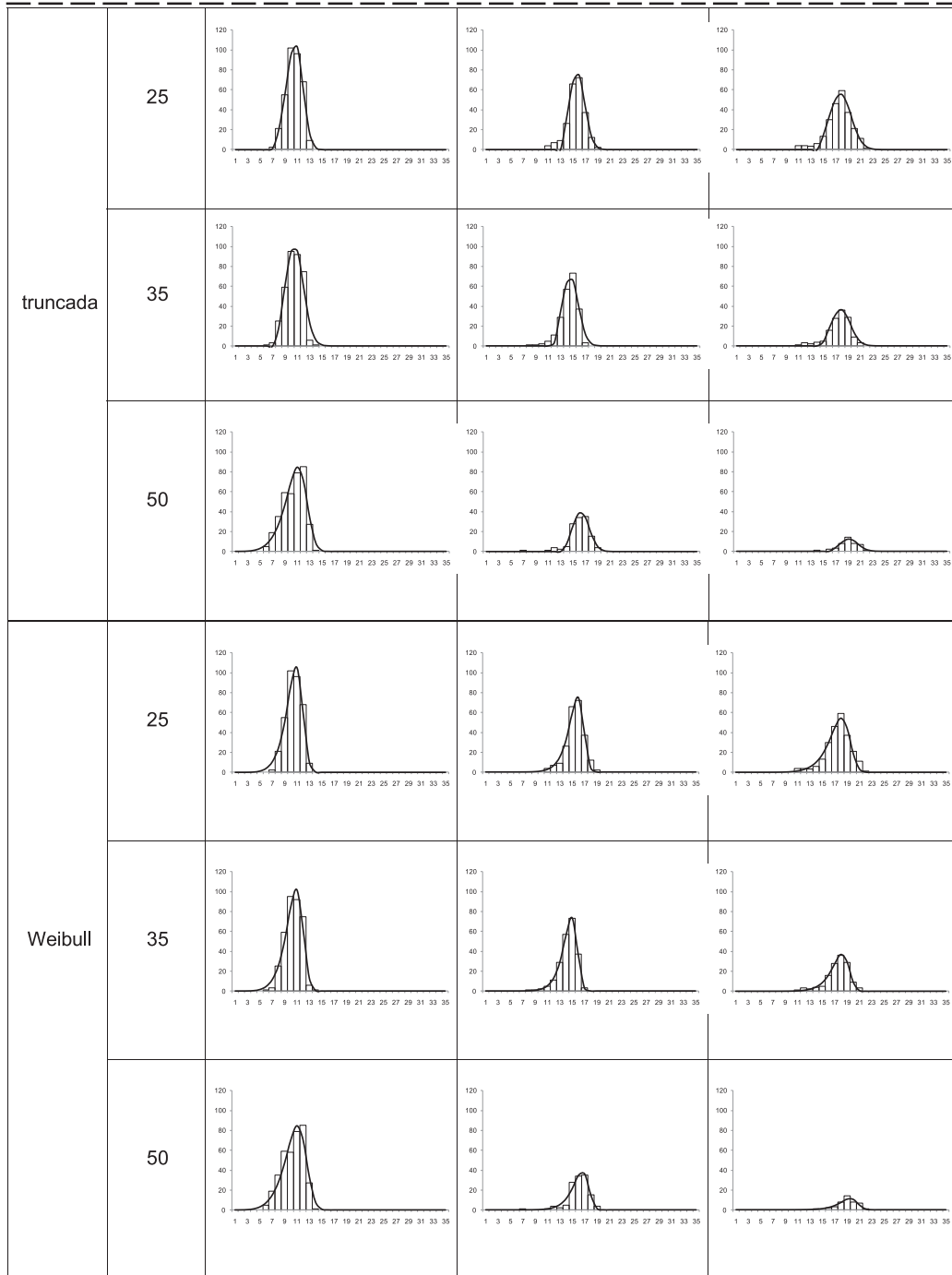


Figura 1 – Análise gráfica entre valores observados e estimados das funções hiperbólicas com 3P, 2P, $\alpha = d_{min}$, truncada para as três intensidades de desbaste, em três diferentes idades de medição.

Figure 1 – Graphical analysis between observed and estimated values for the hyperbolic functions with 3P, 2P, $\alpha = d_{min}$, truncated to three thinning intensities in three different ages of measurement.

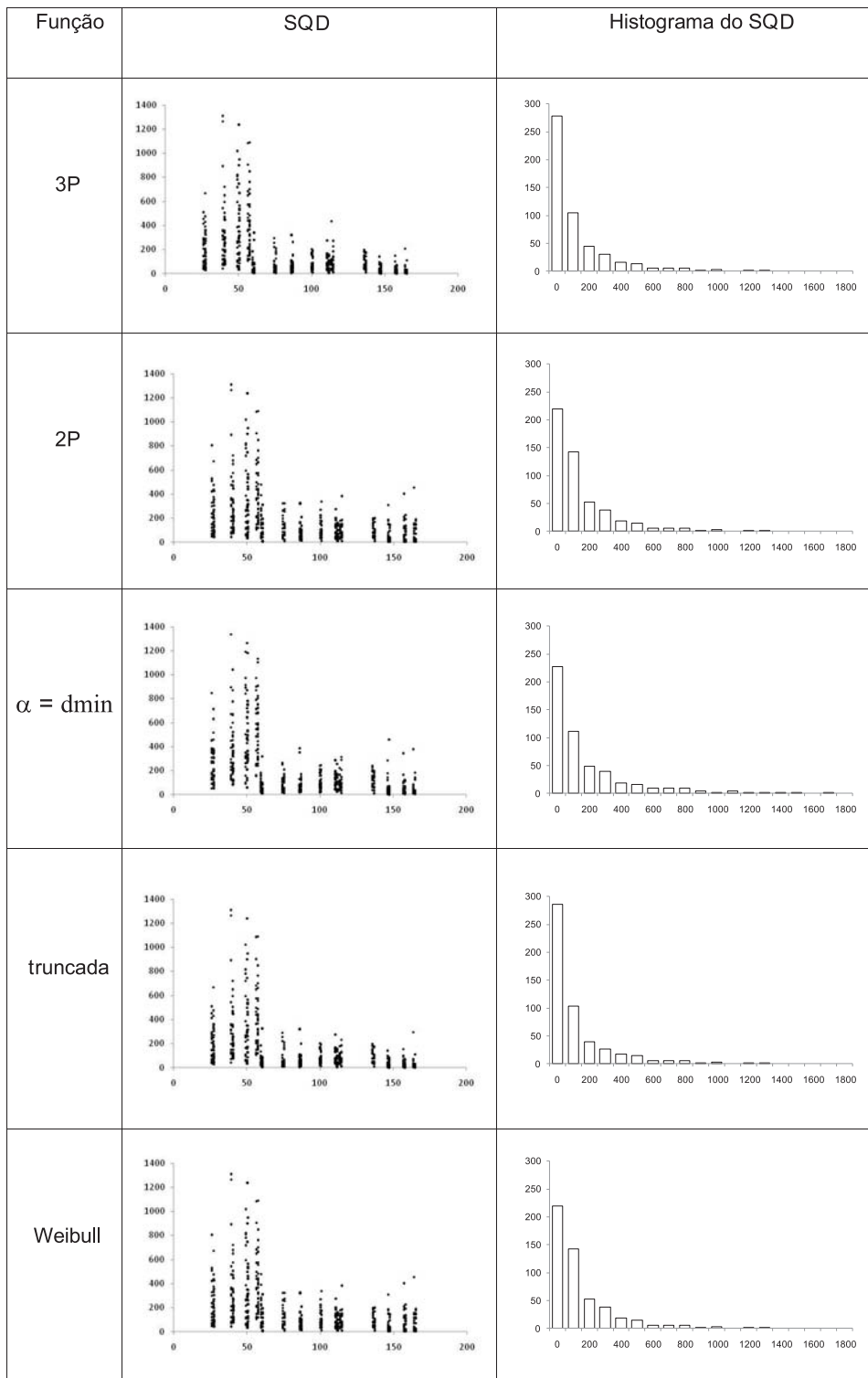


Figura 2 – Somade quadrados dos desvios (SQD), em função da idade e do histograma da distribuição dos desvios.
Figure 2 – Sum of squares deviations (SQD), in function of age and histogram of deviations distribution.

4. DISCUSSÃO

Várias funções densidade de probabilidade, como normal, gama, Sb Johnson, beta e Weibull, têm sido utilizadas para a descrição da distribuição diamétrica de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes (BAILEY; DELL, 1973; HAFLEY; SCHREUDER, 1977; MALTAMO et al., 2000; PALAHÍ et al., 2006).

A função Weibull de dois parâmetros tem sido utilizada na maioria dos estudos, por ser uma função flexível e pelo fato de seus parâmetros serem facilmente correlacionados com características dos povoamentos, pela simplicidade de ajuste (CAMPOS; LEITE, 2009) e pelo fato de a função já ser exaustivamente estudada na área florestal. Contudo, a função hiperbólica apresenta características semelhantes à função Weibull, com melhoria significativa na flexibilidade (GUIMARÃES, 2002; CAMPOS; LEITE, 2009; LEITE et al., 2010). Por esse fato, é preferida a função hiperbólica em relação à Weibull.

A eficiente descrição das estruturas diamétricas dos povoamentos desbastados de eucalipto é dependente, primeiramente, da qualidade dos dados utilizados e da flexibilidade da *fdp* utilizada. Em alguns casos, a frequência total estimada pela função difere muito da frequência total observada ou estimada em nível de povoamento (CLUTTER et al., 1983). Para solucionar esse problema, aconselha-se redistribuir a diferença proporcionalmente às frequências estimadas por classe de diâmetro. Contudo, essa redistribuição pode causar estimativas tendenciosas em povoamentos submetidos a desbastes. Uma solução eficiente para esse problema consiste na utilização da *fdp* truncada à direita, sendo as estimativas de probabilidade sempre inferiores ao diâmetro máximo do povoamento (CAMPOS; LEITE, 2009).

A aderência aos dados pela função hiperbólica, comprovada pelo teste KS, demonstra a flexibilidade da função na descrição da estrutura diamétrica de povoamentos. Na escolha da melhor forma de aplicação da função, consideram-se os valores de *dn* cada ajuste, atribuindo-se a melhor forma ao menor valor médio de *dn* e a menor média de soma de quadrados de resíduos. Alguns autores utilizam esses critérios para escolha da *fdp* a ser utilizada (BARRA et al., 2004).

A Figura 2 é apresentada a variação das somas de quadrados dos resíduos em função da idade do povoamento. Nas idades de realização dos desbastes ocorre a maior dispersão da soma de quadrados de

resíduos, principalmente para a forma de ajuste sem o parâmetro de locação. Contudo, a análise do histograma de resíduos, apresenta que 90% dos resíduos se concentram nas classes de até 200 de SQD.

Na análise gráfica entre valores observados e estimados é constatada a flexibilidade da função para a descrição da distribuição diamétrica de povoamentos desbastados (Figura 1). Os melhores resultados foram obtidos pela função com três parâmetros, contudo a utilização dessa forma da função apresenta desvantagem para a construção dos modelos de distribuição diamétrica, devido à baixa correlação entre parâmetros da função com características do povoamento (CAMPOS; LEITE, 2009).

A estimação dos parâmetros da função foi feita por mínimos quadrados não-lineares pelo método iterativo *simplex*, diferentes métodos de ajuste da função devem ser testados, como o método da máxima verossimilhança e o método dos momentos.

5. CONCLUSÕES

A função hiperbólica em todas as configurações testadas pode ser utilizada para a descrição da distribuição de diâmetros de povoamentos desbastados de eucalipto.

6. REFERÊNCIAS

- BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v.19, n.2, p.97-104, 1973.
- BARRA, O. S. V.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; CORTE, A. P. D. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. **Floresta**, v.34, n.3, p.387-393, 2004.
- BLISS, C. L.; REINKER, K. A. A lognormal approach to diameter distributions in even-aged stands. **Forest Science**, v.10, n.3, p.350-360, 1964.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 3.ed. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, 2009. 543p.
- CAO, Q. V. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. **Forest Science**, v.50, n.4, p.682-685, 2004.

- CLUTTER, J. L.; BENNETT, F. A. Diameter distributions in old - field slash pine plantations. **Georgia Forest Research Council Report**, v.13, p.1-9, 1965.
- CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.
- GIBBONS, J. D.; SUBHABRATA, C. Nonparametric statistical inference. 3.ed. New York: Marcel Dekker, 1992. 544p. (Statistics: Textbook and Monograph, 31)
- GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 178f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.
- GUIMARÃES, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: Embrapa Cerrados, 2002. 40p.
- HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in ever-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, v.7, p.184-487, 1977.
- LEITE, H. G.; BINOTI, D. H. B.; GUIMARÃES, D. P.; SILVA, M. L. M.; GARCIA, S. L. R. Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dados de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.34, n.2, p.305-311, 2010.
- MALTAMO, M.; KANGASB, A.; UUTTERAC, J.; TORNIAINENC, T.; SARAMÄKI, J. Comparison of percentile based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogeneous Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, v.133, n.3, p.263-274, 2000.
- NELSON, T. C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, v.10, n.1, p.105-114, 1964.
- NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; CARVALHO, A. F.; SOUZA, A. L. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.29, n.4, p.579-589, 2005.
- PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Modelling the diameter distribution of *Pinus sylvestris*, *Pinus nigra* and *Pinus halepensis* forest stands in Catalonia using the truncated Weibull function. **Forestry**, v.79, n.5, p.553-562, 2006.
- PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; BLASCO, E.; TRASOBARES, A. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, v.126, n.4, p.563-571, 2007.

ERRATA

No artigo “AVALIAÇÃO DA FUNÇÃO HIPERBÓLICA TRUNCADA PARA A DESCRIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE POVOAMENTOS DESBASTADOS DE EUCALIPTO”, publicado no número 6, volume 38, da Revista *Árvore*, na página 1037, **onde se lê:**

¹ Recebido em 03.21.2012 aceito para publicação em 02.07.2014.

Leia-se:

¹ Recebido em 21.03.2012 aceito para publicação em 02.07.2014.