BRAGANTIA

Revista Científica do Instituto Agronômico, Campinas

Vol. 41 Campinas, setembro de 1982 Artigo n.º 16

DELINEAMENTO (1/5) (5 x 5 x 5) EM BLOCOS [1]

ARMANDO CONAGIN e JOASSY DE PAULA NEVES JORGE, *Divisão de Plantas Alimentícias Básicas, Instituto Agronômico.*

RESUMO

No presente trabalho, os tratamentos do delineamento fatorial fracionado (1/5) (5 x 5 x 5), obtido pela superposição de três quadrados latinos ortogonais, são colocados em cinco blocos, com a utilização de um quarto quadrado latino ortogonal. Um modelo quadrático em X foi usado para estudo da superfície de resposta, sendo considerados polinômios ortogonais linear e quadrático para cada um dos fatores e para blocos, uma vez que, em ensaios de campo, a maior parte do gradiente de fertilidade ou de outras causas sistemáticas pode ser eliminada com a estimação desses dois efeitos; foram ainda colocadas no modelo as interações lineares de dois fatores. Somente os efeitos lineares são estimados independentemente, e foram dadas, para cada fator e para blocos, as matrizes para cálculo dos efeitos quadráticos ajustados. Quando é eliminada do modelo uma das interações de dois fatores, o efeito quadrático do fator restante passa a ser estimado independentemente. Se o quarto índice for utilizado como outro fator, tem-se o delineamento (1/25) (5 x 5 x 5 x 5), completamente casualizado; este permite o estudo simultâneo de quatro fatores em cinco níveis, com apenas vinte e cinco pontos experimentais; o modelo contém efeitos lineares e quadráticos dos quatro fatores e as interações lineares desses fatores dois a dois. Se nos delineamentos (1/5) (5 x 5 x 5), divididos em cinco blocos, e (1/25) (5 x 5 x 5 x 5) completamente casualizado, todas as interações de dois fatores forem não-significativas, o modelo ficará só com os termos lineares e quadráticos puros, e estes poderão ser estimados independentemente, à semelhança do que ocorre com o (1/5) (5 x 5 x 5) completamente casualizado.

1. INTRODUÇÃO

Os delineamentos fatoriais, introduzidos por FISHER (**11**) e muito bem definidos por YATES (**24**), têm sido amplamente utilizados em pesquisa. Para trabalhos exploratórios, os fatoriais 2^k são apropriados; em pesquisa mais detalhada, são necessários mais que dois níveis de cada fator.

Na Agricultura, por exemplo, o fatorial 3 x 3 x 3 tem sido muito usado, principalmente em experi-

[1] Apresentado na Reunião Científica Anual da Região Brasileira da Sociedade de Biometria, São Paulo, em março de 1981. Recebido para publicação a 27 de agosto de 1981.

mentos com fertilizantes N, P e K, em vários países, conforme relatado por RICHARDSON (**19**); no Brasil, para diversas culturas têm sido utilizados os fatoriais 3 x 3 x 3, em blocos de 9, já mencionados em artigo anterior (**7**). Quando cresce o número de níveis e de fatores, aumenta muito, tornando quase impeditivo o número de combinações de tratamentos, o custo do experimento e sua viabilidade. Para contornar essas desvantagens, foram propostos os fatoriais fracionados (**10**), utilizados tanto na Agricultura como em experimentos industriais (**8**) e, posteriormente, a classe de delineamentos compostos centrais e compostos rotacionais (**2, 3, 4**).

Foi apresentado pelos autores (**7**) o delineamento (1/5) (5 x 5 x 5), completamente casualizado, analisado através de modelos polinomiais quadráticos em X e em $\sqrt{X}$, incluindo e excluindo as interações. As propriedades dos dois modelos são comparadas em outro artigo (**17**), usando simulação.

No presente trabalho, os tratamentos do (1/5) (5 x 5 x 5) são colocados em cinco blocos, para aumentar sua eficiência na experimentação com canteiros (**5, 6, 22**), e é apresentada análise que utiliza um modelo quadrático em X.

2. OS DELINEAMENTOS (1/5) (5 x 5 x 5) BÁSICOS

O delineamento (1/5) (5 x 5 x 5) constitui uma repetição fracionada do fatorial 5 x 5 x 5 com vinte e cinco tratamentos, originado da superposição de três dos quadrados latinos ortogonais designados como I, II, III e IV por FISHER & YATES (**13**). Basicamente, têm-se as combinações (I, II, III), (I, II, IV) e (I, III, IV), porque a (II, III, IV) é igual a uma das anteriores.

A relação dos tratamentos que compõem cada combinação, as equações polinomiais em X e em $\sqrt{X}$, os níveis respectivos, a análise da variância, as variâncias das observações e as soluções para a análise econômica, bem como um exemplo, encontram-se em CONAGIN & JORGE (**7**). Um estudo visando avaliar a potencialidade dos dois modelos, através de um processo de simulação, é descrito pelos mesmos autores (**17**).

3. METODOLOGIA PARA ESTUDO DO (1/5) (5 x 5 x 5) EM CINCO BLOCOS

Dependendo de restrições impostas, um experimento que utilize o delineamento (1/5) (5 x 5 x 5) pode ter seus tratamentos colocados em blocos. Isso é possível superpondo os quatro quadrados latinos ortogonais; os três primeiros são usados para escolha dos níveis dos fatores em consideração e, o último, para indicar a colocação dos tratamentos nos blocos (**16**).

Pode-se ter as três combinações seguintes que, como em artigo anterior (**7**), são chamadas tipos.

Tipo (I, II, III) (IV)

1111	2222	3333	4444	5555
2345	3451	4512	5123	1234
3524	4135	5241	1352	2413
4253	5314	1425	2531	3142
5432	1543	2154	3215	4321

Tipo (I, II, IV) (III)

1111	2222	3333	4444	5555
2354	3415	4521	5132	1243
3542	4153	5214	1325	2431
4235	5341	1452	2513	3124
5423	1534	2145	3251	4312

Tipo (I, III, IV) (II)

1111	2222	3333	4444	5555
2453	3514	4125	5231	1342
3245	4351	5412	1523	2134
4532	5143	1254	2315	3421
5324	1435	2541	3152	4213

3.1 Colocação dos tratamentos nos blocos

No caso do tipo (I, III, IV) (II), por exemplo, o primeiro bloco constará dos tratamentos 1111, 5231, 4351, 3421 e 2541, que serão colocados, ao acaso, no bloco **1**; os tratamentos 2222, 1342, 5412, 4532 e 3152 serão casualizados dentro do bloco **2**, e assim por diante.

Na instalação do experimento, os blocos devem ser colocados seguindo a ordem de 1 a 5, como aparecem no delineamento (sem sorteio, portanto); isso possibilita a estimação correta do gradiente, se este existe, evitando, ainda, confundimento com os componentes lineares dos três primeiros fatores do modelo.

3.2 Estimação dos coeficientes do modelo quadrático em X

Introduzindo o efeito de blocos no modelo quadrático em X, com dez parâmetros (no qual o primeiro é relativo à média, três representam os efeitos lineares dos fatores e seis os efeitos quadráticos, dos quais três puros e três relativos às interações lineares dos fatores, dois a dois), poder-se-ia chegar a um modelo com até quatorze parâmetros, devido à restrição $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 0$. Incluindo, porém, no modelo, os componentes linear e quadrático para eliminar o gradiente entre blocos, tira-se, normalmente, em ensaios de campo, a maior parte do gradiente de fertilidade (**9**) ou de outras causas sistemáticas (**21**), deixando graus de liberdade suficientes, no resíduo, para testar os componentes do modelo (**12**).

O modelo adotado tem, portanto, $p = 12$ parâmetros β_p; ξ_{1b} e ξ_{2b}, correspondentes aos efeitos linear e quadrático de blocos, têm as mesmas propriedades de ξ_{1m} e ξ_{2m}, definidos em (**7**); ξ_{1m} e ξ_{2m} são, agora, definidos por:

$$\xi_{1mt} = -3 + X_{mt} \quad \text{e} \quad \xi_{2mt} = 7 - 6\,X_{mt} + X^2_{mt}$$

com $m = i, j, k, b$ e $t = 1, \ldots, 5$.

$$Y_{ijkb} = \beta_0\xi_0 + \beta_{1i}\xi_{1i} + \beta_{1j}\xi_{1j} + \beta_{1k}\xi_{1k} + \beta_{1b}\xi_{1b} + \beta_{2i}\xi_{2i} + \beta_{2j}\xi_{2j} + \\ + \beta_{2k}\xi_{2k} + \beta_{2b}\xi_{2b} + \beta_{1i1j}\xi_{1i1j} + \beta_{1i1k}\xi_{1i1k} + \beta_{1j1k}\xi_{1j1k} + \epsilon_{ijkb} \quad (1)$$

A matriz $S = \Xi'\Xi$ para o delineamento (1/5) 5^3 em blocos é não-singular, da forma dada em seguida, com os coeficientes ξ colocados na ordem em que aparecem no modelo.

$$S = \left[\begin{array}{c|c} S_{ML} & S_0 \\ \hline S'_0 & S_{QI} \end{array}\right]$$

Na matriz S (12 x 12), S_{ML} é matriz diagonal 5 x 5, relativa à média e aos efeitos lineares, com valores $a_{11} = 25$; $a_{22} = a_{33} = a_{44} = a_{55} = 50$; S_0 é de dimensão 5 x 7, formada por zeros, e S'_0 é sua transposta. S_{QI} tem dimensão 7 x 7, relativa aos efeitos quadráticos e de interações. As matrizes S_{QI} e S^{-1}_{QI} para o tipo (I, III, IV) (II) têm os valores seguintes:

$$S_{QI} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \xi_{2i} & \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 70 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70 & 10 & 30 & 30 \\ 0 & 0 & 30 & 10 & 100 & 10 & 30 \\ 0 & 30 & 0 & 30 & 10 & 100 & 30 \\ 10 & 0 & 0 & 30 & 30 & 30 & 100 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$S^{-1}_{QI} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{matrix} \xi_{2i} & \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 14.558 & -171 & -234 & 570 & 546 & 399 & -1.910 \\ -171 & 16.878 & -19 & 2.073 & 44 & -6.049 & 1.196 \\ -234 & -19 & 16.641 & 63 & -5.495 & 44 & 1.640 \\ 570 & 2.073 & 63 & 18.089 & -148 & -4.838 & -3.988 \\ 546 & 44 & -5.495 & -148 & 12.821 & -103 & -3.826 \\ 399 & -6.049 & 44 & -4.838 & -103 & 14.114 & -2.792 \\ -1.910 & 1.196 & 1.640 & -3.988 & -3.826 & -2.792 & 13.373 \end{bmatrix} \end{array}$$

Para facilidade, a notação dos Y_{ijkb}, para cálculo, utilizará somente os índices i, j, k correspondentes aos fatores que constituem os tratamentos; o quarto índice será omitido e os totais de blocos serão designados por B_1, B_2, B_3, B_4 e B_5.

A matriz $\Xi\,'\underline{Y}$ tem os valores:

$$\Xi\,'Y = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ K \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{...} \\ \left[-2(Y_{1..})-1(Y_{2..})+1(Y_{4..})+2(Y_{5..})\right] \\ \left[-2(Y_{.1.})-1(Y_{.2.})+1(Y_{.4.})+2(Y_{.5.})\right] \\ \left[-2(Y_{..1})-1(Y_{..2})+1(Y_{..4})+2(Y_{..5})\right] \\ \left[-2(B_1)-1(B_2)+1(B_4)+2(B_5)\right] \\ \left[2(Y_{1..}+Y_{5..})-1(Y_{2..}+Y_{4..})-2(Y_{3..})\right] \\ \left[2(Y_{.1.}+Y_{.5.})-1(Y_{.2.}+Y_{.4.})-2(Y_{.3.})\right] \\ \left[2(Y_{..1}+Y_{..5})-1(Y_{..2}+Y_{..4})-2(Y_{..3})\right] \\ \left[2(B_1+B_5)-1(B_2+B_4)-2(B_3)\right] \\ BC \\ BD \\ CD \end{bmatrix}$$

onde:

$$J = BC = \Big[4(Y_{11.}+Y_{55.})+2(Y_{12.}+Y_{45.}+Y_{21.}+Y_{54.})+1(Y_{44.}+Y_{22.})-$$
$$-1(Y_{24.}+Y_{42.})-2(Y_{25.}+Y_{41.}+Y_{14.}+Y_{52.})-4(Y_{15.}+Y_{51.})\Big]$$

$$K = BD = \Big[4(Y_{1.1}+Y_{5.5})+2(Y_{1.2}+Y_{4.5}+Y_{2.1}+Y_{5.4})+1(Y_{4.4}+Y_{2.2})-$$
$$-1(Y_{2.4}+Y_{4.2})-2(Y_{2.5}+Y_{4.1}+Y_{1.4}+Y_{5.2})-4(Y_{1.5}+Y_{5.1})\Big]$$

$$L = CD = \Big[4(Y_{.11}+Y_{.55})+2(Y_{.12}+Y_{.45}+Y_{.21}+Y_{.54})+1(Y_{.44}+Y_{.22})-$$
$$-1(Y_{.24}+Y_{.42})-2(Y_{.25}+Y_{.41}+Y_{.14}+Y_{.52})-4(Y_{.15}+Y_{.51})\Big]$$

A notação ".", usual para somas, é relativa apenas aos tratamentos incluídos no delineamento. Assim, por exemplo:

$$Y_{.1.} = Y_{111}+Y_{213}+Y_{315}+Y_{412}+Y_{514}$$

$$Y_{54.} = Y_{541};\ Y_{.44} = Y_{444};\ Y_{1.5} = Y_{125},\ \text{etc.}$$

As estimativas $\hat{\beta}_p$, obtidas de $\underline{\hat{\beta}} = S^{-1}\ \Xi\ '\underline{Y}$, são:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_{1i} \\ \hat{\beta}_{1j} \\ \hat{\beta}_{1k} \\ \hat{\beta}_{1b} \\ \hat{\beta}_{2i} \\ \hat{\beta}_{2j} \\ \hat{\beta}_{2k} \\ \hat{\beta}_{2b} \\ \hat{\beta}_{1i1j} \\ \hat{\beta}_{1i1k} \\ \hat{\beta}_{1j1k} \end{bmatrix} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 40000A \\ 20000B \\ 20000C \\ 20000D \\ 20000E \\ (14558F-171G-234H+570I+546J+ \\ +399K-1910L) \\ (-171F+16878G-19H+2073I+44J- \\ -6049K+1196L) \\ (-234F-19G+16641H+63I-5495J+ \\ +44K+1640L) \\ (570F+2073G+63H+18089I-148J- \\ -4838K-3988L) \\ (546F+44G-5495H-148I+12821J- \\ -103K-3826L) \\ (399F-6049G+44H-4838I-103J+ \\ +14114K-2792L) \\ (-1910F+1196G+1640H-3988I- \\ -3826J-2792K+13373L) \end{bmatrix}$$

3.3 Análise da variância

A soma de quadrados devida à superfície de resposta quadrática em X, com doze parâmetros, é avaliada por $\underline{\beta}'\ \Xi\ '\underline{Y}$:

$$\underline{\hat{\beta}}'\Xi'\underline{Y} = \hat{\beta}_0 A + \hat{\beta}_{1i}\, B + \hat{\beta}_{1j}\, C + \hat{\beta}_{1k}\, D + \hat{\beta}_{1b}\, E + [\ \hat{\beta}_{2i}\, F + $$
$$+ \hat{\beta}_{2j}\, G + \hat{\beta}_{2k}\, H + \hat{\beta}_{2b} I + \hat{\beta}_{1i1j} J + \hat{\beta}_{1i1k} K + \hat{\beta}_{1j1k} L\ ] \qquad (2)$$

Nessa soma de quadrados, os efeitos lineares (L_i, L_j, L_k, L_b) são independentes, podendo ser testados diretamente, através do teste F com os graus de liberdade respectivos. Os efeitos quadráticos puros e os devidos às interações lineares dos fatores i, j, k, (QI), colocados entre colchetes, serão testados globalmente.

A soma de quadrados do resíduo, com treze graus de liberdade, é tirada por diferença entre a soma total e a devida à regressão, dada pela expressão (2), como é usual.

Quando se quiser avaliar isoladamente se um dos parâmetros quadráticos puros ou um dos relativos às interações pode ser considerado igual a zero, usa-se o método do resíduo condicionado. Querendo testar, por exemplo, o efeito quadrático β_{2i}, elimina-se do modelo o termo $\beta_{2i}\ \xi_{2i}$, o que equivale, na matriz 12 x 12, a cortar a linha e a coluna correspondentes a ξ_{2i}. Obtém-se uma matriz S_{2i} (11 x 11), da qual S_{QI2i} é uma matriz de tamanho 6 x 6, cuja inversa S^{-1}_{QI2i} vem a seguir, com as linhas e colunas correspondentes a ξ_{2j}, ξ_{2k}, ξ_{2b}, ξ_{1i1j}, ξ_{1i1k}, ξ_{1j1k}.

Eliminando o termo β_{2i} ξ_{2i}, tem-se:

$$S^{-1}_{QI2i} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 16.876 & -22 & 2.080 & 51 & -6.044 & 1.174 \\ -22 & 16.637 & 72 & -5.486 & 51 & 1.609 \\ 2.080 & 72 & 18.067 & -169 & -4.853 & -3.913 \\ 51 & -5.486 & -169 & 12.801 & -118 & -3.754 \\ -6.044 & 51 & -4.853 & -118 & 14.103 & -2.739 \\ 1.174 & 1.609 & -3.913 & -3.754 & -2.739 & 13.122 \end{bmatrix} \end{array}$$

O vetor $\hat{\underline{\beta}}^*$ (6 x 1) é dado por S^{-1}_{QI2i} $(\Xi'\underline{Y})^*$ onde as linhas de $(\Xi'\underline{Y})^*$ correspondem aos valores de G, H, I, J, K e L.

Com o valor encontrado para o vetor $\hat{\underline{\beta}}^*$ (6 x 1), é possível estimar, em termos de soma de quadrados, a contribuição devida à inclusão de $\beta_{2i}\xi_{2i}$ no modelo, que é obtida pela diferença:

$$[\hat{\beta}_{2i}F + \hat{\beta}_{2j}G + \hat{\beta}_{2k}H + \hat{\beta}_{2b}I + \hat{\beta}_{1i1j}J + \hat{\beta}_{1i1k}K + \hat{\beta}_{1j1k}L] -$$

$$- [\hat{\beta}^*_{2j}G + \hat{\beta}^*_{2k}H + \hat{\beta}^*_{2b}I + \hat{\beta}^*_{1i1j}J + \hat{\beta}^*_{1i1k}K + \hat{\beta}^*_{1j1k}L],$$

correspondente a [QI (7 g.l.) — (QI)*(6 g.l.)]; pode-se testar essa contribuição, em termos do respectivo quadrado médio, com um grau de liberdade.

Procedimento semelhante ao da avaliação de β_{2i} é feito para a dos parâmetros β_{2j}, β_{1i1j} etc. Em todos esses casos, as matrizes S_{ML}, S_0 e S'_0 da nova matriz S(11 x 11) permanecem inalteráveis, só se modificando a matriz S_{QI}.

Para testar, uma por vez, as contribuições devidas às interações e aos outros efeitos quadráticos do modelo, necessita-se, portanto, do cálculo das matrizes respectivas. Para os efeitos $\hat{\beta}_{2j}$, $\hat{\beta}_{2k}$ e os devidos às interações, as matrizes S^{-1}_{QI2j}, S^{-1}_{QI2k}, S^{-1}_{QIij}, S^{-1}_{QIik} e S^{-1}_{QIjk} são, respectivamente:

$$S^{-1}_{QI2j} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \xi_{2i} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 14.557 & -234 & 591 & 547 & 338 & -1.898 \\ -234 & 16.641 & 66 & -5.495 & 38 & 1.641 \\ 591 & 66 & 17.835 & -153 & -4.094 & -4.135 \\ 547 & -5.495 & -153 & 12.821 & -88 & -3.829 \\ 338 & 38 & -4.094 & -88 & 11.946 & -2.363 \\ -1.898 & 1.641 & -4.135 & -3.829 & -2.363 & 13.288 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$S^{-1}_{QI2k}=10^{-6}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}\xi_{2i}&\xi_{2j}&\xi_{2b}&\xi_{1i1j}&\xi_{1i1k}&\xi_{1j1k}\end{array}\\ \begin{bmatrix}14.555&-171&571&469&399&-1.887\\ -171&16.878&2.073&38&-6.049&1.198\\ 571&2.073&18.089&-127&-4.838&-3.994\\ 469&38&-127&11.007&-89&-3.284\\ 399&-6.049&-4.838&-89&14.114&-2.796\\ -1.887&1.198&-3.994&-3.284&-2.796&13.211\end{bmatrix}\end{array}$$

$$S^{-1}_{QIij}=10^{-6}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}\xi_{2i}&\xi_{2j}&\xi_{2k}&\xi_{2b}&\xi_{1i1k}&\xi_{1j1k}\end{array}\\ \begin{bmatrix}14.535&-173&0&576&403&-1.747\\ -173&16.878&0&2.074&-6.048&1.210\\ 0&0&14.286&0&0&0\\ 576&2.074&0&18.088&-4.839&-4.032\\ 403&-6.048&0&-4.839&14.113&-2.822\\ -1.747&1.210&0&-4.032&-2.822&12.231\end{bmatrix}\end{array}$$

$$S^{-1}_{QIik}=10^{-6}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}\xi_{2i}&\xi_{2j}&\xi_{2k}&\xi_{2b}&\xi_{1i1j}&\xi_{1j1k}\end{array}\\ \begin{bmatrix}14.547&0&-235&706&549&-1.832\\ 0&14.286&0&0&0&0\\ -235&0&16.640&78&-5.494&1.648\\ 706&0&78&16.431&-183&-4.945\\ 549&0&-5.494&-183&12.820&-3.846\\ -1.832&0&1.648&-4.945&-3.846&12.820\end{bmatrix}\end{array}$$

$$S^{-1}_{QIjk}=10^{-6}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}\xi_{2i}&\xi_{2j}&\xi_{2k}&\xi_{2b}&\xi_{1i1j}&\xi_{1i1k}\end{array}\\ \begin{bmatrix}14.286&0&0&0&0&0\\ 0&16.771&-166&2.430&386&-5.799\\ 0&-166&16.440&552&-5.026&386\\ 0&2.430&552&16.900&-1.289&-5.670\\ 0&386&-5.026&-1.289&11.727&-902\\ 0&-5.799&386&-5.670&-902&13.531\end{bmatrix}\end{array}$$

A avaliação do efeito de blocos interessa somente em relação à sua contribuição para a soma de quadrados da regressão total e conseqüente influência sobre o resíduo. A soma de quadrados de seu efeito linear é estimada diretamente, por ser ortogonal a todos os efeitos considerados;

a soma de quadrados do componente quadrático, ajustada, é também encontrada pelo método do resíduo condicionado, com auxílio da matriz S^{-1}_{Q12b} dada a seguir, e que coincide com a matriz dos efeitos quadráticos puros e relativos às interações lineares dos fatores i, j, k, definida em (7).

$$S^{-1}_{Q12b} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \xi_{2i} & \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 14.540 & -236 & -236 & 551 & 551 & -1.785 \\ -236 & 16.640 & -26 & 61 & -5.494 & 1.653 \\ -236 & -26 & 16.640 & -5.494 & 61 & 1.653 \\ 551 & 61 & -5.494 & 12.820 & -142 & -3.858 \\ 551 & -5.494 & 61 & -142 & 12.820 & -3.858 \\ -1.785 & 1.653 & 1.653 & -3.858 & -3.858 & 12.493 \end{bmatrix} \end{array}$$

Uma vez isoladas as somas de quadrados para blocos (linear e quadrática ajustada), pode-se ter o quadro da análise da variância abaixo.

ANÁLISE DA VARIÂNCIA

F.V.	S.Q.		G.L.
Média	$\hat{\beta}_0 A$	$= M$	1
Fator i (linear)	$\hat{\beta}_{1i} B$	$= L_i$	1
Fator j (linear)	$\hat{\beta}_{1j} C$	$= L_j$	1
Fator k (linear)	$\hat{\beta}_{1k} D$	$= L_k$	1
Efeitos quadráticos e interações (sem blocos)	$\hat{\beta}^*_{2i} F + \ldots + \hat{\beta}^*_{1j1k} L$	$= (QI)^*$	6
Bloco (linear)	$\hat{\beta}_{1b} E$	$= L_b$	1
Bloco (quadrático ajustado)	$\hat{\beta}_{2b}$ (ajustado)	$= Q_b$	1
Resíduo	T — outros	$= R$	13
Total	ΣY^2_{ijkb}	$= T$	25

Com as estimativas, recalculadas, dos parâmetros quadráticos puros e de interações lineares dos fatores i, j, k, conseguidas através da matriz S^{-1}_{Q12b}, podem-se determinar os valores esperados $\hat{Y}_{ijk}$, isentos de blocos, a partir da equação:

$$\hat{Y}_{ijk} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_{1i}\,\xi_{1i} + \hat{\beta}_{1j}\,\xi_{1j} + \hat{\beta}_{1k}\,\xi_{1k} + \hat{\beta}^*_{2i}\,\xi_{2i} + \hat{\beta}^*_{2j}\,\xi_{2j} + \hat{\beta}^*_{2k}\,\xi_{2k} + \hat{\beta}^*_{1i1j}\,\xi_{1i1j} + \hat{\beta}^*_{1i1k}\,\xi_{1i1k} + \hat{\beta}^*_{1j1k}\,\xi_{1j1k} \quad (3)$$

Em seguida, podem-se avaliar as variâncias dos $\hat{Y}_{ijk}$ e calcular, para facilidade na análise econômica dos resultados, a equação na variável X (7).

3.4 — Delineamentos de tipos (I, II, III) (IV) e (I, II, IV) (III)

As matrizes S^{-1}_{QI}, correspondentes aos termos quadráticos e interações para os tipos básicos (I, II, III) (IV) e (I, II, IV) (III) dos delineamentos (1/5) (5 x 5 x 5), em blocos de 5, são apresentadas a seguir:

Tipo (I, II, III) (IV)

$$S^{-1}_{QI} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \xi_{2i} & \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{array} \\ \left[\begin{array}{rrrrrrr} 16.878 & -171 & -19 & 2.073 & 44 & 1.196 & -6.049 \\ -171 & 14.559 & -234 & 570 & 546 & -1.910 & 399 \\ -19 & -234 & 16.641 & 63 & -5.495 & 1.640 & 44 \\ 2.073 & 570 & 63 & 18.089 & -148 & -3.988 & -4.838 \\ 44 & 546 & -5.495 & -148 & 12.821 & -3.826 & -103 \\ 1.196 & -1.910 & 1.640 & -3.988 & -3.826 & 13.373 & -2.792 \\ -6.049 & 399 & 44 & -4.838 & -103 & -2.792 & 14.114 \end{array}\right] \end{array}$$

Tipo (I, II, IV) (III)

$$S^{-1}_{QI} = 10^{-6} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \xi_{2i} & \xi_{2j} & \xi_{2k} & \xi_{2b} & \xi_{1i1j} & \xi_{1i1k} & \xi_{1j1k} \end{array} \\ \left[\begin{array}{rrrrrrr} 16.641 & -19 & -234 & 63 & 1.640 & 44 & -5.495 \\ -19 & 16.878 & -171 & 2.073 & 1.196 & -6.049 & 44 \\ -234 & -171 & 14.559 & 570 & -1.910 & 399 & 546 \\ 63 & 2.073 & 570 & 18.089 & -3.988 & -4.838 & -148 \\ 1.640 & 1.196 & -1.910 & -3.988 & 13.373 & -2.792 & -3.826 \\ 44 & -6.049 & 399 & -4.838 & -2.792 & 14.114 & -103 \\ -5.495 & 44 & 546 & -148 & -3.826 & -103 & 12.821 \end{array}\right] \end{array}$$

Lembra-se que, como já mencionado no artigo básico (7), os elementos do vetor $\Xi'\underline{Y}$ (componentes A, B, ..., K, L) devem ser calculados levando em conta os 25 tratamentos pertencentes a cada um dos tipos considerados.

4. SELEÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA A SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Já se sabe, pela literatura internacional, que, nos experimentos fatoriais de adubação, as interações de dois fatores ,apresentam menor magnitude em relação aos efeitos principais lineares e quadráticos puros; além disso, quando dois efeitos principais são significativos, é mais freqüente o aparecimento de interação significativa entre esses dois fatores, preponderantemente negativa.

Esse fato permite um tipo de procedimento que visa facilitar a avaliação da parte significativa do modelo, já que os componentes do modelo completo não são todos ortogonais.

Começa-se pelo modelo completo, calculando-se a soma de quadrados devida à regressão, com doze graus de liberdade, e a soma de quadrados do resíduo, com treze graus. A seguir, avalia-se o modelo com nove parâmetros, considerando a média, os efeitos lineares e os quadráticos puros. Como já visto (**7**), esses efeitos são todos ortogonais. A diferença entre a soma de quadrados do modelo completo e desse modelo reduzido representa a soma de quadrados das interações conjuntas, com três graus de liberdade. Se essa parte não for significativa, pode-se partir imediatamente para o estudo das propriedades do modelo, determinação dos pontos extremos, análise econômica dos resultados etc. Se for significativa, passa-se a pesquisar quais interações serão provavelmente mais importantes, levando em consideração a significância dos efeitos principais lineares e quadráticos, e usando as matrizes S^{-1}_{QIij}, S^{-1}_{QIik} ou S^{-1}_{QIjk}.

Em relação aos níveis de significância a serem adotados para decidir quais componentes devem ou não permanecer na função de resposta aos nutrientes, grande parte dos autores usa os níveis de significância tradicionais, 5% ou 1%; outros usam níveis até 20%, como MOOY & PESEK (**18**), até 30%, como VOSS & PESEK (**23**) e HEADY & DILLON (**15**); outros, ainda, sugerem que sejam deixadas todas as variáveis, como HADER et alii (**14**), baseando-se, para isso, em artigo de BOX (**1**), que prefere não substituir por zero uma estimativa não viciada, de menor variância, pelo fato de ela não ter sido significativa. SNEDECOR & COCHRAN (**20**) mencionam, ainda, haver casos em que o pesquisador está seguro de que todos os coeficientes devem estar presentes na função de resposta e não acha necessário testá-los individualmente.

5. EXTENSÃO DO (1/5) (5^3), EM BLOCOS, PARA (1/25) (5^4)

O conjunto dos quatro quadrados latinos ortogonais 5 x 5 foi utilizado para a obtenção do fatorial fracionado (1/5) (5 x 5 x 5), em cinco blocos.

Esse mesmo conjunto pode ser usado para a formação do fatorial fracionado (1/25) (5 x 5 x 5 x 5) completamente casualizado, para estudo de quatro fatores.

O modelo, que proporcionará um grau de liberdade para a média, quatro para os efeitos lineares, dez para os quatro efeitos quadráticos puros e seis interações, restando dez graus para o resíduo, passa a ser:

$$Y_{ijks} = \beta_0 + \beta_{1i}\xi_{1i} + \beta_{1j}\xi_{1j} + \beta_{1k}\xi_{1k} + \beta_{1s}\xi_{1s} + \beta_{2i}\xi_{2i} + \beta_{2j}\xi_{2j} + \\ + \beta_{2k}\xi_{2k} + \beta_{2s}\xi_{2s} + \beta_{1i1j}\xi_{1i1j} + \beta_{1i1k}\xi_{1i1k} + \beta_{1i1s}\xi_{1i1s} + \beta_{1j1k}\xi_{1j1k} + \\ + \beta_{1j1s}\xi_{1j1s} + \beta_{1k1s}\xi_{1k1s} + \varepsilon_{ijks}$$

TIPO (I, III, IV) (II)

$S^{-1} = 10^{-6}$

ξ_{2i}	ξ_{2j}	ξ_{2k}	ξ_{2s}	ξ_{1i1j}	ξ_{1i1k}	ξ_{1i1s}	ξ_{1j1k}	ξ_{1j1s}	ξ_{1k1s}
21.950	—2.850	1.950	—2.850	5.821	7.689	1.021	—2.979	—10.711	—6.179
—2.850	21.950	—2.850	1.950	1.021	—10.711	—6.179	5.821	7.689	—2.979
1.950	—2.850	21.950	—2.850	—6.179	7.689	—2.979	1.021	—10.711	5.821
—2.850	1.950	—2.850	21.950	—2.979	—10.711	5.821	—6.179	7.689	1.021
5.821	1.021	—6.179	—2.979	18.799	2.686	—2.001	—2.001	—3.714	—9.201
7.689	—10.711	7.689	—10.711	2.686	27.812	—3.714	—3.714	—19.388	2.686
1.021	—6.179	—2.979	5.821	—2.001	—3.714	18.799	—9.201	2.686	—2.001
—2.979	5.821	1.021	—6.179	—2.001	—3.714	—9.201	18.799	2.686	—2.001
—10.711	7.689	—10.711	7.689	—3.714	—19.388	2.686	2.686	27.812	—3.714
—6.179	—2.979	5.821	1.021	—9.201	2.686	—2.001	—2.001	—3.714	18.799

Na matriz $\Xi'\underline{Y}$, os valores de A até L coincidem com os do (1/5) (5 x 5 x 5) em blocos; falta calcular M, N e O, correspondentes às novas interações definidas, lembrando que L corresponde à interação dos fatores jk.

A matriz S^{-1} (15 x 15) de variâncias e covariâncias tem as primeiras cinco linhas e colunas, correspondentes à média e aos efeitos lineares, com elementos somente na diagonal e iguais, respectivamente, a 1/25, 1/50, 1/50, 1/50, 1/50.

Para o tipo (I, III, IV) (II), a matriz S^{-1}(10 x 10), relativa aos efeitos quadráticos e interações, é a que se encontra na página 166.

O delineamento (1/25) (5 x 5 x x 5 x 5) poderá ser usado, na experimentação de campo, para o estudo de quatro fatores em cinco níveis, quando se imagina que não exista gradiente de fertilidade e o solo utilizado no experimento seja relativamente homogêneo. Poderá também ser utilizado em experimentos de vasos, para estudos de fisiologia ou fertilidade, admitindo a não existência ou a existência de pequeno gradiente térmico ou de luminosidade, sem grande influência no comportamento fisiológico das plantas colocadas nas casas de vegetação.

Também pode ser utilizado em experimentação em outros campos da ciência (Química, Tecnologia etc.), em que seja possível admitir a não existência de gradiente sensível, homogeneidade satisfatória do material experimental, ou em que seja normalmente esperado um baixo coeficiente de variação.

DESIGNS (1/5) (5 x 5 x 5) IN BLOCKS

SUMMARY

Statistical solutions for quadratic and square root polynomials of second order for a group of (1/5) (5x5x5) fractional factorials when the design is completely randomized is briefly considered in this text.

The extension of the fractional factorial (1/5) (5x5x5) to a type of block design with utilization of the quadratic polynomial model in order to eliminate linear and quadratic effect of gradient or other systematic causes is proposed, its statistical analysis developed and the detailed solution presented.

Using proper range of dosages in order to eliminate large areas of plateau response stimulus as happens in nutrient experiments or fertilizer experiments, this design makes feasible efficient estimation of the coefficients that measure the curvature of the response functions on the area of economical decision. So better solution in the determination of the dosage of nutrients to achieve maximum response or the dosages that determine the optimum economical response are achieved with experiments of medium size.

This design will fit well those cases in which the use of three factors at several levels each is desirable and where the presence of treatments in which the dosages vary simultaneously for the three factors is important (area of higher probable response in the case of nutrients, for example) and the remaining treatments are uniformly spread inside the cube of the area of stimulus, under investigation.

Using the property of the four orthogonal latin-squares as presented by Fisher and Yates, the fractional factorial (1/25) (5x5x5x5) designs were proposed as a completely randomized type; they allow the simultaneous study of four factors at five levels each, with a reduced number of points.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BOX, G. E. P. The exploration and exploitation of response surfaces: some general considerations and examples. Biometrics 10:16-64, 1954.
2. ———— & DRAPER, N. R. A basis for the selection of a response surface design. Journal American Statistical Association, 54:622-54, 1959.
3. ———— & HUNTER, J. S. Multifactor experimental designs for exploring response surfaces. Annals of Mathematical Statistics, 28:195-241, 1957.
4. ———— & WILSON, K. B. On the experimental attainment of optimum conditions. Journal Royal Statistical Society, B13:1-45, 1951.
5. COCHRAN, W. G. & COX, G. M. Experimental designs. New York, Wiley, 1957. 611p.
6. CONAGIN, A. Eficiência na experimentação com canteiros. Revista de Agricultura, Piracicaba, 14:123-131, 1949.
7. ———— & JORGE, J. P. N. Delineamentos (1/5) (5^8). Bragantia, Campinas, 36:23-58, 1976.
8. DAVIES, O. L., ed. Design and analysis of industrial experiments. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1954. 636p.
9. FEDERER, W. T. & SCHLOTTFELDT, C. S. The use of covariance to control gradients in experiments. Biometrics, 10:282-290, 1954.
10. FINNEY, D. J. The fractional replication of factorial arrangements. Annals of Eugenics, 12:291-301, 1945.
11. FISHER, R. A. The arrangement of field experiments. Journal Ministry of Agriculture, 33:503-513, 1926.
12. ———— Statistical methods for research workers. 11.ed. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1950. 354p.
13. ———— & YATES, F. Statistical tables for biological, agricultural, and medical research. 4.ed. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1953. 126p.
14. HADER, R. J.; HARWARD, M. E.; MASON, D. D.; MOORE, D. P. An investigation of some of the relationships between copper, iron, and molybdenum in the growth and nutrition of lettuce: I. Experimental design and statistical methods for characterizing the response surface. Soil Science Society of American Proceedings, 21:59-64, 1957.
15. HEADY, E. O. & DILLON, J. L. Agricultural production function. Ames, Yowa State University Press, 1961. 667p.
16. JOHN, P. W. M. Statistical designs and analysis of experiments. New York, Macmillan, 1971. 356p.
17. JORGE, J. P. N. & CONAGIN, A. Estudos em um grupo especial de delineamentos (1/5) (5^3). Bragantia, Campinas, 36:59-88, 1976.
18. MOOY, C. J. & PESEK, J. Nodulation responses of soybeans to added phosphorus, potassium, and calcium salts. Agronomy Journal, 58:275-280, 1966.
19. RICHARDSON, H. L. Field experiment programms. Outlook on Agriculture, 1:87-94, 1956.
20. SNEDECOR, G. W. & COCHRAN, W. G. Statistical methods. 6.ed. Ames, Iowa State University Press, 1967. 593p.
21. STEVENS, W. L. Análise estatística do ensaio de variedades de café. Bragantia, Campinas, 9:103-123, 1949.
22. VENTURINI, W. R. & JORGE, J. P. N. Eficiência do delineamento 3^3, em blocos de 9, em uma série de experimentos de adubação do algodoeiro. Bragantia, Campinas, 21:631-637, 1962.
23. VOSS, R. & PESEK, J. Geometrical determination of uncontrolled — controlled factor relationships affecting crop yield. Agronomy Journal, 57:460-463, 1965.
24. YATES, F. Complex experiments. Journal Royal Statistical Society, B2:181-247, 1935.