

XII. METODOLOGIA E TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

EFEITO DA FALTA DE NORMALIDADE EM TESTES DE HOMOGENEIDADE DAS VARIÂNCIAS ⁽¹⁾

ARMANDO CONAGIN ⁽²⁾, VIOLETA NAGAI ⁽³⁾, TOSHIO IGUE ⁽³⁾ e LUÍS A. AMBRÓSIO ⁽³⁾

RESUMO

Em experimentos de campo, é freqüente o aparecimento de tratamentos com variâncias heterogêneas, decorrente, muitas vezes, do tipo dos tratamentos que estão sendo estudados. Os dados desses ensaios são usualmente submetidos à análise da variância, cuja aplicação correta exige que as observações tenham uma variância comum. A falta de homogeneidade pode surgir, também, segundo alguns autores, quando os erros experimentais têm distribuição assimétrica. A falta de normalidade dos erros tem sido considerada como um fator que pode distorcer os resultados de testes empregados para verificar a hipótese de igualdade de médias ou das variâncias. Para avaliar a influência da falta de normalidade sobre os testes de Bartlett, Cochran e Hartley ($F_{\text{máx}}$), com e sem correção para blocos, e os de Han e de Shukla, também indicados para verificar a hipótese de nulidade das variâncias homocedásticas, foram simulados 6.000 experimentos em blocos ao acaso. Na simulação, foram considerados dois níveis de precisão experimental, três magnitudes de efeitos de blocos e cinco níveis de assimetria e curtose, incluindo assimetria zero e curtose três. Em todos os testes, à medida que se aumentou a assimetria positiva e a curtose, cresceu a porcentagem de rejeição da hipótese de variâncias iguais, sendo esse aumento maior no teste de Shukla e nos de Bartlett, Cochran e $F_{\text{máx}}$ aplicados sem a correção para blocos, principalmente quando o efeito de blocos foi pequeno. As porcentagens de rejeição, pelo teste de Han, nos diferentes níveis de assimetria e curtose, não diferiram das obtidas pelo $F_{\text{máx}}$, com correção, e estiveram próximos dos resultados dos testes de Bartlett e Cochran, feitos também com correção; nestes, as porcentagens de rejeição da hipótese de variâncias iguais foram superiores à esperada, de 5%, quando os coeficientes de assimetria e de curtose foram maiores que 1,11 e 4,04 respectivamente. Quando o efeito de blocos foi pequeno, os testes sem correção superestimaram as porcentagens de rejeição da hipótese de nulidade de variâncias iguais.

Termos de indexação: testes de homogeneidade das variâncias, assimetria, curtose.

⁽¹⁾ Trabalho apresentado no 4º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica e 36ª Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria, realizados em Goiânia (GO), de 15 a 19 de julho de 1991. Com apoio financeiro do CNPq. Recebido para publicação em 26 de maio e aceito em 1º de outubro de 1993.

⁽²⁾ Pesquisador Científico, aposentado, Instituto Agronômico (IAC), Caixa Postal 28, 13001-970 Campinas (SP)

⁽³⁾ Seção de Técnica Experimental e Cálculo, IAC.

ABSTRACT

EFFECT OF NON-NORMALITY ON TESTES OF EQUALITY OF VARIANCES

The mean and standard deviation of distributions with five different levels of assimetry and kurtosis were used to simulate 6,000 experiments, in a randomized complete block design with five treatments and six replications, considering two levels of precision and three levels of block effects. The tests of homogeneity of variance proposed by Han and Shukla, for randomized block design, and those of Bartlett, Cochran and Hartley, developed for one-way classification were applied to the simulated data. The last three tests were also used after correcting for block effects. The amount of rejection of the null hypothesis increased with the levels of assimetry and kurtosis in all tests. The percentage of rejection of the hypothesis of homogeneity of variances using Shukla's test and those of Bartlett, Cochran and Hartley, without block correction, were strongly affected by non-normality mainly when the block effect was small. The rejection of the null hypothesis when used Han's test or those of Bartlett, Cochran and Hartley tests, adjusted for block effects, were larger than 5% when the coefficients of assimetry and kurtosis were higher than 1.11 and 4.04 respectively.

Index terms: tests of homogeneity of variances, assimetry, kurtosis.

1. INTRODUÇÃO

Em experimentos de campo, é freqüente o aparecimento de tratamentos com variâncias heterogêneas, decorrente, muitas vezes, do tipo dos tratamentos que estão sendo estudados, tais como diferentes épocas de plantio, locais, ou tratamentos-testemunha nos casos de experimentos de comparação de defensivos. Nestes casos, de modo geral, a variabilidade é bem maior no controle que nos demais tratamentos. Os dados de ensaios dessa natureza são, usualmente, submetidos à análise da variância, cuja aplicação correta pressupõe a existência de variâncias homogêneas. Cochran & Cox (1957) comentam que um dos erros mais sérios na análise da variância decorre do fato de o erro experimental não ser homogêneo em todas as observações. Esse problema pode surgir também quando os erros experimentais têm distribuição assimétrica. Em tais distribuições, a variância do erro tende a ser uma função das médias dos tratamentos. Segundo Box (1954), se todos os tratamentos tiverem o mesmo número de repetições e se a desigualdade das variâncias não for muito acentuada, a análise da variância e os testes de comparação de médias podem ser feitos sem sérios prejuízos. Pimentel

Gomes (1985) comenta ser possível fazer a análise conjunta de experimentos se o quociente entre o maior e o menor quadrado médio residual for menor que sete. Wada (1985) faz referência ao trabalho de Wallace, de 1980, no qual é questionada a posição de Fisher sobre a não-necessidade de homocedasticidade das variâncias de duas amostras para aplicação do teste t, na forma clássica.

Alguns testes foram desenvolvidos para comparação de duas médias com variâncias desiguais, entre eles o de Cochran & Cox (1957), o qual recalcula o valor crítico de t. O problema torna-se mais complexo quando envolve comparações múltiplas de médias e, entre as soluções propostas, tem sido utilizada, com freqüência, a de transformação de dados. As transformações ou outros métodos de análise são geralmente feitos após verificar a existência da falta de homogeneidade das variâncias com o uso de testes como os de Bartlett (1937), Cochran (1947), Hartley (1950), Han (1969) e Shukla (1972). De acordo com Box (1953), o teste de Bartlett é extremamente sensível à falta de normalidade; em populações leptocúrticas, o teste tende a mostrar diferenças quando elas não existem e, em populações pla-

ticúrticas, diferenças reais passam a ser mascaradas. Segundo Box, geralmente a distribuição original é pouco conhecida e, neste caso, a aplicação dos testes de Bartlett, de Cochran ou o de $F_{\text{máx}}$, proposto por Hartley, pode levar a conclusões errôneas. O comportamento desses testes, sob condições de normalidade, foi estudado por Nagai et al. (1991), considerando dois níveis de precisão experimental, duas amplitudes de efeitos de tratamentos e quatro níveis de heterogeneidade. Os autores observaram que, em condições de homogeneidade, a porcentagem de rejeição da hipótese de nulidade de variâncias iguais foi superestimada pelo teste de Shukla e que o teste de Han foi pouco sensível para detectar a heterogeneidade das variâncias.

Pretende-se, neste trabalho, estudar a influência de diferentes graus de afastamento da normalidade sobre o comportamento dos testes de Bartlett, Cochran e Hartley, com e sem correção para efeito de blocos, e dos testes de Han e de Shukla, considerando dois níveis de precisão experimental e três magnitudes de efeito de blocos.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para i tratamentos com $i = 1, \dots, K$, onde $K = 5$ e j blocos com $j = 1, \dots, R$, onde $R = 8$, foram geradas variáveis aleatórias (Y_{ij}) a partir da média e do desvio padrão de cinco distribuições (D_i) com os seguintes coeficientes de assimetria (g_1) e de curtose (b_2): $g_1 = 0,00; 0,88; 1,11; 1,63$ e $1,92$; $b_2 = 2,96; 3,36; 4,04; 4,92$ e $7,19$. Na construção dessas distribuições, foi considerada a existência de 250 observações distribuídas em 16 classes, obtidas a partir de variáveis w_{ij} , cujas probabilidades de classes (P_i) foram pré-fixadas. No quadro 1, são encontrados os valores de P_i , da média (m), desvio padrão (s) e coeficientes de assimetria (g_1) e de curtose (b_2) e, na figura 1, os gráficos das diferentes funções.

Os valores da média e desvio padrão (m , s) de cada distribuição (D_i) foram empregados para obtenção das variáveis Y_{ij} no modelo:

$$Y_{ij} = (CV/100) \bar{y} (w_{ij} - m)/s + \bar{y} + t_i + b_j.$$

Na simulação, considerou-se um valor médio (\bar{y}) = 1.500, dois níveis de precisão ($CV = 15\%$ e $CV = 25\%$) e os seguintes efeitos de tratamentos (t_i) e de blocos (b_j):

Efeito de tratamentos:

$$t_i = 180, 100, -80, -80, -120.$$

Efeito de blocos:

$$1: b_j = 280, 180, 60, 0, -40, -100, -180, -200;$$

$$2: b_j = 130, 100, 60, 0, -30, -60, -80, -120;$$

$$3: b_j = 65, 50, 30, 0, -15, -30, -40, -60.$$

Para as combinações de CV e b_j , em cada distribuição D_i , foram simulados 200 experimentos, em grupos de 100, num total de 6.000. Em cada um desses ensaios, aplicaram-se os testes de Bartlett (1937), Cochran (1947), Hartley ($F_{\text{máx}}$) (1950), Han (1969) e Shukla (1972). Os três primeiros foram aplicados, também, após remoção do efeito de blocos e considerando, na análise, a correção do número de graus de liberdade (Conagin, 1950). Sobre os resultados da porcentagem de rejeição de H_0 , foi feita a análise da variância, com os dados transformados em arco seno $p^{1/2}$ onde $0 \leq p \leq 1$. Foi feita, também, a análise conjunta, considerando como fontes de variação os efeitos de testes, blocos, níveis de assimetria, coeficientes de variação e interações duplas correspondentes.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As médias das porcentagens de rejeição da hipótese de nulidade de variâncias iguais, nos diferentes testes, considerando os dois coeficientes de variação, os cinco níveis de assimetria e os três efeitos de blocos encontram-se no quadro 2.

Os resultados do teste F na análise da variância são apresentados no quadro 3: observa-se que as interações foram significativas apenas

nos testes de Bartlett, Cochran e $F_{m\acute{a}x}$ quando feitos sem correção para blocos. Nos de Bartlett e $F_{m\acute{a}x}$, observa-se - Quadro 2 - que os efeitos de blocos e dos coeficientes de variação são importantes nos níveis de assimetria mais altos. A porcentagem de rejeição de H_0 cresce com a diminuição do efeito de blocos e com o aumento da assimetria e curtose. Observa-se, ainda, que,

quando o efeito de blocos é pequeno, não existe efeito significativo do coeficiente de variação. A porcentagem de rejeição da hipótese de nulidade quando $g_1 = 0$ e $b_2 = 3$, em qualquer nível de efeito de blocos, está dentro da esperada, 5%, mas chegou a atingir 30%, ou mais, nos níveis mais altos de assimetria ou de curtose, quando o efeito de blocos foi pequeno.

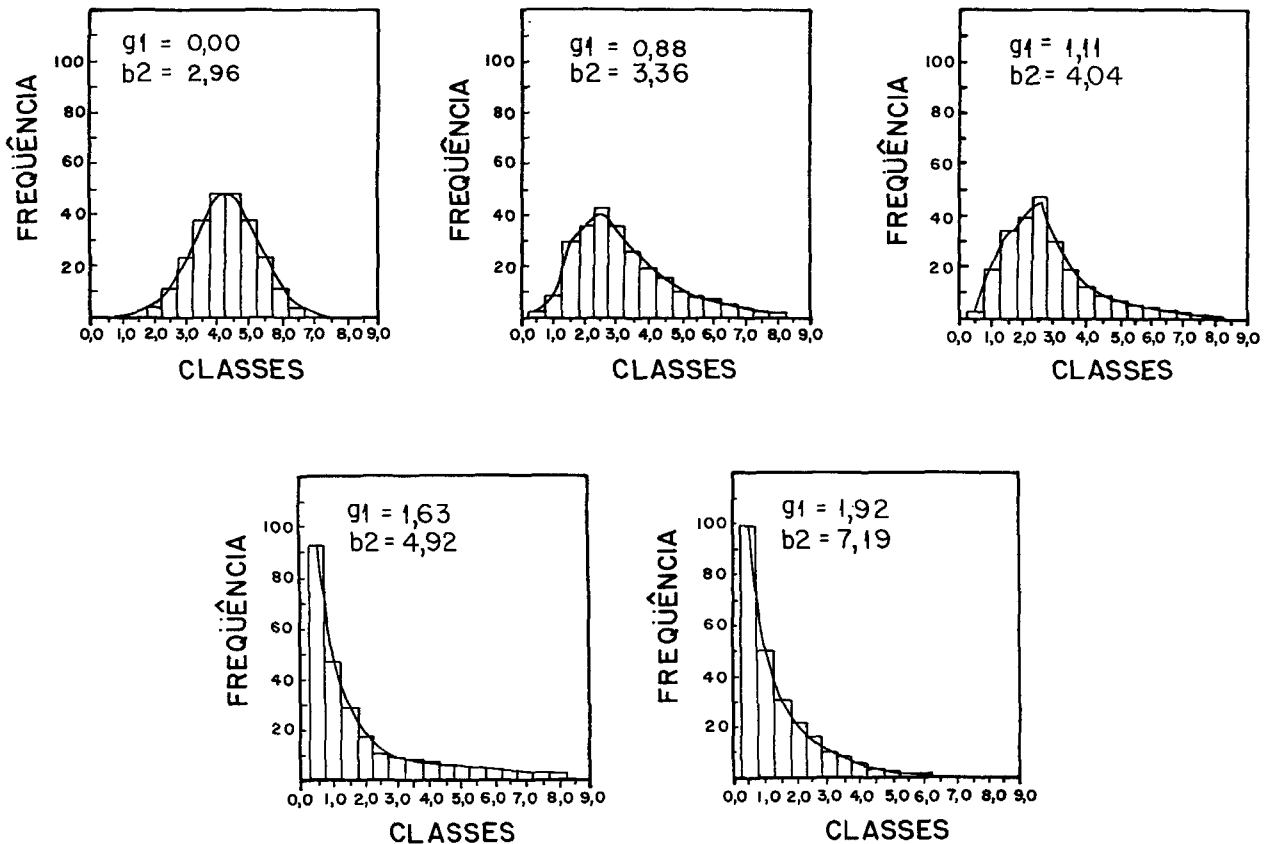


Figura 1. Gráficos das distribuições para diferentes valores de g_1 e b_2

A maior rejeição com o menor efeito de blocos, nos casos em que não houve correção, é explicada pelo fato de que a variância dentro do tratamento corresponde à soma de duas variâncias, a devida a blocos e a do erro propriamente dito. Quando o efeito de blocos é menor, a distorção na variância final, para comparação dos testes, diminui e, portanto, os testes ficam mais sensíveis.

Quando aumentam a assimetria e a curtose, a possibilidade de distorção é maior, pois há tendência de aparecimento de valores mais afas-

tados das médias, possibilitando o aparecimento de amplitude maior na variância do erro.

Os testes de Bartlett, Cochran & F_{\max} , com correção para blocos, têm, nas várias distribuições, comportamento semelhante aos correspondentes, não corrigidos; à medida que aumentam a assimetria e a curtose, aumenta a porcentagem de rejeição da hipótese de nulidade de homogeneidade das variâncias, a qual não excedeu, no entanto, 14%, nos níveis mais elevados de afastamento da normalidade, enquanto nos testes sem correção chegou a 50%.

Quadro 1. Probabilidade (p_i) de ocorrência de valores nas diferentes classes de acordo com o tipo da distribuição (D_i), caracterizada pela média (m), desvio padrão (s), coeficiente de assimetria (g_1) e coeficiente de curtose (b_2)

Ponto médio da classe	Distribuições				
	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4
	P_i				
0,5	0,0002	0,007	0,016	0,369	0,396
1,0	0,0011	0,034	0,080	0,185	0,201
1,5	0,0049	0,117	0,140	0,115	0,121
2,0	0,0166	0,141	0,160	0,069	0,086
2,5	0,0440	0,169	0,192	0,046	0,064
3,0	0,0919	0,138	0,124	0,036	0,042
3,5	0,1498	0,103	0,080	0,032	0,032
4,0	0,1915	0,076	0,052	0,028	0,021
4,5	0,1915	0,062	0,040	0,024	0,014
5,0	0,1498	0,041	0,032	0,020	0,008
5,5	0,0919	0,034	0,024	0,017	0,005
6,0	0,0440	0,028	0,020	0,015	0,004
6,5	0,0166	0,021	0,016	0,013	0,003
7,0	0,0049	0,014	0,012	0,012	0,002
7,5	0,0011	0,008	0,008	0,010	0,001
8,0	0,0002	0,006	0,004	0,009	0,000
m	4,250	3,180	2,830	1,630	1,364
s	1,012	1,502	1,480	1,790	1,210
g_1	0,000	0,880	1,110	1,631	1,918
b_2	2,960	3,360	4,040	4,924	7,189

Quadro 2. Porcentagens de rejeição da hipótese de nulidade de variâncias iguais nos testes de Bartlett, Cochran e Hartley, após a correção para blocos (BC, CC e $F_{\text{máx}}$) e sem correção (B, C, $F_{\text{máx}}$) e nos de Han e Shukla (S), considerando diferentes níveis de coeficientes de variação (CV), de efeitos de blocos (B_j) e de assimetria e curtose (AC)

CV	B_j	AC	BC	CC	$F_{\text{máx}}C$	B	C	$F_{\text{máx}}$	Han	S
%										
15	1	0	1,0	1,0	1,0	2,5	4,0	3,5	2,5	13,5
15	1	1	5,0	2,5	6,0	3,5	4,5	4,5	3,0	20,0
15	1	2	6,0	4,0	8,5	5,5	8,0	5,0	5,0	23,0
15	1	3	9,0	6,5	8,5	3,5	8,0	5,0	4,0	29,5
15	1	4	8,5	10,5	7,5	13,5	16,5	10,5	4,0	28,0
15	2	0	1,5	1,0	2,0	4,5	6,0	5,5	6,5	11,5
15	2	1	2,0	1,5	2,5	7,0	7,5	9,0	7,0	13,0
15	2	2	4,5	1,5	6,0	13,5	13,0	19,0	7,0	19,0
15	2	3	8,5	6,0	9,0	26,0	15,5	21,5	4,5	30,5
15	2	4	6,0	9,5	6,5	23,0	24,0	24,5	6,5	26,5
15	3	0	1,5	0,5	4,0	4,0	6,0	4,0	4,0	13,0
15	3	1	3,0	4,0	4,5	14,5	10,0	13,5	4,0	15,5
15	3	2	3,5	2,0	4,0	23,0	17,5	18,5	4,5	21,5
15	3	3	14,0	4,5	13,5	47,5	22,0	47,0	10,0	30,5
15	3	4	11,5	10,0	8,0	39,0	28,0	35,5	14,0	32,5
25	1	0	0,0	0,5	0,5	2,5	2,0	4,5	4,0	12,5
25	1	1	3,0	3,5	4,5	10,0	6,0	15,0	7,5	17,0
25	1	2	3,5	3,0	3,5	16,5	13,0	13,0	6,5	21,0
25	1	3	13,5	8,0	14,0	23,0	16,5	18,0	5,0	31,0
25	1	4	12,0	11,0	12,5	26,5	26,0	25,0	7,0	39,5
25	2	0	1,0	0,5	1,5	4,5	7,0	4,0	5,5	12,5
25	2	1	2,5	1,5	3,0	9,0	5,5	13,0	8,0	11,0
25	2	2	4,0	1,0	5,5	17,0	14,5	15,5	6,5	19,0
25	2	3	12,0	5,5	13,5	45,0	20,0	48,0	8,0	35,0
25	2	4	10,0	11,5	9,5	37,5	31,5	34,5	11,0	29,5
25	3	0	1,0	1,0	2,0	5,0	7,5	4,5	4,0	9,0
25	3	1	1,5	2,5	1,0	9,0	10,5	10,0	5,5	14,5
25	3	2	3,0	3,0	2,5	22,0	18,5	21,5	7,0	18,0
25	3	3	10,5	4,5	10,5	50,0	27,5	51,0	12,5	31,5
25	3	4	11,5	7,5	10,0	38,5	32,5	37,0	13,5	25,5
Médias			5,9	4,3	6,2	17,9	14,3	18,0	6,6	21,8

Nos três níveis de efeito de blocos, os resultados do teste de Han foram semelhantes aos obtidos com os três testes feitos com correção; nestes, as porcentagens de rejeição de H_0 são significativamente inferiores às obtidas nos testes sem correção (Nagai et al., 1991), em condições de normalidade. Nas distribuições com coeficientes de assimetria superiores a 1,11 e de curtose maiores que 4,04, a porcentagem de rejeição foi superior a 5%. No teste de Han, embora os efeitos de blocos e de coeficientes de variação tenham sido significativos, a média de rejeição foi inferior a 10%, sendo menor quando o efeito de blocos foi mais acentuado.

No teste de Shukla, foram também ratificados os resultados de Nagai et al. (1991); as porcentagens de rejeição foram significativamente superiores às obtidas nos demais testes; neste trabalho, em condições de normalidade, chegou a 13%, quando a esperada era de 5%. A porcentagem de rejeição vai crescendo à medida que aumenta o afastamento da normalidade com valores, em alguns casos, inicialmente mais altos que os obtidos nos testes de Cochran, Bartlett e Hartley, não corrigidos para blocos, quando o CV é de 15%, e menores que os obtidos nos dois últimos testes quando o CV é de 25%, nos níveis médio e baixo do efeito de blocos. Nota-se, ainda, no teste de Shukla, uma tendência de porcentagens de rejeição mais altas que nos

três testes sem correção, em condições de normalidade, e um aumento em menor intensidade que nesses testes, para graus maiores de assimetria e curtose. Embora o efeito de blocos tenha sido significativo, como no teste de Cochran, com correção, a maior amplitude da diferença entre efeito médio de blocos foi inferior a 3%.

À exceção do teste de Cochran, com correção para blocos, onde foi menor a porcentagem de rejeição de H_0 , não houve diferença significativa entre os dois níveis mais altos de afastamento da normalidade.

O uso do teste de Bartlett tem sido desaconselhado para experimentos em blocos ao acaso, em razão de as variâncias amostrais não serem independentes entre si. Verifica-se, neste trabalho, que os resultados são superestimados em relação aos obtidos no teste com correção para blocos, ocorrendo o mesmo em relação aos de Cochran e Hartley, sem correção.

Na análise conjunta, considerando o modelo de efeitos fixos, observou-se que o teste de Shukla diferiu significativamente dos demais; os de Bartlett e Hartley não diferiram entre si, quando feitos com ou sem correção para blocos. As porcentagens de rejeição, pelo teste de Han, não diferiram das obtidas pelo $F_{m\acute{a}x}$, com correção, e estiveram mais próximas das obtidas para os demais testes feitos com correção.

Quadro 3. Resultados do teste F correspondentes aos efeitos (FV) de níveis de coeficientes de variação (CV), blocos (B), assimetria e curtose (AC) e interações duplas correspondentes, nas análises da variância das porcentagens de rejeição da hipótese de homogeneidade pelos testes de Bartlett, Cochran, e $F_{m\acute{a}x}$, com correção para blocos (BC, CC, $F_{m\acute{a}x}$) e sem correção (B, C, $F_{m\acute{a}x}$) e nos testes de Han e de Shukla (S)

FV	Testes							
	BC	CC	$F_{m\acute{a}x}C$	B	C	$F_{m\acute{a}x}$	Han	S
CV	0,56	0,03	0,60	41,36*	11,16*	35,93*	9,95*	0,03
B	1,39	3,45*	0,41	84,07*	87,13*	55,12*	5,68*	4,39*
AC	6,21*	55,77*	25,14*	156,49*	88,50*	100,96*	3,86*	82,45*
CV x B	0,91	0,09	1,59	16,87*	0,63	9,60*	0,40	2,22
CV x AC	2,03	0,07	2,01	6,33*	3,63*	4,95*	0,92	1,24
B x AC	1,09	1,38	1,51	10,32*	0,99	10,90*	1,82	1,37

4. CONCLUSÕES

1. Em todos os testes à medida que cresceu a assimetria e a curtose da distribuição, aumentou a rejeição da hipótese de variâncias iguais.

2. Nos diferentes níveis de assimetria e curtose, o teste de Han apresentou resultados semelhantes aos de Bartlett, Cochran e $F_{máx}$ quando aplicados após a correção para blocos; nesses testes, as porcentagens de rejeição da hipótese das variâncias iguais foram superiores à esperada, 5%, quando os coeficientes de assimetria e de curtose foram maiores que 1,11 e 4,04 respectivamente.

3. Em distribuições com assimetria positiva e curtose maior que 3, o teste de Shukla e os de Bartlett, Cochran e Hartley, sem correção para blocos, apresentaram porcentagens de rejeição da hipótese de nulidade (de homogeneidade das variâncias), com valores mais altos que os correspondentes com correção.

4. A porcentagem de rejeição da hipótese de homogeneidade das variâncias nos testes feitos sem correção e no de Shukla foi altamente influenciada pela falta de normalidade, principalmente quando o efeito de blocos foi pequeno.

5. Os coeficientes de variação estudados, 15 e 25%, não influenciaram sobre as porcentagens de rejeição de H_0 nos testes feitos com correção para blocos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARTLETT, M.S. Properties of sufficiency and statistical tests. *Proceedings of the Royal Society of London*, serie A, London, **160**:268-282, 1937.
- BOX, G.E.P. Non-normality and tests on variances. *Biometrika*, London, **40**:318-335, 1953.
- BOX, G.E.P. Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems: I. Effect of inequality of variance in the one-way classification. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, **25**:290-302, 1954.
- COCHRAN, W.G. The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total. *Annals of Eugenics*, London, **22**(11):47-52, 1947.
- COCHRAN, W.G. & COX, G.M. *Experimental designs*. 2.ed. London, John Wiley, 1957. 611p.
- CONAGIN, A. Uso do teste de Bartlett nos delineamentos fundamentais. In: SEMINÁRIOS DE ESTATÍSTICA APLICADA, 3., Piracicaba, 1950. Campinas, Instituto Agrônomo, 1950. p.109--113.
- HAN, C.-P. Testing the homogeneity of variances in a two-way classification. *Biometrics*, Tucson, **25**(1):153-158, 1969.
- HARTLEY, H.O. The use of range in analysis of variance. *Biometrika*, London, **37**:271-280, 1950.
- NAGAI, V.; CONAGIN, A. & IGUE, T. Sensibilidade de diferentes testes de homogeneidade das variâncias. *Revista de Agricultura*, Piracicaba, **66**(1):65-76, 1991.
- PIMENTEL GOMES, F. *Curso de estatística experimental*. 11.ed. São Paulo, Nobel, 1985. 466p.
- SHUKLA, G.K. An invariant test for the homogeneity of variances in a two-way classification. *Biometrics*, Raleigh, **28**(4):1063-1072, 1972.
- WADA, R.S. *A questão da heterocedasticia na comparação de duas médias*. Piracicaba, 1985. 108p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - ESALQ - USP, 1985.