MÉTODO DA TAXA INTERNA DE RETORNO — CASO DE TAXAS MÚLTIPLAS

Adary Oliveira

1. INTRODUÇÃO

Os métodos de engenharia econômica têm sido minuciosamente analisados e comparados entre si por estudiosos, resultando daí observações que desaconselham suas aplicações em casos diversos. Dos métodos conhecidos, um dos mais discutidos tem sido o da Taxa Interna de Retorno, no caso particular que apresenta múltiplas taxas.

O presente artigo analisa comparativamente os procedimentos sugeridos por Ezra Solomon e Pierre Massé para o caso em que ocorrem múltiplas taxas internas de retorno num projeto de investimento.

Acrescenta uma descrição sumária do método da taxa interna de retorno e sugere um outro procedimento para eliminação da dualidade. Conclui afirmando que o método da TIR não deve ser aplicado para problemas que apresentem mais de uma inversão do fluxo de caixa.

2. DEFINIÇÕES

A taxa interna de retorno é a taxa de desconto que faz com que o valor atribuído a receitas futuras iguale o custo do investimento, isto é, a taxa que anula o valor atual do projeto.

Na linguagem do analista financeiro, a taxa interna de retorno de um projeto de investimento é a taxa que iguala o valor atual das saídas de caixa, prevista ao valor atual das entradas estimadas.

Matematicamente, a taxa interna de retorno de um projeto é a taxa de desconto r, real e não-negativa, para o qual se verifica a relação.

$$\sum_{j=0}^{n} P_j (1 + r)^{-n} = 0$$

Os projetos de investimento em que

$P_o < 0$

$P_j \geq 0$ para $j = 1, 2, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ n$

e

$$\sum_{j=1}^{n} P_j > -P_o$$

ou, de uma maneira mais geral, em que

$P_o < 0$

$P_j \leq 0$ para $j = 1, 2 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ k$

$P_j \geq 0$ para $j = k + 1, K + 2, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ n$

$$\sum_{j=k+1}^{n} P_J > - \sum_{j=0}^{k} P_j$$

terão sempre uma taxa de retorno *r*, real e não-negativa, e será única. São caracterizados, conforme se pode notar pelas expressões anteriores, por duas propriedades:

- só há uma mudança de sinal na seqüência de seus fluxos de caixa;

- após um espaço de tempo em que as despesas excedem ou igualam as receitas, passamos a ter, até o fim do horizonte de dados, receitas superiores ou iguais às despesas.

Há, entretanto, certas espécies de projetos, não-enquadrados no tipo mencionado, em que é possível a existência de mais de uma taxa, real não-negativa, que anule o valor atual do projeto, constituindo assim exemplos de taxas múltiplas de retorno.

A escolha ou determinação da taxa interna de retorno mais adequada para esses tipos de projeto é aquela abordada nas análises de Ezra Solomon e Pierre Massé, que a seguir são consideradas.

3. ANÁLISE DE EZRA SOLOMON

O autor inicia a análise através de um exemplo:

"Suponhamos que a proposta que está sendo alvo de consideração seja a instalação de uma sonda petrolífera que extrairia do subsolo uma quantidade fixa de petróleo mais rapidamente do que a que está em uso. Suponhamos que, operando-se a sonda existente, o investidor possa esperar US$ 10.000 ao fim de um ano e US$ 10.000 no fim do segundo ano. Suponhamos que, instalando a sonda maior com um custo líquido atual de US$ 1.600, ele possa esperar US$ 20.000 no fim de um ano e nada no fim de dois anos. A instalação da segunda sonda pode ser considerada como um projeto que possui as seguintes características de fluxo de caixa:

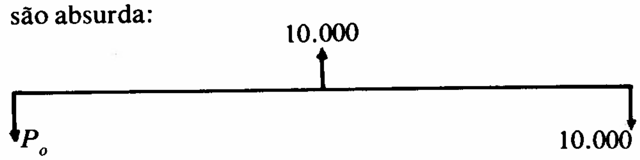
Período	Fluxo de caixa incremental relativo ao incremento (em dólares)
t_0	− 1.600
t_1	+ 10.000
t_2	− 10.000

Tendo sido efetuado o cálculo para determinação da taxa que iguale a zero a soma algébrica das saídas e das entradas de caixa descontadas, foram encontrados dois valores: 25% e 400%.

O autor indaga: "Qual das duas taxas é a medida correta do valor do investimento do projeto, 25% ou 400%?

E responde textualmente: "Nenhuma dessas taxas constitui uma medida do valor do investimento, nenhuma é importante para a lucratividade do projeto em consideração e nenhuma, portanto, é correta. Seu defeito prende-se à aplicação incorreta da 'prescrição normal' para a identificação da taxa de retorno."

Critica a validade de aceitação de qualquer taxa calculada com o seguinte exemplo que indica uma conclusão absurda:



Valor de P_o	Taxa interna de retorno
0	0%
827	10%
1.600	25%
2.500	100%

Quanto maior o valor da instalação da sonda maior a taxa interna de retorno.

O autor sugere que os valores antecipados da receita, no caso dos US$ 10.000, sejam reaplicados à taxa de mercado, 23%, até o final do período. O montante obtido, US$ 12.300, subtraído dos US$ 10.000 correspondentes ao período t_2, resultaria em US$ 2.300. Para que o investimento de US$ 1.600 possa no final de dois anos corresponder ao montante de US$ 2.300, a taxa interna de retorno deverá ser de aproximadamente 20%.

E conclui: "Utilizando-se esse método, pode-se encontrar uma taxa de retorno única e significativa para qualquer grupo de entradas e saídas de caixa."

4. ANÁLISE DE PIERRE MASSÉ

Massé denomina de $B(i) = 0$ a equação de *n*-ésimo grau que será usada na determinação das taxas múltiplas, sendo *B* o valor presente líquido das entradas e saídas de caixa; $B(i)$, é uma função não-monotonicamente decrescente e $B(i) = 0$ é uma equação com raízes positivas ou negativas, reais ou imaginárias.

Supondo ser i_o a taxa de mercado, pressupõe a existência de duas situações:

a) $B(i_o) \geq 0$
b) $B(i_o) \leq 0$

No primeiro caso, $B(i_O) \geq 0$, admitindo que $B(i)$ se tornará negativo quando *i* tender para o infinito — $B(oc) < 0$ — argumenta o autor que existirá pelo menos uma raiz real entre os pontos de abscissa *i* e $+ oc$, e admite como taxa interna de retorno a menor delas, a mais próxima de i_o.

Sendo *r* a raiz, teremos

$$B(r) = 0 \text{ e } \frac{dB}{dr}(r) < 0$$

No segundo caso, $B(i_o) \leq 0$, admite o autor que, para valores pequenos de *i* $(i = -1 + \epsilon)$, a função assumiria valores positivos, $B(-1 + \epsilon) > 0$, e haveria pelo menos uma raiz real entre i_o e $-1 + \epsilon$. A taxa interna de retorno seria a maior das raízes, a mais próxima de i_o.

Sendo r' essa raiz

$$B(r') = 0 \text{ e } \frac{dB}{dr}(r') < 0$$

Sumarizando, conclui que a taxa de retorno é um número r, próximo da taxa de mercado i_o, *tal que*

$$B(r) = 0, \frac{dB}{dr} < 0 \quad \text{e}$$

r é maior ou menor que i_o conforme $B(i_o)$ seja maior ou menor que zero.

5. COMENTÁRIOS E ANÁLISE COMPARATIVA

O que o autor Ezra Solomon sugere é que as saídas de caixa, isto é, os rendimentos sejam levados para tempo futuro a uma taxa igual à do mercado, de modo a eliminar as inversões intermediárias do fluxo de caixa. O novo fluxo apresentar-se-ia com uma única taxa interna de retorno. No exemplo dado, a taxa assim obtida foi de 20% aproximadamente (19,896%).

Do mesmo modo, pode-se sugerir que as entradas de caixa, isto é, as novas inversões, sejam trazidas para o presente, instante inicial, à taxa de mercado vigente, que eliminaria as inversões intermediárias. O novo fluxo também se apresentaria com uma única taxa de retorno. No exemplo considerado, ela seria de 21,8%.

Em resumo, o método sugerido por Solomon transformaria o projeto num outro em que um investimento inicial de US$ 1.600 gerasse, a uma taxa de 20%, um montante de US$ 2.300, no final de dois anos. O que é sugerido transformaria o projeto num outro em que um investimento inicial de US$ 8.209 gerasse, a uma taxa de 21,8%, um montante de US$ 10.000, no final de um ano. Não havendo restrição de capital, o último seria mais interessante.

O autor Pierre Massé comete duas omissões na sua explanação.

Primeiramente, $B(-1 + \epsilon)$ só é positivo quando $B(0)$ o é; o que pode ser traduzido pela expressão

$$\sum_{j=1}^{n} P_j > -P_o$$

Isso, aliás, pode ser verificado no exemplo apresentado por Solomon, onde $B(0) = -1.600$ e, portanto, para $i_o = 23\%$, $B(i_o) < 0$; e não há nenhum valor positivo de $B(i)$ entre i_o e $-1 + \epsilon$

Em segundo lugar, entre $i_o > 0$ e $-1 + \epsilon$ pode ocorrer um valor de r entre -1 e 0 e portanto $r < 0$, o que contraria a sua definição.

Considere-se agora um exemplo onde se possa fazer uma análise comparativa entre os três métodos comentados. Seja um projeto com o seguinte fluxo de caixa:

Período	Fluxo de caixa
t_0	− 156.000
t_1	+ 608.400
t_2	− 789.360
t_3	+ 340.704

onde

$P_0 = -156.000 \longrightarrow P_0 < 0$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 608.400 - 789.360 + 340.704 = 159.744$$

$159.744 > 156.000$
$P_1 + P_2 + P_3 > -P_0$

O projeto apresenta três taxas internas de retorno: 20, 30 e 40%. Para uma taxa de mercado de 15%, faz-se a seguir a aplicação dos três métodos:

a) Método de Solomon

O método de Solomon não resolveria esse problema. A aplicação de US$ 608.400 por um período, a 15%, daria US$ 699.660 inferior a US$ 789.360, o que não eliminaria a inversão de fluxo intermediária como se pretendia.

b) Método sugerido

$-156.000 - 789.360\,(1 + 0{,}15)^{-2} + 608.400\,(1 + r)^{-1} + 340.704\,(1 + r)^{-2} = 0$ a solução da equação dá como raiz
$r = 0{,}18878$ ou $r = 18{,}9\%$

c) Método de Massé

$B(i) = -156.000 + 608.400\,(1 + i)^{-1} - 789.360\,(1 + i)^{-2} + 340.704\,(1 + i)^{-3}$
$i_o = 0{,}15$
$B(i_o) = 192{,}32 > 0$

Entre i_o e $+\infty$ existem as raízes reais $r_1 = 0{,}20$, $r_2 = 0{,}30$ e $r_3 = 0{,}40$, sendo a menor delas $r_1 = 0{,}20$; então a taxa interna de retorno será $r = 0{,}20$ ou $r = 20\%$

Admitindo-se agora que a taxa de mercado seja de 25% e aplicando-se os três métodos, tem-se:

d) Método de Solomon

Da mesma maneira não pode ser aplicada pois 608.400 (1,25) = 760.500 < 789.360, não eliminando assim a inversão do fluxo de caixa (a inversão só seria eliminada para taxas iguais ou superiores a 30%);

e) Método sugerido

$-156.000 - 789.360\,(1 + 0{,}25)^{-2} + 608.400\,(1 + r)^{-1} + 340.704\,(1 + r)^{-2} = 0$, resolvendo $r = 0{,}31270$ ou $r = 31{,}3\%$

f) Método de Massé

$i_o = 0{,}25$
$B(i_o) = -29{,}95 < 0$

Entre i_o e $-1 + \epsilon$ existe a raiz real $r = 0{,}20$ que é a taxa interna de retorno: 20%.

6. CONCLUSÃO

Os três métodos apresentados, apesar de acompanhados de fundamento lógico, apresentam resultados conflitantes e até mesmo absurdos quando aplicados a um mesmo problema.

Tal ocorre sobretudo porque quando se admite uma taxa de mercado como base de comparação, subentende-se que esta traduza o resultado de um projeto cujo modelo é do tipo descrito no item 2 deste trabalho, conhecido como modelo tipo convencional. Assim, a comparação de problemas de modelos diferentes, um convencional e um não convencional, não pode apresentar resultados de coerência irrefutável.

Conclui-se, portanto, afirmando que o método da taxa interna de retorno é um método válido para problemas do tipo descrito no item 2, não devendo ser aplicado para aqueles que apresentem mais de uma inversão do fluxo de caixa. □

BIBLIOGRAFIA

Solon, Ezra. *The Arithmetic of capital — Bual geting decisions. Journal of Business,* v. 29, Apr. 1956.

Massé, Pierre. *Optimal investment decisions.* Prentice-Hall, 1962. cap. 1.

Faro, Clovis J.D.L.D. de *Engenharia econômica — elementos.* Rio de Janeiro, APEC, 1972.

Van Horne, James C. *Política e administração financeira.* Trad. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1974.