Tabelas de Polinômios para Interpolação da Equação de Mitscherlich

FREDERICO PIMENTEL GOMES
e
IZAÍAS RANGEL NOGUEIRA

Assistentes de Matemática da E. S. A. "Luiz de Queiroz"
da Universidade de S. Paulo

ÍNDICE

1 — INTRODUÇÃO

PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949) indicaram a marcha a seguir para a interpolação da equação de MITSCHERLICH a dados experimentais pelo método dos quadrados mínimos, que equivale, no caso em apreço ao da máxima verossimilhança ("maximum likelihood"). Infelizmente, porém, a marcha a seguir era bastante laboriosa.

Agora, porém, apresentamos uma série de seis tabelas de funções, que permitem uma interpolação rápida e precisa.

2 — OS POLINÔMIOS TABULADOS

Admitimos o caso de uma experiência com testemunha e quatro tratamentos com as doses *q*, *2q*, *3q*, *4q* de elemento fertilizante ou adubo. Preferimos tomar por base êsse caso porque nêle o número de tratamentos não é excessivo e conduz a uma análise de variância com dois graus de liberdade para a correlação pela lei de MITSCHERLICH (PIMENTEL GOMES (1950a) e (1950b).

A equação em c a ser resolvida é então

$$\begin{vmatrix} \Sigma yi & n & \Sigma 10^{-c\,xi} \\ \Sigma xiyi\ 10^{-c\,xi} & \Sigma xi\ 10^{-c\,xi} & \Sigma xi\ 10^{-2c\,xi} \\ \Sigma yi\ 10^{-c\,xi} & \Sigma 10^{-c\,xi} & \Sigma 10^{-2c\,xi} \end{vmatrix} = 0.$$

onde $x1 = 0$, $x2 = q$, $x3 = 2q$, $x4 = 3q$, $x5 = 4q$ e $y1$, $y2$, $y3$, $y4$, $y5$ representam as produções obtidas com as doses x correspondentes. Podemos tomar $z = 10^{-cq}$ e obtemos a nova equação

$$\begin{vmatrix} \Sigma yi & n & \Sigma z^{i-1} \\ \Sigma xi\ yi\ z^{i-1} & \Sigma xi\ z^{i-1} & \Sigma xi\ z^{2i-2} \\ \Sigma yi\ z^{i-1} & \Sigma z^{i-1} & \Sigma\ z^{2i-2} \end{vmatrix} = 0$$

Podemos dividir por z a segunda linha e fixar $n = 5$. Para simplificar, ainda, tomamos q como unidade, de sorte que fica $x1 = 0$, $x2 = 1$, $x3 = 2$, $x4 = 3$, $x5 = 4$. O determinante, escrito por extenso, será o seguinte:

$$\begin{vmatrix} (y1+y2+y3+y4+y5) & 5 & (1+z+z^2+z^3+z^4) \\ (y2+2zy3+3z^2y4+4z^3y5) & (1+2z+3z^2+4z^3) & (z+2z^3+3z^5+4z^7) \\ (y1+zy2+z^2y3+z^3y4+z^4y5) & (1+z+z^2+z^3+z^4) & (1+z^2+z^4+z^6+z^8) \end{vmatrix} = 0$$

O desenvolvimento dêsse determinante nos dá:

$$y1\,(3z - 3z^2 + 3z^3 - 9z^4 + 6z^5 - 8z^6 + 13z^7 - 3z^8 - z^9 - z^{10}) +$$

$$+ y2\,(-3 + 2z + 3z^2 + z^3 + z^4 - 6z^5 + 3z^6 - 8z^7 + 9z^8 - z^9 - z^{10}) +$$

$$+ y3\,(1 - 7z + 6z^2 + z^3 + 3z^4 - 3z^6 - z^7 - 6z^8 + 7z^9 - z^{10}) +$$

$$+ y4\,(1 + z - 9z^2 + 8z^3 - 3z^4 + 6z^5 - z^6 - z^7 - 3z^8 - 2z^9 + 3z^{10}) +$$

$$+ y5\,(1 + z + 3z^2 - 13z^3 + 8z^4 - 6z^5 + 9z^6 - 3z^7 + 3z^8 - 3z^9) = 0.$$

Êstes cinco polinômios são, porém, divisíveis por $(z - 1)^3$, conforme se deduz de um trabalho de NOGUEIRA (1950). Feita a divisão, obtemos:

$$y1\,(3z + 6z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 12z^5 + 4z^6 + z^7) +$$

$$+ y2\,(-3 - 7z - 9z^2 - 8z^3 - 3z^4 + 4z^6 + z^7) +$$

$$+ y3\,(1 - 4z - 9z^2 - 13z^3 - 13z^4 - 9z^5 - 4z^6 + z^7) +$$

$$+ y4\,(1 + 4z - 3z^3 - 8z^4 - 9z^5 - 7z^6 - 3z^7) +$$

$$+ y5\,(1 + 4z + 12z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 6z^5 + 3z^6) = 0.$$

São estes polinômios, coeficientes dos diversos valores de y, que devemos tabular, afim de facilitar a resolução da equação.

Os valores de z que interessam à tabulação são os que vão de 0 a 1, pois, sendo

$$z = 10^{-c},$$

uma vez que tomamos q como unidade, e que temos $c > 0$, é claro que fica

$$0 < z < 1.$$

O cálculo das tabelas não poderia ter sido feito sem o auxílio inestimável do pessoal e máquinas especializados da Seção de Estatística da "Luiz de Queiroz", gentilmente cedidos pelo Prof. F. G. Brieger.

3 — UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Numa experiência de calagem de trigo realizada em Ponta Grossa, Paraná, pelo Ministério de Agricultura, aplicou-se cal extinta (hidróxido de cálcio) nas doses de 0, 2, 4, 6 e 8 toneladas por hectare. Utilizou-se um quadro latino de 5 x 5. A cal foi aplicada em 1940 e o trigo foi cultivado de 1940 a 1948 nas mesmas parcelas. Os dados de 1942 são dados a seguir.

Dose de cal	0	2	4	6	8
Colheita média (kg/ha)	984	1386	1458	1486	1464

A equação a resolver será, pois,

$$R(z) = 984\ J1\ (z) + 1386\ J2\ (z) + 1458\ J3\ (z) + \\ + 1486\ J4\ (z) + 1464\ J5\ (z) = 0,$$

onde $J1(z)$, $J2(z)$, etc., são os polinômios tabulados.
Para $z = 0$ as tabelas nos dão:

$$J1\ (z) = 0,\ J2\ (z) = -3,\ J3\ (z) = J4\ (z) = J5\ (z) = 1.$$

Logo fica:

$$R\ (0) = 984 \times 0 - 1386 \times 3 + 1458 \times 1 + \\ + 1486 \times 1 + 1464 \times 1 = 250$$

Para $z = 1$ obtemos analogamente

$$R\ (1) = 984 \times 50 - 1386 \times 25 - 1458 \times 50 - 1486 \times 25 + \\ + 1465 \times 50 = -22300\,.$$

Como $R(0)$ e $R(1)$ têm sinais contrários, existe, de fato, a raiz procurada entre 0 e 1. Essa raíz deve estar mais próxima do 0 do que 1, como se vê fàcilmente. Tentemos então, por exemplo, $z = 0{,}4$. Vem, com o auxílio das tabelas,

$$R(0{,}4) = 984 \times 3{,}376 - 1386 \times 7{,}811 - 1458 \times 3{,}312 + \\ + 1486 \times 2{,}077 + 1464 \times 5{,}669 = -947{,}120.$$

Logo, a raíz está entre zero e 0,4, ficando mais próxima de zero. Tomemos, pois, $z = 0{,}1$. Obtemos, ainda com o auxílio das tabelas,

$$R(0{,}1) = 984 \times 0{,}373 - 1386 \times 3{,}798 + 1458 \times 0{,}496 + \\ + 1486 \times 1{,}396 + 1464 \times 1{,}533 = 144{,}940\,.$$

Como $R(0{,}1)$ é positivo e $R(0{,}4)$ é negativo, a raíz estará entre 0,1 e 0,4. Seja, pois, $z = 0{,}25$. Fica :

$$R(0{,}25) = 984 \times 1{,}372 - 1386 \times 5{,}448 - 1458 \times 0{,}826 + \\ + 1486 \times 1{,}911 + 1464 \times 2{,}991 = -186{,}618\,.$$

A raíz está, pois, entre 0,1 e 0,25.

Até aqui, os cálculos poderiam ter sido feitos, sem nenhum prejuizo, com apenas duas decimais ou mesmo com uma só.

Agora, que já está localizada a raíz num intervalo bastante pequeno, podemos tentar determiná-la com métodos mais precisos.

Quando z varia de 0,1 e 0,25, isto é, quando sofre um acréscimo de 0,15, o acréscimo de $R(z)$ é

$$144{,}940 - (-186{,}618) = 331{,}558 \sim 332\,.$$

Fazemos uma regra de três :

$$\begin{array}{lcl} 0{,}15 & \text{———————} & 332 \\ x & \text{———————} & 145. \end{array}$$

Obtemos $x = 0{,}066$. Temos então, como melhor estimativa da raíz, $z = 0{,}1 + 0{,}066 = 0{,}166$. A raíz verdadeira estará nas proximidades dêste valor. Tomemos, $z = 0{,}16$. Obtemos

$$R(0,16) = 45,130.$$

A raíz está, pois, entre 0,16 e 0,25. A nova regra de três

$$\begin{array}{lcr} 0,09 & \text{———————} & 232 \\ x & \text{———————} & 45 \end{array}$$

nos dá x = 0,02, logo z = 0,16 + 0,02 = 0,18. Temos, porém,

$$R(0,18) = 3,600.$$

A raíz está, pois, entre 0,18 e 0,25, muito próxima do primeiro valor. Nova regra de três indica que a raíz estará entre 0,18 e 0,19. Façamos, então, z = 0,19 e obteremos

$$R(0,19) = -18,032$$

A nova regra de três será

$$\begin{array}{lcr} 0,01 & \text{———————} & 21,63 \\ x & \text{———————} & 3,6 \ , \end{array}$$

logo x = 0,0017. A raíz será, pois, aproximadamente,

$$z = 0,18 + 0,0017 = 0,1817.$$

Temos, pois,

$$10^{-c.2} = 0,1817.$$

logo

$$c = \frac{\text{colog } 0,1817}{2} = 0,3703.$$

4 — O CÁLCULO DE A

O valor de A é dado pela fórmula

$$A = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma\ y & \Sigma z^{i-1} \\ \Sigma\ y\ z^{i-1} & \Sigma z^{2i-2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & \Sigma z^{i-1} \\ \Sigma\ z^{i-1} & \Sigma z^{2i-2} \end{vmatrix}}$$

ou ainda

$$(4,1)A = \frac{1}{P(z)} \left[\begin{array}{l} y1(-z-z^3+z^6+z^8)+y2(1-z-z^3-z^5+z^6+z^8)+ \\ +y3(1-z^3-z^5+z^8)+y4(1+z^2-z^3-z^5-z^7+z^8)+ \\ +y5(1+z^2-z^5-z^7) \end{array} \right]$$

onde

$$P(z) = 4 - 2z + 2z^2 - 4z^3 - 4z^5 + 2z^6 - 2z^7 + 4z^8.$$

Êste último polinômio também foi tabulado. Os outros polinômios que aparecem em (4,1) são calculados com facilidade, principalmente se utilizarmos as tábuas de BARLOW.

No caso do exemplo acima, temos

$$P(0{,}18) = 3{,}6808\,,$$
$$P(0{,}19) = 3{,}6639\,.$$

Por interpolação, achamos

$$P(0{,}1817) = 3{,}6779\,.$$

E obtemos

$$A = \frac{1}{3{,}6779}\left[\begin{array}{l} -\ 984 \times 0{,}18766 + 1386 \times 0{,}81214 + \\ +\ 1458 \times 0{,}99380 + 1486 \times 1{,}02681 + \\ +\ 1464 \times 1{,}03281 \end{array}\right]$$
$$= 1475{,}8.$$

Finalmente,

$$b = \frac{1}{c}\log\frac{A\ (1 + z + z^2 + z^3 + z^4)}{5A - (y1 + y2 + y3\ \ y4 + y5)}$$
$$= \frac{1}{c}\log 3{,}0022$$
$$= 1{,}2893.$$

Logo a equação de MITSCHERLICH para o caso em estudo é:

$$y = 1475{,}8\ [1 - 10^{-0{,}3703\ (x\ +\ 1{,}2893)}]\,.$$

5 — UMA PROPRIEDADE IMPORTANTE

Os polinômios tabulados

$$J1\ (z) = 3z + 6z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 12z^5 + 4z^6 + z^7,$$
$$J2\ (z) = -3 - 7z - 9z^2 - 8z^3 - 3z^4 + 4z^6 + z^7,$$
$$J3\ (z) = 1 - 4z - 9z^2 - 13z^3 - 13z^4 - 9z^5 - 4z^6 + z^7\,,$$
$$J4\ (z) = 1 + 4z - 3z^3 - 8z^4 - 9z^5 - 7z^6 - 3z^7\,,$$
$$J5\ (z) = 1 + 4z + 12z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 6z^5 + 3z^6$$

têm a importante propriedade de que

$$(5,1) \quad J1\ (z) + J2\ (z) + J3\ (z) + J4\ (z) + J5\ (z) = 0 .$$

Esta propriedade nos permitiu verificar os cálculos dos valores das tabelas dêsses polinômios. Entretanto, devido às aproximações usadas para fazer figurarem nas tabelas apenas três decimais, há, em alguns casos, pequena diferença, de um milésimo, na verificação da identidade (5,1).

6 — TABELAS DOS POLINÔMIOS

Os polinômios tabulados são:

$$J1\ (z) = 3z + 6z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 12z^5 + 4z^6 + z^7,$$
$$J2\ (z) = -3 - 7z - 9z^2 - 8z^3 - 3z^4 + 4z^6 + z^7,$$
$$J3\ (z) = 1 - 4z - 9z^2 - 13z^3 - 13z^4 - 9z^5 - 4z^6 + z^7,$$
$$J4\ (z) = 1 + 4z - 3z^3 - 8z^4 - 9z^5 - 7z^6 - 3z^7,$$
$$J5\ (z) = 1 + 4z + 12z^2 + 12z^3 + 12z^4 + 6z^5 + 3z^6$$
$$P(z) = 4 - 2z + 2z^2 - 4z^3 - 4z^5 + 2z^6 - 2z^7 + 4z^8 .$$

z	J1(z)	J2(z)	J3(z)	J4(z)	J5(z)	P(z)
0,00	0,000	-3,000	1,000	1,000	1,000	4,0000
0,01	0,031	-3,071	0,959	1,040	1.041	3,9802
0,02	0,062	-3,144	0,916	1,080	1,085	3,9608
0,03	0,096	-3,218	0,872	1,120	1,131	3,9417
0,04	0,130	-3,295	0.825	1,160	1,180	3,9229
0,05	0,166	-3,374	0,776	1,200	1,232	3,9045
0,06	0,204	-3,454	0,725	1,239	1,286	3,8863
0,07	0,244	-3,537	0,671	1,279	1,343	3,8684
0,08	0,285	-3,622	0,615	1,318	1,403	3,8507
0,09	0,328	-3,709	0,557	1,357	1,467	3,8333
0,10	0,373	-3,798	0.496	1,396	1,533	3,8160
0,11	0,421	-3,890	0,432	1,435	1,603	3,7988
0,12	0,470	-3,984	0,365	1,473	1,676	3,7818
0,13	0,522	-4,081	0,295	1,511	1,753	3,7649
0,14	0,576	-4,179	0,222	1,548	1,833	3,7480
0,15	0,633	-4,281	0,146	1,585	1,917	3,7312
0,16	0,692	-4,385	0,067	1,621	2,005	3,7144
0,17	0,754	-4,492	-0,016	1,657	2,097	3,6976
0,18	0,819	-4,601	-0,103	1,692	2,193	3,6808
0,19	0,888	-4,713	-0,193	1,726	2,293	3,6639
0,20	0,959	-4,829	-0,288	1,760	2,397	3.6468
0,21	1.034	-4,946	-0,387	1,792	2,506	3,6297
0,22	1,113	-5,067	-0,490	1,824	2,620	3,6123
0,23	1,195	-5,191	-0,597	1,854	2,739	3,5948

z	J1(z)	J2(z)	J3(z)	J4(z)	J5(z)	P(z)
0,24	1,282	-5,318	-0,709	1,883	2,862	3,5771
0,25	1,372	-5,448	-0,826	1,911	2,991	3,5590
0,26	1,467	-5,581	-0,948	1,938	3,125	3,5407
0,27	1,566	-5,718	-1,075	1,962	3,265	3,5220
0,28	1,670	-5,858	-1,208	1,986	3,410	3,5030
0,29	1,779	-6,001	-1,347	2,007	3,561	3,4835
0,30	1,893	-6,147	-1,491	2,027	3,718	3,4636
0,31	2,013	-6,297	-1,641	2,044	3,881	3,4432
0,32	2,138	-6,451	-1,798	2,059	4,051	3,4222
0,33	2,270	-6,608	-1,961	2,072	4,228	3,4007
0,34	2,407	-6,768	-2,132	2,082	4,411	3,3786
0,35	2,551	-6,933	-2,309	2,089	4,602	3,3558
0,36	2,701	-7,101	-2,494	2,094	4,800	3,3323
0,37	2,859	-7,272	-2,686	2,095	5,003	3,3081
0,38	3,023	-7,448	-2.886	2,093	5,218	3,2831
0,39	3,196	-7,627	-3,095	2,087	5,439	3,2573
0,40	3,376	-7,811	-3,312	2,077	5,669	3.2306
0,41	3,565	-7,998	-3,538	2,064	5,907	3,2030
0,42	3,762	-8,189	-3,773	2,046	6,154	3,1744
0,43	3,968	-8,385	-4,017	2,023	6,410	3,1448
0,44	4,184	-8,584	-4,271	1,996	6,676	3,1142
0,45	4,409	-8,788	-4,536	1,963	6,951	3.0825
0,46	4,644	-8,995	-4,811	1,925	7,237	3,0497
0,47	4,890	-9,207	5,097	1,881	7,532	3,0157
0,48	5,147	-9,423	-5,394	1,831	7,839	2,9805
0,49	5,415	-9,643	-5,703	1,774	8,156	2,9440
0,50	5,695	-9,867	-6,023	1,711	8,484	2,9062
0,51	5,988	-10,096	-6,357	1,640	8,825	2,8671
0,52	6,293	-10,328	-6,703	1,562	9,177	2,8266
0,53	6,611	-10,565	-7,063	1,475	9,542	2.7848
0,54	6,943	-10,807	-7,436	1,380	9,919	2,7414
0,55	7,289	-11,052	-7,823	1,276	10,310	2,6966
0,56	7,651	-11,302	-8,226	1,163	10,714	2,6503
0,57	8,027	-11,556	-8,643	1,040	11,132	2,6024
0,58	8,420	-11,814	-9,076	0,906	11,564	2,5530
0,59	8,829	-12,076	-9,525	0,761	12,011	2,5020
0,60	9,255	-12,342	-9.991	0,605	12,474	2,4495
0,61	9,699	-12,613	-10,474	0,436	12,952	2,3953
0,62	10,161	-12,887	-10,975	0,255	13,446	2,3395
0,63	10,643	-13,166	-11,494	0,061	13,957	2,2822
0,64	11,144	-13,448	-12,033	-0,148	14,485	2,2232
0,65	11,666	-13,734	-12,590	-0,371	15,030	2,1626
0.66	12,208	-14,024	-13,168	-0,610	15,593	2,1005
0,67	12,773	-14,318	-13,766	-0,865	16,176	2,0368
0,68	13,361	-14,616	-14,386	-1,136	16,777	1,9717
0,69	13,972	-14,917	-15,027	-1,425	17,398	1,9050
0,70	14,607	-15,221	-15,691	-1,733	18,039	1,8369

z	J1(z)	J2(z)	J3(z)	J4(z)	J5(z)	P(z)
0,71	15,267	-15,529	-16,379	-2,060	18,700	1,7675
0,72	15,954	-15,840	-17,090	-2,407	19,384	1,6967
0,73	16,667	-16,154	-17,826	-2,775	20,089	1,6248
0,74	17,408	-16,471	-18,587	-3,166	20,816	1,5518
0,75	18,177	-16,791	-19,374	-3,579	21,567	1,4777
0,76	18,977	-17,114	-20,188	-4,016	22,342	1,4028
0,77	19,806	-17,439	-21,030	-4,478	23,141	1,3271
0,78	20,668	-17,766	-21,900	-4,967	23,965	1,2509
0,79	21,562	-18,095	-22,800	-5,482	24,815	1,1742
0,80	22,490	-18,427	-23,729	-6,026	25,692	1,0972
0,81	23,452	-18,759	-24,689	-6,599	26,595	1,0203
0,82	24,450	-19,094	-25,680	-7,204	27,527	0,9435
0,83	25,486	-19,429	-26,704	-7,840	28,487	0,8671
0,84	26,559	-19,765	-27,762	-8,509	29,477	0,7915
0,85	27,672	-20,102	-28,854	-9,214	30,497	0,7168
0,86	28,826	-20,440	-29,980	-9,954	31,548	0,6434
0,87	30,021	-20,777	-31,143	-10,732	32,631	0,5717
0,88	31,259	-21,114	-32,343	-11,548	33,746	0,5020
0,89	32,542	-21,451	-33,581	-12,406	34,895	0,4347
0,90	33,871	-21,786	-34,858	-13,305	36,078	0,3702
0,91	35,247	-22,120	-36,175	-14,248	37,297	0,3090
0,92	36,672	-22,453	-37,533	-15,237	38,551	0,2516
0,93	38,146	-22,783	-38,933	-16,273	39,843	0,1985
0,94	39,672	-23,111	-40,376	-17,357	41,172	0,1503
0,95	41,252	-23,436	-41,863	-18,493	42,541	0,1076
0,96	42,886	-23,758	-43,395	-19,681	43,949	0,0709
0,97	44,576	-24,075	-44,974	-20,924	45,398	0,0411
0,98	46,324	-24,389	-46,600	-22,223	46,889	0,0188
0,99	48,131	-24,697	-48,275	-23,581	48,422	0,0049
1,00	50,000	-25,000	-50,000	-25,000	50,000	0,0000

7. UMA OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

A equação (2,1), depois de ordenada em relação a z, nos dá:

$$(y1 + y2 + y3 - y4)\, z^7 + (4y1 + 4y2 - 4y3 - 7y4 + 3y5)\, z^6 + (12y1 - 9y3 - 9y4 + 6y5)\, z^5 + (12y1 - 3y2 - 13y3 - 8y4 + 12y5)\, z^4 + (12y1 - 8y2 - 13y3 - 3y4 + 12y5)\, z^3 + 6y1 - 9y2 - 9y3 + 12y5)\, z^2 + (3y1 - 7y2 - 4y3 + 4y4 + 4y5)\, z + (-3y2 + y3 + y4 + y5) = 0.$$

Esta equação deverá ter pelo menos uma variação de sinal para que seja possivel a interpolação. Com efeito, a ausência de variação indicará a inexistência de raíz positiva, logo a impossibilidade de se localizar a raíz z, entre zero e um, que procuramos.

8. BIBLIOGRAFIA CITADA

(1) BARLOW, Peter — 1941 — "Squares, cubes, square roots, cube roots and recipocals of all integer numbers up to 12,500". 4a. edição. Londres.

(2) NOGUEIRA, Izaías Rangel — 1950 — "Sôbre uma Propriedade da Equação Utilizada para a Interpolação da Lei de Mitscherlich". Anais da E. S. A. "Luiz de Queiroz", vol. 7, pp. 105-113.

(3) PIMENTEL GOMES, Frederico e Eurípedes MALAVOLTA — 1949 — "Aspectos Matemáticos e Estatísticos da Lei de Mitscherlich". Anais da E. S. A. "Luiz de Queiroz", vol. 6, pp. 193-229.

(4) PIMENTEL GOMES, Frederico — 1950 a— "A Lei de Mitscherlich e a Análise da Variância em Experiências de Adubação". Anais da E. S. A. "Luiz de Queiroz", vol. 8 (em publicação).

(5) PIMENTEL GOMES, Frederico — 1950 b — "The Interpolation of Mitscherlich's First Approach Law and the Analysis of Variance in Experiments with Fertilizers". Trabalho apresentado e aprovado no 8o. Congresso Internacional de Indústrias Agricolas, realizado em Bruxelas, de 9 a 15 de julho de 1950.