A estimação do efeito residual de fertilizantes por meio da Lei de Mitscherlich (*)

FREDERICO PIMENTEL GOMES

Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Universidade de S. Paulo — Piracicaba

ÍNDICE

(*) Trabalho apresentado e aprovado no Segundo Congresso Panamericano de Agronomia, realizado em Piracicaba, de 29 de março a 6 de abril de 1954.

1. INTRODUÇAO

A estimação do efeito residual de fertilizantes é um problema importante, mas que tem recebido pouca atenção por parte dos pesquisadores. No entanto, nos nossos estudos sôbre a análise e interpretação de experimentos de adubação com o auxílio da lei de Mitscherlich, chegamos à conclusão de que o cálculo da dose de adubo mais econômica só poderia ser bem fundamentado se se levasse em conta o efeito residual do fertilizante. E verificamos ainda que a própria lei de Mitscherlich permite, quando aplicada a experimentos convenientes, estimar o efeito residual do adubo. Êste resultado foi incluído, resumidamente, em um nosso artigo anterior (2) e é ampliado no presente trabalho.

2. O EFEITO RESIDUAL DE UM FERTILIZANTE

E' claro que de diversas maneiras pode ser avaliado o efeito residual de um fertilizante. O método que adotamos, e que nos parece ser o mais objetivo, pode ser justificado como se segue. Suponhamos que no primeiro ano (ou primeiro plantio) uma dose x do fertilizante é aplicada. No segundo ano (ou segundo plantio) uma parte do fertilizante aplicado anteriormente ainda estará presente e ao alcance das plantas, embora quase sempre depois de assumir composição química diferente. Suponhamos que seja hx a dose de fertilizante que, aplicada nesse segundo ano (ou segundo plantio) produzirá o mesmo efeito que êsses compostos restantes da safra anterior. Diremos então que h é o efeito residual do fertilizante em questão.

Suponhamos, por exemplo, que $h = 0{,}7$ para o superfosfato. Então a aplicação de 70 kg de P_2O_5 por hectare produz o mesmo efeito que se observa nos solos que receberam 100 kg por hectare dêsse fertilizante no ano anterior.

Anàlogamente podemos definir o efeito residual H_i $(0 \leq H_i < 1)$ no $(i + 1)$ — ésimo ano. Admitiremos, porém, no que se segue, que $H_i = h^i$, isto é, que uma fração constante do fertilizante é perdida pelo solo anualmente.

E' evidente a importância que terá o conhecimento dos valores de h para os diversos tipos de fertilizantes e para as diversas condições de clima e solo e, talvez, para as diversas culturas, pois é possível que o efeito residual dependa da capacidade da planta de aproveitar o fertilizante.

3. A ESTIMAÇÃO DO EFEITO RESIDUAL

Se um experimento, que permite a aplicação da lei de Mitscherlich, é realizado nas mesmas parcelas pelo menos em dois anos (ou plantios) sucessivos, pode-se estimar o valor de *h*, efeito residual do fertilizante. Com efeito, consideremos a lei de Mitscherlich

$$y = A \; [1 - 10^{-c\,(x + b)}]$$

e seja

$$y_1 = A_1 \; [1 - 10^{-c'\,(x + b')}]$$

a equação da curva calculada com os dados do primeiro ano. Se as parcelas não forem readubadas no segundo ano, teremos então

$$y_2 = A_2 \; [1 - 10^{-c\,(hx + b2)}]$$
$$= A_2 \; [1 - 10^{-ch\,(x + b2/h)}]$$

Se a equação estimada no segundo ano fôr

$$y_2 = A_2 \; [1 - 10^{-c''\,(x + b'')}]$$

uma estimativa de *h* será

$$(3.1) \qquad \hat{h} = \frac{c''}{c'} \, ,$$

$$\text{logo} \qquad \hat{b}_2 = b'' \, \hat{h} \, .$$

Outro caso que pode ocorrer é aquêle em que cada parcela recebe, no segundo ano, uma fração *v* da dose aplicada no ano anterior. Teremos então

$$y_2 = A_2 \left[1 - 10^{-c(h + v)\{x + b_2/(h + v)\}} \right]$$

de onde se segue que

$$(3.2) \qquad \hat{h} = \frac{c''}{c'} - v \, , \quad \hat{b}_2 = b'' \, (\hat{h} + v) \, .$$

No caso especial de serem as doses de fertilizante no segundo ano iguais às que se usaram no primeiro, temos $v = 1$ logo

$$(3.3) \qquad \hat{h} = \frac{c''}{c'} - 1$$

E' muito possível que o mais conveniente seja aplicar no segundo ano uma dose de adubo mais ou menos equivalente à que se perde de um ano para outro, para que as condições sejam, no segundo ano, no que se refere à fertilidade do solo, mais ou menos equivalentes às do primeiro. Se tivermos, pois, uma estimativa prévia de *h*, poderemos tomar $v = 1 - h$ ou valor próximo dêste.

Suponhamos, agora, que o experimento foi levado a cabo por três anos sucessivos, sem readubação. Obtemos então as estimativas c', c'' e c''', respectivamente de c, ch, ch^2. O método dos quadrados mínimos nos levará, pois, a considerar a função

$$Z = (c - c')^2 + (ch - c'')^2 + (ch^2 - c''')^2,$$

cujas derivadas parciais $\dfrac{\partial Z}{\partial c}$ e $\dfrac{\partial Z}{\partial h}$ deverão ser igualadas a zero. Obtemos então as equações

$$\begin{cases} (c - c') + h(ch - c'') + h^2 (ch^2 - c''') = 0, \\ (ch - c'') + 2h (ch^2 - c''') = 0, \end{cases}$$

de onde deduzimos

$$\begin{vmatrix} 1 + h^2 + h^4 & c' + c''h + c'''h^2 \\ h + 2h^3 & Pc'' + 2c'''h \end{vmatrix} = 0,$$

isto é,

$$c''h^4 + (2c' - c''') h^3 + (c' - 2c''') h - c'' = 0. \tag{3.4}$$

Com $c' \geqq c'' \geqq c''' > 0$ verifica-se que esta equação tem uma e uma só raiz positiva $\hat{h}$ $(o < \hat{h} < 1)$, que é a estimativa procurada. O valor de $\hat{c}$ será então

$$\hat{c} = \frac{c'' + 2\, c''' \hat{h}}{\hat{h} + 2\, \hat{h}^3} \tag{3.5}$$

e teremos ainda

$$\hat{b}_1 = b' \quad , \quad \hat{b}_2 = b'' \, h \ , \quad \hat{b}_3 = b'' \, h^2 \ .$$

No caso de, em cada parcela que recebeu uma dose x no primeiro ano, aplicarmos $v\,x$ no segundo e $v\,x$ no terceiro, a equação final será

$$(3.6) \quad \begin{vmatrix} 1+(v+h)^2+(v+vh+h^2)^2 & c'+c''(v+h)+c'''(v+vh+h^2) \\ (v+h)+(v+2h)\,(v+vh+h^2) & c''+c'''(v+2h) \end{vmatrix} = 0.$$

Essa equação nos permite obter $\hat{h}$. O valor $\hat{c}$ será dado então por

$$(3.7) \qquad \hat{c} = \frac{c'' + c''' \, (v + 2\hat{h})}{(v + \hat{h}) + (v + 2\hat{h})\,(v + v\hat{h} + \hat{h}^2)}$$

e os valores de $\hat{b}$ serão

$$\hat{b}_1 = b' \quad , \quad \hat{b}_2 = b'' \, (v + h) \quad , \quad \hat{b}_3 = b''' \, (v + vh + h^2) \ .$$

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Tomaremos para exemplo um experimento de calagem feito em Ponta Grossa pelo Ministério de Agricultura. A planta reagente foi o trigo semeado nas mesmas parcelas durante muitos anos. Os dados obtidos, gentilmente cedidos pelo Dr. Raul Edgard Kalckmamnn, foram estudados detalhadamente por PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1), mas sem nenhuma tentativa de avaliar o efeito residual. Feita a aplicação de cal extinta em 1940, nesse ano não produziu nenhum efeito. Mas nos anos seguintes foi admirável a reação. As equações estimadas para 1941, 1942 e 1943 foram respectivamente.

$$y = 756{,}1 \, [1 - 10^{-0{,}8045 \, (x \, + \, 0{,}5840)}]$$
$$y = 1476{,}2 \, [1 - 10^{-0{,}3706 \, (x \, + \, 1{,}2836)}]$$
$$y = 1442{,}7 \, [1 - 10^{-0{,}1123 \, (x \, + \, 3{,}6886)}]$$

Teríamos pois

$$c' = 0{,}8045 \qquad b''' = 3{,}6886$$
$$c'' = 0{,}3706 \qquad b'' = 1{,}2836$$
$$c''' = 0{,}1123 \qquad b' = 0{,}5840$$

Como não houve readubação, a equação é dada por (3.4) e é, pois,

$$0{,}3706\, h^4 + 1{,}4967\, h^3 + 0{,}5799\, h - 0{,}3706 = 0 ,$$

ou

$$h^4 + 4{,}0386\, h^3 + 1{,}5648\, h - 1 = 0 .$$

Daí obtemos a raiz $\hat{h} = 0{,}423$. Agora (3.5) nos dá:

$$\hat{c} = \frac{0{,}3706 + 2\,(0{,}1123)\;)\,0{,}423)}{0{,}432 + 2\;(0{,}0795)} = 0{,}8000 .$$

Teríamos ainda

$$\begin{aligned} \hat{b}_1 &= b' &&= 0{,}5840 , \\ \hat{b}_2 &= b''\ \hat{h} &&= 0{,}5430 , \\ \hat{b}_3 &= b'''\ \hat{h}^2 &&= 0{,}6600 . \end{aligned}$$

Êstes resultados permitem dar aos experimentos uma interpretação inteiramente nova, mas isto foge aos fins do presente trabalho.

A conclusão que se tiraria no presente caso seria de que o efeito residual da calagem, tomando por base o segundo ano de aplicação, é de apenas 42,3% e no seguinte não vai além de 18%. Isto levaria inevitàvelmente a aconselhar calagens pequenas e frequentes, em vez de pesadas e raras.

Se adotarmos o preço $w = 300$ cruzeiros por tonelada de cal extinta e $t = 2{,}50$ cruzeiros por quilo de trigo, valores adotados no trabalho citado acima (1), qual será a dose de adubo mais econômico x^*, levando-se em conta o efeito residual? Podemos utilizar a fórmula

$$x^* = \frac{1}{c\,k} \left[\log \frac{A\ w\ c}{(f - h)\ t\ 0{,}4343} - b\ c \right] ,$$

onde $k = 1 - h(1 - h)/f$, sendo f, geralmente tomado como 1,5, o "fator de segurança" (2).

Tomando-se para A o valor 998, média dos valores de A_1, A_2 e A_3 e admitindo-se $b = 0,60$, obtido anàlogamente, achamos

$$x^* = \frac{1}{(0,8)\ (0,837)} \left[\log \frac{(998\ (2,50)}{(1,08)\ 30\ (0,4343)} - (0,6)\ (0,8) \right] = 1,00.$$

A dose mais econômica seria, pois, de uma tonelada de cal extinta por hectare. Êste resultado não difere muito do obtido anteriormente por PIMENTEL GOMES E MALAVOLTA (1) sem avaliar o efeito residual da calagem.

5. ABSTRACT

This paper deals with the estimation of the residual effect of fertilizers through the use of Mitscherlich's law. The formulas and reasonings now presented are a further development of those introduced previously by PIMENTEL GOMES (2). The new formulas allow the estimation of the residual effect *h* in cases where the experiments are carried out in the same plots for two or three subsequent years (or crops).

In an experiment analysed as an example, the residual effect of calcium hydroxide was estimated to be $h = 0.423$, that is, about 42%, so that one should advise the use of frequent application of small amounts of lime instead of heavy quantities used at long intervals.

6. BIBLIOGRAFIA CITADA

1 — PIMENTEL GOMES, F. e E. MALAVOLTA — "Pesquisas sôbre a Análise Estatística de Experiências de Adubação com auxílio da lei de Mitscherlich". *Anais E. S. A. "Luiz de Queiroz"*, vol. 8, pp. 1-14, 1951.

2 — PIMENTEL GOMES, F. — "The Use of Mitscherlich's Regression law in the Analysis of Experimens with Fertilizers". *Biometrics*, vol. 9, pp. 498-516, 1953.