

Mobilidade intrageracional de renda no Brasil

Erik Alencar de Figueiredo
Professor da UFPB e pesquisador do CNPq-Brasil

Palavras-chave

mobilidade de renda, matriz de transição, índices de mobilidade, coorte, regiões.

Classificação JEL I30, I39.

Keywords

Income mobility, transition matrix, mobility indexes, coorte; regions.

JEL Classification I30, I39.

Resumo

Este estudo busca mensurar o grau de mobilidade intrageracional de renda no Brasil e em seus diversos subgrupos populacionais, no período de 1995 a 2005. Para tanto, serão considerados a abordagem axiomática da mobilidade e o instrumental dinâmico proposto por Aebi *et al.* (1999). Os cálculos da matriz de transição markoviana e dos índices de mobilidade indicam que o Brasil apresenta uma baixa mobilidade intrageracional de renda, sugerindo que sua estrutura social é relativamente rígida. Constatou-se, também, importantes heterogeneidades dentro de cada subgrupo, corroborando os resultados intergeracionais apontados por Ferreira e Veloso (2006).

Abstract

The purpose of this study is to measure intragenerational income mobility in Brazil and its several population subgroups within the period 1995-2005. To this end, the mobility axiomatic approach and dynamic instruments proposed by Aebi et al. (1999) are considered. Calculations of mobility indexes and the Markov transition matrix indicate that Brazil presents low intragenerational income mobility, suggesting that its social structure is relatively rigid. Also, important heterogeneities within each subgroup were observed, thus corroborating the intergenerational results indicated by Ferreira and Veloso (2006).

1_ Introdução

A mobilidade social é definida e mensurada de diversas formas na literatura especializada. Os sociólogos costumam considerá-la como a transição entre classes de ocupações e/ou estratos sociais.¹ Já os economistas focam sua atenção na dimensão renda, analisando a transmissão dos salários entre as gerações, em geral de pai para filho;² ou o efeito da renda presente, digamos no tempo t , sobre o nível de renda futuro de um mesmo indivíduo, i.e. $t+1$.³ Estes dois últimos movimentos são reconhecidos, respectivamente, como mobilidades intergeracional e intrageracional.

Ao concentrar-se na literatura econômica, ou seja, na mobilidade de renda, observa-se a inexistência de um discurso teórico consensual que, por sua vez, gera importante fonte de controvérsia entre os pesquisadores.⁴ Dessa forma, a separação dos conceitos de mobilidade inter e intrageracional, realizada anteriormente, constitui um pré-requisito mínimo para a condução de um estudo. Contudo, pode-se afirmar que a falta de consenso teórico não é a única nem a maior dificuldade encontrada nessa linha de atuação. Geralmente, as investigações empíricas costumam se defrontar

com entraves ainda maiores. O principal deles reside na escassez de pesquisas que acompanhem o comportamento das famílias e/ou indivíduos ao longo do tempo.

Por exemplo, a análise da mobilidade intrageracional de renda brasileira apresenta uma dificuldade considerável: a Pesquisa Nacional por Amostras de Domicílios (PNAD), principal fonte de dados, não fornece as informações relativas a cada indivíduo (ou família) ano a ano. Ou seja, o indivíduo na posição i no vetor do ano-base, digamos 1995, não corresponde ao mesmo indivíduo na posição i no vetor do ano final, 2005. É possível dispor apenas das informações percentuais referentes ao número de observações dentro de cada estrato de renda nos diversos anos considerados. Tal característica impossibilita a implementação de modelos baseados nas matrizes de transição markovianas tradicionais e parece ter inibido a pesquisa em torno da dinâmica da renda brasileira. Esse empecilho pode ser estendido à análise intergeracional, considerando que o suplemento de mobilidade social, contido na PNAD de 1996, não possui os dados relacionados às rendas dos pais do entrevistado.

.....
¹ Ver, respectivamente, Treiman e Ganzeboom (1990) e Erickson e Goldthorpe (1992).

² Neste contexto, destacam-se os estudos de Solon (1992) e Zimmerman (1992).

³ Ver, entre outros, Shorrocks (1976), Gottschalk (1997) e Trede (1998).

⁴ Uma boa referência sobre este tópico pode ser encontrada em Fields e Ok (2001).

Contudo, mesmo sob tais dificuldades, alguns esforços relacionados à mensuração da mobilidade brasileira (social e de renda) podem ser pontuados: a) no campo da sociologia, destacam-se os estudos de Pastore (1979) e Pastore e Silva (1999); b) buscando mensurar a mobilidade intergeracional, Ferreira e Veloso (2006) conjugam as informações contidas em diversas PNADs e suplemento de mobilidade social da pesquisa de 1996, aplicando o método conhecido como *two-sample instrumental variable* (TSIV), sugerido por Angrist e Krueger (1992) e; c) por fim, Figueiredo e Ziegelmann (2010a, b) estabelecem os resultados relativos ao nível de mobilidade intrageracional brasileiro no período de 1987 a 2005, valendo-se de um método baseado em entropias relativas.

Convém ressaltar que o estudo de Ferreira e Veloso (2006) apresenta não só o grau de mobilidade intergeracional do Brasil, classificando-o como um país com baixo movimento de renda, como também o comportamento desse indicador em diversos subgrupos, como: regiões, raça e coorte. Com isso, observaram-se importantes heterogeneidades, destacando-se entre elas, o efeito diferenciado da mobilidade em cada coorte considerada.

Nesse contexto, surge uma pergunta natural: quais os comportamentos dos indicadores de mobilidade intrageracional dentro dos diversos subgrupos populacionais brasileiros? Para responder a esse questionamento, este estudo promoverá uma extensão dos resultados de Figueiredo e Ziegelmann (2010a, b). Ou seja, utilizar-se-á o método de entropias relativas como forma de captar o movimento dinâmico da renda entre 1995 e 2005.

Em outras palavras, serão consideradas a abordagem axiomática da mobilidade e a construção da matriz de transição markoviana, por meio do método de entropias relativas. Nessa acepção, a captação da dinâmica da distribuição da renda será equivalente ao ajustamento das células de probabilidade para as tabelas de contingência, onde só as distribuições marginais são observadas.⁵ Para tanto, considerar-se-á o princípio fundamental da estatística mecânica, qual seja: o processo de transição de renda selecionado deverá representar a alternativa mais provável dentro de todas as opções possíveis. Essa solução será viabilizada pelo critério computacional iterativo desenvolvido por Deming e Stephan (1940) (Iterative Proportional Fitting Procedure – IPFP). Após a cap-

⁵ Este problema da física mecânica foi amplamente explorado por estudos estatísticos. Para detalhes, ver Aebi (1997).

tação da dinâmica de renda, via matrizes de transição, serão efetuados os cálculos dos índices de mobilidade contidos em Prais (1955) e Shorrocks (1978).

A consideração de um método iterativo, em particular, do instrumental proposto por Aebi *et al.* (1999), apresenta algumas vantagens e desvantagens. Os fatores positivos surgem da possibilidade de captar informações dinâmicas baseando-se em dois vetores de renda ao longo do tempo. E mais, o resultado encontrado é robusto e de fácil implementação computacional. Em resumo, este método *ill-posed* necessita de poucas informações relacionadas ao processo de transição, sobressaindo-se, por exemplo, em relação às alternativas de Lee *et al.* (1977) e Adelman *et al.* (1994).⁶

No entanto, o seu mecanismo iterativo necessita da imposição de informações *a priori*. Ou seja, a otimização inicia-se a partir de uma matriz de transição hipotética. Por conta dessa particularidade, o estudo considerará duas estruturas por dedução, observando, com isso, o efeito dessas escolhas sobre o resultado final. Optou-se por duas especificações: a) *3-band*, em que os indivíduos só poderão transitar para os estratos imediatamente inferiores ou superiores aos seus pontos de origem, a cada ano e;

b) a estrutura autorregressiva proposta por Tauchen (1986), em que o próprio vetor de dados fornecerá informações para a determinação da priori.

Isso posto, o objetivo deste artigo é mensurar o grau de mobilidade intrageracional de renda no Brasil, no período de 1995 a 2005. Diferentes subgrupos populacionais serão considerados, destacando-se as análises por região, raça, coorte e nível educacional. Com isso, espera-se captar comportamentos heterogêneos, assim como os destacados em Ferreira e Veloso (2006).

Por fim, o artigo está organizado como segue. A segunda seção discute as suposições relacionadas às propriedades markovianas. A terceira seção é destinada à apresentação dos métodos de inferência. A quarta é reservada aos resultados. Já as considerações finais serão realizadas na quinta seção.

2_ Distribuição de renda: análise dinâmica

O principal objetivo de um estudo relacionado à mobilidade econômica é quantificar o movimento da distribuição do bem-estar ao longo do tempo. Nesse contexto, destacam-se quatro aspectos

.....
⁶ Convém ressaltar que essa vantagem não é baseada em comparações estatísticas, e sim em melhor adequação ao conjunto de dados disponíveis para o Brasil. A abordagem de Lee *et al.* (1977), por exemplo, necessita de uma série de vetores de renda e, desta forma, não poderia ser aplicada ao conjunto de dados da PNAD graças ao pequeno número de observações (de 1995 a 2005, seriam apenas dez observações temporais) e à existência de discontinuidades (a pesquisa não é aplicada em anos censitários).

tos metodológicos. Primeiro, os dados referentes às unidades econômicas devem ser identificados e acompanhados ao longo do tempo. Segundo, a análise pode ser empregada em uma grande variedade de unidades econômicas. Normalmente, utilizam-se indivíduos ou famílias. Terceiro, várias dimensões do bem-estar podem ser investigadas, no entanto, a dimensão renda é a mais utilizada. Finalmente, os estudos concentram-se na comparação do ano inicial com o ano final.

Tais características favorecem a utilização das matrizes de transição markovianas como uma ferramenta de captação do grau de mobilidade econômica. Entretanto, sua adoção carrega consigo uma hipótese fundamental: a evolução da distribuição de renda, ao longo do tempo, será governada por um processo de Markov de primeira ordem. Sendo assim, a distribuição dos rendimentos seguirá um processo estocástico representado por uma matriz de transição que, sob certas circunstâncias, convergirá para um equilíbrio independente da distribuição inicial. Nesta seção, serão destacadas as principais suposições relativas a esse modelo. Para tanto, considera-se, como ponto de partida, uma matriz hi-

potética \mathcal{A} , representando a transição da renda entre dois pontos no tempo (I e II):

$$A = \begin{pmatrix} 0.64 & 0.29 & 0.04 & 0.03 & 0.00 \\ 0.14 & 0.56 & 0.26 & 0.03 & 0.01 \\ 0.02 & 0.22 & 0.54 & 0.21 & 0.01 \\ 0.01 & 0.04 & 0.27 & 0.54 & 0.14 \\ 0.00 & 0.01 & 0.05 & 0.27 & 0.67 \end{pmatrix}$$

A matriz de transição constitui a base para os modelos de cadeias de Markov. Os elementos de \mathcal{A} representam a proporção dos indivíduos que estavam na classe i no ano I e migraram para a classe j no ano II, ou seja, a probabilidade de transição p_{ij} . Sendo assim, observando a primeira linha da matriz, pode-se afirmar que o indivíduo que se encontrava no primeiro quintil de renda no ano I possui as seguintes probabilidades de transição: 64% de permanecer no mesmo patamar; 29% de transitar para o segundo estrato; 4% de passar para o terceiro; 3% de ir para o quarto estrato e; probabilidade igual a zero de alcançar o topo da distribuição. Uma análise similar pode ser empregada nas outras linhas da matriz.

Estabelecida a base para o modelo *markoviano*, destacam-se as seguintes suposições:

- S1: Homogeneidade da população: a probabilidade de transição é igual para todos os indivíduos pertencentes à classe de renda investigada.
- S2: Processo markoviano de primeira ordem: a posição atual dos indivíduos, tempo m , dependerá apenas do passado imediatamente anterior $m-1$.
- S3: Homogeneidade do tempo: as probabilidades de transição, p_{ij} , permanecerão constantes o longo do tempo.

Desta forma, o processo de evolução da renda poderá ser descrito por $n(t_m) = n(t_{m-1})P$. Onde $n(t_m)$ representa o vetor de proporções de pessoas em cada classe de renda, m , períodos depois de iniciado o processo. Como já ressaltado, sob essas circunstâncias, o processo convergirá para um equilíbrio estacionário único, de forma que a distribuição de equilíbrio, n^* , não dependa da distribuição inicial $n(t_0)$.

A associação entre o processo markoviano e a distribuição de renda ao longo do tempo foram desenvolvidas por Champenowne (1953). A partir de então, tal estratégia tem sido amplamente explorada pela literatura especializada.⁷ Vale salientar que essa abordagem não constitui a única alternativa para a investigação da dinâmica da distribuição

dos rendimentos. Alguns modelos não markovianos podem ser encontrados na literatura, como, por exemplo, o desenvolvido por Lydall (1973).⁸

Realizada a apresentação das suposições referentes à dinâmica da distribuição de renda, resta discutir o método de estimação utilizado para inferir as matrizes de transição. Esse ferramental e as dificuldades relativas à sua implementação serão apresentados na próxima seção.

3_ Métodos de inferência

A discussão estabelecida na seção 2 destacou a adequação teórica das propriedades markovianas à evolução da renda ao longo do tempo e o conseqüente favorecimento da utilização das matrizes de transição como uma ferramenta de captação do grau de mobilidade econômica. Entretanto, este último tópico merece atenção especial, uma vez que a natureza dos dados nem sempre possibilita a execução dessa estratégia.

Por exemplo, a análise da dinâmica de renda brasileira apresenta uma dificuldade considerável: a Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), principal fonte de dados, não fornece as informações relativas a cada indivíduo (ou família) ano a ano. Ou seja, o indi-

⁷ No âmbito da distribuição pessoal da renda, destacam-se, entre outros, Shorrocks (1976), Gottschalk (1997) e Aebi, Neusser e Steiner (2001). Já o estudo de Quah (1996) utiliza a abordagem de Markov para investigar o processo de convergência de renda entre as nações.

⁸ Em resumo, o autor sugere que a distinção entre a renda permanente e a transitória pode invalidar algumas considerações do modelo.

víduo na posição i no vetor do ano-base (1987) não corresponde ao mesmo indivíduo na posição i no vetor do ano final (2005). É possível dispor apenas das informações percentuais referentes ao número de observações dentro de cada estrato de renda nos diversos anos considerados. Tal característica impossibilita a continuação de modelos baseados nas matrizes de transição markovianas tradicionais e parece ter inibido a pesquisa em torno da dinâmica da renda brasileira.

⁹ Normalmente, o método de entropias é utilizado quando os dados apresentam algum tipo de limitação (observações incompletas, pequenas amostras ou má especificação do processo gerador). Entretanto, não obstante à sua importância, ele não é muito explorado pela literatura econométrica. Mesmo assim, alguns exemplos podem ser listados: a) White (1982) desenvolve um estimador de máxima verossimilhança para o caso de uma má especificação do modelo; b) Kitamura e Stutzer (1997) propõem um estimador similar ao de GMM, entretanto, com relativa robustez perante

pequenas amostras e; c) Golan, Judge e Miller (1996) sintetizam a utilização das entropias em diversas áreas da econometria (modelos lineares, não lineares e dinâmicos).

¹⁰ Neste contexto, a captação da dinâmica da distribuição da renda será equivalente ao ajustamento das células de probabilidade para as tabelas de contingência, na qual só as distribuições marginais são observadas. Esse problema da Física Mecânica foi amplamente explorado por estudos estatísticos. Para detalhes, ver Aebi (1997).

Felizmente, alguns métodos alternativos estão disponíveis na literatura. Neste contexto, destacam-se os estudos de Lee, Judge e Zellner (1977), Adelman *et al.* (1994) e Golan, Judge e Miller (1996). Recentemente, o instrumental, proposto por Aebi, Neusser e Steiner (1999) juntou-se às abordagens anteriores, apresentando pelo menos uma vantagem: a capacidade de extrair informações dinâmicas valendo-se apenas de dois vetores no tempo. Para tanto, considera-se que a transição de renda entre os dois períodos pode ser estimada “otimamente” com base em critérios iterativos, de modo a minimizar a distância entre os processos de transição de renda “calculado” e “verdadeiro”.

O critério de otimização baseia-se no cálculo das entropias relativas,⁹ ancorado no princípio fundamental da “estatística mecânica”, qual seja: o processo de transição de renda selecionado deverá representar a alternativa mais provável dentro de todas as opções possíveis.¹⁰ A subseção seguinte explorará, com maiores propriedades, os argumentos aqui apresentados e destacará a construção da matriz de transição markoviana. Na subseção 3.2, serão discutidos os índices de mobilidade contidos nos estudos de Prais (1955) e Shorrocks (1978).

3.1 Dinâmica de renda em dados de corte

O objetivo desta subseção é apresentar o método de ajustamento proposto por Aebi, Neusser e Steiner (1999). Para tanto, deve-se considerar algumas suposições iniciais: a) a renda dos N indivíduos distintos segue uma sequência de densidades $\{q_t\}$, com $t \in \{1, 2, 3, \dots\}$; b) a evolução dessa distribuição de renda dá-se a partir de uma cadeia de Markov ao longo do tempo, com distribuição inicial q_0 e; c) cada densidade q_t pode ser discretizada em k partições (estratos de renda). Com isso, a sequência de k -vetores $\{(q_{1t}, q_{2t}, \dots, q_{kt})'\}$ possuirá as seguintes propriedades: $q_{it} \geq 0$ e $\sum_{i=1}^k q_{it} = 1$, com $t \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Admite-se ainda que a proporção de indivíduos dentro de cada estrato de renda é observada em dois pontos no tempo, q_t e q_s , com $s > t$ e que a transição de renda entre os dois períodos possa ser representada por uma densidade bidimensional $F = (f_{ij})_{i,j=1,\dots,k}$. Onde f_{ij} denotará a probabilidade do indivíduo estar na classe i no período inicial (t) e migrar para a classe j no período final (s).

Diante do exposto, F será um processo estocástico não observado que representa a “história” da distribuição da renda entre os dois períodos. Isso posto, considera-se que a dinâmica da ren-

da entre os períodos poderá ser captada, indiretamente, por uma matriz de transição de probabilidades $P = (P_{it})_{i,j=1,\dots,k}$ e pela proporção de indivíduos nos k estratos de renda no tempo t , dada por $\mathfrak{Q} = (\mathfrak{Q}_1, \dots, \mathfrak{Q}_k)'$. Sendo assim, define-se a densidade F como o produto de uma distribuição arbitrária \mathfrak{Q} e uma matriz de transição P :

$$F = \text{diag}(\mathfrak{Q})P \quad (3.1)$$

Onde o operador $\text{diag}(\cdot)$ transforma o vetor $k \times 1$ em uma matriz $k \times k$. Normalmente, a definição (3.1) não é compatível com as distribuições q_t e q_s , tornando necessária a implementação de um ajustamento. Ou seja, será considerado que a F ajustada (F^{adj}) satisfaz:

$$q_t = F^* \mathfrak{t} \text{ e } q_s = (F^*)' \mathfrak{t} \quad (3.2)$$

Onde \mathfrak{t} representa um vetor $k \times 1$ com todos os elementos iguais a um. As condições representadas em (3.2) são denominadas de “restrições de continuidade” ou “condições inicial e final”.

Em resumo, o método de ajustamento aqui discutido consiste em: a) computar as probabilidades de observação de cada processo de transição de renda particular e; b) selecionar o processo com menor taxa de convergência para zero em probabilidade. Em outras palavras, supõe-se a existência de infini-

tas densidades F , cada uma associada a uma probabilidade de ocorrência¹¹, e implementa-se um critério de otimização com o objetivo de selecionar a transição de renda “mais provável”. O cálculo das probabilidades é realizado valendo-se do método de máxima verossimilhança. Já a seleção da F “mais provável” deve considerar que a probabilidade de se observar um processo particular converge para zero na medida em que o número de indivíduos tende para infinito $N \rightarrow \infty$. Desta forma, admite-se o “princípio dos grandes desvios”, ou seja, a F^{adj} escolhida deverá apresentar a menor convergência para zero em probabilidade, dentro do conjunto de todas as densidades bidimensionais ζ . Vejamos o método de ajustamento com maiores detalhes.

Como já ressaltado, o primeiro passo consiste na determinação da probabilidade de se observar uma transição de renda particular. Sob a hipótese de que as rendas dos N indivíduos são independentes, essa probabilidade será:

$$\prod_{i,j=1}^k (\vartheta_i p_{ij})^{F_{ij}}$$

Sabe-se que a transição de renda, dos N indivíduos, entre as densidades q_i e q_j , pode ser realizada por meio de diversos “caminhos”. Essas várias possibilidades são sintetizadas pelo arranjo:

$$\binom{N}{F_{11}} \binom{N-F_{11}}{F_{21}} \binom{N-F_{11}-F_{21}}{F_{31}} \dots \binom{N-\sum_{j=1}^k F_{1j}}{F_{21}}$$

$$\left(\frac{N!}{\prod_{i,j=1}^k F_{ij}!} \right) = \frac{N!}{\prod_{i,j=1}^k F_{ij}!}$$

Sendo assim, a probabilidade de realização de uma trajetória particular F será calculada fundando-se na seguinte fórmula:

$$P_N(F | \text{diag}(\vartheta)P) = \frac{N!}{\prod_{i,j=1}^k F_{ij}!} \prod_{i,j=1}^k (\vartheta_i p_{ij})^{F_{ij}} =$$

$$N! \frac{\prod_{i,j=1}^k (\vartheta_i p_{ij})^{F_{ij}}}{F_{ij}!} \quad (3.3)$$

Estabelecido o cálculo das probabilidades, resta selecionar a transição de renda que mais se aproxime do processo “verdadeiro”. Para tanto, adota-se uma hipótese fundamental da estatística mecânica:¹² a densidade bidimensional selecionada representará o processo de transição de renda “mais provável” entre as demais densidades pertencentes a ζ . A consideração desse princípio será equivalente a minimizar a convergência de (3.3) para zero. Ou seja, minimizar:¹³

¹¹ Esta suposição é assegurada pelo estudo de Csiszár (1975), no qual se observa que o conjunto de densidades bidimensionais que satisfazem (3.2), denominado de ζ , contém infinitos elementos.

¹² Para detalhes, ver o capítulo 1 de Ellis (1986).

¹³ Para detalhes, ver o capítulo 1 de Golan, Judge e Miller (1996).

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log P_N(F | \text{diag}(\mathfrak{G})P) = -H(\Psi | \text{diag}(\mathfrak{G})P) \tag{3.4}$$

Onde $\Psi = \Psi_{ij}$ denota a matriz $F/N = F_{ij}/N$. A função $H(\Psi | \text{diag}(\mathfrak{G})P)$ é denominada de entropia relativa para a distribuição bidimensional Ψ com respeito a $\text{diag}(\mathfrak{G})P$, sendo definida por:

$$H(\Psi | \text{diag}(\mathfrak{G})P) = \sum_{i,j} \Psi_{ij} \log \left(\frac{\Psi_{ij}}{\mathfrak{G}P} \right) \tag{3.5}$$

Ellis (1986) demonstra que $H(\Psi | \text{diag}(\mathfrak{G})P)$ é uma função não negativa e estritamente convexa. Note que (3.5) possuirá um ínfimo igual a zero se $\Psi = \text{diag}(\mathfrak{G})P$. Sendo assim, a entropia relativa mensura a distância entre os processos calculado $\text{diag}(\mathfrak{G})P$ e não observado Ψ . Portanto, o processo de otimização consistirá na minimização de (3.5) sujeito às restrições de continuidade (3.2). O *lagrangeano* para esse problema será:

$$L = \sum_{i,j} \Psi_{ij} \log \left(\frac{\Psi_{ij}}{\mathfrak{G}P} \right) - \sum_{i,j} \lambda_{i,j} \left(\sum_{i,j} \Psi_{ij} - q_{i,t} \right) - \sum_{i,j} \lambda_{i,s} \left(\sum_{i,j} \Psi_{i,j} - q_{i,s} \right) \tag{3.6}$$

Em (3.6), $\lambda_{i,t}$ e $\lambda_{i,s}$ são os $2k$ multiplicadores de Lagrange associados à restrição (3.2). De acordo com o corolário

3.3 de Csiszár (1975), o problema possuirá solução se pelo menos um dos processos de transição de renda satisfizer a restrição (3.2). A convexidade estrita da entropia relativa, por sua vez, garante a existência de uma solução única.

A solução ótima é obtida considerando a diferenciação de (3.6) em relação a $\Psi_{i,j}$. Igualando a condição de primeira ordem a zero, obtém-se:

$$F^{adj} = \Phi_t F \Phi_s \tag{3.7}$$

Onde: $\Phi_t = \text{diag}(\phi_{1,t}, \dots, \phi_{k,t})$
 $\Phi_s = \text{diag}(\phi_{1,s}, \dots, \phi_{k,s})$

correspondem às exponenciais dos multiplicadores de Lagrange, associados às condições inicial e final. Na mecânica quântica, esses elementos são conhecidos como os multiplicadores de Schrödinger.¹⁴ Note que, se todos os multiplicadores forem iguais a um, não haverá ajustamento, indicando que F satisfaz (3.2).

Os multiplicadores de Schrödinger podem ser obtidos tomando-se por base a diferenciação de (3.6) em relação a $\lambda_{i,j}$, gerando o “sistema de Schrödinger”:¹⁵

$$\phi_{it} \vartheta_i \sum_{j=1}^k p_{ij} \phi_{is} = q_{it}$$

$$\left(\sum_{i=1}^k \phi_{it} \vartheta_i p_{ij} \right) \phi_{is} = q_{js}$$

¹⁴ Ver Aebi e Nagasawa (1992) e Aebi (1996).

¹⁵ Este sistema é solucionado baseando-se em um critério computacional iterativo denominado de “Iterative Proportional Fitting Procedure” (IPFP).

resultando em:

$$P^{\text{adj}} = \Phi_s^{-1} P \Phi_s$$

Onde:

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \text{diag}(\tilde{\phi}_{1,s}, \dots, \tilde{\phi}_{k,s}) = \\ &= \text{diag}\left(\sum_{j=1}^k p_{1j} \phi_{js}, \dots, \sum_{j=1}^k p_{kj} \phi_{js}\right) \end{aligned}$$

com $P = (p_{ij})$. Nota-se que o ajustamento da matriz P só dependerá dos multiplicadores relacionados à condição final. A expressão (3.8) conterà as informações dinâmicas da renda no período considerado, e sua análise segue os moldes das matrizes markovianas tradicionais.

Por fim, Csiszár (1975) destaca uma importante característica para $H(\cdot)$. Seguindo o teorema de Pitágoras, tem-se:

$$H(F^v | F) = H(F^{\text{adj}} | F) + H(F^v | F^{\text{adj}})$$

onde F^v corresponde à densidade verdadeira. O fato é que F^v pode ser substituída por um elemento de ζ . A ideia é simples, escolhe-se uma densidade bidimensional hipotética, F . Após o processo de ajustamento, utilizando-se das proporções de renda nos períodos inicial e final, essa densidade será transformada em uma F^{adj} , que, por sua vez, será a alternativa mais próxima do processo verdadeiro.

A densidade, porém, que inicia o processo pode, ou não, pertencer a ζ . Sob a hipótese nula de que $F \in \zeta$, Aebe *et al.* (2001) mostram que $2N$ vezes a entropia relativa minimizada segue uma distribuição χ^2 com $2k-2$ graus de liberdade, assim

$$2NH(F^{\text{adj}} | F) \sim \chi_{2k-2}^2$$

Nesse sentido, um valor alto para o teste indica que será necessário um ajustamento significativo na F inicial. Contudo, após esse processo, a densidade resultante será a mais próxima da densidade verdadeira (Aebi *et al.*, 2001).

3.2_ Índices de mobilidade de renda

Segundo Shorrocks (1978), o índice de mobilidade corresponde a uma função real $M(\cdot)$, definida sobre o conjunto de matrizes de transição P . A partir de então, alguns axiomas são impostos.

(N) Normalização:

$$0 \leq M(P) \leq 1, \forall P \in P$$

(M) Monotocidade:

$$P \succ P' \leftrightarrow M(P) > M(P')$$

(I) Imobilidade:

$$M(I) = 0$$

(MP) Mobilidade perfeita:

$$M(P) = 1, \text{ se } P = ux',$$

$$\text{onde } u = (1, \dots, 1) \text{ e } x'u = 1.$$

O primeiro axioma restringe a variação do índice ao intervalo $[0; 1]$. O segundo associa as características da matriz de transição ao indicador de mobilidade. Ou seja, se uma matriz P apresentar maior mobilidade do que uma matriz P' , ela será socialmente preferível (\succ), e, necessariamente, seu índice será superior. Em outras palavras, como a probabilidade de movimento entre as classes de renda é representada pelos elementos situados fora da diagonal principal da matriz de transição, então, se $p_{ij} \geq p'_{ij}$, $\forall i \neq j$ e $p_{ij} > p'_{ij}$ para algum $i \neq j$, os índices de mobilidade para as matrizes serão: $M(P) > M(P')$.

Os dois últimos axiomas representam duas situações extremas. No primeiro caso, temos uma sociedade estática representada por uma matriz identidade. Logo, não há mobilidade entre as classes de renda. A situação oposta é observada na mobilidade perfeita, representada por uma matriz P , necessariamente, com linhas iguais.

Com base nesses axiomas, alguns índices são apresentados, destacando-se a medida proposta por Prais (1955):

$$M_p = \frac{r - \text{tr}(P)}{r - 1}$$

Onde $\text{tr}(\cdot)$ representa o traço da matriz, e r , a sua ordem.

Entretanto, Shorrocks (1978) levanta a seguinte questão: como realizar comparação entre matrizes com períodos diferentes? Ou seja, para que a comparação entre os níveis de mobilidade seja coerente, o indicador deve ser isolado do efeito do tempo (T). Desta forma, será possível efetuar a análise sem se preocupar com a dimensão do intervalo entre os dois pontos no tempo (Δ_t). Para isso, o autor introduz um novo axioma:

(IT) Invariância no tempo:

$$M(P; T) = M(P^{\Delta_t}; \Delta_t T), \Delta_t > 0.$$

Ou seja, o indicador torna-se independente de uma observação particular no tempo, uma vez que ele será compensado pelo tamanho do intervalo utilizado para a construção da matriz de transição. Dois índices são compatíveis com o novo axioma:

$$M_D = 1 - |\det(P)|^{\alpha/T}, \alpha > 0. \quad (3.10)$$

Onde $\det(P)$ corresponde ao determinante da matriz de transição P . A segunda medida é representada por:

$$M_L = 1 - |\theta_2|, \quad (3.11)$$

sendo θ_2 o segundo autovalor da matriz P .

O Teorema 1 de Geweke, Marshall e Zarkin (1986) garante que os índices (3.10) e (3.9) serão compatíveis com

a estrutura de axiomas N, M, I, MP e IT. Para tanto, basta que os autovalores de P sejam todos reais e não negativos.

Outra importante característica da matriz poderá ser capturada por:

$$h = -\frac{\log 2}{\log |\theta_2|},$$

ou seja, pela velocidade de convergência da matriz calculada para a cadeia de Markov de equilíbrio. De outra forma, h pode ser interpretado como a “meia-vida” para o processo de transição. Intuitivamente, uma estrutura rígida (baixa mobilidade) estará associada a um processo lento de convergência, ocorrendo o inverso no caso de mobilidade perfeita.

Em suma, esses indicadores permitem a mensuração da mobilidade de renda tomando-se por base as matrizes de transição. Vale ressaltar que as alternativas apresentadas são válidas para processos discretos. Geweke, Marshall e Zarkin (1986) ampliam esses resultados para os processos markovianos contínuos. Tal alternativa, porém, não será considerada no estudo.

4 Resultados

4.1 Dados e implementação do processo de otimização

Este tópico tem como objetivos discutir a natureza e a manipulação dos dados

e apontar as principais estratégias relativas ao processo de otimização implementado no estudo. Optou-se pela seleção da variável “renda familiar”, oriunda da Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), tendo como base o mês de setembro dos respectivos anos.¹⁶

O primeiro passo foi o da conversão das moedas e o deflacionamento.¹⁷ Para tanto, utilizou-se o procedimento sugerido por Corseuil e Foguel (2002). A amostra contém apenas chefes de família do sexo masculino com idade entre 25 e 54 anos, em 1995, e vivendo em domicílios urbanos. Convém ressaltar que foram consideradas informações relativas à escolaridade, à raça, à região e ao ano de nascimento.

As amostras resultantes contam com 36.634 observações em 1995 e 38.524 observações em 2005. A Tabela 1 expõe algumas estatísticas descritivas relacionadas à amostra. Por restrição de espaço, optou-se por apresentar os resultados para apenas quatro subgrupos populacionais.

Em primeiro lugar, destaca-se o crescimento da renda média no período. Observaram-se incrementos não só na renda total, como também para os sub-

.....
¹⁶ Uma alternativa seria considerar a Pesquisa Mensal do Emprego, realizada pelo IBGE. Nela os indivíduos são identificados e acompanhados ao longo do tempo. Contudo, o horizonte temporal desse acompanhamento, isto é, oito meses, é muito curto para os propósitos de um estudo relacionado à mobilidade de renda.

¹⁷ Todos os valores estão expressos em real de janeiro de 2005.

Tabela 1 _ Percentual de pessoas por "decis" de renda

"Decis" de Renda	Anos	
	1995	2005
[1]	20.00	9.50
[2]	20.00	23.80
[3]	20.00	23.80
[4]	20.00	21.50
[5]	20.00	21.40

Fonte: Dados da pesquisa.

grupos populacionais. Como já destacado, o Brasil apresenta importante heterogeneidade. Esse fato é refletido, de forma preliminar, pela diferença de renda entre brancos e negros e entre as Regiões Sudeste e Nordeste.

A análise da transição da renda será efetuada a partir de dois pontos no tempo que, no caso deste estudo, serão os anos de 1995 e 2005. As informações necessárias ao processo de estimação são sumarizadas nos vetores de proporção de indivíduos por estrato de renda, onde as partições ($k = 5$) representam os quintis de renda, tendo 1995 como ano-base.

A estimação do processo de transição F necessita de especificações *a priori* para \mathfrak{Q} e P . A partir de então, é iniciado o processo de otimização, utilizando o Iterative Proportional Fitting Procedure (IPFP), gerando as matrizes F^{adj} e P^{adj} .

Assumiu-se um $\mathfrak{Q} = q_{1995}$, ou seja, uma distribuição arbitrária igual à proporção de indivíduos por estrato de renda no ano inicial. Já a construção da matriz P baseou-se em dois procedimentos. No primeiro, o indivíduo só poderá se mover para o estrato imediatamente superior ou inferior ao seu estrato de origem a cada ano. Suposição: o indivíduo só poderá mover-se para o estrato imediatamente superior ou inferior ao seu estrato de origem a cada ano. Por exemplo, uma pessoa que pertença ao segundo quintil, em 1995, só poderá transitar para o primeiro ou para o terceiro quintil em 1996. Matrizes com essa propriedade são conhecidas como *3-band*.¹⁸ Desta forma, a especificação inicial para a densidade bidimensional será:

$$F_1 = \text{diag}(q_{1995})P_{3\text{-band}}^{10}$$

Alternativamente, considerou-se um processo gaussiano autorregressivo de primeira ordem, ou seja:

$$\log y_t = (1 - \rho)\mu + \rho \log y_{t-1} + u_t \quad (4.1)$$

com $u_t \sim \text{IIN}(0, \sigma^2)$. Nesse caso, μ representa a média para $\log y_t$ e $|\rho| < 1$.

Para um dado valor de ρ , tem-se a correspondência entre a variância incondicional do $\log y_t$ ($V_{\log y}$) e σ^2 , qual seja:

$$\sigma^2 = (1 - \rho^2) V_{\log y}. \text{ Assumindo } V_{\log y} \text{ como}$$

¹⁸ Uma matriz será $(2y + 1)$ -band se seus elementos $a_{ij} = 0$, quando $|i - j| > y$.

a variância dos logaritmos das rendas em 1995, pode-se aproximar o processo autorregressivo (4.1) com base em uma cadeia de Markov. Utilizando o método sugerido por Tauchen (1986), chega-se a uma classe de matrizes indexadas por ρ , $P_{AR}(\rho)$. A matriz selecionada será aquela que, no processo,

$$F_{AR}(\rho) = \text{diag}(q_{1995})P_{AR}(\rho)$$

minimizar a entropia relativa (fórmula 3.5). O fato é que essas matrizes variam de acordo com o subgrupo considerado. No caso dos dados para todo o Brasil, a matriz selecionada é indexada por um $\rho = 0,73$.

4.2_ A dinâmica da renda brasileira

A Tabela 2 apresenta a proporção de indivíduos por quintil de renda nos anos de 1995 e 2005. Esses percentuais são mostrados para que surja a pergunta

fundamental desta seção: o que se pode afirmar em termos da dinâmica da renda nesse período?

O ponto de partida para a elucidação desse questionamento é estabelecido nas Tabelas 3 e 4, que apresentam as matrizes de transição markovianas para os dez anos de mobilidade no Brasil. A primeira corresponde ao ajustamento a partir de uma matriz $P_{3\text{-band}}^{10}$. Na segunda, utiliza-se a alternativa autorregressiva, $P_{AR}(\rho)$, com $\rho = 0,73$.

Nota-se que, em ambas, a soma das probabilidades contidas em cada linha da matriz é igual a um. A análise deste resultado é similar à realizada com uma matriz hipotética na seção 2. Considerando a Tabela 2, observa-se que o indivíduo que se encontrava no primeiro quintil, em 1995, possui as seguintes probabilidades de transição: 40.35% de permanecer no mesmo patamar; 56.38% de

Tabela 2 _ Matriz de transição markoviana – Brasil (3-band)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.4035	0.5638	0.0211	0.0063	0.0053
[2]	0.0605	0.3487	0.4034	0.1801	0.0073
[3]	0.0121	0.1718	0.3456	0.3147	0.1558
[4]	0.0014	0.1030	0.2912	0.3338	0.2706
[5]	0.0004	0.0037	0.1287	0.2352	0.6320

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 3 Matriz de transição markoviana – Brasil (autorregressiva)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.3420	0.4790	0.1569	0.0196	0.0015
[2]	0.1099	0.4361	0.3383	0.1017	0.0130
[3]	0.0209	0.2148	0.3932	0.2806	0.0895
[4]	0.0021	0.0534	0.2319	0.3905	0.3211
[5]	0.0001	0.0067	0.0696	0.2777	0.6450

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 4 Informações relativas às matrizes de transição

Informações	P_{3-band}^{10}	$P_{AR}(\rho)$
Entropia Relativa	0.2188	0.0436
Teste Estatístico**	16119	3212
Índice M_p	0.7341	0.6983
Índice M_D^*	0.6530	0.4953
Índice M_L	0.3963	0.3037

(*) $\alpha = 1$.

(**) com 8 graus de liberdade.

Fonte: Dados da pesquisa.

migrar para o segundo quintil; em torno de 2% de passar para o terceiro e; probabilidades decrescentes e inferiores a 1% a partir do quarto quintil. Ou seja, o fato de pertencer aos 20% mais pobres, no ano inicial, é preponderante para que o indivíduo não atinja o topo da distribuição no ano final.

O comportamento do último quintil é similar ao do primeiro, só que de forma inversa, isto é, quem pertencia a esse estrato, em 1995, possui probabilidade pequena de migrar para os estratos

mais baixos da distribuição. Outro ponto de destaque é que as probabilidades de transição mostram-se superiores a 20% no meio da distribuição (números em negrito), configurando um movimento favorável aos estratos intermediários.¹⁹

Algumas informações relacionadas às matrizes de transição podem ser observadas na Tabela 5. A primeira, representada pelo valor da entropia relativa, refere-se à distância entre os processos estimado e “verdadeiro”. Os valores indicam que a matriz autorre-

¹⁹ Comportamento similar foi detectado por Figueiredo e Ziegelmann (2010a) e está relacionado com a mudança recente na distribuição de renda brasileira.

gressiva possui melhor ajuste, dado que o ínfimo para essa medida é igual a zero (ver fórmula (3.5)). Os testes estatísticos claramente rejeitam a hipótese de que as matrizes iniciais (3-band e autorregressiva) pertencem ao conjunto de densidades ξ , isto é, o ajustamento via IPFP é significativo.

Tabela 5_ Mobilidade de renda internacional

Países	Índice M_t
Chile	0.6550
China	0.6520
Peru	0.5390
EUA	0.4780
Alemanha	0.4730
Malásia	0.3730
Colômbia	0.2290

Fonte: Gottschalk (1997), Birchenall (2001) e Fields (2001).

Por fim, destacam-se os valores dos índices de mobilidade. Foram calculadas as medidas (3.9), (3.10) e (3.11). A magnitude desses resultados torna-se clara quando comparada com os valores internacionais. A Tabela 6 mostra alguns índices para países desenvolvidos e em desenvolvimento. Nota-se que o Brasil apresenta um dos menores índices de mobilidade e, mesmo adotando a estrutura mais móvel (matriz 3-band), seus indicadores só são superiores aos da Colômbia e aos da Malásia.

Esse resultado indica que a estrutura social brasileira ainda apresenta relativa rigidez. Ou seja, o estrato de renda no qual o indivíduo está inserido será determinante para a sua posição social futura. Exemplificando, um agente econômico pertencente aos 20% mais pobres possuirá probabilidade muito baixa de, com o tempo, ascender socialmente,

Tabela 6_ Matriz de transição markoviana – brancos (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.6304	0.2839	0.0689	0.0159	0.0009
[2]	0.2893	0.3692	0.2120	0.1178	0.0116
[3]	0.0621	0.2047	0.2775	0.3661	0.0896
[4]	0.0059	0.0484	0.1556	0.4844	0.3058
[5]	0.0003	0.0060	0.0462	0.3404	0.6072

Fonte: Dados da pesquisa.

passando a “habitar” os estratos superiores da distribuição.

Tal comportamento, já destacado por Figueiredo e Ziegelmann (2010a), mostra-se coerente aos resultados relacionados à dependência intergeracional, isto é, o papel da renda dos pais sobre a determinação da renda dos filhos. Essa afirmação é corroborada pelo estudo de Ferreira e Veloso (2006), que detectou baixa mobilidade intergeracional no Brasil, ou melhor, os salários dos pais tendem a ser “transferidos” para os filhos em uma magnitude superior ao observado em países desenvolvidos.

Logo, conclui-se que o Brasil apresenta uma estrutura de mobilidade de renda relativamente rígida, seja ela no âmbito intrageracional, seja ela no âmbito intergeracional. Contudo, esse comportamento apresenta algumas importantes heterogeneidades. Esses resultados particulares serão explorados na próxima subseção.

4.3_ Análise em diversos subgrupos

Como já destacado, este estudo postula que o comportamento da mobilidade intrageracional brasileira apresenta algumas diferenças significativas. Nesta subseção, serão exploradas as dinâmicas por raça, coorte, nível educacional e re-

giões geográficas. Em razão da restrição de espaço, só serão apresentados os resultados relativos ao processo de otimização, considerando a matriz calculada pelo método autorregressivo, dado que essas simulações indicaram seu melhor desempenho perante a *3-band*. As informações relativas às duas *prioris* podem ser observadas nas Tabelas A.1 e A.2 em anexo.

4.3.1_ Raça

Nos cálculos por raça, detectou-se que os brancos apresentam mobilidade inferior à dos negros, $M_L = 0.1953$ ante a $M_L = 0.3963$, respectivamente.²⁰ À primeira vista, esse resultado parece incoerente; porém, quando se observam as matrizes de transição, têm-se uma ideia do que está por trás dos indicadores.

As Tabelas 7 e 8 mostram que, apesar de os negros apresentarem maior mobilidade de renda, sua dinâmica conduz a uma armadilha de pobreza. Enquanto isso, mesmo com uma menor mobilidade, os brancos tomam um caminho inverso, ou seja, favorável aos estratos superiores da distribuição. A comparação das probabilidades no primeiro e no último quintil é uma boa representação para essa diferença. Os brancos que se encontravam entre os 20% mais pobres, no período inicial, possuem 63% de

.....
²⁰ Também foi testado o comportamento com não brancos, e os índices foram muito próximos aos dos negros (por exemplo, $M_L = 0.4151$).

Tabela 7_ Matriz de markoviana – negros (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.8388	0.1465	0.0136	0.0011	0.0000
[2]	0.6152	0.3044	0.0669	0.0132	0.0004
[3]	0.3053	0.3904	0.2025	0.0945	0.0073
[4]	0.0750	0.2398	0.2952	0.3251	0.0649
[5]	0.0073	0.0619	0.1832	0.4780	0.2690

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 8_ Matriz de markoviana – primeira coorte (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.9492	0.0514	0.0003	0.0001	0.0000
[2]	0.7821	0.1775	0.0293	0.0120	0.0001
[3]	0.5197	0.3098	0.0889	0.0745	0.0082
[4]	0.0443	0.5021	0.2026	0.2137	0.0383
[5]	0.1247	0.0342	0.2289	0.3847	0.2285

Fonte: Dados da pesquisa.

chance de continuar nesse mesmo patamar. Já para os negros, essa probabilidade cresce para quase 84%. A situação inverte-se no último quintil. Os brancos pertencentes aos 20% mais ricos apresentam probabilidade de 61% de continuar nesse estrato. Contudo, a probabilidade dos negros é bem inferior, ou seja, cerca de 27%.

Tais resultados são coerentes com a análise intergeracional de Ferreira e Velloso (2006), na qual se observou tendência de empobrecimento para os negros. Deve-se, porém, salientar que esse pro-

cedimento não captura os demais determinantes do status econômico, tal como uma possível discriminação. A explicação para essa diferença foge completamente dos objetivos deste estudo.

4.3.2_ Coorte e educação

Convém ressaltar que a dinâmica da renda pode sofrer influência do ciclo da vida. Essa hipótese tem sido corroborada pela literatura relacionada à mobilidade intergeracional.²¹ Com o intuito de testar esse efeito, será procedida uma análise por coorte, considerando seis gru-

²¹ Sugere-se a leitura de Grawe (2002).

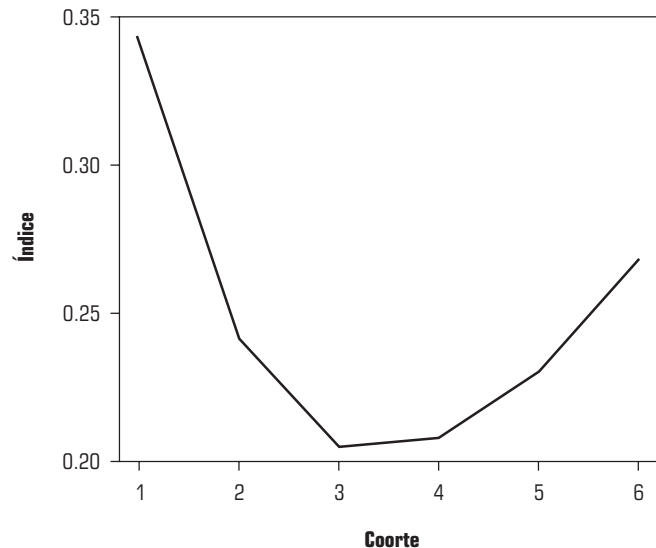
pos de idade de cinco anos cada um. O primeiro com indivíduos nascidos entre 1941/1945, o segundo com pessoas nascidas entre 1946/1950, e assim por diante até o sexto e último grupo, para nascidos entre 1966/1970. O Gráfico 1 apresenta o comportamento dos índices de mobilidade para as diversas coortes consideradas.²²

Novamente se faz uma comparação com os resultados de Ferreira e Velloso (2006). Esses autores encontraram um comportamento de um U-invertido

para a persistência da mobilidade. Ou seja, menor mobilidade nas coortes intermediárias. Esse mesmo comportamento é apontado no Gráfico 1, dado que o indicador é analisado de forma inversa, ou seja, quanto mais próximo de zero, menor a mobilidade.

A comparação das matrizes de transição para a primeira e a última coorte fornece uma informação relevante. Nota-se que os mais jovens (sexta coorte) possuem tendência a transitar para os estratos superiores da distribuição.

Gráfico 1_ Comportamento dos índices de mobilidade segundo as coortes consideradas



Fonte: Elaboração própria.

²² As matrizes de transição e os demais indicadores foram suprimidos por restrição de espaço. Contudo, elas encontram-se disponíveis com o autor, podendo ser obtidas mediante solicitação.

O movimento inverso é detectado para os mais velhos (primeira coorte), ou seja, na medida em que se transita do menor para a maior coorte, maior a chance dos agentes passarem para o topo da densidade. Vale salientar que Morley *et al.* (1998) apontam um comportamento similar para os dados da Colômbia.

Para captar as diferenças por nível educacional, consideraram-se quatro categorias: a) E1, para pessoas com até quatro anos de estudo, incluindo os não

instruídos; b) E2, com cinco a nove anos de estudo; c) E3, entre dez e quatorze anos de estudo e; d) e por fim, E4, para aqueles que possuem mais de 14 anos de estudo. A Tabela 11 apresenta os resultados para os índices de mobilidade.

Como era de se esperar, as pessoas com maior nível de instrução apresentam maior mobilidade. Os resultados dos índices são complementados pelas Tabelas 12 e 13, que destacam o comportamento dos grupos educacionais E1 e E4.

Tabela 9_ Matriz de transição markoviana – sexta coorte (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.8541	0.1442	0.0018	0.0007	0.0002
[2]	0.4675	0.3306	0.1308	0.0711	0.0010
[3]	0.1725	0.3205	0.2205	0.2446	0.0429
[4]	0.0076	0.2682	0.2592	0.3620	0.1039
[5]	0.0133	0.0114	0.1827	0.4066	0.3870

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 10_ Mobilidade de renda por nível educacional

Estratos	Índice M_i
E1	0.1685
E2	0.2052
E3	0.5248
E4	0.8599

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 11_ Matriz de transição markoviana – E1 (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.8955	0.0962	0.0071	0.0010	0.0001
[2]	0.7247	0.2207	0.0387	0.0135	0.0024
[3]	0.4002	0.3149	0.1304	0.1078	0.0467
[4]	0.0776	0.1526	0.1501	0.2926	0.3271
[5]	0.0039	0.0204	0.0483	0.2230	0.7044

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 12_ Matriz de transição markoviana – E4 (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.0692	0.1190	0.1408	0.4234	0.2476
[2]	0.0046	0.0226	0.0632	0.4583	0.4512
[3]	0.0002	0.0025	0.0165	0.2846	0.6962
[4]	0.0000	0.0002	0.0034	0.1364	0.8601
[5]	0.0000	0.0000	0.0006	0.0531	0.9463

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 13_ Mobilidade de renda por regiões geográficas

Regiões	Índice M_t
Sudeste	0.2958
Norte	0.2644
Nordeste	0.2633
Sul	0.2280
Centro-Oeste	0.2100

Fonte: Dados da pesquisa.

Em resumo, o comportamento das matrizes indica que, quanto maior o nível educacional, maior a probabilidade de o indivíduo migrar para os estratos superiores da distribuição. Ou seja, a composição educacional brasileira constitui importante fator para a manutenção da desigualdade. Esses resultados estão em consonância com as evidências da literatura, podendo citar, entre outros, Ferreira (2003) e Menezes Filho *et al.* (2006). Todavia, esses mesmos estudos, aliados às evidências de Figueiredo *et al.* (2007), apontam para uma reversão desse com-

portamento em longo prazo. Tal mudança está relacionada ao aumento na mobilidade educacional brasileira.

4.3.3_ Regiões geográficas

Por fim, os índices regionais classificam o Sudeste como a região com maior mobilidade e o Centro-Oeste com a menor (Tabela 14). As matrizes de transição para o Nordeste e o Sudeste são apresentadas nas Tabelas 14 e 15. A diferença entre essas duas regiões não é muito expressiva, ao contrário do resultado intergeracional de Ferreira e Veloso (2006).

Tabela 14_ Matriz de transição markoviana – Nordeste (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.5795	0.3683	0.0479	0.0041	0.0003
[2]	0.2872	0.5172	0.1593	0.0329	0.0034
[3]	0.0899	0.4184	0.3042	0.1492	0.0384
[4]	0.0140	0.1630	0.2814	0.3256	0.2160
[5]	0.0009	0.0264	0.1096	0.3003	0.5628

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 15_ Matriz de transição markoviana – Sudeste (1995-2005)

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
[1]	0.5854	0.3761	0.0355	0.0028	0.0002
[2]	0.3020	0.5497	0.1230	0.0230	0.0023
[3]	0.1045	0.4916	0.2597	0.1150	0.0292
[4]	0.0189	0.2218	0.2782	0.2908	0.1903
[5]	0.0013	0.0395	0.1191	0.2948	0.5453

Fonte: Dados da pesquisa.

Ela se encontra, basicamente, na persistência do primeiro e do último quintil. Nos resultados intergeracionais, o Nordeste apresenta alta persistência no primeiro estrato, e o Sudeste, no último.

Contudo, tais resultados estão sujeitos a possíveis vieses oriundos da migração. Em uma pesquisa recente, Netto Junior e Porto Junior (2008) destacam que os migrantes possuem maior mobilidade em relação aos nativos. Na comparação entre Sudeste e Nordeste, observou-se maior mobilidade da primeira perante a segunda. Todavia, os migrantes nordestinos no Sudeste, por exemplo, apresentam mobilidade muito próxima à dos habitantes locais. No entanto, deve-se destacar que o estudo em questão trabalha com todos os indivíduos da amostra, e não só com os chefes de família.

Em suma, observou-se grande heterogeneidade nas medidas de mobilidade de renda intrageracional. As mais importantes foram encontradas nas subpopulações relativas à raça, à coorte e ao nível educacional. Curiosamente, a análise regional não apresentou diferença relevante. Ou seja, embora exista todo um apelo relativo à desigualdade regional brasileira, não é possível afirmar que esse comportamento seja transmitido para a dinâmica da distribuição pessoal da renda.

5_ Considerações finais

Este estudo buscou mensurar o grau de mobilidade de renda no Brasil, no período de 1995 a 2005, considerando também diversos subgrupos populacionais. Para tanto, utilizou-se a abordagem axiomática da mobilidade, conduzindo a pesquisa aos cálculos da matriz de transição markoviana e dos respectivos índices de mobilidade. Por causa de limitações relacionadas ao banco de dados, mais especificamente, à ausência de informações relativas a cada indivíduo (ou família) ano a ano, optou-se pela implementação de um método de inferência baseado no cálculo de entropias relativas.

Os resultados sugerem que o Brasil apresenta baixa mobilidade intrageracional de renda, indicando que a sua estrutura social exibe relativa rigidez. Ou seja, o estrato de renda, no qual o indivíduo está inserido, será determinante para a sua posição social futura.

A análise nos diversos subgrupos populacionais apontou para importantes diferenças: a) os negros, apesar de apresentarem maior índice de mobilidade, tendem a transitar para os estratos inferiores da distribuição; b) o movimento dos brancos dá-se de forma inversa; c) os resultados por coorte são coerentes com os observados por Ferreira e Velo-

so (2006) e mais: observou-se que, quanto mais jovem, maior a probabilidade de migrar para o topo da distribuição. Nesse sentido, os resultados são similares ao caso colombiano, obtidos por Morley *et al.* (1998), e; d) por fim, constatou-se que, quanto maior o nível educacional, maior a mobilidade, isto é, novamente se destaca o papel da estrutura educacional sobre a desigualdade de renda brasileira.

Os resultados regionais não apontaram diferenças relevantes. As Regiões Sudeste e Nordeste mostraram as maiores mobilidades. Contudo, a comparação de suas matrizes de transição demonstra que não há diferença expressiva entre elas. Convém ressaltar que um possível viés oriundo da migração pode ter influenciado esses resultados. Sendo assim, destaca-se esse tópico como tema para pesquisas futuras.

Referência bibliográficas

- ADELMAN, I.; MORLEY, S.; SCHENZER, C.; WARNING, M. Estimating income mobility from census data. *Journal of Policy Modeling*, v. 16, p. 187-213, 1994.
- AEBI, R.; NAGASAWA, M. Large deviations and propagation of chaos for Schrödinger processes. *Probability Theory and Related Fields*, v. 94, p. 53-68, 1992.
- AEBI, R. Schrödinger's time-reversal of natural laws. *The Mathematical Intelligencer*, v. 18, p. 62-67, 1996.
- AEBI, R. Contingency tables with prescribed marginals. *Statistical Papers*, v. 38, p. 54-68, 1997.
- AEBI, R.; NEUSSER, K.; STEINER, P. *Evaluating theories of income dynamics: a probabilistic approach*. University of Berne, 1999. (Working paper).
- AEBI, R.; NEUSSER, K.; STEINER, P. *Improving models of income dynamics using cross-section information*. University of Berne, 2001. (Working paper).
- ANGRIST, J.; KRUEGER, A. The effect of age at school entry on educational attainment: an application of instrumental variables with moments from two samples. *Journal of American Statistical Association*, v. 87, p. 238-336, 1992.
- BIRCHENALL, Javier A. Income distribution, human capital and economic growth in Colombia. *Journal of Development Economics*, v. 66, p. 271-287, 2001.
- CHAMPERNOWNE, D. A model of income distribution. *The Economic Journal*, v. 63, p. 318-351, 1953.
- CORSEUIL, C.; FOGUEL, M. Uma sugestão de deflatores para rendas obtidas a partir de algumas pesquisas domiciliares do IBGE. *Mercado de Trabalho-Conjuntura e Análise*, v. 1, p. 57-63, 2002.
- CSISZÁR, I. I-Divergence geometry of probability distributions and minimization problems. *The Annals of Probability*, v. 3, p. 146-158, 1975.
- DEMING, W.; STEPHAN, F. On a least squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 11, p. 427-444, 1940.
- ELLIS, Richard S. *Entropy, large deviations, and statistical mechanics*. New York: Springer-Verlag, 1986.
- ERICKSON, R.; GOLDTHORPE, J. H. *The constant flux*. A study of class mobility in industrial societies. Oxford: Clarendon Press, 1992.
- FERREIRA, S. Skinning the cat: education distribution, changes in the school premium and earnings inequality. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 41., 2003, Porto Seguro. *Anais...* Porto Seguro: ANPEC, 2003.
- FERREIRA, S.; VELOSO, F. Intergenerational mobility of wages in Brazil. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 26, p. 181-211, 2006.
- FIELDS, GARY S.; OK, EFE A. The measurement of income mobility: an introduction to the literature. In: SILBER, J. *Handbook on income inequality measurement*. Boston: Kluwer Academic Press, 2001.
- FIELDS, Gary S. *Distribution and development: a new look at the developing world*. Cambridge: The MIT Press, 2001.
- FIGUEIREDO, ERIK; ZIEGELMANN, F. The dynamics of the Brazilian income. *Economics Bulletin*, v. 30, p. 1249-1260, 2010a.
- FIGUEIREDO, ERIK; ZIEGELMANN, F. Estimating income mobility using census data. *Physica A*, v. 389, p. 4897-4903, 2010b.
- FIGUEIREDO, E.; NETTO JUNIOR, J.; PÓRTO JUNIOR, S. Distribuição, mobilidade e polarização de renda no Brasil: 1987 a 2003. *Revista Brasileira de Economia*, v. 61, p. 1-27, 2007.
- GOLAN, A.; JUDGE, G.; MILLER, D. *Maximum entropy econometrics*. Chichester: John Wiley & Sons, 1996.
- GOTTSCHALK, P. Inequality, income growth, and mobility: the basic facts. *Journal of Economic Perspectives*, v. 11, p. 45-57, 1997.
- GEWEKE, J.; MARSHALL, R.; ZARKIN, G. Mobility indices in continuous time Markov chains. *Econometrica*, v. 54, p. 21-40, 1986.
- GRAWE, N. Life cycle bias in the estimation of intergenerational earnings persistence. *Analytical Studies Branch*, 2002. (Working Paper 207).
- KITAMURA, Y.; STUTZER, M. An information-theoretic alternative to generalized method of moments estimation. *Econometrica*, v. 65, p. 861-874, 1997.
- LEE, T.; JUDGE, G.; ZELNER, A. *Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data*. New York: North-Holland, 1977.

LYDALL, H.. Review of Champernowne. *Journal of Economic Literature*, v. 12, p. 45-86, 1973.

MENEZES FILHO, N.; FERNANDES, R.; PICCHETTI, P. Rising human capital but constant inequality: the education composition effect in Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, v. 60, p. 407-424, 2006.

MORLEY, S.; ROBINSON, S.; HARRIS, R. Estimating income mobility in Colombia using maximum entropy econometrics. *International Food Policy Research Institute*, 1998. (TMD Discussion paper, 26).

NETTO JUNIOR, J.; PORTO JUNIOR, S. *Migração, distribuição de capital humano, mobilidade educacional intergeracional e mobilidade intrageracional de renda no Brasil*. PPGE/UFRGS, 2008.

PASTORE, J. *Desigualdade e mobilidade social no Brasil*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.

PASTORE, J.; SILVA, N. *Mobilidade social no Brasil*. São Paulo: Makron Books, 1999.

PRAIS, S. Measuring social mobility. *Journal of Royal Statistical Society*, serie A, p. 56-66, 1955.

QUAH, D. Convergence empirics across economies with (some) capital mobility. *Journal of Economic Growth*, v. 1, p. 95-124, 1996.

SOLON, G. Intergenerational income mobility in the United States. *American Economic Review*, v. 82, p. 393-408, 1992.

SHORROCKS, A. Income mobility and the Markov assumption. *Economic Journal*, v. 86, p. 566-578, 1976.

SHORROCKS, A. The measurement of mobility. *Econometrica*, v. 46, p. 1013-1024, 1978.

TAUCHEN, G. Finite state Markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. *Economics Letters*, v. 20, p. 177-181, 1986.

TREDE, M. Making mobility visible: a graphical device. *Economics Letters*, v. 59, p. 77-82, 1998.

TREIMAN, D.; GANZEBOOM, H. Cross-national comparative status attainment research. *Research in Social Stratification and Mobility*, 1990.

WHITE, H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica*, v. 50, p. 1-25, 1982.

ZIMMERMAN, D. Regression toward mediocrity in economic stature. *American Economic Review*, v. 82, p. 409-429, 1992.

Agradeço o suporte financeiro do CNPq, por meio do Projeto 475225/2009-0. Estou em débito com a editora Ana Flávia Machado e com um parecerista anônimo. Entretanto, erros e omissões são de minha inteira responsabilidade.

E-mail de contato do autor:

eefigueiredo@gmail.com

**Artigo recebido em novembro 2009;
aprovado em fevereiro de 2010.**

Tabela A.1_ Informações relativas às matrizes de transição 3-band

Informações	Entropia Relativa	Teste estático*
Brasil	0.2188	16119
Branco	0.1287	4576
Negro	0.3581	12488
Coorte 1	0.6520	3265
Coorte 2	0.6234	4966
Coorte 3	0.1554	6785
Coorte 4	0.1932	2815
Coorte 5	0.3120	5420
Coorte 6	0.2390	4002
Educação 1	0.3173	7316
Educação 2	0.1213	4215
Educação 3	0.4534	11789
Educação 4	1,1671	18921
Norte	0.1363	1122
Nordeste	0.1465	2114
Sudeste	0.1830	4292
Sul	0.1354	1651
Centro-Oeste	0.1069	841

(*) com 8 graus de liberdade.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela A.2_ Informações relativas às matrizes de transição autorregressivas

Informações	Entropia Relativa	Teste estatístico
Brasil	0.0436	3212
Branco	0.0553	1966
Negro	0.3324	11592
Coorte 1	0.7102	3556
Coorte 2	0.5147	4100
Coorte 3	0.1300	1522
Coorte 4	0.0830	1209
Coorte 5	0.0886	1539
Coorte 6	0.1389	2326
Educação 1	0.3000	6918
Educação 2	0.0699	2429
Educação 3	0.3660	9516
Educação 4	1.5906	12893
Norte	0.0573	471
Nordeste	0.0564	1045
Sudeste	0.1057	2479
Sul	0.1049	1279
Centro-Oeste	0.0396	311

(*) com 8 graus de liberdade.

Fonte: Dados da pesquisa.