

# Relendo Einstein sobre radiação\*

(Rereading Einstein on radiation)

Daniel Kleppner

*Departamento de Física, Instituto de Tecnologia de Massachusetts e  
Centro MIT-Harvard de Átomos Ultra-Frios, Cambridge, MA, EUA*

Os conceitos de emissão espontânea e emissão estimulada são bem conhecidos do artigo de Einstein de 1917 sobre radiação. No entanto, sua teoria da radiação contém muitos outros conceitos. O artigo é um tesouro da física.

**Palavras-chave:** teoria da radiação, Albert Einstein, história da física.

The concepts of spontaneous and stimulated emission are well known from Einstein's 1917 paper on radiation, but his theory of radiation comprises many other concepts. The paper is a treasure trove of Physics.

**Keywords:** radiation theory, Albert Einstein, history of physics.

## 1. Introdução

Albert Einstein tinha um talento genial para extrair teoria revolucionária de simples considerações: do postulado de uma velocidade universal, ele criou a relatividade especial; do princípio da equivalência, ele criou a relatividade geral; de argumentos elementares baseados em estatística, ele descobriu os quanta de energia. Seu artigo de 1905 sobre a quantização do campo de radiação (frequentemente referido, de maneira imprecisa, como o artigo do efeito fotoelétrico) foi construído com base em argumentos estatísticos simples e, nos anos subsequentes, ele voltou repetidamente a questões centradas na estatística e nas flutuações térmicas. Em 1909, Einstein mostrou que flutuações estatísticas nos campos de radiação térmica exibem ambos os comportamentos do tipo partícula e do tipo onda; foi dele a primeira demonstração do que se tornaria mais tarde o princípio da complementaridade. Em 1916, quando se voltou para a relação entre a matéria e a radiação para criar uma teoria quântica da radiação, ele mais uma vez baseou seus argumentos em estatística e flutuações.

A teoria de Einstein da radiação é um tesouro da física, onde podemos perceber as sementes da eletrodinâmica e da óptica quânticas, a invenção dos masers e dos lasers e desenvolvimentos posteriores, tais como o resfriamento de átomos, a condensação de Bose-Einstein e a eletrodinâmica quântica em cavidades. Nossa compreensão dos cosmos deve-se quase que inteiramente às imagens trazidas até nós pela radiação do

espectro eletromagnético. A teoria de Einstein da radiação descreve os processos fundamentais pelos quais as imagens são formadas.

O artigo de Einstein de 1905 sobre a quantização equipou a hipótese do quantum de Max Planck com realidade física. Os osciladores para os quais Planck havia proposto a quantização de energia eram fictícios e sua teoria da radiação do corpo negro carecia de consequências físicas óbvias. Mas o campo de radiação para o qual Einstein propôs a quantização de energia era real e sua teoria tinha consequências físicas imediatas. Seu artigo, publicado em março, foi o primeiro do seu ano maravilhoso. Em rápida sucessão, publicou trabalhos sobre o movimento browniano, relatividade especial e sua teoria quântica do calor específico dos sólidos.

Em 1907, seu interesse se deslocou para a gravidade, e fez a primeira tentativa na direção de uma teoria da relatividade geral. Sua luta com a teoria da gravidade o consumiu integralmente até novembro de 1915, quando obteve finalmente equações satisfatórias para o campo gravitacional. Durante esses anos de luta, contudo, Einstein aparentemente tinha uma insatisfação latente com sua compreensão da radiação térmica, pois em julho de 1916, ele voltou ao problema de como a radiação atinge o equilíbrio térmico. Pode-se argumentar que, em 1916, era muito cedo para enfrentar aquele problema porque existiam sérios obstáculos conceituais à criação de uma teoria consistente. Einstein, de modo olímpico, simplesmente os ignorou. Nos próximos oito

\*Artigo publicado originalmente na revista *Physics Today* **58**, 30 (2005). Tradução de Nelson Studart, Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

meses, escreveu três artigos sobre o assunto, publicando o terceiro, e mais conhecido, em 1917.

Em sua teoria da radiação, como o artigo de 1917 veio a ser conhecido [1], Einstein introduziu os conceitos de emissão espontânea e emissão estimulada, com taxas caracterizadas pelos coeficientes  $A$  e  $B$ . Os coeficientes  $A$  e  $B$  de Einstein são os únicos remanescentes desta teoria que aparecem em muitos livros-texto sobre teoria quântica e a única parte do artigo com a qual me defrontei quando estudante. As invenções dele, contudo, são, de longe, muito mais amplas.

Ao desenvolver sua teoria da radiação, Einstein empregou um novo e crucial conceito: estados estacionários, introduzidos no artigo de Niels Bohr sobre o hidrogênio em 1913. A idéia de estados não radiativos de um elétron em órbita ao redor de um núcleo poderia ser encarada como absoluto *nonsense*, porque, de acordo com os princípios bem estabelecidos da teoria eletromagnética, o elétron poderia irradiar intensamente emitindo um largo espectro ao se chocar com o núcleo. Poder-se-ia argumentar que já era hora de jogar de lado as leis clássicas, mas as maiores características do modelo de Bohr repousavam diretamente sobre estas leis. O conceito de estados estacionários era exatamente o tipo de verdade no *nonsense* que, nas mãos de Einstein, poderia ser usado para fazer mágica.

A teoria de Einstein da radiação analisa os processos nos quais os estados de energia e momento de um gás de átomos atingem o equilíbrio com um campo de radiação térmica. Seu raciocínio é transparente e novo. Por exemplo, ele não toma como ponto de partida o conhecido campo para a radiação térmica, dado pela lei de radiação de Planck. Ao contrário, Einstein admitiu que os átomos estão em equilíbrio térmico e então deduziu as propriedades do campo de radiação necessárias para manter este equilíbrio. O campo obtido é precisamente dado pela lei de radiação de Planck!

Os ingredientes básicos do artigo de Einstein de 1917 são poucos e todos, exceto um deles, são clássicos: a lei de deslocamento de Wien, a distribuição canônica de Boltzmann, o teorema de Poynting e a irreversibilidade microscópica. A única idéia quântica invocada por Einstein foi o conceito de estados estacionários. A partir destes elementos, ele criou uma descrição completa dos processos básicos da radiação e uma descrição completa das propriedades do fóton.

É um prazer ler o artigo de Einstein de 1917 por causa de sua simplicidade e sobriedade. Por exemplo, suas novas e elegantes deduções da lei de radiação de Planck e sua prova da regra de frequência de Bohr são apresentadas com poucos comentários enfatizando aquelas descobertas. Segue um sumário breve do artigo.

## 2. Parte 1: Emissão e absorção

Como um gás de átomos mantém as populações de seus estados estacionários em equilíbrio com um campo de

radiação? Einstein considerou átomos tendo dois níveis de energia,  $a$  e  $b$ , com energias  $E_b > E_a$ . (Por simplicidade, supomos que existe somente um estado quântico para cada energia.) Os estados são ocupados de acordo com a distribuição de Boltzmann com probabilidades  $P_a = C \exp(-E_a/kT)$  e  $P_b = C \exp(-E_b/kT)$ , em que  $k$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura, e  $C$  é um fator de normalização. Os átomos são banhados com radiação do corpo negro dada por uma, ainda a ser determinada, densidade espectral  $\rho(\nu, T)$ , em que  $\nu$  é a frequência circular. Ele faz uso da lei de deslocamento de Wien, que foi baseada numa combinação de termodinâmica e teoria eletromagnética:  $\rho_{\text{Wien}}(\nu, T) = \nu^3 f(\nu/T)$ , em que  $f$  é uma função desconhecida. Em adição, Einstein introduziu os seguintes três processos pelos quais os átomos interagem com a radiação.

### 2.1. Emissão espontânea

Einstein propôs que um átomo excitado no espaço vazio fará uma transição para um estado mais baixo através de um processo que chamou de emissão espontânea. A probabilidade que esta ocorra no tempo  $dt$  é  $dW = A_{ba}dt$ , em que  $A_{ba}$  é uma constante. A novidade desta proposta pode não ser evidente, porque emissão espontânea, hoje em dia, é familiar. Contudo um processo que parece acontecer sem causa, somente pode ser chamado de novo. Outrossim, a emissão espontânea descreve a taxa de mudança da probabilidade e não uma taxa de radiação. Então a linguagem de emissão espontânea tem implicações revolucionárias.

### 2.2. Absorção

A taxa com que a radiação absorve energia de um campo de força com um espectro amplo é proporcional à densidade espectral do campo. Então Einstein asseverou que a probabilidade de que um átomo, no estado de mais baixa energia, faça uma transição  $a \rightarrow b$  no tempo  $dt$  é  $dW = \rho(\nu, T)B_{ab}dt$ , em que  $B_{ab}$  é uma constante a ser determinada.

### 2.3. Emissão estimulada

Um oscilador absorve ou emite energia dependendo de sua fase em relação à força impulsiva. Conseqüentemente, Einstein sustentou que um campo de radiação obriga um átomo no estado de energia superior a fazer uma transição para um estado inferior com uma taxa proporcional à densidade de radiação, um processo que chamou de emissão estimulada. A probabilidade de fazer uma transição  $b \rightarrow a$  no tempo  $dt$  é  $dW = \rho B_{ba}dt$ , em que  $B_{ba}$  é uma constante a ser determinada.

Impondo as condições para equilíbrio térmico na presença daqueles processos e invocando a lei de deslocamento de Wien, Einstein mostrou que  $B_{ba}$  é proporcional a  $A_{ba}$ ; que  $B_{ba} = B_{ab}$ ; que, ao fazer uma transição, o átomo emite radiação monocromática com

frequência dada pela condição de Bohr  $\nu = (E_b - E_a)/h$ , em que  $h$  é a constante de Planck; e que para os átomos atingirem o equilíbrio térmico  $\rho(\nu, T) = (8\pi h\nu^3/c^3)/(\exp[h\nu/kT] - 1)$ . Esta última equação é a lei de radiação de Planck.

### 3. Parte 2: O fóton

Einstein, a seguir, voltou-se para a questão de como a energia cinética de um gás de átomos sustenta o equilíbrio térmico com um campo de radiação. Novamente, ele assumiu a distribuição canônica para a energia (isto é, a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann), analisou os mecanismos de interação com a radiação, e então, encontrou o campo de radiação requerido para manter o equilíbrio térmico. Ele usou “um método que é bem conhecido da teoria do movimento browniano e que já foi por mim utilizado por diversas vezes para fazer cálculos no estudo de movimentos em campos de radiação.”

A radiação térmica amortece o momento de um átomo produzindo uma força  $Rv$  devido ao movimento do átomo no campo de radiação isotrópico, em que  $v$  é a velocidade e  $R$  deve ser calculado. Em oposição a essa força, existe o efeito de flutuações no campo de radiação que tende a aumentar o momento. Einstein considerou um intervalo curto  $\tau$  no qual as flutuações provocam uma variação do momento  $\Delta$  (em sinal e intensidade) a ser transferido para o átomo. Os efeitos da força amortecedora e momento se contrabalançam e ele encontrou que o momento obedece à equação de difusão do mesmo tipo daquela do movimento browniano de moléculas em um líquido:  $\overline{\Delta^2}/\tau = 2RkT$  (a barra indica uma média temporal). A tarefa consiste primeiramente em investigar como  $\overline{\Delta^2}$  e  $R$  dependem do campo de radiação e, em segundo lugar, em achar o campo que satisfaz a equação de difusão.

O cálculo prossegue nas seguintes linhas: o átomo realiza um passeio aleatório no espaço dos momentos por causa da transferência aleatória de momento em cada processo elementar. O átomo recebe um passo aleatório no momento sempre que absorve ou emite um quantum de luz, de modo que o número de passos do momento que um átomo realiza no tempo  $\tau$  é duas vezes o número de absorções,  $2 \times \rho(\nu, T)B_{nm}\tau$ . A força amortecedora  $Rv$  surge devido à ação recíproca do efeito Doppler e da dependência de  $\rho(\nu, T)$  com a frequência. A taxa de absorção de um átomo em movimento difere daquela de um átomo em repouso porque o efeito do movimento é deslocar o espectro.

Quando esses resultados são reunidos, o campo requerido para o equilíbrio térmico é novamente descrito pela lei de radiação de Planck. O argumento parece transparente, mas suas implicações são inesperadas. Por exemplo, átomos interagindo com radiação a temperatura  $T$  são descritos pela distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann devido à emissão e ab-

sorção da radiação, mesmo na ausência de colisões. Contudo, a análise leva a um resultado muito mais profundo.

A transferência de momento em cada passo da radiação é um ponto central na análise de Einstein. O fato do quantum de luz carregar momento, assim como energia, é uma inovação no artigo de 1917. (O termo “fóton” só foi inventado em 1928 e Einstein nunca ligou para ele.) No artigo de 1905 sobre o efeito fotoelétrico, por exemplo, o momento não desempenhou nenhum papel. Com a realização de que a excitação de um elétron é acompanhada da transferência de momento, a natureza completa do quantum de luz foi finalmente descoberta.

### 4. Sobre a arte de ignorar obstáculos conceituais

Einstein fez numerosas hipóteses no artigo de 1917, freqüentemente sem comentá-las. Absorção e emissão estimulada, por exemplo, são evidentemente introduzidas através da analogia com o comportamento dos osciladores clássicos; não é óbvio por que um sistema quântico de dois estados teria muito em comum com um oscilador clássico. Ele aplicou a estatística de Boltzmann a seus átomos de dois estados, embora pode-se questionar por que sistemas quânticos deveriam obedecer à estatística clássica. Em uma década, tais suposições seriam justificadas por uma teoria rigorosa, mas em 1917, sua abordagem pode ser considerada como descuidada.

A suposição mais radical foi que se pode descrever a dinâmica de átomos em termos de probabilidades. Um ponto de vista probabilístico é inerente ao conceito de taxa de emissão espontânea. Einstein reconheceu as implicações desta linguagem e justificou sua suposição de taxa de emissão espontânea declarando que “a lei estatística considerada aqui corresponde à lei de uma reação radioativa, pressupondo-se que no processo elementar de uma tal reação apenas raios  $\gamma$  sejam emitidos.”

A “lei de uma reação radioativa” é a lei de Ernest Rutherford para o decaimento radioativo:  $N(t) = N(0)\exp(-t/\tau)$ , em que  $\tau$  é um tempo característico do átomo. Esta lei foi alvo de controvérsia quando Rutherford a anunciou em 1900 [2]. O problema poderia ser colocado nos seguintes termos: Como um dado átomo radioativo “sabe” quando chegou sua hora - isto é, quando deveria emitir um raio gama? O fato de que um processo tal como uma reação química ocorre a uma taxa uniforme - isto é, uma probabilidade constante por unidade de tempo - é admissível porque o número de partículas é grande e as reações acontecem durante colisões aleatórias. O decaimento errático de um átomo isolado é completamente outro assunto.

Por volta de 1916 a controvérsia se arrefeceu, mas ainda não se resolvera. Einstein evidentemente tinha

dúvidas até esta data porque ele comentou, “a fragilidade da teoria reside... no fato de que ela delega ao “acaso” o tempo e a direção dos processos elementares; mesmo assim, eu tenho completa confiança na validade do caminho utilizado aqui.” Seu instinto estava correto porque seu método, de fato, mostrou-se seguro. Em uma década, contudo, o problema do acaso viria a perseguí-lo; eventualmente o isolou da principal corrente da física.

Um problema igualmente assustador era a ausência de uma teoria para calcular a taxa de emissão espontânea. Este fato - e uma enormidade de outros problemas sobre a estrutura e dinâmica atômicas - simplesmente teria que esperar a criação de uma teoria quântica completa. O problema da absorção espontânea foi resolvido por Dirac em 1927. Einstein estava bastante consciente dessa deficiência, pois seu artigo de 1917 é intitulado “*Sobre a Teoria Quântica da Radiação*” (o grifo é meu).

Finalmente, Einstein questionou se é razoável calcular o efeito Doppler para um campo de radiação quântico em que a energia é absorvida como uma partícula e não como uma onda. Argumentou que, qualquer que fosse a forma da teoria de radiação, o efeito Doppler de primeira ordem seria preservado. Ele calculou apenas em primeira ordem de  $v/c$ . Em segunda ordem, o processo de radiação quântico causa um minúsculo deslocamento de energia devido ao recuo do átomo, que não se manifesta na concepção ondulatória. Sua análise, baseada na conservação do momento, incluiu aquele efeito. O deslocamento devido ao recuo foi observado mais de meio século depois que o artigo de Einstein foi publicado.

## 5. Tesouros

O artigo de Einstein está abarrotado de pedras preciosas. O conceito de emissão espontânea, que engloba a interação fundamental da matéria com o vácuo, é conspícuo entre elas. A emissão espontânea fixa a escala para todas as interações radiativas. As taxas de absorção e emissão estimulada, por exemplo, são proporcionais à taxa para emissão espontânea. A emissão espontânea pode ser visualizada como o processo irreversível definitivo e a fonte fundamental do ruído na natureza. Contudo, com o desenvolvimento da eletrodinâmica quântica em cavidades - o estudo dos sistemas atômicos em cavidades quase ideais - nos anos 80, a situação física alterou-se profundamente. Em tais cavidades, a emissão espontânea evolui para oscilações espontâneas do sistema átomo-cavidade. Embora o comportamento dinâmico seja totalmente alterado, a interação átomo-vácuo que causa a emissão espontânea determina a escala temporal para aquela evolução.

Entre as realizações do artigo de 1917, o conceito do fóton ressalta brilhantemente. Einstein postulou a quantização de energia em 1905, mas somente com a

publicação de seu artigo sobre radiação foi que ficou demonstrado que o fóton possui todas as propriedades de uma excitação fundamental. Portanto, o artigo sobre radiação desempenhou papel seminal na criação eventual da eletrodinâmica quântica.

Outra pedra preciosa é o conceito de emissão estimulada. Reivindicar que Einstein quase inventou o laser é um exagero, mas o mecanismo em que se baseia o laser, a radiação estimulada da radiação, foi uma criação de sua teoria da radiação. Se Einstein conhecesse os lasers, teria provavelmente inventado o resfriamento por laser; sua análise da transferência de momento em um campo de radiação térmica pode ser aplicada imediatamente ao movimento atômico em um campo de laser. Se a largura espectral de um campo térmico é substituída pela largura de linha natural do átomo, a força viscosa de amortecimento origina o fenômeno conhecido como melações ópticas. Este processo fundamental de resfriamento por laser foi redescoberto pela comunidade atômica na década de 1980.

Ironicamente, quando a teoria quântica, necessária para conceber completamente a imagem de sua teoria da radiação, foi desenvolvida entre 1925 e 1928, Einstein deu as costas para ela. Sua intuição sobrenatural finalmente o abandonou.

## 6. Uma oportunidade perdida

A teoria da radiação de Einstein proveu uma caracterização completa das propriedades corpusculares do quantum de luz. É curioso que Einstein não tenha formulado a mecânica estatística destas partículas, principalmente porque sua proposta de 1905 para a quantização de energia foi baseada na analogia entre as entropias da radiação e de um sistema de partículas. Quando recebeu um breve artigo de Satyendra Nath Bose em 1924, que deduziu a lei de Planck tratando fótons como partículas indistinguíveis, Einstein imediatamente o enviou para publicação. Posso imaginá-lo batendo na testa e exclamando “como pude ter deixado escapar isto!” Imediatamente, aplicou o raciocínio de Bose para um gás de átomos indistinguíveis, criando a estatística de Bose-Einstein. Logo depois, apontou a possibilidade da condensação de Bose-Einstein. Muitos físicos consideram esta sua última grande contribuição para a física.

## 7. Um trabalho de arte?

Analogias entre Ciência e Arte são certamente exageradas, mas considere o seguinte: do mesmo modo que um grandioso trabalho de arte pode inspirar pensamentos e sentimentos além da imaginação do artista, a teoria da radiação de Einstein trouxe conseqüências que nem ele poderia imaginar. Grandes representações de

música ou dança parecem ser executadas sem esforço. Einstein apresentou sua teoria de radiação de forma tão simples e natural que se poderia acreditar que ele fez tudo sem esforço, fortuitamente. Trabalhos de arte causam êxtase. Qualquer afortunado bastante para entender a teoria da radiação de Einstein não pode deixar de se extasiar.

Eu me baseei livremente na biografia científica de Einstein por Abraham Pais: *Subtle is the Lord: The Science and Life of Albert Einstein* (Oxford University Press, New York, 1982)<sup>1</sup>. Eu agradeço Wolfgang Ketterle por um comentário de grande ajuda.

## Referências

- [1] A. Einstein, *Phys. Z.* **18**, 121 (1917). A versão em que me baseei é a tradução para o inglês *On the Quantum Theory of Radiation* por D. ter Haar, *The Old Quantum Theory* (Pergamon Press, New York, 1967), p. 167. As citações atribuídas a Einstein foram tiradas dessa fonte.

O artigo de Einstein em português está na página 93 deste número. As citações de Einstein são desta tradução (N.T.).

- [2] A. Pais, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 925 (1997).

---

<sup>1</sup> Sutil é o Senhor...A ciência e a vida de Albert Einstein, Nova Fronteira, Rio de Janeiro (1995). (N.T.)