

Artigos Gerais

UGE, Universo da Gominha Esticada (ERBU, Expanding Rubber Band Universe)

Domingos Soares¹

Departamento de Física, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil
Recebido em 1/4/2014; Aceito em 26/6/2014; Publicado em 3/10/2014

Proponho um análogo mecânico unidimensional simples dos modelos de universo tridimensionais da cosmologia relativista moderna. O objetivo principal da proposta é a apreciação apropriada da relação intrínseca entre a lei de Hubble e a homogeneidade dos modelos relativistas em expansão.

Palavras-chave: cosmologia, lei de Hubble, modelos relativistas, analogia mecânica.

I put forward a simple one-dimensional mechanical analogue of the three-dimensional universe models of modern relativistic cosmology. The main goal of the proposal is the appropriate appreciation of the intrinsic relationship between Hubble's law and the homogeneity of expanding relativistic models.

Keywords: cosmology, Hubble's law, relativistic models, mechanical analogy.

1. Introdução

Os primeiros modelos relativistas do universo surgiram logo após a publicação, em 1915, da formulação final da Teoria da Relatividade Geral (TRG). Em 1917, Albert Einstein e Willem de Sitter apresentaram os seus modelos e, no início dos anos 1920, Alexander Friedmann apresentou os seus [1,2]. Todos estes modelos são soluções das equações de campo da TRG para universos idealizados, a saber, universos homogêneos. A homogeneidade simplifica enormemente a forma das equações de campo [3]. As soluções de de Sitter e de Friedmann representam universos em expansão (ou em contração, para um dos modelos de Friedmann).

Os modelos de universo relativistas passaram a ter maior impacto na comunidade científica a partir do surgimento de observações astronômicas que eram consistentes com a característica fundamental dos modelos teóricos, *i.e.*, a sua homogeneidade espacial. Estas observações deveram-se ao trabalho de vários astrônomos, mas foram sintetizadas e apresentadas de forma convincente por um deles, o astrônomo americano Edwin Hubble, na forma de uma relação que ficou conhecida como "lei de Hubble". Ela indica que as galáxias estão se afastando umas das outras e o fazem de tal forma que as suas velocidades de afastamento são tanto maiores quanto mais distantes elas estiverem umas das outras. Matematicamente, a lei de Hubble da expansão é escrita como $v \propto d$, onde v é a velocidade de afastamento da galáxia e d é a sua distância até um ponto de referência,

a saber, a posição do observador na Terra.

A conexão da homogeneidade dos modelos relativistas com a lei de Hubble da expansão não é sempre apropriadamente apreciada nas apresentações da cosmologia relativista moderna. Em geral, destaca-se apenas a existência da própria expansão e da sua consequência mais imediata, qual seja, a necessidade da existência de um início para o universo, decorrente da extrapolação da expansão para o passado. O evento inicial é frequentemente chamado de *singularidade inicial*, *Big Bang* ou *Estrondão* (cf. a Ref. [4]).

Agora, a homogeneidade de qualquer corpo em expansão só é preservada se ela ocorrer de acordo com uma lei do tipo *velocidade de expansão proporcional à distância*. Em outras palavras, todos os pontos do corpo devem ter velocidades de expansão proporcionais às suas distâncias até um ponto de referência arbitrário, também localizado no corpo. A homogeneidade é decorrente do fato de que cada parte do corpo expande-se uniformemente ao longo do corpo. A expansão uniforme das partes não destrói a homogeneidade do todo. O efeito cumulativo destes pequenos incrementos ao longo do corpo é que dá origem a uma lei de expansão do tipo *velocidade proporcional à distância*.

O corpo em questão aqui é o universo. Se ele se expande e permanece homogêneo, então a sua expansão deve obedecer a uma lei como descrita acima. E foi exatamente isto que Edwin Hubble apresentou de forma clara e objetiva no final da década de 1920.

Na próxima seção discuto sucintamente a lei de

¹E-mail: dsoares@fisica.ufmg.br.

Hubble, apresentando o significado dos termos que aparecem em sua formulação. Apresento na terceira seção um análogo unidimensional dos modelos tridimensionais em expansão, o qual ilustra, de forma prática e bastante simples, a relação intrínseca entre a homogeneidade e uma lei do tipo $v \propto d$. Na seção final faço algumas considerações sobre as percepções possíveis do universo, as quais podem ser, de modo geral, teóricas e observacionais. O cosmólogo inglês Edward Milne chamou estas percepções de “mapa do universo” e “imagem do universo”, respectivamente. O análogo unidimensional proposto aqui é considerado neste contexto e ajuda o entendimento destas generalizações de percepções do universo.

2. A lei de Hubble

A lei de Hubble é o fundamento observacional de uma proposição teórica, baseada na TRG, conhecida como “expansão do universo”. Segundo esta proposição, o universo está em expansão de tal forma que as galáxias se afastam tanto mais rapidamente quanto mais distantes elas estão umas das outras. A descoberta da lei de Hubble [5] foi um dos maiores feitos científicos do século XX. Uma descrição detalhada dos eventos e dos cientistas que contribuíram para sua descoberta é apresentada na seção III da Ref. [6].

A Fig. 1 é uma reprodução do diagrama apresentado por Hubble em seu artigo de 1929, que é a expressão gráfica da lei de Hubble. Nele vemos duas retas que representam ajustes distintos para os dados de velocidades e distâncias para galáxias fora do Grupo Local de galáxias. A reta contínua é o ajuste aos círculos preenchidos, os quais representam os dados de 24 galáxias. A reta tracejada é o ajuste aos círculos, os quais representam agrupamentos das 24 galáxias em 9 grupos, segundo as proximidades das galáxias em distâncias e posições no plano do céu. O ajuste para ambas as retas - com diferentes valores de suas inclinações - é

$$v = H_0 d, \quad (1)$$

que é a lei de Hubble, onde H_0 é a “constante de Hubble”. As velocidades foram obtidas a partir dos espectros das galáxias. As linhas espectrais presentes nos espectros estão deslocadas para comprimentos de onda sistematicamente maiores do que as mesmas linhas espectrais medidas em laboratório. Este deslocamento - chamado “desvio para o vermelho” - pode ser interpretado como devido a um movimento de afastamento das galáxias em relação ao observador. Da mesma forma, um movimento de aproximação resulta em um desvio para o azul das linhas espectrais (mais detalhes na Ref. [6, seção III]).

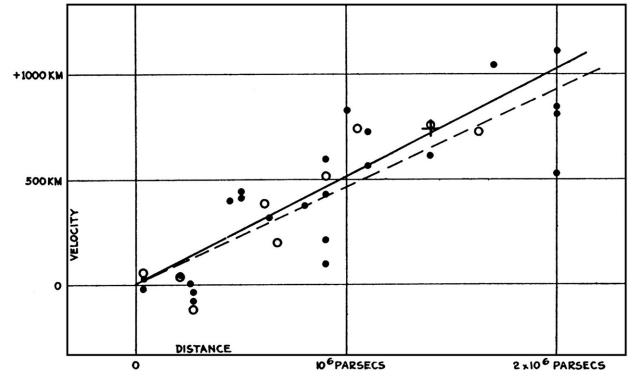


Figura 1 - A lei de Hubble $v = H_0 d$ na forma que foi apresentada em 1929 [5, Fig. 1]. As retas contínua e tracejada representam ajustes aos dados segundo critérios distintos de amostragem. Os círculos preenchidos (reta contínua) representam 24 galáxias individuais e os círculos 9 agrupamentos das mesmas galáxias. As distâncias, no eixo das abscissas, estão em parsec (1 pc = 3,26 ano-luz) e as velocidades em km/s.

O desvio para o vermelho é usualmente representado pela letra z e é definido como $z \equiv \Delta\lambda/\lambda$, com $\Delta\lambda = \lambda_o - \lambda$, onde λ_o é o comprimento de onda observado para determinada linha espectral e λ é o comprimento de onda da mesma linha determinado em laboratório na Terra. Os desvios para o vermelho podem ser transformados em velocidades de afastamento com a utilização da expressão matemática do efeito Doppler clássico $v = cz$, onde z é o desvio para o vermelho e c é a velocidade da luz no vácuo.

As distâncias das galáxias foram determinadas por vários métodos, todos eles envolvendo a dependência do fluxo luminoso observado com o inverso do quadrado da distância até o objeto observado. Na maioria dos casos, Hubble determinou o fluxo luminoso de estrelas individuais presentes nas galáxias e através da comparação com o fluxo luminoso de estrelas semelhantes presentes na Via Láctea, com distâncias conhecidas, determinou as distâncias até as galáxias hospedeiras das estrelas observadas. Em alguns casos utilizou o fluxo luminoso observado de uma galáxia inteira e comparou-o com o fluxo de galáxias semelhantes, mais próximas, cujas distâncias já eram conhecidas por outros métodos. As determinações de distâncias foram bastante precárias, mas constituíam o máximo que se podia fazer no final da década de 1920. A constante de Hubble H_0 determinada por Hubble foi quase 10 vezes maior do que o seu valor determinado na atualidade, principalmente por causa da imprecisão nas distâncias. De qualquer forma, naquela época, o importante foi o estabelecimento convincente da relação linear entre v e d .

A importância fundamental da lei de Hubble é que uma lei deste tipo representa uma característica necessária da homogeneidade dos modelos de universo em expansão ou em contração. Os casos mais comuns, e que, portanto, nos interessam, são os modelos em expansão. Estes modelos só são obtidos quando se faz

a suposição de homogeneidade do espaço na solução das equações de campo da TRG (ver discussão detalhada na Ref. [3]). Se no universo real uma lei deste tipo é verificada observacionalmente isto significa que a suposição de que o universo deva ser espacialmente homogêneo possui um fundamento observacional e não é meramente uma suposição teórica. Na seção seguinte mostro que uma lei $v \propto d$ é realmente uma consequência da homogeneidade espacial, através do estudo de um análogo mecânico simples do universo em expansão.

3. A gominha esticada

Apresento aqui o UGE, *Universo da Gominha Esticada*. A “gominha” é um filete elástico de material homogêneo (borracha, por exemplo), formando uma figura fechada, conforme ilustrado na Fig. 2. O UGE é o análogo unidimensional do ERSU, *Expanding Rubber Sheet Universe* (em português *Universo da Folha de Borracha Esticada*, UFBE) de Edward Harrison [7, p. 275 a 280], o qual é uma analogia 2-D de borracha para o universo 3-D em expansão. Como será mostrado a seguir, o UGE é bem mais prático do que o UFBE - por ser 1-D e de fácil confecção - para ser usado em uma demonstração da lei de Hubble no estudo da cosmologia relativista. Um análogo unidimensional deste tipo já foi discutido, no contexto da lei de Hubble, por Bernard Schutz (cf. a Ref. [8, p. 349], onde ele é chamado de *Rubber-Band Model of the Universe*, em português *Modelo de Gominha do Universo*, MGU). O MGU é utilizado por este autor para discussões quantitativas da lei de Hubble [8, p. 348], e o aspecto que discuto aqui, qual seja, a homogeneidade dos modelos relativistas do universo, é mencionado mas não recebe o merecido destaque, especialmente a relação direta entre a lei de Hubble e a homogeneidade. Outra diferença entre o UGE e o MGU é que no primeiro lidamos com a expansão (esticamento da gominha) apenas em uma direção, *i.e.*, uma expansão linear. No MGU a gominha expande-se a partir de uma forma circular inicial e deve manter esta forma. A expansão linear é menos rica em detalhes mas é suficiente para o objetivo do presente trabalho. O estudo do MGU é um complemento importante ao estudo apresentado aqui.

A Fig. 2 mostra o UGE. O material utilizado na sua confecção é constituído por uma gominha e dois pedaços de barbante.



Figura 2 - Os laços amarrados na gominha de borracha representam as “galáxias” A e B. Para efeito de discussão, o observador O está localizado na extremidade esquerda da gominha. Ele pode, no entanto, estar em qualquer ponto do UGE.

O UGE da Fig. 2 pode ser utilizado de três maneiras diferentes. (i) Fixando-se a extremidade esquerda O e esticando-se a extremidade direita, nota-se que o laço A da esquerda desloca-se muito menos do que o laço B da direita. Este é um comportamento que segue a lei de Hubble do UGE: quanto mais distante do “observador”, neste caso a extremidade esquerda O, maior o deslocamento da “galáxia” e portanto maior a sua velocidade. Desta forma, v é proporcional à distância d , como explicado na seção anterior. (ii) Fixando-se a extremidade direita e esticando-se a extremidade esquerda, o comportamento dos laços é invertido; a velocidade da galáxia B agora é menor do que a velocidade da galáxia A. (iii) Esticando-se simultaneamente as duas extremidades, os dois cenários anteriores ocorrem também simultaneamente; em outras palavras, não há observador privilegiado.

Tudo isto ocorre para que a homogeneidade da gominha seja preservada. A Fig. 3 mostra o UGE da Fig. 2, antes e depois da expansão - ou esticamento - da gominha.

Suponhamos que a gominha foi esticada durante um intervalo de tempo t_0 . O deslocamento da galáxia A, neste intervalo, vale AA' . Podemos imaginar que este deslocamento é o somatório de pequenos deslocamentos que ocorrem ao longo de OA. Como a gominha é homogênea, estes pequenos deslocamentos têm todos o mesmo módulo δd . O deslocamento total AA' será igual a $N \times \delta d$, onde N é o número de deslocamentos δd . Desta forma, quanto maior for OA maior será o número N e, conseqüentemente, maior será AA' , ou seja, AA' será proporcional a OA. Da mesma forma, o deslocamento BB' , da galáxia B, é proporcional a OB. Estes comportamentos resultam numa “lei de Hubble” do UGE, como mostrarei a seguir.



Figura 3 - As linhas representam a gominha da Fig. 2. A distância do observador até a galáxia B é, neste exemplo, igual a 7 vezes a distância até a galáxia A. A linha inferior mostra a gominha esticada. A gominha é homogênea e permanece homogênea depois de ser esticada e por isso teremos $OB' = 7 \times OA'$. Os traços finos na linha inferior denotam as posições iniciais das galáxias.

Chamemos a constante da proporcionalidade, descrita acima, de γ . Teremos então $d' = \gamma d$, onde d' representa o deslocamento genérico de uma galáxia a partir de sua distância inicial e d a sua distância inicial até o ponto de referência O. Note que a constante γ é adimensional. Para a galáxia A, por exemplo, $d' = AA'$ e $d = OA$. Como o deslocamento d' ocorreu durante o intervalo de tempo t_0 , podemos então escrever $d' = vt_0$, onde v é a velocidade com que a galáxia se deslocou.

Na Fig. 3 podemos observar que a velocidade de deslocamento da galáxia **B** será maior do que a velocidade de deslocamento da galáxia **A**, pois no mesmo intervalo de tempo t_o o seu deslocamento foi $\mathbf{BB}'=7\times\mathbf{AA}'$. A velocidade de **B** será portanto 7 vezes maior do que a velocidade de **A**.

A relação $d' = \gamma d$ torna-se então $vt_o = \gamma d$, ou $v = (\gamma/t_o)d$. Chamando γ/t_o de H_G , a *constante de Hubble* do UGE, teremos a expressão da lei de Hubble do UGE como

$$v = H_G d, \quad (2)$$

onde v é a velocidade com que qualquer ponto da gominha se desloca, enquanto a gominha é esticada, $H_G \equiv \gamma/t_o$ é a constante de esticamento - ou de expansão - da gominha e d é a distância do ponto até a referência **O**. A Eq. (2) é inteiramente análoga à Eq. (1) da expansão cosmológica de Hubble, e podemos notar em ambas as equações que H_o e H_G possuem dimensões físicas de 1/tempo.

Da mesma forma que ocorre na gominha, nos modelos de universo em expansão, a lei de Hubble descreve uma expansão que preserva a homogeneidade do universo e, como na gominha, também não há observador, ou ponto de referência, privilegiado.

A “constante de Hubble” da gominha está relacionada à sua elasticidade pois uma gominha de borracha “dura” expande-se (ou estica-se) com maior dificuldade do que uma gominha “mole”. Por analogia, pode-se dizer que a constante de Hubble cosmológica está relacionada à *elasticidade do tecido espacial*. O espaço e o espaço-tempo na TRG são entes físicos e, conseqüentemente, dotados de propriedades físicas. As analogias de borracha para o universo, como a apresentada aqui, mostram que é conceitualmente apropriado a atribuição da propriedade elástica ao espaço (a elasticidade do espaço é discutida, por exemplo, em [9, p. 286-287]).

Devemos salientar que o UFBE de Harrison, por ser uma folha de borracha, i.e, um objeto 2-D, possui uma importante vantagem sobre o UGE, qual seja, a de possibilitar a discussão do comportamento de figuras bidimensionais nos modelos em expansão (e.g., [7, p. 276]). Já o MGU de Schutz expande-se mantendo uma forma circular, enquanto que o UGE expande-se linearmente, característica suficiente para a discussão da homogeneidade, e é também, por esta característica, de mais fácil manuseio do que o MGU. Este, como dito acima, precisa manter a forma circular enquanto é esticado.

O UGE permite, portanto, uma verificação experimental de uma das conseqüências mais importantes da homogeneidade de um sistema físico, a saber, a validade de uma lei do tipo $v \propto d$, em outras palavras, a validade de uma “lei de Hubble”.

4. Considerações finais

Como vimos, o UGE é um análogo mecânico simples do universo em expansão, que permite um entendimento conceitual mais aprimorado da lei de Hubble. Ele é propício também para a discussão de dois interessantes conceitos cosmológicos introduzidos pelo físico, matemático e cosmólogo inglês Edward Milne (1896-1950). Trata-se do *mapa do universo* e da *imagem do universo*. Estes conceitos são gerais e podem ser aplicados a quaisquer modelos cosmológicos, sejam eles modelos em expansão ou não. O mapa e a imagem do universo são duas maneiras possíveis de percepção do universo. Estes conceitos são explorados mais extensamente em [7, cap. 14]; faço a seguir uma apresentação resumida dos seus significados.

O *mapa do universo* é aquilo que é percebido por observadores cósmicos externos ao universo (*godlike spectators*, cf. a Ref. [7, p. 279]). Este “espectador tipo deus” vê todo o cosmos como ele é em determinado instante de tempo. Em nosso análogo, o espectador externo vê o UGE inteiro, ou seja, a gominha. O espectador externo é, de maneira geral, cada um que manuseia o UGE.

Já um suposto observador localizado no ponto **O** do UGE vê, segundo Milne, a “imagem do universo”, e possui limitações observacionais que não existem para o observador tipo deus. O observador situado em **O** é “habitante tipo verme” (*wormlike denizens*) do UGE. Para o universo real, estas limitações são mais óbvias. Nele, o habitante tipo verme vê corpos distantes no espaço e remotos no tempo e é incapaz de perceber todo o cosmos como ele é em *um determinado instante de tempo*, i.e., o mapa do universo, por causa da finitude da velocidade da luz. No universo real esta é, no entanto, a única possibilidade de se observar o universo. Em outras palavras, nós somos espectadores tipo verme do universo real.

O mapa do universo é percebido por alguém fora dele, sendo necessariamente uma visão teórica. Já a imagem do universo é percebida por alguém dentro dele, sendo então uma visão observacional. A percepção da expansão, neste caso, tem duas limitações fundamentais, uma decorrente de sua natureza observacional, qual seja, a finitude da velocidade da luz, e outra teórica, i.e., a necessidade da escolha de um modelo cosmológico que descreva a expansão. Esta escolha determinará a forma da transformação dos desvios para o vermelho em velocidades de expansão, assim como o cálculo das distâncias até as galáxias observadas. Desta maneira, a relação velocidade-distância só será linear para pequenos desvios para o vermelho (e conseqüentemente distâncias pequenas), pois, neste caso, as influências da finitude da velocidade da luz e do modelo teórico adotado para a expansão são desprezíveis. Para distâncias grandes a relação velocidade-distância dependerá do modelo de expansão adotado,

porque os dados observacionais primários não são velocidades mas sim desvios espectrais. E estes devem ser transformados em velocidades de acordo com o modelo. A função $v = cz$, equivalente ao efeito Doppler clássico, só é válida para pequenos desvios para o vermelho z (como os utilizados por Hubble em 1929); para grandes valores de z , a função $v(z)$ dependerá do modelo de universo em expansão adotado. Por exemplo, para o modelo de Friedmann crítico [2] esta função não é linear e está ilustrada na Fig. 2 da Ref. [10] e na Fig. 15.8 da Ref. [7].

Concluindo, a lei $v = H_0 d$ vale para qualquer distância no mapa do universo, desde que este seja homogêneo, pois, como vimos na seção anterior, é uma lei deste tipo que descreve a homogeneidade de universos em expansão. Mas para distâncias grandes, na imagem do universo, a lei de velocidade-distância não será, em geral, linear. A não linearidade começa a ser observada para desvios para o vermelho maiores do que 0,1 [7, 10], ou seja, para distâncias maiores do que cerca de 1 bilhão de anos-luz, para a constante de Hubble de 72 (km/s)/Mpc [11] (1 Mpc = $3,26 \times 10^6$ ano-luz).

Agradecimento

Agradeço ao parecerista anônimo, cujos comentários contribuíram para maior clareza na apresentação deste trabalho, e por trazer-me ao conhecimento o modelo da gominha de Bernard Schutz (cf. a Ref. [8, p. 349]).

Referências

- [1] D. Soares, Revista Brasileira de Ensino de Física **34**, 1302 (2012).
- [2] A. Viglioni e D. Soares, Revista Brasileira de Ensino de Física **33**, 4702 (2011).
- [3] D. Soares, Revista Brasileira de Ensino de Física **35**, 3302 (2013).
- [4] D. Soares, *A Tradução de Big Bang*, 2002, disponível em <http://www.fisica.ufmg.br/~dsoares/aap/bgbg.htm>
- [5] E. Hubble, Proceedings of the National Academy of Sciences **15**, 168 (1929).
- [6] I. Waga, Revista Brasileira de Ensino de Física **22**, 163 (2000).
- [7] E. Harrison, *Cosmology – The Science of the Universe* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
- [8] B. Schutz, *Gravity From the Ground Up* (Cambridge University Press, Cambridge, 2003). Disponível também em Gravity From the Ground Up.
- [9] E.F. Taylor, J.A. Wheeler, *Spacetime Physics, Introduction to Special Relativity* (W.H. Freeman and Company, New York, 1992).
- [10] D. Soares, *O Efeito Hubble*, 2009, <http://www.fisica.ufmg.br/~dsoares/ensino/efhub.pdf>.
- [11] W.L. Freedman, B.F. Madore, B.K. Gibson, L. Ferrarese, D.D. Kelson, S. Sakai, J.R. Mould, R.C. Kennicutt, Jr., H.C. Ford, J.A. Graham, J.P. Huchra, S.M.G. Hughes, G.D. Illingworth, L.M. Macri and P.B. Stetson, *Astrophysical Journal* **553**, 47 (2001).