

Analytical solution to simulate the behavior of reinforced concrete beams post-strengthened with FRP strips

Solução analítica para previsão do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRF

M. R. GARCEZ ^a

mrgarcez@hotmail.com

L. C. P. DA SILVA FILHO ^b

lcarlos66@gmail.com

Abstract

Aiming to develop an analytical solution to describe the behavior of reinforced concrete beams post-strengthened with FRP systems, with or without prestressing, a non-linear solution based on a tri-linear moment-curvature response was proposed. Three characteristic points were used to define the stages of the moment-curvature diagram: concrete cracking, steel yielding and ultimate capacity of the cross section. The load-deflection responses of the post-strengthened beams were then obtained by a double integration of the moment-curvature curve. This analytical procedure was implemented using the Matlab® software and the results obtained have closely matched the experimental data collected in bending tests performed in concrete beams post-strengthened with post-tensioned and non post-tensioned FRP strips.

Keywords: FRP, tri-linear analysis, analytical solution.

Resumo

Visando desenvolver uma solução analítica para prever o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRF, com ou sem protensão, uma solução não-linear foi proposta, assumindo um diagrama momento-curvatura com resposta tri-linear. Os pontos característicos adotados para definir os estágios do diagrama foram: a fissuração do concreto, o escoamento do aço e capacidade última do elemento reforçado. As deflexões foram obtidas pela dupla integração do diagrama momento-curvatura da seção transversal do elemento reforçado, sendo geradas as respostas carga-deslocamento. A solução analítica foi implementada usando o software Matlab® e os resultados gerados se mostraram compatíveis aos obtidos experimentalmente, em ensaios de flexão de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRF protendidos e não-protendidos.

Palavras-chave: PRF, análise tri-linear, solução analítica.

^a Dra., Federal University of Pampa (UNIPAMPA), Researcher at LEME (Portuguese acronym of the Laboratory of Testing and Structural Modeling) of the Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: mrgarcez@hotmail.com

^b PhD., Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS), Researcher at LEME (Portuguese acronym of the Laboratory of Testing and Structural Modeling) of the Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: lcarlos66@gmail.com

1. Introdução

A utilização de Polímeros Reforçados com Fibras (PRF) no reforço de estruturas de concreto armado vem se popularizando em todo o mundo, desde a década de 80, quando começaram a ser investigados e aplicados na Europa, Japão e Estados Unidos. No Brasil, sua aplicação se popularizou na década de 90 e, desde então, muitos avanços ocorreram, seja na área de pesquisa ou em aplicações reais em estruturas de concreto armado.

Visando desenvolver uma solução analítica para prever o comportamento das vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRF, sendo estes protendidos ou não-protendidos, foi desenvolvido um procedimento de análise não-linear, com base em recomendações existentes na literatura sobre o comportamento de elementos reforçados. A solução analítica proposta foi implementada computacionalmente com auxílio do software MATLAB®, que foi considerado adequado uma vez que a solução não demandou grande esforço computacional. Segundo descrição do fabricante, o MATLAB® é considerado uma linguagem computacional técnica de alto nível com ambiente para desenvolvimento de algoritmos, visualização e análise de dados.

2. Descrição da solução analítica proposta

O modelo numérico não-linear desenvolvido adotou um diagrama momento versus curvatura com resposta tri-linear, abordagem também utilizada por Charkas *et al.*[1] e [2], El-Mihilmy *et al.*[3] e Razaqpur *et al.*[4], para análise da seção transversal de vigas de concreto armado reforçadas com PRF.

Conforme pode ser observado na Figura [1], o diagrama é caracterizado por três estágios: fissuração do concreto (Estádio I), escoamento do aço (Estádio II) e desenvolvimento da capacidade última do elemento reforçado (Estádio III). A partir do diagrama momento versus curvatura da seção transversal do elemento reforçado são obtidas as deflexões, por integração, e geradas as respostas carga-deslocamento.

Observa-se que no Estádio I os momentos atuantes na seção transversal (M) são menores que o momento em que ocorre fissuração do concreto, M_{cr} . No Estádio II, os momentos atuantes na seção transversal estão situados entre M_{cr} e o momento correspondente ao escoamento do aço, M_y . No Estádio III, os momentos atuantes na seção transversal se situam entre M_y e o momento que corresponde ao esgotamento da capacidade última da seção transversal, M_u .

Figura 1 - Diagrama momento versus curvatura com resposta tri-linear

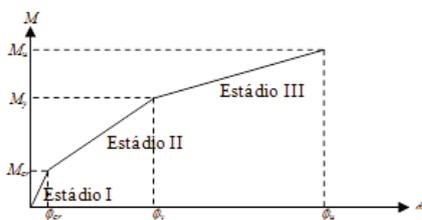
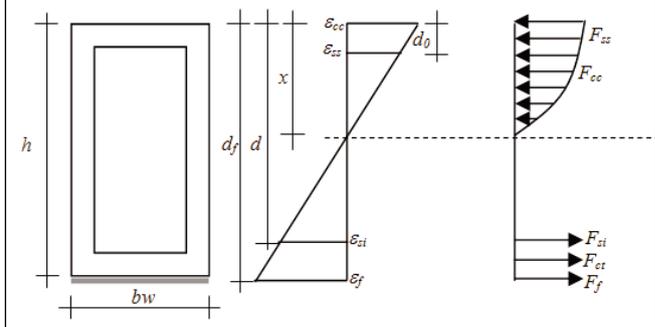


Figura 2 - Distribuição de tensões e deformações utilizada para verificação do equilíbrio interno de forças de uma seção reforçada



A relação momento *versus* curvatura de uma seção de concreto armado reforçada com PRF pode ser determinada através do equilíbrio interno de forças, como no caso do concreto armado. A Figura [2] mostra uma distribuição de tensões e deformações que pode ser utilizada para verificação do equilíbrio interno de forças da seção reforçada em cada fase do diagrama momento versus curvatura, quando são utilizados laminados não-protendidos.

O equilíbrio interno da seção transversal resulta em:

$$F_{cc} + F_{ss} = F_{si} + F_{ct} + F_f \quad (1)$$

Onde:

F_{cc} – Força referente ao concreto comprimido.

F_{ss} – Força referente ao aço da armadura superior.

F_{si} – Força referente ao aço da armadura inferior.

F_{ct} – Força referente ao concreto tracionado.

F_f – Força referente ao PRF.

As Equações [2] e [3] expressam os valores das tensões de tração e compressão no concreto. O comportamento do concreto à compressão foi considerado de acordo com a parábola proposta por Hognestad, em 1975 (Eq. [3]).

$$\sigma_{ct} = E_c \epsilon_{ct} \quad (2)$$

$$\sigma_{cc} = f_c \left[2 \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} - \left(\frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

Sendo:

E_c – Módulo de elasticidade do concreto.

f_c - Resistência à compressão do concreto.

ϵ_{cc} e ϵ_{ct} – Deformações no concreto nas bordas superior e inferior da seção transversal.

ϵ_{cu} – Deformação última do concreto à compressão.

σ_{cc} e σ_{ct} – Tensões no concreto nas bordas superior e inferior da seção transversal.

O comportamento do aço das armaduras foi considerado como sendo elasto-plástico perfeito. A Equação [4] representa o comportamento do aço até o escoamento e a Equação [5] representa o comportamento do aço após o escoamento.

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s \quad (4)$$

$$\sigma_s = f_y \quad (5)$$

Sendo:

E_s – Módulo de elasticidade do aço.

f_y – Tensão de escoamento do aço.

ϵ_s – Deformação no aço.

σ_s – Tensão no aço.

Para o PRF foi considerado um comportamento linear-elástico até a ruptura, representado pela Equação [6].

$$\sigma_f = E_f \epsilon_f \quad (6)$$

Sendo:

E_f - Módulo de elasticidade do PRF.

ϵ_f – Deformação no PRF.

Estabelecidas as relações constitutivas dos materiais, podem-se determinar as equações de equilíbrio para cada estágio. Para o Estádio I a equação de equilíbrio descrita pela Equação 1 resulta na Equação [7]:

$$bw \int_0^x \sigma(y) dy + \epsilon_{ss} E_s A_{ss} = \epsilon_{si} E_s A_{si} + \epsilon_{ct} E_{ct} A_{ct} + \epsilon_f E_f A_f \quad (7)$$

Sendo:

$\sigma(y)$ – Função que representa o comportamento do concreto à compressão.

Aplicando as equações de compatibilidade de deformações, temos:

$$bw f_c \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} \left(1 - \frac{\epsilon_{cc}}{3\epsilon_{cu}} \right) x + \epsilon_{cc} \left(\frac{x-d_0}{x} \right) E_s A_{ss} = \epsilon_{cc} \left(\frac{d-x}{x} \right) E_s A_{si} + \epsilon_{cc} \left(\frac{h-x}{x} \right) E_{ct} b w \left(\frac{h-x}{2} \right) + \epsilon_{cc} \left(\frac{d_f-x}{x} \right) E_f A_f \quad (8)$$

Finalmente, rearranjando os termos, obtemos a Equação [9], de segundo grau, que representa o equilíbrio no Estádio I:

$$\left(\frac{2p}{\epsilon_{cc}} - E_c b w \right) x^2 + (2E_s A_{ss} + 2E_c b w h + 2E_s A_{si} + 2E_f A_f) x - (2d E_s A_{ss} + b w E_c h^2 + 2d E_s A_{si} + 2d_f E_f A_f) = 0 \quad (9)$$

Sendo:

$$p = b w f_c \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} \left(1 - \frac{\epsilon_{cc}}{3\epsilon_{cu}} \right) \quad (10)$$

A_{ss} – Área de aço na posição comprimida da viga.

A_{si} – Área de aço na posição tracionada da viga.

A_f – Área de reforço.

No Estádio II o concreto já chegou ao seu limite de resistência à tração, logo a equação de equilíbrio descrita pela Equação [1] resulta em:

$$b w \int_0^x \sigma(y) dy + \epsilon_{ss} E_s A_{ss} = \epsilon_{si} E_s A_{si} + \epsilon_f E_f A_f \quad (11)$$

Aplicando as equações de compatibilidade de deformações, temos:

$$b w f_c \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} \left(1 - \frac{\epsilon_{cc}}{3\epsilon_{cu}} \right) x + \epsilon_{cc} \left(\frac{x-d_0}{x} \right) E_s A_{ss} = \epsilon_{cc} \left(\frac{d-x}{x} \right) E_s A_{si} + \epsilon_{cc} \left(\frac{d_f-x}{x} \right) E_f A_f \quad (12)$$

Finalmente, rearranjando os termos, obtemos a Equação [13], de segundo grau, que representa o equilíbrio no Estádio II:

$$p x^2 + (\epsilon_{cc} E_s A_{ss} + \epsilon_{cc} E_s A_{si} + \epsilon_{cc} E_f A_f) x - (\epsilon_{cc} d_0 E_s A_{ss} + \epsilon_{cc} d E_s A_{si} + \epsilon_{cc} d_f E_f A_f) = 0 \quad (13)$$

Considerando que, no Estádio III, o aço da armadura inferior atingiu a tensão de escoamento, a Equação 1 se transforma em:

$$b w \int_0^x \sigma(y) dy + \epsilon_{ss} E_s A_{ss} = f_y A_{si} + \epsilon_f E_f A_f \quad (14)$$

Aplicando as equações de compatibilidade de deformações, temos:

$$b w f_c \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{cu}} \left(1 - \frac{\epsilon_{cc}}{3\epsilon_{cu}} \right) x + \epsilon_{cc} \left(\frac{x-d_0}{x} \right) E_s A_{ss} = f_y A_{si} + \epsilon_{cc} \left(\frac{d_f-x}{x} \right) E_f A_f \quad (15)$$

Finalmente, rearranjando os termos, obtemos a Equação [16], de segundo grau, que representa o equilíbrio no Estádio III:

$$px^2 + (\epsilon_{cc} E_s A_{ss} + f_y A_{si} + \epsilon_{cc} E_f A_f) x - (\epsilon_{cc} d_0 E_s A_{ss} + \epsilon_{cc} d_f E_f A_f) = 0 \quad (16)$$

Utilizando-se as equações de equilíbrio específicas de cada estágio, podem ser determinadas, através de um processo iterativo, a posição da linha neutra e as tensões e deformações nos materiais, nos limites dos Estádios I, II e III. O processo iterativo tem três fases. Cada fase tem uma tensão ou deformação que a caracteriza: na primeira fase, que irá determinar o limite do Estádio I, a deformação ou tensão que causa fissuração no concreto, na segunda fase, que determinará do limite do Estádio II, a deformação ou tensão que causa o escoamento do aço e na terceira fase, onde será determinado o limite do Estádio III, a deformação ou tensão que causa a ruptura do reforço ou a ruptura do concreto à compressão. Em cada fase, com a utilização das equações [9], [13] e [16], são determinadas as posições das linhas neutras e as correspondentes tensões e deformações nos materiais, de forma iterativa. Após a determinação das posições das linhas neutras e das tensões e deformações em cada estágio são determinados os respectivos momentos e curvaturas.

Segundo El-Mihilmy & Tedesco [3] o momento M_{cr} que caracteriza o limite do Estádio I pode ser expresso pela Equação [17]:

$$M_{cr} = \frac{f_t' I_g}{y} \quad (17)$$

Sendo:

f_t' – Valor de cálculo da resistência à tração na flexão do concreto.

I_g – Momento de inércia equivalente para o Estádio I.

y – Distância do centróide da viga até a fibra mais tracionada.

O valor de ϕ_{cr} pode ser expresso pela Equação [18]:

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} \quad (18)$$

Para o cálculo de M_y , que caracteriza o limite do Estádio II, El-Mihilmy e Tedesco [3] sugerem a utilização da Equação [19]:

$$M_y = E_c I_{cr} \phi_y \quad (19)$$

Sendo:

I_{cr} - Momento de inércia para a seção fissurada do Estádio II.

ϕ_y – Curvatura correspondente ao escoamento do aço.

A curvatura correspondente ao escoamento do aço pode ser expressa pela Equação 20:

$$\phi_y = \frac{\epsilon_y}{d-x} \quad (20)$$

Para a determinação do limite do Estádio III determina-se, primeiramente, a capacidade resistente da seção (M_u). Segundo Charkas *et al.*[2], a determinação dos valores de M_u e ϕ_u depende do modo de falha que ocorre na viga de concreto armado reforçada. Quando a ruptura ocorre no PRF pode-se utilizar a formulação mostrada na Equação [21] para determinação de M_u . Se, por outro lado, ocorrer ruptura do concreto, antes da ruptura do PRF, a Equação [22] pode ser utilizada para determinação de M_u :

$$M_u = A_{si} f_y (d - \gamma c) + A_f f_{fu} (d_f - \gamma c) + A_{ss} \sigma_{ss} (\gamma c - d_0) \quad (21)$$

$$M_u = A_{si} f_y \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + A_f \sigma_f \left(d_f - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + A_{ss} \sigma_{ss} (\gamma c - d_0) \quad (22)$$

Sendo:

$$\gamma = \frac{4\epsilon_{cu} - \epsilon_{cc}}{4(3\epsilon_{cu} - \epsilon_{cc})} \quad (23)$$

f_{fu} – Tensão última no PRF.

β_1 – Relação entre as profundidades da seção retangular de concreto equivalente (seção homogeneizada) e da linha neutra.

σ_{ss} – Tensão no aço da armadura superior.

Razagpur *et al.*[3] apresentam as seguintes equações para determinação da curvatura (ϕ_u), que corresponde a M_u , no limite do Estádio III:

Se a ruptura ocorre no PRF, ϕ_u é calculado pela Equação [24]:

$$\phi_u = \frac{\epsilon_f}{d_f - x} \quad (24)$$

Se ocorrer ruptura do concreto antes da ruptura do PRF, ϕ_u é calculado pela Equação [25]:

$$\phi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{x} \quad (25)$$

O critério utilizado para determinação da máxima força ancorada pelo reforço, que caracteriza a ruptura do PRF, foi o proposto por Teng *et al.* [6]. Segundo este critério, deve-se, primeiramente, calcular o coeficiente de largura do reforço à flexão (β_p), que considera a largura da viga (bw) e a largura do laminado de reforço (L_f) e pode ser determinado pela Eq [26].

$$\beta_p = \sqrt{\frac{2 - \frac{L_f}{bw}}{1 + \frac{L_f}{bw}}} \quad (26)$$

O comprimento de ancoragem efetivo (L_e) é determinado pela Equação [27]:

$$L_e = 0,5623 \sqrt{\frac{t_f E_f}{\sqrt{f_c}}} \quad (27)$$

Sendo:

t_f – Espessura do PRF.

A partir do valor de L_e , pode-se determinar a força máxima ancorada pelo reforço (F_{fu}), através da Equação [28].

$$F_{fu} = 0,3162 \beta_p \beta_l \sqrt{f_c} L_f L_e \quad (28)$$

β_l é o fator que relaciona o comprimento de ancoragem L e o comprimento de ancoragem efetivo L_e e pode ser expresso pelas Equações [29] ou [30].

$$\beta_l = 1, \text{ se } L \geq L_e \quad (29)$$

$$\beta_l = \text{sen} \left[\frac{\pi L}{2L_e} \right] \quad (30)$$

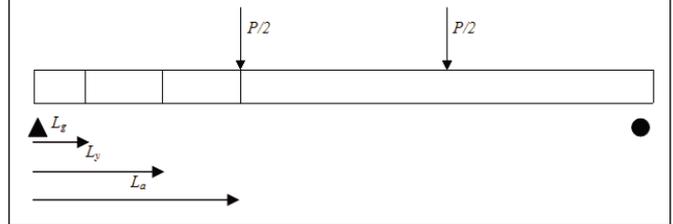
O comprimento de ancoragem L , utilizado para determinação de β_l , é determinado pela Equação [31].

$$L = \frac{f_{fu} t_f}{\tau_{bu}} \quad (31)$$

Sendo:

τ_{bu} - Tensão última de aderência em MPa.

Figura 3 – Distribuição de rigidez para flexão em quatro pontos



Segundo Teng *et al.* [6], a tensão máxima atuante no reforço, em kN/cm², pode ser expressa pela Equação [32]:

$$f_{fu} = 0,1956 \beta_p \beta_l \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_c}}{t_f}} \quad (32)$$

Determinados os momentos e as curvaturas correspondentes aos Estádios I, II e III inicia-se o procedimento para cálculo dos deslocamentos verticais no centro do vão.

Como observado na Figura [1], a rigidez de uma viga de concreto armado reforçada diminui com o incremento de carregamento. Considerando a alteração na rigidez do elemento reforçado durante o carregamento, Charkas *et al.* [1] apresentam um procedimento para consideração da distribuição de rigidez nos três estádios do diagrama momento *versus* curvatura. Para tanto os autores consideram como a fissuração afeta a rigidez da seção de concreto ao longo do comprimento da viga. No processo de cálculo estabelece os valores de L_g e L_y , que localizam os trechos onde o concreto não se encontra fissurado (junto aos apoios) e o trecho onde os momentos atuantes não causam o escoamento do aço. Estes conceitos estão ilustrados na Figura [3], que mostra a distribuição destes valores para uma viga de concreto armado reforçada, simplesmente apoiada, submetida à flexão em quatro pontos, sendo L_a o valor do vão de cisalhamento.

Para uma viga simplesmente apoiada, submetida à flexão em quatro pontos, a integração proposta fornece a seguinte expressão para a deflexão no centro do vão:

$$\delta_{\max} = \frac{\phi_a (3L^2 - 4L_a^2)}{24} + \frac{L_y}{6} [\phi_{cr} (L_y + L_g) - \phi_a (L_y + L_a)] + \frac{\phi_y (L_a - L_g)(L_a + L_y + L_g)}{6} \quad (33)$$

Sendo:

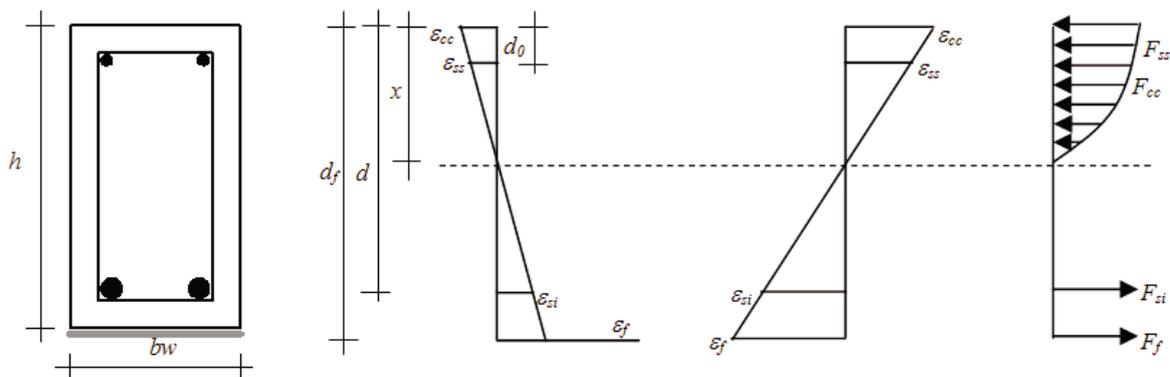
ϕ_a – Curvatura correspondente ao momento atuante na viga.

L_a – Vão de cisalhamento.

Os valores de L_g e L_y são expressos pelas Equações [34] e [35].

$$L_g = \frac{2M_{cr}}{P} \quad (34)$$

Figura 4 – Equilíbrio interno de forças de uma seção de concreto armado reforçada com PRF protendido: (a) Seção transversal; (b) Deformações iniciais devido à protensão; (c) Deformações durante o carregamento; (d) Forças atuantes na seção transversal



$$L_y = \frac{2M_y}{P} \quad (35)$$

$$\sigma_{cc} = \frac{-N_p}{Ac} + \frac{e_p}{W_{ss}} \quad (38)$$

Sendo:

P = Carga atuante na viga.

Simplificando a Equação [33] para o Estádio II, onde $L_y = L_a$, e para o Estádio I, onde $L_y = L_g$, encontramos finalmente as Equações [36] e [37] que podem ser utilizadas para a determinação das deflexões nos Estádios I e II.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{\phi_a}{24} (3L^2 - 4L_a^2) + \frac{(L_g + L_a)}{6} (\phi_{ct} L_a - \phi_a L_g) \quad (36)$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{\phi_a}{24} (3L^2 - 4L_a^2) \quad (37)$$

A Figura [4] mostra a distribuição de tensões e deformações da viga reforçada quando são utilizados laminados de PRF protendidos. Essa distribuição difere da mostrada na Figura [2] pela inclusão da força de protensão, que gera, na seção da viga reforçada, deformações no momento de sua aplicação.

Observa-se na Figura [4](a) que, no momento da aplicação da protensão, surgem na seção da viga reforçada tensões e deformações com sentido contrário ao sentido das tensões e deformações causadas pelo carregamento. As tensões no concreto das bordas superior e inferior da seção transversal podem ser determinadas pelas Equações [38] e [39].

$$\sigma_{ct} = \frac{-N_p}{Ac} - \frac{e_p}{W_{si}} \quad (39)$$

Sendo:

e_p – Excentricidade da protensão.

N_p – Força de protensão que atua na seção após as perdas.

W_{ss} e W_{si} – Módulo resistente à flexão nas bordas superior e inferior da seção transversal.

Um elemento estrutural reforçado com laminados de PRF protendidos está sujeito a perdas de tensão nos laminados que podem ser imediatas, derivadas do encurtamento elástico do concreto, ou progressivas, por retração e deformação lenta ou fluência do concreto e por relaxação do PRF. Essas perdas devem ser descontadas da força de protensão aplicada, inicialmente, pela máquina empregada para tensionar o laminado.

Após a determinação das tensões nas bordas superior e inferior (σ_{ct} e σ_{cc}) da seção transversal de concreto, geradas pela aplicação da protensão, podem ser conhecidas as deformações iniciais nas bordas superior e inferior da seção transversal de concreto.

A partir de então, pode-se determinar um momento inicial M_0 , de acordo com a Equação [40], que equivalha à tensão no concreto na face inferior da seção, com sentido oposto.

$$M_0 = \frac{-\sigma_{ct} I}{y} \quad (40)$$

Tabela 1 – Matriz experimental utilizada para validação da solução analítica proposta

Denominação das vigas	Tipo de reforço	Nível de protensão aplicado ao laminado
VT	Sem reforço	-
VFC_NP_01	Dois laminados de PRFC não protendidos	-
VFC_PE_01	Dois laminados de PRFC protendidos	35% da ϵ_{tu}

Utilizando o momento M_0 , podem ser determinadas as tensões (σ_{cc} e σ_{ct}) e deformações (Equações [41] e [42]) no concreto nas bordas superior e inferior da seção transversal, bem como a curvatura da seção (Equação [43]), que são resultantes da aplicação do momento M_0 . Estas deformações e curvaturas representam o estágio anterior ao carregamento, ocasionado pela aplicação da força de protensão.

$$\epsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{E_c} \quad (41)$$

$$\epsilon_{ct} = \frac{\sigma_{ct}}{E_c} \quad (42)$$

$$\phi_0 = \frac{-\epsilon_{cc} + \epsilon_{ct}}{h} \quad (43)$$

Sendo:

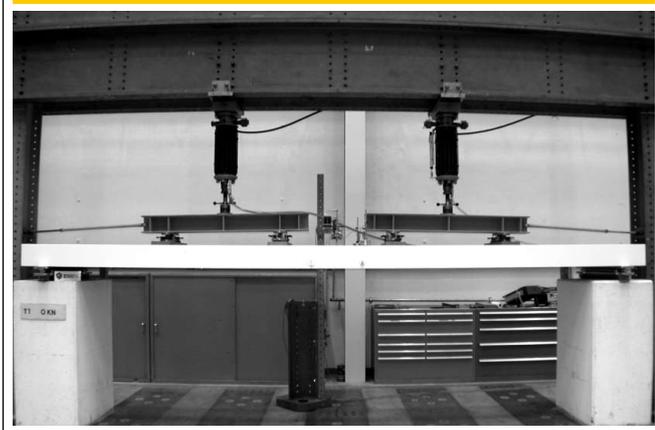
ϕ_0 – Curvatura inicial devida à aplicação da protensão.

Após a determinação do momento e da curvatura do estágio anterior ao carregamento da viga, que ocorrem devido à aplicação da protensão, são determinadas as posições da linha neutra, as tensões e as deformações nos materiais, nos limites dos Estádios I, II e III, utilizando-se as equações de equilíbrio específicas de cada estágio. Após esse processo iterativo podem-se determinar os momentos e curvaturas para cada estágio a partir de equações anteriormente descritas para os casos onde são utilizados laminados não-protendidos. O momento M_0 e a curvatura ϕ_0 , determinados antes do início da interação, devem ser adicionados aos momentos e curvaturas calculados em cada estágio.

Tabela 2 – Características do sistema de reforço utilizado

	Laminado Carbodur S 512	
	Resina Sikadur®-30	Resina Sikadur®-30LP
Componentes	3ParteA:1Parte B	2ParteA:1Parte B
Espessura (mm)	1,2	
Largura (mm)	50	
Resistência à tração (Mpa)	2.800	
Deformação última (‰)	17	
Módulo de elasticidade (MPa)	165.000	
Pot life a 25°C (min)	-	60
Pot life a 35°C (min)	40	-
Pot life a 55°C (min)	-	30
Tg (°C)	62	107
Módulo de elasticidade (MPa)	12.800	10.000

Figura 5 – Esquema do ensaio de flexão em seis pontos



Quando são utilizados laminados protendidos, dependendo do sistema de ancoragem utilizado, pode-se considerar que o limite do Estádio III ocorre pelo esgotamento da capacidade resistente do laminado. Do contrário, quando o sistema de ancoragem é passível de falha antes que o laminado atinja sua capacidade resistente, é necessário considerar a ocorrência de uma redução no limite do Estádio III.

3. Procedimento Experimental

Os resultados experimentais utilizados para validação da solução analítica proposta foram obtidos por Garcez [7] através de um procedimento experimental onde vigas de concreto armado reforçadas com laminados de Polímeros Reforçados com Fibras de carbono (PRFC) protendidos e não protendidos foram ensaiadas à flexão. A Tabela [1] mostra a matriz experimental utilizada para validação da solução analítica proposta.

As vigas ensaiadas apresentavam seção transversal de 100x220mm e comprimento de 6500mm. Foram utilizadas, como armadura longitudinal, 7 barras de ϕ 12mm, que correspondem a uma taxa de armadura longitudinal $\rho = 0,0041$. As armadura transversal consistia de ϕ 8mm a cada 90mm, correspondendo a uma taxa de armadura transversal de 11,17cm²/m. As vigas reforçadas receberam dois laminados de PRFC de seção transversal 50x1,2mm, sendo que o nível de protensão aplicado nos laminados de PRFC protendidos da viga VFC_PE_01 foi de 35% da ϵ_{fu} .

O concreto foi produzido no EMPA, na Suíça, onde os ensaios à flexão foram realizados. Para caracterizar as propriedades do concreto, foram moldados dois corpos-de-prova cúbicos de 200mm de lado, de acordo com as especificações da EN 206-1. Os corpos-de-prova foram ensaiados à compressão, fornecendo valor médio de resistência à compressão de 44MPa.

Os valores médios da tensão de escoamento do aço, 554MPa, deformação no escoamento, 2,51‰, tensão de ruptura, 662MPa e módulo de elasticidade, 220GPa, para as barras de diâmetro 8mm, foram obtidos através de ensaios de tração conforme as recomendações da EN 10002-1. O mesmo procedimento foi

adotado para determinação destas propriedades nas barras de 12mm, onde os valores obtidos foram 436MPa, 1,98‰, 688MPa e 215GPa, respectivamente.

O sistema de reforço utilizado foi o sistema Sika® Carbodur, cujas características encontram-se na Tabela [2]. O sistema Sika® Carbodur é composto pelo laminado de fibra de carbono Carbodur S512 e pelo adesivo Sikadur®-30. Os laminados protendidos foram colados com o adesivo Sikadur®-30LP, que apresenta um pot life mais longo que a formulação original do sistema Carbodur. Para a realização dos ensaios à flexão foi empregado um esquema de ensaio de flexão em seis pontos: a viga foi colocada sobre apoios de primeira e segunda ordem, de forma a gerar uma situação estaticamente bem determinada e a carga foi aplicada em quatro pontos, dispostos em intervalos de 1200mm ao longo do vão livre de 6000mm. A aplicação da carga foi realizada por dois cilindros de carga, com capacidade máxima de 100kN cada um, sendo a carga transmitida à viga com auxílio de dois perfis metálicos. A cada incremento de carga foram armazenados em um sistema de aquisição de dados os valores dos deslocamentos verticais no centro do vão e das deformações específicas nos materiais. O esquema de ensaio pode ser observado na Figura [5]. Mais informações sobre o programa experimental podem ser obtidas em Garcez [7].

4. Apresentação e análise dos resultados

Os dados utilizados para a comparação dos resultados experimentais com os resultados obtidos através da solução analítica proposta foram compilados na Tabela [3], com o resumo das cargas e deslocamentos em pontos determinantes para a análise, e na forma de gráficos, que mostram o comportamento das curvas carga versus deslocamento vertical no centro do vão para as vigas ensaiadas. Os gráficos das Figuras [6] a [8] apresentam as comparações entre os resultados experimentais e os estimados com a solução analítica proposta, respectivamente para uma viga testemunho (VT), para uma viga reforçada com dois laminados de PRFC não-protendidos (VFC_NP_01) e para uma viga reforçada com dois laminados de PRFC protendidos (VFC_PE_01).

Figura 6 – Carga versus deslocamento vertical no centro do vão para a viga VT

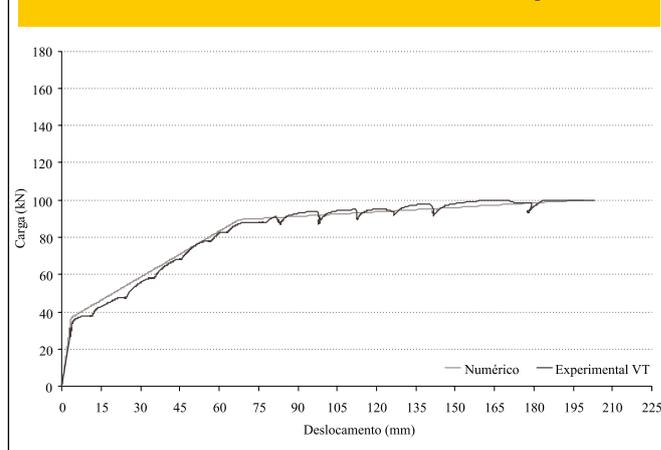


Figura 7 – Carga versus deslocamento vertical no centro do vão para a viga VFC_NP_01

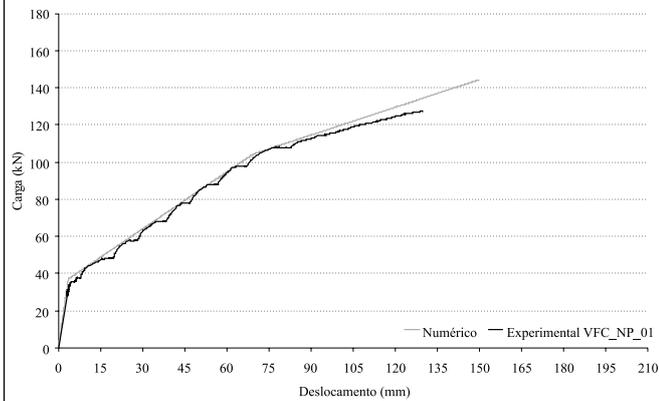
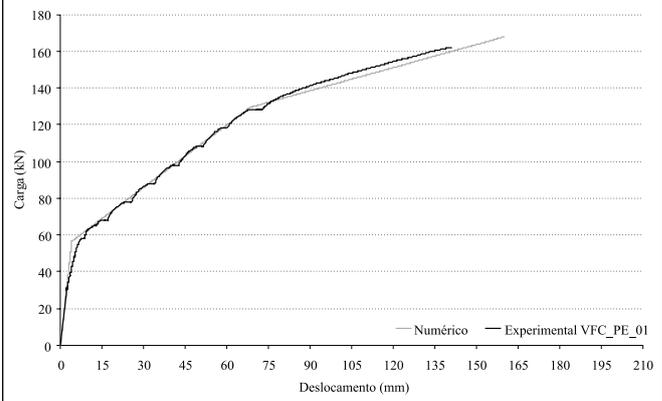


Figura 8 – Carga versus deslocamento vertical no centro do vão para a viga VFC_PE_01

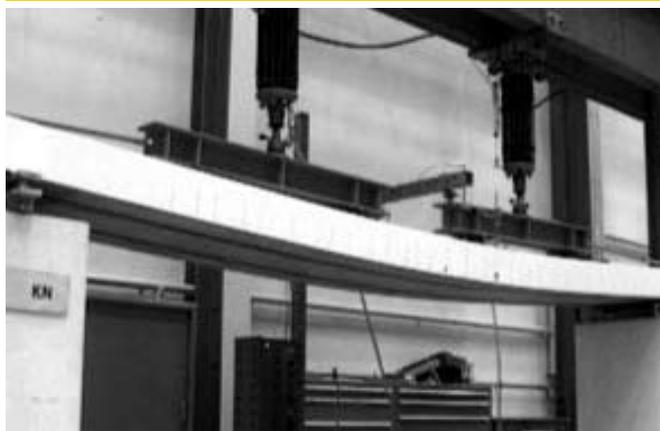


Na Tabela [3] podem ser encontrados os valores das cargas (P_{exp} e P_{num}) e dos deslocamentos verticais no centro do vão (δ_{exp} e δ_{num}), obtidos experimentalmente e através da solução analítica proposta, para as três fases do diagrama carga versus deslocamento. As Figuras [9] e [10] mostram os dois tipos de ruptura ocorridos nas vigas reforçadas: peeling-off (descolamento), na viga VFC_NP_01, e ruptura por esgotamento da capacidade resistente do laminado de fibra de carbono, na viga VFC_PE_02.

Os dados apresentados na tabela indicam que a solução analítica, em geral, representou de forma adequada o comportamento das vigas analisadas. Diferenças de 16,2% e 11% foram observadas na determinação do deslocamento vertical no centro do vão no momento da ruptura do reforço das vigas com dois laminados, com e sem protensão. Diferenças pequenas, inferiores a 5%, foram registradas nas cargas de fissuração do concreto, escoamento do aço e ruptura do reforço. Mais significativa foi a diferença de 47,6% que ocorreu no deslocamento no centro do vão na primeira fase do diagrama para a viga VFC_PE_01.

Observa-se, na Figura [6] e na Tabela [3], que a solução analítica representou, apropriadamente, o comportamento da viga testemunho, VT. Pela solução analítica, a carga de fissuração obtida numericamente é praticamente igual à obtida experimentalmente. Nessa fase, o modelo prevê um deslocamento vertical no centro do vão 2,6% superior ao obtido experimentalmente. Diferenças insignificantes também ocorrem em relação à carga e ao deslocamento vertical no centro do vão no momento do escoamento da armadura, sendo que o modelo prevê valores respectivamente 1,7% superior e 5,4% inferior aos valores obtidos experimentalmente. A ruptura prevista pela solução analítica, escoamento do aço antes da ruptura à compressão do concreto, foi a mesma obtida experimentalmente. A terceira fase do diagrama na solução analítica foi obtida forçando-se o concreto a responder à compressão após o escoamento do aço da armadura. Nesse caso, como salientado na Tabela [3], a simulação foi encerrada quando foi alcançada a carga obtida no final do ensaio da VT.

Figura 9 – Viga VFC_NP_01: (a) Durante o ensaio; (b) Após a ruptura prematura do reforço



(a)



(b)

Figura 10 – Viga VFC_PE_02: Durante o ensaio; (b) Após a ruptura do reforço por esgotamento da capacidade resistente do laminado de fibra de carbono



(a)



(b)

O gráfico da Figura [7] e a Tabela [3] mostram os resultados da solução analítica desenvolvida para a viga VFC_NP_01, quando confrontados com os obtidos experimentalmente. Observa-se que, somente na terceira fase do diagrama, as duas curvas sofrem um ligeiro afastamento, o que ocorre devido ao modo de ruptura prematuro do reforço. O modo de ruptura que ocorre na viga nem sempre concorda com o critério de ruptura utilizado pela solução analítica, que, nesse caso, foi o proposto por Teng et al. [6], que previa uma deformação máxima no reforço de $8,1\%$.

Na última fase do diagrama, a diferença entre as cargas de ruptura da solução analítica e a carga de ruptura experimental foi de 10,7%, e a relação entre os deslocamentos verticais no centro do vão foi de 16,2%. As diferenças ocorridas na primeira fase do diagrama, que vai até a fissuração do concreto, são de menos de 1% para a carga e 2,6% para o deslocamento vertical no centro do vão, da mesma forma que na VT. Ao final da segunda fase do diagrama, correspondente ao escoamento do aço, essas diferenças são de apenas 3,6% para a carga e 9,7% para o deslocamento vertical no centro do vão.

O gráfico da Figura [8] e os dados da Tabela [3] representam o comportamento da viga VFC_PE_01, reforçada externamente com laminados de PRFC protendidos. Embora os resultados numérico e experimental dos pontos característicos do final da primeira fase do diagrama da viga VFC_PE_01 tenha apresentado uma diferença de 47,6%, os pontos característicos do final da segunda e terceira fases do diagrama não apresentam diferenças significativas, ficando em torno de 1,4% e 2,4% para a carga e o deslocamento na segunda fase, e 1,7% e 2,1% para a carga e o deslocamento na terceira fase. A viga VFC_PE_01 não apresentou uma boa relação entre os resultados numérico e experimental na terceira fase do diagrama, já que a ruptura do reforço ocorreu de forma prematura, por peeling-off (descolamento), antes do esgotamento da capacidade resistente do laminado. Nesse caso, as diferenças na carga de ruptura e no

deslocamento vertical no centro do vão foram, respectivamente, 3,5% e 11%.

Observa-se, pela análise dos gráficos das Figuras [6] a [8] e da Tabela [3] que, embora tenham ocorrido algumas diferenças entre os resultados experimentais e numéricos, os dados obtidos numericamente se aproximam de forma satisfatória dos dados obtidos através dos experimentos.

5. Considerações finais

A solução analítica proposta para as vigas reforçadas com laminados de PRFC, em geral, representou de forma adequada o comportamento de todas as vigas analisadas, embora o modelo tenha previsto uma maior carga de ruptura para a viga VFC_NP_01 e um comportamento mais rígido para a viga VFC_PE_01, no final do primeiro estágio de carregamento.

Diferenças máximas de 16,11% e 11% foram observadas na determinação do deslocamento vertical no centro do vão no momento da ruptura do reforço das vigas VFC_NP_01 e VFC_PE_01. No geral, as diferenças na determinação das cargas de fissuração do concreto, escoamento do aço e ruptura do reforço, foram inferiores a 5%.

Os modos de ruptura das vigas reforçadas foram corretamente estimados, entretanto, as cargas de ruptura estimadas foram 13,20% (VFC_NP_01) e 3,30% (VFC_PE_01) superiores às obtidas experimentalmente.

Embora tenham ocorrido algumas diferenças entre os resultados experimentais e numéricos, os dados obtidos numericamente se aproximam, de forma satisfatória, dos dados obtidos através dos experimentos, e podem servir de base para o cálculo de aplicações reais, uma vez que o programa determina os diagramas momento *versus* curvatura dos elementos reforçados, que podem ser transformados em deslocamentos dependendo da vinculação e tipo de carregamento atuante.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq e à CAPES pelo apoio financeiro concedido ao desenvolvimento da pesquisa de doutorado da primeira autora e ao Professor Urs Meier, pela supervisão no EMPA (Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Research), onde o procedimento experimental apresentado neste trabalho foi desenvolvido.

7. Referências bibliográficas

- [01] CHARKAS, H., RASHEEDH, A., MELHEM, H. Simplified Load-deflection calculation of FRP strengthened RC beams based on a rigorous approach. In: 15th ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 2002, New York. Anais... New York: 15th ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE, 2002. [CD-Rom]
- [02] CHARKAS, H., RASHEEDH, A., MELHEM, H. Rigorous procedure for calculating deflections of Fiber-Reinforced Polymer-Strengthened reinforced concrete beams. ACI Structural Journal, julho/agosto, 2003. p. 529-539.
- [03] EL-MIHILMY, M. T., TEDESCO, J. W. Deflection of concrete beams strengthened with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) plates. ACI Structural Journal, setembro/outubro, 2000. p. 679-688.
- [04] RAZAQPUR, A. G., SVECOVÁ, D., CHEUNG, M. S. Rational method for calculating deflection of Fiber-Reinforced Polymer reinforced beams. ACI Structural Journal, janeiro/fevereiro, 2000. p. 175-184.
- [05] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures: ACI 440.2R-02. Farmington Hills, 2002. 45p.
- [06] TENG, J. G., CHEN, J. F., SMITH, S. T., LAM, L. FRP Strengthened RC Structures. Chichester: Wiley, 2002. 245p.
- [07] GARCEZ, M. R. Alternativas para Melhoria no Desempenho de Estruturas de Concreto Armado Reforçadas pela Colagem de Polímeros Reforçados com Fibras. Porto Alegre: UFRGS, 2007. 241p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

Tabela 3 - Cargas e deslocamentos verticais no centro do vão obtidos experimentalmente e através da solução analítica para as três fases do diagrama carga versus deslocamento

Viga	Fase do diagrama	P_{exp} (kN)	δ_{exp} (mm)	P_{num} (kN)	δ_{num} (mm)	$\frac{P_{num}}{P_{exp}}$	$\frac{\delta_{num}}{\delta_{exp}}$
VT	Fissuração do concreto	37,00	3,44	36,97	3,530	0,999	1,026
	Escoamento do aço	88,00	71,38	89,52	67,540	1,017	0,946
	Final do ensaio*	100,14	219,91	100,14	198,150	1,000	0,901
VFC_NP_01	Fissuração do concreto	37,00	3,44	36,97	3,530	0,999	1,026
	Escoamento do aço	108,00	76,93	104,21	69,530	0,964	0,903
	Ruptura do reforço	127,25	129,48	144,43	150,460	1,132	1,162
VFC_PE_01	Fissuração do concreto	58,00	7,68	57,89	4,031	0,998	0,524
	Escoamento do aço	128,00	70,87	129,78	69,190	1,014	0,976
	Ruptura do reforço	162,41	144,07	167,78	159,950	1,033	1,110

*Na viga VT, a simulação foi encerrada quando foi alcançada a carga correspondente ao final do ensaio.