

# Contribution to assessing the stiffness reduction of structural elements in the global stability analysis of precast concrete multi-storey buildings

## *Contribuição para a avaliação da redução da rigidez de elementos estruturais de concreto pré-moldado de edifícios de múltiplos pavimentos para análise da estabilidade global*

M. C. MARIN <sup>a</sup>  
polypaula@hotmail.com

M. K. EL DEBS <sup>b</sup>  
rbggomes@gmail.com

### Abstract

This study deals with the reduction of the stiffness in precast concrete structural elements of multi-storey buildings to analyze global stability. Having reviewed the technical literature, this paper present indications of stiffness reduction in different codes, standards, and recommendations and compare these to the values found in the present study. The structural model analyzed in this study was constructed with finite elements using ANSYS® software. Physical Non-Linearity (PNL) was considered in relation to the diagrams  $M \times N \times 1/r$ , and Geometric Non-Linearity (GNL) was calculated following the Newton-Raphson method. Using a typical precast concrete structure with multiple floors and a semi-rigid beam-to-column connection, expressions for a stiffness reduction coefficient are presented. The main conclusions of the study are as follows: the reduction coefficients obtained from the diagram  $M \times N \times 1/r$  differ from standards that use a simplified consideration of PNL; the stiffness reduction coefficient for columns in the arrangements analyzed were approximately 0.5 to 0.6; and the variation of values found for stiffness reduction coefficient in concrete beams, which were subjected to the effects of creep with linear coefficients from 0 to 3, ranged from 0.45 to 0.2 for positive bending moments and 0.3 to 0.2 for negative bending moments.

**Keywords:** precast concrete, physical non-linearity, global stability,  $m \times n \times 1/r$  diagrams.

### Resumo

No presente trabalho investiga-se a redução da rigidez de elementos estruturais de concreto pré-moldado de edifícios de múltiplos pavimentos para a análise da estabilidade global. Apresentam-se as indicações da redução de rigidez de diferentes códigos, normas e recomendações de associações encontradas na literatura técnica, para servir de comparação com os valores encontrados no estudo. O modelo estrutural analisado foi construído em elementos finitos com o auxílio do software ANSYS®. A não-linearidade física (NLF) foi considerada com as relações dos diagramas  $M \times N \times 1/r$  e a não-linearidade geométrica (NLG) segundo o método de Newton-Raphson. Tomando como base uma estrutura típica de concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos com ligação viga x pilar de comportamento semi-rígido, são apresentadas expressões para o coeficiente redutor de rigidez. As principais conclusões do estudo desenvolvido são: os coeficientes redutores obtidos segundo o diagrama  $M \times N \times 1/r$  divergem das indicações normativas para consideração simplificada da NLF; o coeficiente redutor de rigidez para os pilares dos arranjos analisados foi da ordem de 0,5 a 0,6; a variação dos valores encontrados para os coeficientes redutores de rigidez nas vigas em concreto armado submetidos aos efeitos da fluência pelo coeficiente linear de 0 a 3 foi de 0,45 a 0,2 para momento positivo e de 0,3 a 0,2 para momento negativo.

**Palavras-chave:** concreto pré-moldado, não-linearidade física, estabilidade global, diagramas  $m \times n \times 1/r$ .

<sup>a</sup> Department of Structural Engineering, São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, [cuadradomarin@yahoo.com.br](mailto:cuadradomarin@yahoo.com.br), CEP 13566-590, São Carlos, Brazil;

<sup>b</sup> Department of Structural Engineering, São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, [mkdebs@sc.usp.br](mailto:mkdebs@sc.usp.br), CEP 13566-590, São Carlos, Brazil.

## 1. Introdução

O concreto pré-moldado apresenta as características favoráveis decorrentes da fabricação dos componentes em condições industriais, tais como: facilidades do controle de qualidade, baixo desperdício de materiais, emprego de concretos de elevada resistência. No entanto, as ligações entre os componentes podem levar a uma maior complexidade na avaliação do comportamento estrutural, comparado com a das estruturas de concreto moldado no local. Este aspecto é particularmente importante na análise da estabilidade global de estruturas de múltiplos pavimentos.

Geralmente, na análise da estabilidade global de estruturas de concreto leva-se em conta a não-linearidade física (NLF) e a não-linearidade geométrica (NLG). Uma das formas usuais de considerar a NLF em estruturas de concreto é através da redução da rigidez dos elementos estruturais, como, por exemplo, consta das recomendações da NBR 6118:2003 [1]. Caso as ligações viga x pilar tivessem o comportamento perfeitamente rígido, como é normalmente considerado nas estruturas de concreto moldado no local, as indicações da NBR-6118:2003[1] poderiam ser aplicadas. No entanto, com a utilização de ligações viga x pilar que não atingem a condição de ligações perfeitamente rígidas, não é possível utilizar as indicações da NBR-6118:2003 [1].

Poucos trabalhos da literatura técnica, que tratam de estruturas de concreto pré-moldado, abordam o assunto. Em Hogeslag [2] existe uma recomendação de coeficiente redutor da rigidez dos pilares de 1/3, para o caso de ligação viga x pilar articulada.

Até a última década do século XX, praticamente, as ligações de estruturas de concreto pré-moldado eram enquadradas em articuladas ou rígidas. Com o programa da comunidade europeia chamado COST C1 "Control of the Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections", desenvolvido entre 1991 e 1998 houve um incremento no estudo do assunto para as estruturas de concreto pré-moldado [Chefdebien & Daldare (1994)[3], Elliott et al (1998) [4], Keronen & Hietala (1998) [5], Chefdebien (1998) [6], Elliott et al (2003a) [7] e Elliott et al (2003b) [8]].

A viabilização de ligações viga x pilar de execução relativamente simples, mas de comportamento semi-rígido, passa por estudos que permitam a avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos, de forma relativamente simples, como seria com a redução da rigidez dos elementos estruturais.

No presente trabalho apresenta-se um estudo para avaliar a redução da rigidez dos elementos estruturais para situações típicas de edifícios de múltiplos pavimentos de concreto pré-moldado. O estudo é direcionado ao caso de pórticos planos com ligação viga x pilar semi-rígida e pilares engastados na fundação. Os arranjos estruturais analisados correspondem à modulação e carregamento usuais nos sistemas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos. O estudo é feito considerando os diagramas M x N x 1/r dos pilares e vigas, com base na NBR 6118:2003 [1]. A NLG é considerada de forma não aproximada segundo o método dos elementos finitos, o modelo foi construído no software ANSYS® [9]. Os valores dos coeficientes redutores obtidos são comparados com valores recomendados por normas e códigos encontrados na literatura técnica.

## 2. Valores de coeficientes redutores da literatura técnica

A redução da rigidez para levar em conta a NLF pode ser colocada na seguinte forma:

$$EI_{\text{sec}} = \alpha E_{ci} I_c \quad (1)$$

Onde:  $\alpha$  representa o coeficiente redutor de rigidez;

$EI_{\text{sec}}$  representa a rigidez secante.

Nesta seção são apresentadas cinco recomendações de diferentes códigos, normas e comitês de associações. Cabe destacar que apenas parte destas recomendações é direcionada para as estruturas de concreto pré-moldado. Em princípio, as três primeiras são para estruturas de concreto moldado no local, ao passo que as duas últimas seriam para concreto pré-moldado.

### a) Atual norma brasileira de concreto estrutural - NBR 6118:2003 [1]

A NBR 6118:2003 [1] permite que a consideração da não-linearidade física seja feita de maneira aproximada para análise da estabilidade global em estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, para isto a rigidez secante ( $EI_{\text{sec}}$ ) é definida para cada elemento da seguinte forma:

Lajes:

$$\text{Slabs: } EI_{\text{sec}} = 0.3 E_{ci} I_c \quad (2)$$

Vigas:

$$\text{Beams: } EI_{\text{sec}} = 0.4 E_{ci} I_c \quad \text{for } A'_s \neq A_s \quad (3)$$

$$EI_{\text{sec}} = 0.5 E_{ci} I_c \quad \text{for } A'_s = A_s \quad (4)$$

Pilares:

$$\text{Columns: } EI_{\text{sec}} = 0.8 E_{ci} I_c \quad (5)$$

Onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes;

$E_{ci}$  módulo de elasticidade tangente inicial;

$A_s$  área da seção transversal da armadura longitudinal de tração;  
 $A'_s$  área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão.

Quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares e  $\gamma_z$  for menor que 1,3, permite-se calcular a rigidez das vigas e pilares por:

$$EI_{sec} = 0.7E_c I \quad (6)$$

O coeficiente  $\gamma_z$  é determinado a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, onde é levado em conta o momento de tombamento da estrutura e o momento provocado pelo deslocamento das cargas verticais.

#### b) Comitê 318 do Instituto Americano do Concreto - ACI 318-08 [10]

O ACI 318-08 (Building Requirements for Structural Concrete and Commentary) apresenta duas expressões. A primeira (Eq. 7) é destinada a situações de elevada carga axial e pequena excentricidade, onde o efeito da esbelteza é preponderante. A segunda (Eq. 8) é apresentada como uma forma simplificada da primeira.

$$EI_{sec} = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_s}{1 + \beta_d} \quad (7)$$

$$EI_{sec} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (8)$$

Onde:

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto. Segundo o ACI; o seu valor vale  $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ ; sendo  $f'_c$  a resistência a compressão específica do concreto;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$I_g$  é o momento de inércia da seção de concreto em relação ao centro de gravidade da seção sem a consideração da armadura;

$I_s$  é o momento de inércia da armadura em relação ao centro de gravidade da seção;

$\beta_d$  é o coeficiente referente à fluência do concreto e expressa a relação entre a carga axial permanente e a carga axial total. No caso de não levar em conta a fluência, o valor de  $\beta_d = 0$ .

#### c) Bulletin 16 da Federation Internationale du Beton [11]

A FIB (Federation Internationale du Beton) apresenta, no Bulletin 16: Design examples for FIP recommendations 'practical design of structural concrete', a seguinte expressão para avaliação da rigidez:

$$EI_{sec} = \alpha_\varphi \alpha_e E_c I_g + E_s I_s \quad (9)$$

Em que:

$$\alpha_\varphi = 1 - 0.8\varphi(1 - \lambda/200)\omega^{0.25} \quad (10)$$

$$\alpha_e = 0.08v_0(0.85f_{cd})^{0.6}e^{(\lambda/100 - 2\omega)} \quad (11)$$

$$v_0 = \frac{N_d}{A_c 0.85f_{cd}} \quad (12)$$

$$\omega = \frac{A_{s,tot} f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (13)$$

Onde:

$f_{cd}$  resistência à compressão de projeto do concreto (MPa);

$\lambda$  índice de esbelteza;

$\varphi$  coeficiente de fluência;

$A_{s,tot}$  área de aço longitudinal total da seção.

#### d) Norma brasileira de concreto pré-moldado - NBR 9062:1985 [12]

A atual norma brasileira de estruturas de concreto pré-moldado NBR 9062:2006 [13] não faz menção ao coeficiente redutor para obtenção da rigidez secante em pilares. Em função disto, apresenta-se aqui a indicação da versão anterior NBR 9062:1985 [12]. A redução da rigidez em pilares de pórticos com armadura simétrica é determinada com a seguinte expressão:

$$\alpha = 0.2 + 15\rho \quad (14)$$

Em que:

$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{bd} \quad (15)$$

#### e) Comitê do Instituto Americano do Concreto pré-moldado/protendido [14]

O Committee on prestressed concrete columns do Precast/prestressed concrete Institute fornece a seguinte expressão para cálculo da rigidez reduzida dos pilares:

$$EI_{sec} = \frac{E_c I_g / \lambda_m}{1 + \beta_d} \quad (16)$$

Em que:

$$\lambda_m = \theta \eta \geq 3.0 \quad (17)$$

$$\eta = 2.5 + 1.6 \frac{P_0}{P} \Rightarrow 6 \leq \eta \leq 70 \quad (18)$$

$$\theta = \frac{27}{kL/r} - 0.05 \quad (19)$$

Onde:

$P$  representa a carga axial no pilar em uma análise de primeira ordem;

$P$  representa a carga máxima centrada admissível no pilar;

$K$  representa o coeficiente de comprimento efetivo no pilar considerando as condições de contorno;

$L$  representa o comprimento no pilar;

$r$  representa o raio de giração da seção.

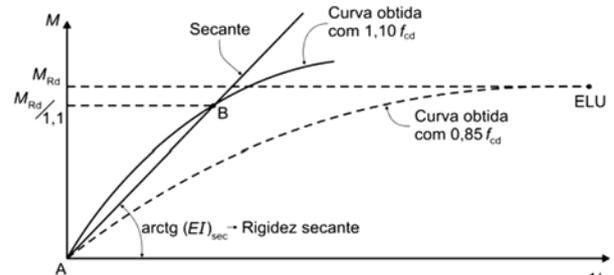
Pode se notar neste caso que a expressão leva em conta as características geométricas e de vinculação do elemento estrutural.

A Tabela 1 apresenta um quadro comparativo dos fatores considerados nas recomendações apresentadas, onde pode se constatar que: a) existe uma grande diferença entre os fatores levados em conta; b) a NBR 6118:2003 [1] é a única que tem valores fixos. Os fatores considerados se aplicam apenas a pilares.

### 3. Modelos de análise

A estrutura em concreto pré-moldado considerada neste estudo foi modelada como pórtico plano, utilizando o software ANSYS® [9] de

Figura 1 - Relação momento x curvatura (NBR 6118:2003)



análise estrutural em elementos finitos. A consideração não simplificada da NLF implica em conhecer o diagrama  $M \times N \times 1/r$ , ou seja, a rigidez, para cada seção em que houver mudança de esforço solicitante, seção transversal, armadura, cobrimento e  $f_{ck}$ . Isto significa que quanto maior for a discretização da estrutura em elementos finitos maior é a representatividade da solução. O software ANSYS® [9] permite que a relação constitutiva de vigas e pilares seja representada pelo diagrama  $M \times N \times 1/r$  no elemento finito BEAM188.

A discretização adotada para modelagem da estrutura via método dos elementos finitos para os pilares foi de 8 elementos finitos por trecho de pilar, onde cada trecho corresponde a região entre pavimentos. Nas vigas foram adotados 16 elementos finitos por trecho de viga, onde cada trecho fica definido pela região entre consolos. Os consolos foram discretizados em um elemento finito, a rigidez dos consolos foi definida pelo produto  $E_c I_c$ . Os elementos de ligação foram modelados com o auxílio do elemento COMBIN39, este elemento permite que a relação momento x rotação seja representada de forma não-linear e assimétrica.

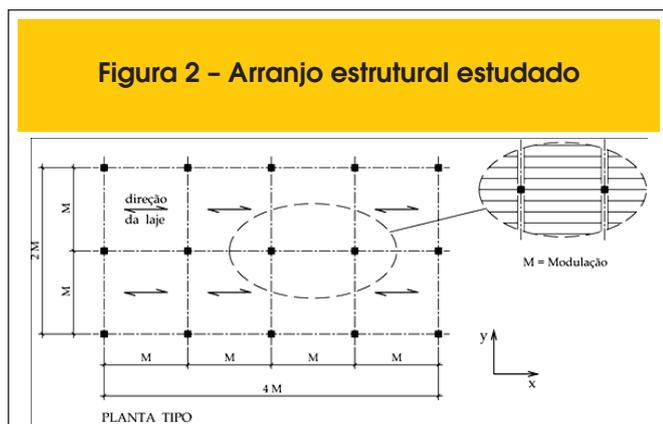
A NLG foi analisada segundo o método de Newton-Raphson completo, o critério de parada do processo iterativo foi o de controle dos deslocamentos. A tolerância definida foi de 0,5%, ou seja, o processo iterativo era interrompido quando não houvesse acréscimo de mais de 0,5% de deslocamentos em relação à iteração anterior. A análise não-linear foi feita dividindo-se o carregamento em 10 passos de carga.

Segundo a NBR 6118:2003 [1], a não-linearidade pode, em geral, ser considerada através das relações momento fletor x força normal x curvatura (diagramas  $M \times N \times 1/r$ ) para cada seção, com armadura supostamente conhecida e força normal atuante. A NBR

Tabela 1 - Fatores considerados nas recomendações apresentadas

	VALOR	FORÇA NORMAL	FLUÊNCIA	ARMADURA	ESBELTEZ
NBR 6118:2003	FIXO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
ACI 318-08	VARIÁVEL	NÃO	SIM	SIM	NÃO
FIB (2002)	VARIÁVEL	SIM	SIM	SIM	SIM
NBR 9062:1985	VARIÁVEL	NÃO	NÃO	SIM	NÃO
PCI (1988)	VARIÁVEL	SIM	SIM	NÃO	SIM

**Figura 2 – Arranjo estrutural estudado**



6118:2003 [1] descreve duas formas de emprego do diagrama  $M \times 1/r$ , a primeira é destinada ao estado limite último e a segunda para avaliação da rigidez dos elementos. Na Figura 1 é apresentado o diagrama  $M \times 1/r$  da NBR 6118:2003 [1].

A NBR 6118:2003 [1] prescreve que para efeito de cálculo no ELU a tensão de compressão de projeto no concreto deve ser multiplicada por 0,85. Segundo CARVALHO & FIGUEIREDO [15] o valor de  $0,85 f_{cd}$  é atribuído à duração do carregamento no ensaio do corpo-de-prova, uma vez que o concreto apresenta resultados de resistência à compressão maior para ensaios de curta duração. Nas estruturas usuais o carregamento permanece atuando na estrutura durante toda sua vida útil, sob cargas permanentes a resistência à compressão do concreto diminui com o tempo, o chamado efeito Rüsck.

Segundo FRANÇA [16], o cálculo da rigidez obtido a partir das relações constitutivas baseadas em valores de cálculo da resistência pode conduzir a uma super avaliação dos efeitos da não-linearidade. Para efeito de consideração da rigidez a tensão de compressão de projeto no concreto deve ser multiplicada por 1,10. A origem deste coeficiente pondera o fato de que nem todas as seções do elemento estrutural sejam constituídas de material com valores correspondentes a quantis estatísticos inferiores, isto é, nem todas as seções ao longo do elemento são igualmente afetadas pelas condições que compõe o coeficiente  $\gamma_m$ , coeficiente de ponderação das resistências.

Em relação à segurança nas ações, para análises de 2ª ordem com o auxílio do diagrama  $M \times N \times 1/r$ , a NBR 6118:2003 [1] sugere a utilização da formulação de segurança em que as cargas são majoradas de  $\gamma_f/\gamma_{f3}$ . Posteriormente à obtenção dos efeitos de 2ª ordem as cargas são majoradas de  $\gamma_{f3}$ , com  $\gamma_{f3}=1,1$ . Segundo a NBR 8681:2003 [17] o coeficiente  $\gamma_{f3}$  considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por problemas construtivos, seja por deficiência do método de cálculo empregado.

O cálculo da rigidez secante é obtido da forma descrita a seguir: a) primeiramente é calculado o momento resistente da seção transversal do elemento ( $M_{rd}$ ), com o valor de  $0,85f_{cd}$  de tensão no concreto e carga atuante majorada de  $\gamma_f(N_d)$  e b) em seguida é construído o diagrama  $M \times N \times 1/r$  com o valor de  $1,1f_{cd}$  de tensão no concreto e carga atuante majorada de  $\gamma_f/\gamma_{f3}(N_d/\gamma_{f3})$ . A rigidez secante é definida pela relação entre o momento resistente ( $M_{rd}$ )/ $\gamma_{f3}$  e a correspondente curvatura obtida no diagrama  $M \times N \times 1/r$  construído com o valor de  $1,1f_{cd}$  de tensão no concreto e carga atuante majorada de  $\gamma_f/\gamma_{f3}(N_d/\gamma_{f3})$ .

Em relação à colaboração do concreto íntegro existente entre as fissuras na capacidade resistente do concreto à tração, conhecida como “tension stiffening”. A consideração deste efeito na relação  $M \times 1/r$  é prevista no manual da fib [18]. No entanto, no presente trabalho este efeito não foi levado em conta.

As formulações aqui empregadas são válidas até comprovação experimental para concretos com  $f_{ck}$  de até 50 MPa, classe de resistência máxima na qual a NBR 6118:2003 [1] é aplicável.

A construção do diagrama  $M \times N \times 1/r$  é feita determinando-se a força normal resistente ( $v_{Rd}$ ) capaz de equilibrar uma força normal solicitante pré-fixada ( $v_{fixo}$ ). Este procedimento é incremental e iterativo, uma vez que esta força normal solicitante pré-fixada está associada a uma curvatura e posição de linha neutra. Após a definição da posição da linha neutra é calculado o momento fletor adimensional resistente.

O equacionamento para construção dos diagramas  $M \times N \times 1/r$ , bem como a descrição do processo incremental e iterativo podem ser encontrados no trabalho de MARIN [19]; neste trabalho foi desenvolvida uma ferramenta para construção dos diagramas.

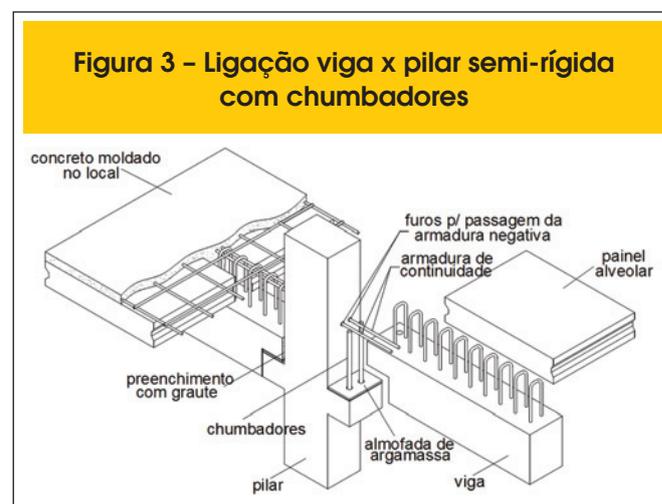
Os diagramas  $M \times N \times 1/r$  podem ser apresentados com valores adimensionais. Relações momento fletor adimensional ( $\mu$ ) versus força normal adimensional ( $v$ ) e curvatura ( $d/r$ ), podem ser encontradas para diferentes relações de  $d/h$  e tipos de aço em FUSCO [20]. Já OLIVEIRA [21] apresenta ábacos que relacionam momento fletor adimensional, força normal adimensional e rigidez secante modificados pelo efeito do coeficiente linear de fluência.

Os resultados obtidos em MARIN [19], de momento fletor resistente e rigidez secante, foram comparados com os valores encontrados nos ábacos desenvolvidos por OLIVEIRA [20], apresentando diferenças da ordem de 1%. Os valores apresentados nos ábacos por FUSCO [20] também foram comparados com os obtidos por MARIN [19], apresentando diferenças nos resultados de aproximadamente 1%.

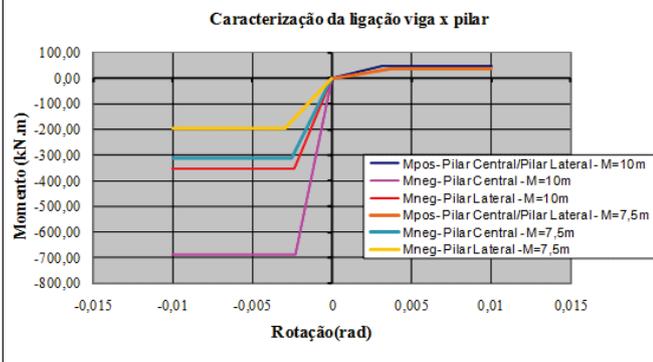
#### 4. Simulação numérica nos casos representativos

Para fazer a análise foi empregado um arranjo estrutural representativo de edificações de concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos. A Figura 2 mostra a planta esquemática do arranjo, cujas modulações adotadas foram de 7,5m e 10m.

**Figura 3 – Ligação viga x pilar semi-rígida com chumbadores**



**Figura 4 – Diagrama de momento x rotação típico da ligação viga x pilar**



O sistema estrutural considerado no presente trabalho é constituído por pórticos com ligação viga x pilar semi-rígida e pilares engastados na fundação. A ligação viga x pilar adotada é formada por chumbadores retos e capa de concreto moldada in loco com armadura passante através dos pilares centrais, conforme ilustrado na Figura 3. Nos pilares de extremidade, a armadura de continuidade é ancorada em luvas metálicas. Nas direções em que não for constituído pórtico pela combinação pilar-viga, a estabilidade deverá ser assegurada pela rigidez dos pilares. Os esforços horizontais provenientes da ação do vento são transferidos para os demais componentes pela laje, que se comporta como diafragma. Desta forma, foi selecionado o pórtico central na direção y, ilustrado na Figura 2, como objeto de estudo.

O comportamento semi-rígido da ligação viga x pilar foi levado em conta com o diagrama momento x rotação da ligação, proposto em El Debs et al [22], que está reproduzido na Figura 4.

Com a ligação viga x pilar semi-rígida pretendeu-se ampliar o número de andares normalmente utilizado com as ligações articuladas, que é de 3 andares (aproximadamente 12 metros de altura). Com base em cálculos preliminares e comprovados posteriormente, pode-se constatar que a ligação viga x pilar possibilitaria aumentar o número de andares em até 6, com seção transversal do pilar de 50 cm x 50 cm, para modulação de 7,5m, e de 60 cm x 60 cm para modulação de 10m. Já para os edifícios com até 4 andares, para ambas modulações, a seção transversal dos pilares pode ser de 40 cm x 40 cm. A partir do exposto, procedeu-se a análise com as variáveis e parâmetros descritos a seguir.

a) Número de pavimentos (alturas): 4 andares (16m), 5 andares (20m) e 6 andares (24m).

- b) Materiais: concreto C-35 ( $f_{ck}=35$  MPa), aço CA-50 para armadura longitudinal e aço CA-60 para armadura transversal.
- c) Seção transversal e armadura longitudinal dos pilares: conforme a Tabela 2.

A armadura longitudinal ( $A_{s,tot}$ ) é uniformemente distribuída nos lados da seção, a taxa geométrica de armadura corresponde a aproximadamente 3% para todas as seções dos pilares. A armadura transversal é constituída de estribos com diâmetro de 6 mm. Foi considerado cobrimento mínimo de 2,5 cm da armadura transversal dos pilares.

- d) Cargas permanentes: peso próprio da laje alveolar de 2,2 kN/m<sup>2</sup> para o vão de 7,5m e 2,6 kN/m<sup>2</sup> para o vão de 10m, capa estrutural de 6 cm de espessura, com peso próprio de 1,5 kN/m<sup>2</sup> e revestimento com 0,5 kN/m<sup>2</sup>. Foi considerada uma espessura média da capa estrutural de 6 cm, contemplando desta forma a contra-flecha das lajes alveolares. Para todos os casos considerou-se uma carga de 10 kN/m por pavimento, em todo o perímetro da estrutura proveniente do peso próprio da alvenaria.
- e) Cargas variáveis de utilização: foram considerados dois valores - 3 e 5 kN/m<sup>2</sup>.
- f) Pressão do vento: foi calculada conforme a NBR 6123:1988 [23]. A ação do vento para o arranjo estrutural selecionado está discriminada em função do número de pavimentos e da altura, conforme apresenta a Tabela 3, para o caso estudado correspondente ao pórtico central com modulação de 7,5m.
- g) Combinação de ações: foram consideradas três combinações para o ELU, na primeira combinação a ação do vento é considerada como carga acidental principal e a carga acidental de ocupação como secundária, esta combinação tem importância para a verificação da estabilidade global da estrutura como um todo. Para definição da primeira combinação de ações, foi considerada a utilização do edifício com elevada concentração de pessoas. Caso típico de edifícios comerciais, públicos ou de escritórios. A segunda combinação não contempla a contribuição da carga acidental de ocupação, e a sua verificação é de suma importância, devido ao momento positivo provocado pela ação do vento nas ligações. Na terceira combinação de ações a carga acidental de ocupação é considerada como principal e a carga acidental proveniente da ação do vento é considerada secundária. Desta forma, obtêm-se três expressões de combinações de ações para o estado limite último, conforme segue:

$$F_{d,1} = \gamma_g \cdot G + 1.4(W + 0.7Q) \quad (20)$$

**Tabela 2 – Seções dos pilares segundo geometria da estrutura**

Seção (cm x cm)	$A_{s,tot}$ (cm <sup>2</sup> )	M (m)	Nº de pavimentos
40x40	50,4 (16 $\Phi$ 20 mm)	7,5 e 10	4
50x50	75,6 (24 $\Phi$ 20 mm)	7,5	5 e 6
60x60	120,0 (24 $\Phi$ 25 mm)	10	5 e 6

Tabela 3 - Valores característicos da ação do vento na estrutura com modulação de 7,5m

Ação do vento - Direção Y												
h(m)	Módulo 7,5m			6 PAV			5 PAV			4 PAV		
	S <sub>2</sub>	V <sub>k</sub> (m/s)	q (kN/m <sup>2</sup> )	H/L1	C <sub>a</sub>	F <sub>a</sub> (kN)	H/L1	C <sub>a</sub>	F <sub>a</sub> (kN)	H/L1	C <sub>a</sub>	F <sub>a</sub> (kN)
4	0,76	34,20	0,717	0,80	1,24	28,11	0,67	1,21	27,43	0,53	1,18	26,75
8	0,80	36,00	0,794	0,80	1,24	31,46	0,67	1,21	30,70	0,53	1,18	29,94
12	0,85	38,25	0,897	0,80	1,24	34,97	0,67	1,21	34,12	0,53	1,18	33,28
16	0,89	40,05	0,983	0,80	1,24	37,41	0,67	1,21	36,50	0,53	1,18	17,40
20	0,91	40,95	1,028	0,80	1,24	39,09	0,67	1,21	18,66			
24	0,93	41,85	1,074	0,80	1,24	19,97						

h.: cota do pavimento; H: altura da estrutura; V<sub>k</sub>: Velocidade característica; S<sub>2</sub>: Fator que compõe V<sub>k</sub>; q: pressão dinâmica; L1: maior dimensão da edificação em planta; C<sub>a</sub>: Coeficiente de arrasto; F<sub>a</sub>: Força de arrasto.

Tabela 4 - Carga normal atuante nos pilares (P50x50) para a estrutura com modulação de 7,5m e carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup>

PAVIMENTO	N <sub>d,1</sub> (kN)		N <sub>d,2</sub> (kN)		N <sub>d,3</sub> (kN)	
	PC	PL	PC	PL	PC	PL
6	534,94	318,65	330,19	216,28	605,81	354,00
5	1069,88	742,31	660,38	537,56	1211,62	813,09
4	1604,82	1165,96	990,57	858,84	1817,44	1272,19
3	2139,75	1589,62	1320,75	1180,12	2423,25	1731,28
2	2674,69	2013,28	1650,94	1501,41	3029,06	2190,38
1	3209,63	2436,93	1981,13	1822,69	3634,87	2649,47

PC (Pilar Central); PL (Pilar Lateral);

N<sub>d,1</sub>: Carregamento normal segundo a 1ª combinação de ações do ELU, onde a carga acidental de vento é tomada como principal;

N<sub>d,2</sub>: Carregamento normal segundo a 2ª combinação de ações do ELU, onde a carga acidental de vento é tomada como a única carga acidental atuante;

N<sub>d,3</sub>: Carregamento normal segundo a 3ª combinação de ações do ELU, onde a carga acidental de ocupação é tomada como principal.

$$F_{d,2} = \gamma_g \cdot G + 1.4W \quad (21)$$

$$F_{d,3} = \gamma_g \cdot G + 1.4(0.6W + Q) \quad (22)$$

Onde:

$G$  representa as ações permanentes diretas;

$Q$  representa a carga acidental de ocupação;

$W$  representa a ação do vento.

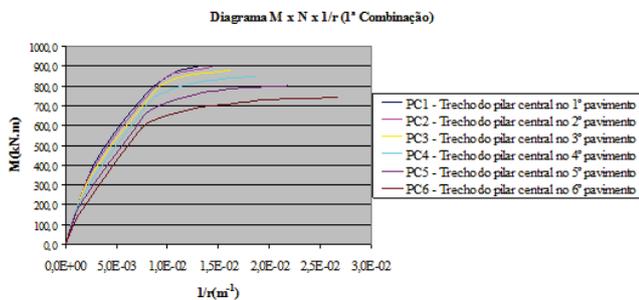
A ação do vento é tomada como carga acidental em todas as combinações, portanto, considera-se que a vedação da estrutura já foi executada. Com base nos valores das cargas consideradas,

Tabela 5 - Força normal adimensional atuante nos pilares (P50x50) para a estrutura com modulação de 7,5m e carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup>

PAVIMENTO	V <sub>d,1</sub>		V <sub>d,2</sub>		V <sub>d,3</sub>	
	PC	PL	PC	PL	PC	PL
6	0,09	0,05	0,05	0,03	0,10	0,06
5	0,17	0,12	0,11	0,09	0,19	0,13
4	0,26	0,19	0,16	0,14	0,29	0,20
3	0,34	0,25	0,21	0,19	0,39	0,28
2	0,43	0,32	0,26	0,24	0,48	0,35
1	0,51	0,39	0,32	0,29	0,58	0,42

$$v_{d,i} = \frac{N_{d,i}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \text{:Força normal adimensional}$$

**Figura 5 – Diagrama M x N x 1/r segundo a 1ª combinação de ações para o pilar central P50x50**



podem ser calculadas as forças normais nos pilares em cada nível. Na Tabela 4, são apresentados os valores para o caso com modulação de 7,5m e carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup>.

Na Tabela 5, o carregamento normal é apresentado na forma adimensional, esta forma de apresentação facilita a associação entre o incremento de força normal e o aumento de rigidez no elemento. As ações atuantes na estrutura são definidas segundo cada combinação de ações. Uma vez definidas as ações atuantes na estru-

tura, é feita a caracterização dos elementos de viga e pilar com o auxílio dos diagramas M x N x 1/r construídos por ferramenta de cálculo desenvolvida em MARIN [19]. Sendo assim, a resistência e a rigidez dos elementos são caracterizadas.

A modelagem feita no ANSYS® [9] foi motivada pela avaliação da estabilidade global dos arranjos estruturais estudados. Os arranjos estruturais apresentam geometrias, seções transversais dos elementos e carregamentos diferenciados. Além disto, o comportamento semi-rígido da ligação viga x pilar foi considerado. A NLF foi considerada no modelo com a utilização do elemento finito BEAM188, que permite que a relação M x N x 1/r seja contemplada. Na avaliação da estabilidade dos arranjos, os coeficientes  $\gamma_z$  calculados a partir dos deslocamentos obtidos no processamento apresentaram variação de 1,05 a 1,20. Desta forma, o grau de NLG nos modelos analisados não foi significativo.

Em modelos que apresentam não linearidades, existe uma variação na configuração da força normal dos pilares devido ao processamento não linear. No modelo estudado existe NLG, NLF e não linearidade na ligação viga x pilar, devido à presença de assimetria no comportamento da mesma.

No presente trabalho não foi considerado o efeito da variação da força normal durante o processamento. Este efeito geraria uma análise iterativa da construção do diagrama M x N x 1/r, devido à mudança do esforço normal nos pilares. Desta forma, os diagrama-

**Tabela 6 – Coeficientes redutores de rigidez dos pilares (P50x50) para a estrutura com modulação de 7,5m e carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup>**

PAVIMENTO	$\alpha_{,1}$		$\alpha_{,2}$		$\alpha_{,3}$	
	PC	PL	PC	PL	PC	PL
6	0,366	0,343	0,345	0,333	0,375	0,347
5	0,430	0,397	0,384	0,366	0,446	0,404
4	0,493	0,441	0,422	0,409	0,501	0,453
3	0,514	0,492	0,459	0,443	0,527	0,498
2	0,539	0,509	0,495	0,483	0,566	0,516
1	0,583	0,528	0,507	0,501	0,625	0,538

$\alpha_{,1}$ : Coeficiente redutor de rigidez dos pilares segundo a 1ª combinação de ações do ELU;

$\alpha_{,2}$ : Coeficiente redutor de rigidez dos pilares segundo a 2ª combinação de ações do ELU;

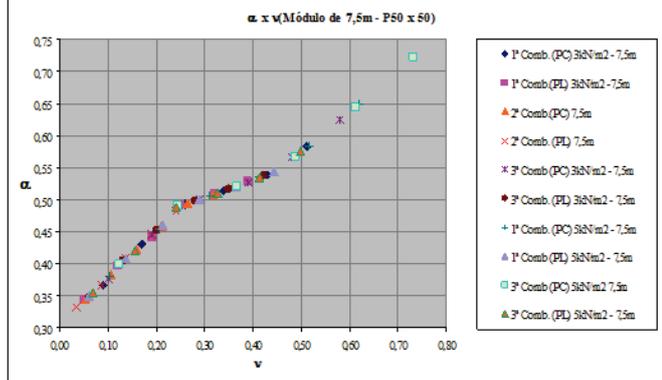
$\alpha_{,3}$ : Coeficiente redutor de rigidez dos pilares segundo a 3ª combinação de ações do ELU.

**Tabela 7 – Coeficientes redutores de rigidez para pilar segundo as diversas prescrições normativas**

v	$\lambda$	M x N x 1/r	NBR 6118:2003	ACI 318-08	FIB	NBR 9062:1985	PCI
0,58	27,71	0,625	0,800	0,471	0,429	0,758	0,162
0,58	63,74	0,625	0,800	0,471	0,498	0,758	0,038
0,03	27,71	0,333	0,500	0,471	0,280	0,758	0,015
0,03	63,74	0,333	0,500	0,471	0,283	0,758	0,038

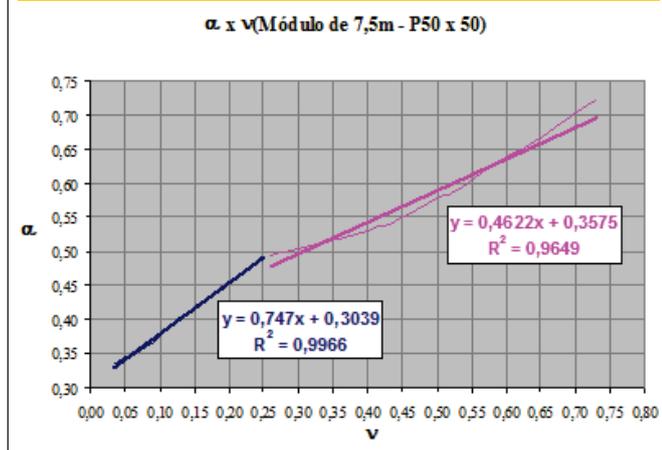
v: Força normal adimensional;  $\lambda$ : Índice de esbeltezz.

**Figura 6 – Diagrama dos coeficientes redutores de rigidez versus força normal adimensional para pilares (P50x50) em estruturas com modulação de 7,5m com carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup> e 5 kN/m<sup>2</sup>**



mas M x N x 1/r foram construídos e alimentaram o modelo em elementos finitos em uma única etapa. Primeiramente é analisada em um estudo de caso, a rigidez dos elementos de um edifício de 6 pavimentos em concreto pré-moldado. Segundo esta metodologia o momento de referência para avaliação da redução da rigidez dos elementos depende do momento resistente da seção e não dos esforços atuantes no elemento. São construídos os diagramas M x N x 1/r para as seções dos elementos em estudo e analisados os coeficientes redutores de rigidez da inércia bruta encontrados. São propostas funções de redução de rigidez relacionando coeficiente redutor de rigidez e força normal adimensional. Os coeficientes redutores encontrados com o auxílio das funções de rigidez prescritas em diversas normas são comparados com os valores obtidos segundo o diagrama M x N x 1/r. Após a definição dos valores de força normal atuantes por combinação de ações considerada e trecho de pilar, são apresentados

**Figura 7 – Funções aproximadoras dos coeficientes redutores de rigidez versus força normal adimensional para pilares (P50x50)**



**Tabela 8 – Funções de redução de rigidez segundo subdomínios de força normal adimensional para pilar (P50x50)**

Função redução de rigidez ( $\alpha$ )	Subdomínio ( $\nu$ )
$\alpha = 0,75 \nu + 1,10 (E_S I_S) / EI$	$0 \leq \nu \leq 0,25$
$\alpha = 0,46 \nu + 1,32 (E_S I_S) / EI$	$0,25 < \nu \leq 0,75$

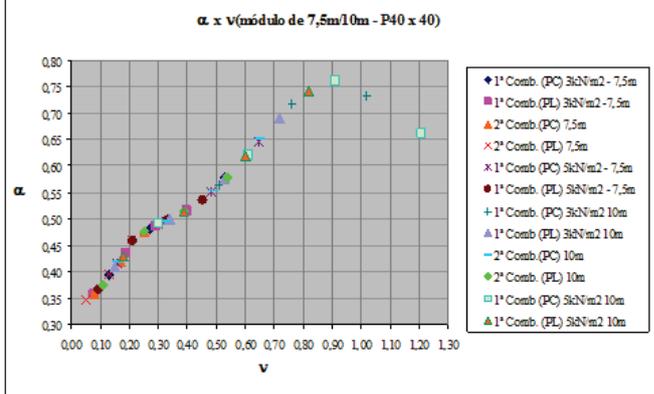
os diagramas M x N x 1/r. Na Figura 5 é ilustrado um exemplo de diagrama construído com o valor de tensão no concreto de  $1,1 f_{cd}$  e cargas atuantes majoradas de  $\gamma_f (N_d)$ .

Na Tabela 6 são apresentados os coeficientes obtidos segundo o diagrama M x N x 1/r construídos com o valor de tensão no concreto de  $1,1 f_{cd}$  e cargas atuantes majoradas de  $\gamma_f / \gamma_{f3} (N_d / \gamma_{f3})$ . Desta forma, são obtidos os coeficientes redutores de rigidez correspondentes a rigidez secante.

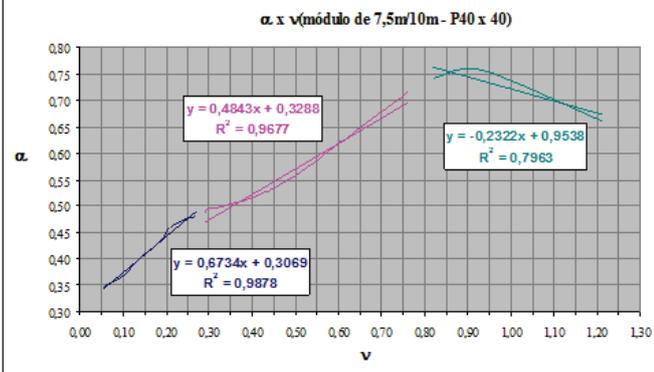
Analisando os coeficientes redutores de rigidez apresentados na Tabela 6 para as combinações de cálculo no ELU, nota-se que para o pilar central o coeficiente redutor da rigidez variou no intervalo de aproximadamente 0,35 a 0,6 e para o pilar lateral o coeficiente variou aproximadamente de 0,35 a 0,5. O coeficiente redutor de rigidez encontrado na 3ª combinação de ações é maior que os coeficientes redutores de rigidez encontrados na 1ª e na 2ª combinação de ações, isto ocorre devido ao maior efeito da força normal na 3ª combinação.

Os valores encontrados para redução da rigidez segundo o diagrama M x N x 1/r foram comparados com os valores obtidos pelas funções aproximadas prescritas em normas, considerou-se duas situações limite, esforço normal e índice de esbeltez. Em relação ao esforço normal, foram consideradas a máxima e a mínima força normal das combinações de ações estudadas. Em relação ao índice de esbeltez, em virtude das ligações viga x pilar das es-

**Figura 8 – Diagrama dos coeficientes redutores de rigidez versus força normal adimensional para pilares (P40x40) em estruturas com modulação de (7,5m;10m) e carga acidental de (3 kN/m<sup>2</sup>; 5 kN/m<sup>2</sup>)**



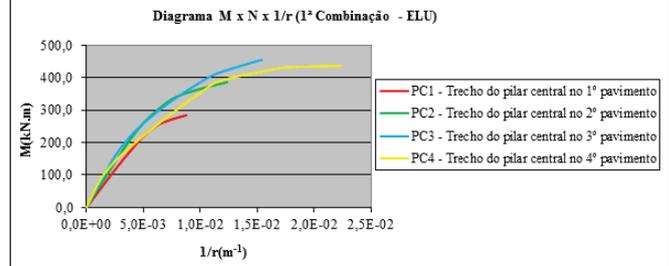
**Figura 9 – Funções aproximadoras dos coeficientes redutores de rigidez versus força normal adimensional para pilares (P40x40)**



truturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos terem comportamento semi-rígido foram consideradas duas hipóteses. Na primeira, o comprimento efetivo do pilar corresponde à diferença de cota entre pavimentos. Na segunda, o comprimento efetivo corresponde ao máximo valor indicado para estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos não contraventadas. Segundo Elliott [24], tal valor corresponde a no máximo 2,3 vezes a diferença de cota entre os pavimentos.

Na Tabela 7 estão apresentados os coeficientes redutores obtidos de acordo com as prescrições normativas investigadas. Não foi considerado o efeito da fluência atuando nos pilares. Desta forma foi utilizado o coeficiente de fluência  $\varphi = 0$  na construção do diagrama  $M \times N \times 1/r$  e na expressão da FIB [11]. Nas formulações prescritas no ACI 318-08 [10] e no PCI [14] o valor de  $\beta_g$  foi igual a 0. O coeficiente redutor prescrito pela NBR 6118:2003 [1] para pilares é de 0,8 e para vigas com armadura simétrica é de 0,5. Segundo o intervalo de variação do coeficiente redutor apresentado na Tabela 6, não há correspondência entre os valores encontrados com o coeficiente redutor sugerido para pilares pela NBR 6118:2003 [1]. Considerando que o comportamento dos pilares pertencentes ao sexto pavimento é próximo ao de vigas, devido ao baixo nível de esforço normal de compressão, o coeficiente prescrito pela NBR 6118:2003 [1] poderia ser interpretado como 0,5. No entanto, com uma disposição simétrica de armadura obteve-se o valor de coeficiente redutor segundo o diagrama  $M \times N \times 1/r$  de aproximadamente 0,35.

**Figura 10 – Diagrama M x N x 1/r segundo a 1ª combinação de ações para o pilar central P40x40**



O coeficiente redutor obtido segundo a NBR 9062:1985 [12] não apresentou correspondência com os valores obtidos de coeficiente redutor de rigidez associados aos diagramas  $M \times N \times 1/r$ , mostrando-se inadequado para utilização no exemplo estudado. Os valores encontrados segundo o ACI 318-08 [10] corresponderam aos trechos de pilar intermediários. Vale ressaltar que para efeito de comparação com as outras prescrições normativas, o módulo de elasticidade adotado foi o mesmo obtido segundo a NBR 6118:2003 [1].

As formulações apresentadas pelo PCI [14] e pela FIB [11] contemplam a esbeltez do pilar, no entanto a determinação da esbeltez do pilar torna a análise mais complexa devido à presença da ligação semi-rígida e, conseqüentemente, da deslocabilidade da estrutura. Os valores obtidos para o coeficiente redutor de rigidez segundo o PCI [14] para as duas situações adotadas de esbeltez não apresentaram correspondência com os valores obtidos segundo o diagrama  $M \times N \times 1/r$ . Os valores encontrados segundo a FIB [11] para força normal adimensional igual a 0,03 se aproximaram dos valores obtidos com o diagrama  $M \times N \times 1/r$ .

A taxa e arranjo de armadura, bem como o nível de esforço normal apresentaram um grau de influência maior na análise. A análise de rigidez secante ocorre na seção do elemento, a esbeltez do elemento está relacionada a uma análise da rigidez do elemento como um todo.

Os estudos da obtenção da rigidez feitos para a estrutura com 6 pavimentos e carga acidental de 3kN/m<sup>2</sup> foram feitos para a estrutura com 5kN/m<sup>2</sup>, conforme pode ser visto no diagrama dos coeficientes redutores de rigidez ilustrado na Figura 6. Cada série de dados, ilustrada na Figura 6, é composta por seis pontos. Cada

**Tabela 9 – Funções de redução de rigidez segundo subdomínios de força normal adimensional para pilares (P40x40, P50x50, P60x60)**

Seções (cm)	Função redução de rigidez ( $\alpha$ )		
	$0 \leq v \leq 0,25$	$0,25 < v \leq 0,85$	$0,85 < v \leq 1,20$
40 x 40	$0,67v + 1,15(E_s I_s)/EI$	$0,48v + 1,20(E_s I_s)/EI$	$-0,24v + 3,50(E_s I_s)/EI$
50 x 50	$0,75v + 1,10(E_s I_s)/EI$	$0,46v + 1,32(E_s I_s)/EI$	-----
60 x 60	$0,73v + 1,12(E_s I_s)/EI$	$0,44v + 1,29(E_s I_s)/EI$	-----
Valor Médio	$0,72v + 1,12(E_s I_s)/EI$	$0,46v + 1,27(E_s I_s)/EI$	$-0,24v + 3,50(E_s I_s)/EI$

Tabela 10: Distribuição dos coeficientes redutores de rigidez dos pilares

Modulação (m)	Seção (cm)	Nº Pavimentos	Carga acidental (kN/m <sup>2</sup> )	$\alpha$
7,5	50 x 50	6	3	0,35 - 0,60
7,5	50 x 50	6	5	0,35 - 0,70
10,0	60 x 60	6	3	0,40 - 0,70
10,0	60 x 60	6	5	0,40 - 0,77
7,5	40 x 40	4	3;5	0,35 - 0,65
10,0	40 x 40	4	3;5	0,40 - 0,76

ponto corresponde a um coeficiente redutor de rigidez associado a um pavimento.

A Figura 7 ilustra duas aproximações com variação linear divididas em dois subdomínios de utilização. Sendo assim, foram propostas funções de redução de rigidez segundo os respectivos subdomínios, conforme apresentado na Tabela 8. Nota-se que a partir do valor de, aproximadamente, 0,25 de força normal adimensional existe uma mudança na taxa de crescimento da rigidez do elemento.

O mesmo procedimento foi realizado para os pilares com seção de 40 x 40 cm e 60 x 60 cm. Apresenta-se aqui apenas o estudo destinado aos pilares com seção de 40 x 40 cm, uma vez que para este caso surge um trecho descendente na variação da rigidez a partir de certo nível de força normal. Na Figura 8 é apresentado um mapeamento da variação do coeficiente redutor da rigidez segundo a força normal adimensional para as diversas condições de modulação e carregamento aos quais os pilares de seção 40 x 40 cm foram submetidos.

Figura 11 - Seção transversal e disposição de armadura passiva da viga em concreto pré-moldado em seção composta destinada a estrutura com modulação de 7,5m

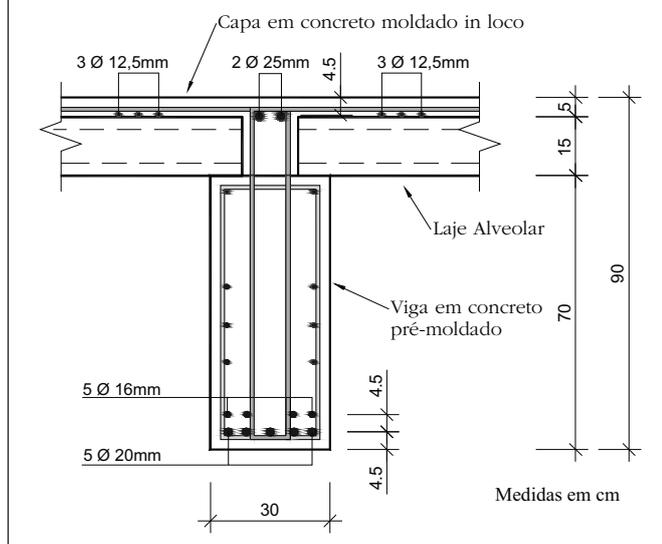


Figura 12 - Diagrama M x N x 1/r da viga em concreto pré-moldado com armadura passiva para estrutura com modulação de 7,5m

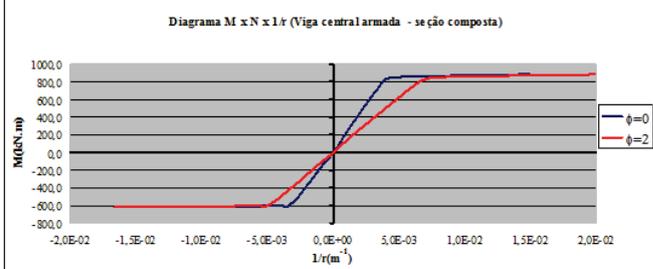


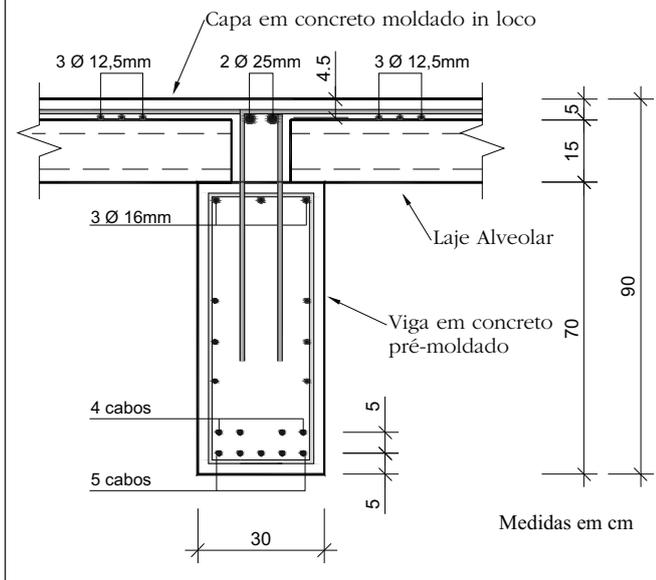
Tabela 11 - Coeficientes redutores de rigidez para a viga com armadura passiva sob efeito da fluência na estrutura com modulação de 7,5m

Fluência ( $\phi$ )	0	1	2	3
$M_{\text{pos}} (\alpha)$	0,467	0,340	0,267	0,220
$M_{\text{neg}} (\alpha)$	0,310	0,249	0,209	0,180

Na Figura 9 é possível avaliar a variação dos coeficientes redutores de rigidez segundo três subdomínios e, respectivamente, três funções aproximadas. A parcela associada à armadura, do coeficiente redutor de rigidez, assume o valor de 0,26 para a área e disposição da armadura do P(40x40). Segundo o diagrama M x N x 1/r, o coeficiente redutor de rigidez associado a força normal adimensional nula é igual a 0,319.

Para o pilar com seção de 40 x 40 cm foi constatada uma redução na rigidez a partir do valor da força normal adimensional de 0,9. Nas outras seções de pilares este comportamento não foi observado, pois o nível de esforço normal era menor. A Figura 10 ilustra o diagrama M x N x 1/r construído com o valor de tensão no concreto de  $1,1 f_{cd}$  e cargas atuantes majoradas de  $\gamma_f/\gamma_{f3}$  ( $N_d/\gamma_{f3}$ ) para o pilar com seção de 40 x 40 cm, modulação de 10 m e carga acidental de 5 kN/m<sup>2</sup>.

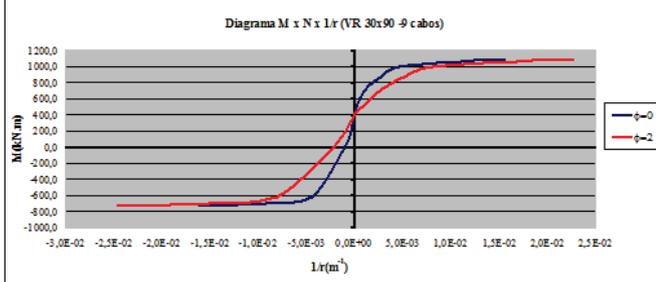
**Figura 13 - Seção transversal e disposição de armadura passiva e ativa da viga em concreto pré-moldado em seção composta destinada a estrutura com modulação de 7,5m**



Na Tabela 9 são apresentadas propostas de funções de redução de rigidez segundo os respectivos subdomínios para os pilares com seção de 40 x 40 cm, 50 x 50 cm e 60 x 60 cm. Além disto, é proposta uma função de redução de rigidez média para cada trecho estudado.

Os exemplos numéricos foram concebidos com diferentes seções de pilares, de acordo com o número de pavimentos e a modulação utilizada. Na Tabela 10 podem ser observados os intervalos de coeficientes redutores de rigidez obtidos para os pilares nos modelos analisados. Os valores mais baixos correspondem aos pavimentos superiores e os valores mais altos aos pavimentos inferiores. Considerando-se os valores médios, o coeficiente redutor corresponde a faixa de 0,5 a 0,6. Estes coeficientes são menores que os valores recomendados pela NBR 6118:2003 [1], de 0,7 e 0,8.

**Figura 14 - Diagrama M x N x 1/r sob efeito da protensão com 9 cabos**



**Tabela 12 - Coeficientes redutores de rigidez para a viga com armadura passiva e armadura ativa sob efeito da fluência na estrutura com modulação de 7,5m**

Fluência ( $\phi$ )	0	1	2	3
$M_{pos}(\alpha)$	0,570	0,402	0,311	0,253
$M_{neg}(\alpha)$	0,211	0,150	0,116	0,095

Foram avaliados os efeitos da adoção de armadura passiva e ativa nas vigas em concreto pré-moldado dispostas nos eixos centrais do arranjo ilustrado na Figura 2. Na Figura 11 está ilustrada a seção da viga em concreto pré-moldado utilizada em todos os pavimentos com  $f_{ck}=35$  MPa em seção composta por capa moldada in loco com  $f_{ck}=20$  MPa. A armadura passiva é constituída de aço CA-50.

A armadura de pele e a armadura de porta-estribo tiveram sua contribuição desprezada para efeito de construção do diagrama M x N x 1/r. A Figura 12 ilustra o diagrama M x N x 1/r da viga, representada na Figura 11, com efeito da fluência por intermédio do coeficiente linear de fluência igual a 0 e 2. Em virtude da diferença de resistência do concreto da seção da viga de concreto pré-moldado e da capa moldada in loco, para efeito de construção do diagrama M x N x 1/r, o trecho referente ao momento positivo foi construído com  $f_{ck}=20$  MPa e o trecho referente ao momento negativo foi construído com  $f_{ck}=35$  MPa.

A Tabela 11 mostra o coeficiente redutor de rigidez versus o coeficiente de fluência para o momento positivo e para o momento negativo. Nota-se a diminuição significativa do coeficiente redutor de rigidez frente à evolução da fluência.

O coeficiente redutor indicado pela NBR 6118:2003 [1] para vigas com armadura assimétrica é de 0,4. Valor semelhante ao encontrado para a rigidez secante ao momento positivo com coeficiente linear de fluência igual a 0.

Foi avaliado o efeito da adoção de armadura ativa na seção transversal da viga em concreto pré-moldado em seção composta, conforme ilustrada a Figura 13. O concreto pré-moldado da viga apresenta  $f_{ck} = 40$  MPa, o concreto da capa moldada in loco apresenta  $f_{ck} = 20$  MPa. A armadura ativa presente na seção é constituída de cordoalhas CP 190 RB 12,7, a armadura passiva é especificada em aço CA-50.

A Figura 14 mostra o diagrama M x N x 1/r modificado pela adoção de armadura ativa e a Tabela 12 apresenta os coeficientes redutores de rigidez obtidos utilizando armadura ativa na face inferior e armadura passiva na face superior da viga.

## 5. Considerações finais e conclusões

Com base no estudo desenvolvido, podem ser alinhadas as conclusões apresentadas a seguir, válidas para as seções transversais, arranjos, taxas de armadura, e materiais empregados no presente estudo:

- A formulação e os indicadores prescritos nas normas nacionais a respeito da consideração simplificada da NLF são me-

nos abrangentes que as formulações apresentadas em normas internacionais.

- b) Os coeficientes redutores obtidos segundo o diagrama  $M \times N \times 1/r$  divergem das indicações normativas para consideração simplificada de NLF, principalmente sob efeito da fluência, força normal e armadura ativa. Os coeficientes redutores sofrem influência do nível de esforço normal, conseqüentemente variam de acordo com a combinação de ações utilizada.
- c) A taxa de crescimento da rigidez sofre uma variação quando o valor da força normal se aproxima de 0,25.
- d) Segundo os estudos realizados, o aumento do nível de esforço normal incrementa a rigidez das seções, no entanto, a partir de um certo nível de esforço normal existe uma diminuição da rigidez da seção. No exemplo numérico avaliado, obteve-se o valor de força normal adimensional de aproximadamente 0,9, onde ocorreu uma inversão da tendência de incremento da rigidez.

Já as seguintes conclusões são limitadas aos arranjos estruturais, ações e, principalmente, ao tipo de ligação utilizada que viabilizou o sistema estrutural estudado e servem de base de comparação com os coeficientes de rigidez da NBR 6118:2003 [1]:

Os coeficientes redutores de rigidez obtidos para os pilares dos arranjos analisados apresentaram valores em média de 0,5 a 0,6. A variação dos valores encontrados para os coeficientes redutores de rigidez nas vigas em concreto armado submetidos aos efeitos da fluência pelo coeficiente linear de 0 a 3 foi de 0,45 a 0,2 para momento positivo e de 0,3 a 0,2 para momento negativo. Nos elementos com armadura ativa os coeficientes redutores obtidos pertencem ao intervalo de 0,55 a 0,25 no combate ao momento positivo e ao momento negativo os valores encontrados pertencem ao intervalo de 0,25 a 0,1.

Vale a pena destacar que o estudo realizado teve o objetivo de avaliar a redução de rigidez para um estudo de caso típico de estrutura de concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos, com um tipo particular de ligação semi-rígida. Assim, as conclusões são limitadas e servem para mostrar a diferença em relação aos valores da NBR 6118:2003 [1].

## 6. Agradecimentos

A empresa LEONARDI Construção Industrializada pelo apoio ao desenvolvimento do projeto de pesquisa que gerou este artigo e à FAPESP – Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio ao projeto temático de pesquisa que englobou esse projeto de pesquisa.

## 7. Referências bibliográficas

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 (2003). NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro.
- [02] HOGESLAG, A. J. (1990). Stability of precast concrete structures. In: HOGESLAG, A. J.; VAMBERSKY, J. N. J. A.; WALRAVEN, J. C. Prefabrication of concrete structures (Proc. Int. Seminar Delft, The Netherlands, October, 25-26, 1990). Delft: Delft University Press, 1990. p.29-40.
- [03] CHEFDEBIEN A. de & DALDARE J. (1994). Experimental investigations on current connections between precast concrete components. COST C1 Proc. of 2<sup>nd</sup> Workshop Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Prague, p. 21-30.
- [04] ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; MAHDI, A.; GORGUM, H.; VIRDI, K. & RAGUPATHY P. (1998). Precast concrete semi-rigid beam-to-column connections in skeletal frames. COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Liège, p. 45-54.
- [05] KERONEN A. & HIETALA J. (1998). Tests and analysis of the connections in precast concrete portal frame. COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Liège, p. 25-34.
- [06] CHEFDEBIEN, A. de (1998). Precast concrete beam to column head connections. COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Liège, p. 35-43.
- [07] ELLIOTT, K.S.; DAVIES, G.; FERREIRA, M.. GORGUM, H.; MAHADI, A.A. (2003a). Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 1: The experimental evidence. The structural engineer. v.81, n.16 p. 14-27.
- [08] ELLIOTT, K.S.; DAVIES, G.; FERREIRA, M.. GORGUM, H.; MAHADI, A.A. (2003b). Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 2: Analytical equations & column effective length factors. The structural engineer. v.81, n.16 p. 28-37
- [09] ANSYS RELEASE 10.0 (2005). Documentation for Ansys. 1<sup>st</sup> ed. Chicago, USA.
- [10] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2008). ACI 318-08: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills.
- [11] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETON (2002). Design examples for FIP recommendations 'practical design of structural concrete', Bulletin FIB, Lausanne, v.16.
- [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062 (1985). NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro.
- [13] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062 (2006). NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro.
- [14] Recommended practice for the design of prestressed concrete columns and walls (1988). Journal of Prestressed Concrete Institute, Chicago, v.33, n. 4, p. 56-95.
- [15] CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. (2004). Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. São Carlos. EdUFSCar.
- [16] FRANÇA, R.L.S. (1991). Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado. 232f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681 (2003). NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro.
- [18] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETON (1999). Structural concrete: textbook on behavior on

- design and performance update of the CEB/FIP model code 1990. Bulletin FIB. Lausanne, v.1-3.
- [19] MARIN, M.C. (2009). Contribuição à análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos. 213f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- [20] FUSCO, P.B. (1981). Estruturas de concreto: solicitações normais, estados limites, teoria e aplicações. Rio de Janeiro: Guanabara Dois.
- [21] OLIVEIRA, P.H.S. (2004). Processo aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado. 208f. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- [22] EL DEBS, M.K.; MIOTTO, A.M.; EL DEBS, A.L.H.C. (2010). Analysis of a semi-rigid connection for precast concrete. Buildings & Structures.
- [23] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123 (1988). NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro.
- [24] ELLIOTT, K. S. (1996). Multi-storey precast concrete framed structures. Oxford: Blackwell Science, 1996.