

Slabs strengthened for punching shear with post-installed steel and CFRP connectors

Lajes reforçadas à punção com conectores de aço e PRFC pós-instalados



M. J. M. PEREIRA FILHO^a
manoelmangabeira1990@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9622-3863>

M. V. P. FREITAS^b
mvpengenharia@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9333-2183>

D. F. A. SANTOS^b
eng.prof.santos@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9306-5660>

A. J. C. NASCIMENTO^b
alex_aj_nascimento@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-9989-6585>

M. P. FERREIRA^b
mpina@ufpa.br
<https://orcid.org/0000-0001-8905-9479>

Abstract

Structural accidents due to punching shear failures have been reported in flat slab buildings. Design recommendations presented by codes can lead to entirely different punching shear resistance estimates for similar situations. Furthermore, design codes do not present guidelines for the design of punching shear strengthening of existing slabs. This paper uses a database with 118 experimental results to discuss the performance of theoretical estimates of punching shear resistance using ACI 318, Eurocode 2 and ABNT NBR 6118 in the case of slabs without shear reinforcement. Another database with results of 62 tests on slabs strengthened with post-installed steel and CFRP dowels is used to evaluate the performance of these strengthening techniques and to propose adaptations in codes to allow their use in punching shear strengthening situations of existing slab-column connections.

Keywords: flat slabs, punching shear, structural strengthening; CFRP, post-installed steel connectors.

Resumo

Acidentes estruturais por punção vêm sendo relatados em edifícios com lajes lisas. As recomendações de projeto apresentadas pelas normas podem levar a estimativas de resistência à punção divergentes para situações semelhantes. Além disso, não são apresentadas orientações para o dimensionamento do reforço à punção de lajes existentes. Este artigo utiliza um banco de dados com 118 resultados experimentais para discutir o desempenho das estimativas teóricas de resistência à punção obtidas usando o ACI 318, o Eurocode 2 e a ABNT NBR 6118 para o caso de lajes sem armadura de cisalhamento. Um outro banco de dados, com resultados de 62 ensaios em lajes reforçadas com conectores pós-instalados de aço e PRFC, é utilizado para avaliar o desempenho destas técnicas de reforço e para apresentar propostas de adaptação das recomendações destas normas para permitir seu uso em situações de reforço à punção de ligações laje-pilar existentes.

Palavras-chave: lajes lisas, punção, reforço estrutural, PRFC, conectores pós-instalados de aço.

^a University of Brasília, Brasília, DF, Brazil;

^b Federal University of Pará, Tucuruí, PA, Brazil.

1. Introdução

Falhas nas fases de projeto, de construção, de uso e manutenção ou ainda mudanças na finalidade de um edifício podem gerar a necessidade de reforço estrutural. No caso de edifícios com lajes lisas, a região da ligação entre a laje e o pilar é um ponto crítico devido à punção, que é um modo de ruptura frágil, que pode levar a estrutura à ruína através do colapso progressivo. Desenvolvido no início do século XX, trata-se de um sistema estrutural que simplifica as etapas de confecção de fôrmas e armaduras, mas requer cuidados, uma vez que diversos casos de acidentes vêm sendo reportados. Melo e Regan [1] relatam que o primeiro acidente registrado por punção foi o do edifício Prest-o-Lite, ocorrido em Indianapolis em 1911. Desde então, outros casos foram registrados na literatura.

A Figura 1a apresenta o caso do colapso do edifício 2000 Commonwealth Avenue. Tratava-se de um edifício de apartamentos

com 16 pavimentos que ruiu durante a sua construção em 1971 na cidade de Boston, EUA, vitimando 4 operários. King e Delatte [2] apresentam uma revisão do caso e concluem que a causa deste acidente foi a ruptura localizada de uma ligação laje-pilar da cobertura, que se propagou para uma grande área da edificação. Durante o processo de investigação, várias falhas e omissões foram observadas referentes ao projeto e à construção. Na Figura 1b é possível ver o caso do edifício Bullock's Department Store, cuja estrutura era composta por lajes lisas nervuradas apoiadas sobre pilares circulares. Segundo Mitchel *et al.* [3], o desabamento ocorreu em 1994 após um terremoto na Califórnia e a falta de armaduras de pós-punção fez com que a ruína se propagasse. Gardner [4] apresenta as causas do colapso do Sampoong Department Store (ver Figura 1c), que ocorreu em 1995 na Coreia do Sul e conclui que o acidente foi provocado por falhas de projeto e execução, levando a 502 vítimas fatais e 937 feridos. Outro exemplo de colapso por punção foi o do edifício Piper Rows Car Park, mostrado na Figura 1d, ocorrido em 1997



a) 2000 Commonwealth Avenue, 1971
Autor: King e Delatte [2]



b) Bullock's Department Store, 1994
Autor: www.johnmartin.com [3]



c) Sampoong Department Store, 1995
Autor: Gardner *et al.* [4]



d) Piper Rows Car Park, 1997
Autor: Woods [5]

Figura 1
Acidentes estruturais por punção



Visão geral da estrutura após o colapso

Detalhe das ligações antes e após o colapso

a) Shopping Mall Rio Poty, 2013. Fonte: Oliveira *et al.* [6]



Visão geral da estrutura após o colapso

Detalhe da posição das armaduras passivas e ativas negativas na ligação laje-pilar

b) Residencial Grand Parc, 2016. Fonte: Adaptado de Coutinho *et al.* [7]

Figura 2

Acidentes estruturais por punção no Brasil

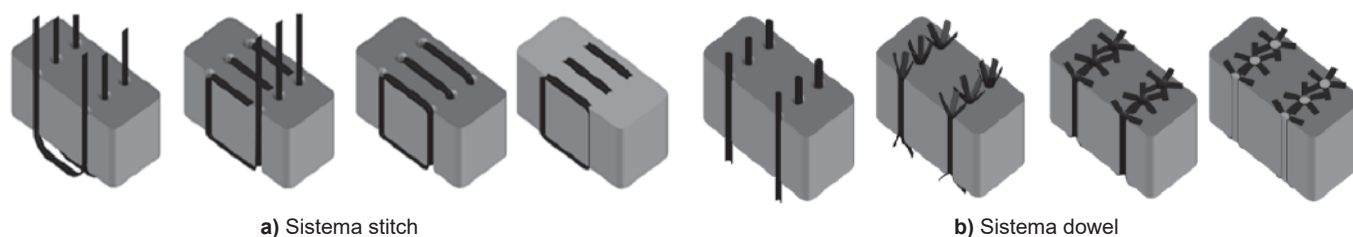
na Inglaterra, que ocorreu, principalmente, devido a corrosão das armaduras de flexão, como relatado por Woods [5].

No Brasil, foram registrados dois acidentes recentes por punção. Na cidade de Teresina, Piauí, uma área de 40.000 m² do Shopping Rio Poty (ver Figura 2a) foi à ruína durante a sua construção em 2013, sem vítimas fatais. Em 2016 ocorreu em Vitória, Espírito Santo, o colapso da área de lazer do edifício residencial Grand Parc (ver Figura 2b), levando a uma vítima fatal. Em ambos os casos, os documentos técnicos disponíveis até o momento (ver Oliveira *et al.* [6] e Coutinho *et al.* [7]) não são conclusivos, mas apontam diversas falhas com origem na fase de construção destas estruturas.

A revisão da literatura indica que muitos dos acidentes estruturais ocorridos em edifícios com lajes lisas iniciam-se de forma localizada, por punção, tendo como origem falhas de projeto e construção. Soares e Vollum [8] fazem uma ampla discussão sobre as diferen-

ças entre as recomendações atuais e as anteriormente utilizadas no Reino Unido para o dimensionamento à punção de lajes lisas de concreto, e destacam que as normas de projeto podem levar a estimativas de resistência significativamente diferentes para situações semelhantes. Isto pode favorecer divergências durante o projeto ou a verificação da capacidade resistente de um edifício. Koppitz *et al.* [9] alertam que nos casos onde ocorre a necessidade de aumentar a capacidade resistente da estrutura a situação é ainda mais crítica, uma vez que não existem recomendações normativas que orientem os profissionais envolvidos em relação às técnicas de reforço e aos métodos de cálculo que devem ser utilizados.

Este artigo discute o desempenho de normas internacionais e da norma brasileira, na verificação da resistência à punção de ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento. Isto é feito usando-se as normas ACI 318 [10], ABNT NBR 6118 [11] e Eurocode 2 [12, 13, e14]. A avaliação do desempenho destas normas

**Figura 3**

Tipos de reforço à punção para ligações laje-pilar com PRFC (adaptado de Santos [16])

é feita tendo como referência uma base de dados ampla e atualizada, reunindo resultados cuidadosamente selecionados de pesquisas realizadas no país e no exterior, tendo como objetivo principal mostrar em que contexto se encontram as recomendações atualmente empregadas no Brasil, fornecendo ao meio técnico nacional parâmetros que permitam o estabelecimento de critérios para a avaliação da capacidade resistente de ligações laje-pilar em edifícios existentes, na ausência de uma normalização nacional específica. Após estas análises, uma nova base de dados, reunindo resultados experimentais de ensaios em lajes reforçadas à punção com conectores de aço e PRFC pós-instalados é montada. Seus resultados são utilizados para avaliar as adaptações necessárias nas normas de projeto para que elas possam ser utilizadas com segurança para dimensionar o reforço à punção de ligações laje-pilar de concreto armado com conectores pós-instalados de aço e PRFC.

2. Base teórica

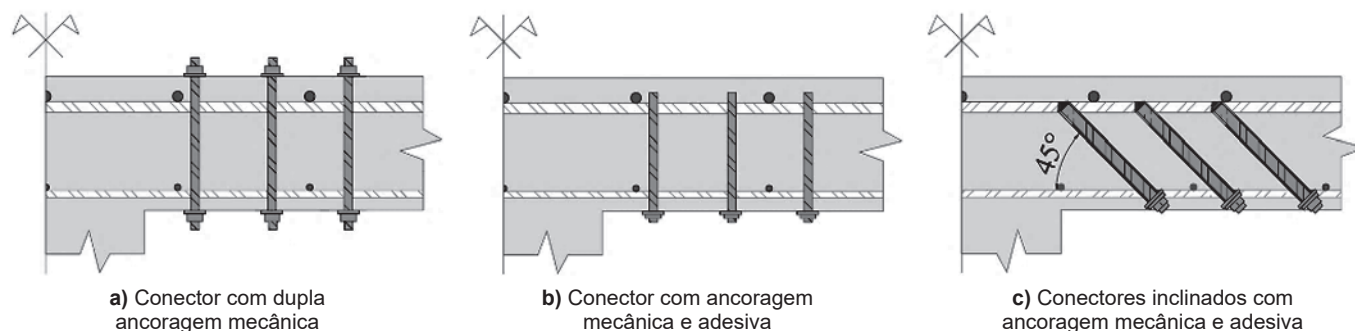
2.1 Técnicas de reforço à punção

Polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) podem ser utilizados de diferentes formas para o reforço à punção de ligações laje-pilar. Segundo Sissakis e Sheikh [15], eles podem contribuir para aumentar tanto a capacidade resistente da ligação e, portanto, do pavimento, quanto o deslocamento máximo em caso de ruína. Segundo Santos [16], a natureza flexível deste material permite que ele seja fixado de forma distinta, podendo ser ancorado em forma de laço, em uma técnica internacionalmente conhecida como *stitch* (costura), ou ainda sendo utilizado de forma similar

à conectores de cisalhamento, em técnica denominada de *dowel* (pino), com a ancoragem feita nas superfícies da laje, conforme ilustrado na Figura 3.

Na técnica *stitch*, as mantas de PRFC são cortadas em tiras, saturadas com resina e inseridas na laje através de furos, formando laços fechados similares à estribos (ver Figura 3a). Após a sua colocação, os furos devem ser preenchidos com epóxi ou argamassa de alto desempenho a fim de favorecer a transferência de forças entre concreto e a superfície do PRFC. A técnica *dowel*, segundo Erdogan *et al.* [17], consiste em fabricar pinos a partir do corte de mantas de PRFC em faixas retangulares, como ilustrado na Figura 3b. Após a saturação com resina epóxi, as mantas de PRFC são enroladas, formando uma espécie de tubo. Estes tubos são instalados dentro de furos na laje com o auxílio de uma guia, removida logo após o posicionamento do reforço. Posteriormente, as extremidades superior e inferior do tubo de PRFC são cortadas e abertas em formato de pétalas e coladas na superfície da laje a fim de garantir a ancoragem, preenchendo-se os furos com epóxi ou argamassa de alto desempenho.

Uma outra opção para o reforço à punção de ligações existentes laje-pilar envolve a utilização de conectores de aço pós-instalados. Diferentes tipos de conectores são comercializados industrialmente, e a Figura 4a ilustra um modelo onde a ancoragem é feita através de um sistema de porcas e arruelas. Este tipo de reforço é capaz de aumentar tanto a capacidade resistente quanto a ductilidade das ligações laje-pilar. Este sistema pode ser usado ainda com uma combinação de ancoragem mecânica na superfície inferior e adesivo epóxi como mecanismo de aderência, com os pinos instalados verticalmente (ver Figura 4b) ou de forma inclinada (ver Figura 4c), conforme apresentado por Ruiz *et al.* [18].

**Figura 4**

Tipos de reforço à punção para ligações lajes-pilar com conectores pós-instalados de aço



Figura 5
Modos de ruptura por punção em lajes armadas ao cisalhamento

2.2 Métodos para estimativa da resistência à punção

As normas ACI 318 [10], ABNT NBR 6118 [11] e Eurocode 2 [12, 13 e 14] apresentam recomendações para o dimensionamento de lajes lisas de concreto armado e protendido. De uma forma geral, estas normas assumem que a resistência à punção de lajes sem armaduras de cisalhamento ($V_{R,c}$) pode ser estimada com base em uma tensão resistente (τ_R) atuando em uma área de controle ($u_1 \cdot d$). No caso de lajes com armaduras de cisalhamento, estas normas orientam que devem ser cheçadas as possibilidades de ruptura: dentro da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,cs}$); fora da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,out}$); ou ainda devido ao esmagamento da biela próxima ao pilar ($V_{R,max}$). A Figura 5 apresenta imagens destes modos de ruptura descritos na literatura.

Não existem recomendações normativas para estimar a resistência de lajes reforçadas à punção com conectores pós-instalados de aço ou PRFC. No caso de conectores pós-instalados de aço,

é usual assumir que, se os mecanismos de instalação forem eficientes, os mesmos critérios estabelecidos para conectores pré-instalados são válidos. No caso de execução de reforços com PRFC, o ACI 440.2R [19] é a principal referência e apresenta recomendações para aplicações de reforço ao cisalhamento em vigas e pilares.

Nos casos onde o reforço ao cisalhamento envolve completamente o elemento, o ACI 440.2R [19] recomenda que a deformação máxima na fibra seja limitada a 0,004 para o dimensionamento. Esta limitação baseia-se na constatação prática de que, no caso do cisalhamento, antes da ruína da fibra perde-se a parcela de contribuição do concreto por engrenamento de agregados, conforme reportado por Priestley *et al.* [20]. A Tabela 1 apresenta uma síntese das recomendações normativas para o cálculo da resistência à punção em situações de projeto de lajes sem armadura de cisalhamento. Ela apresenta também adaptações propostas pelos autores para o uso das normas em situações de reforço.

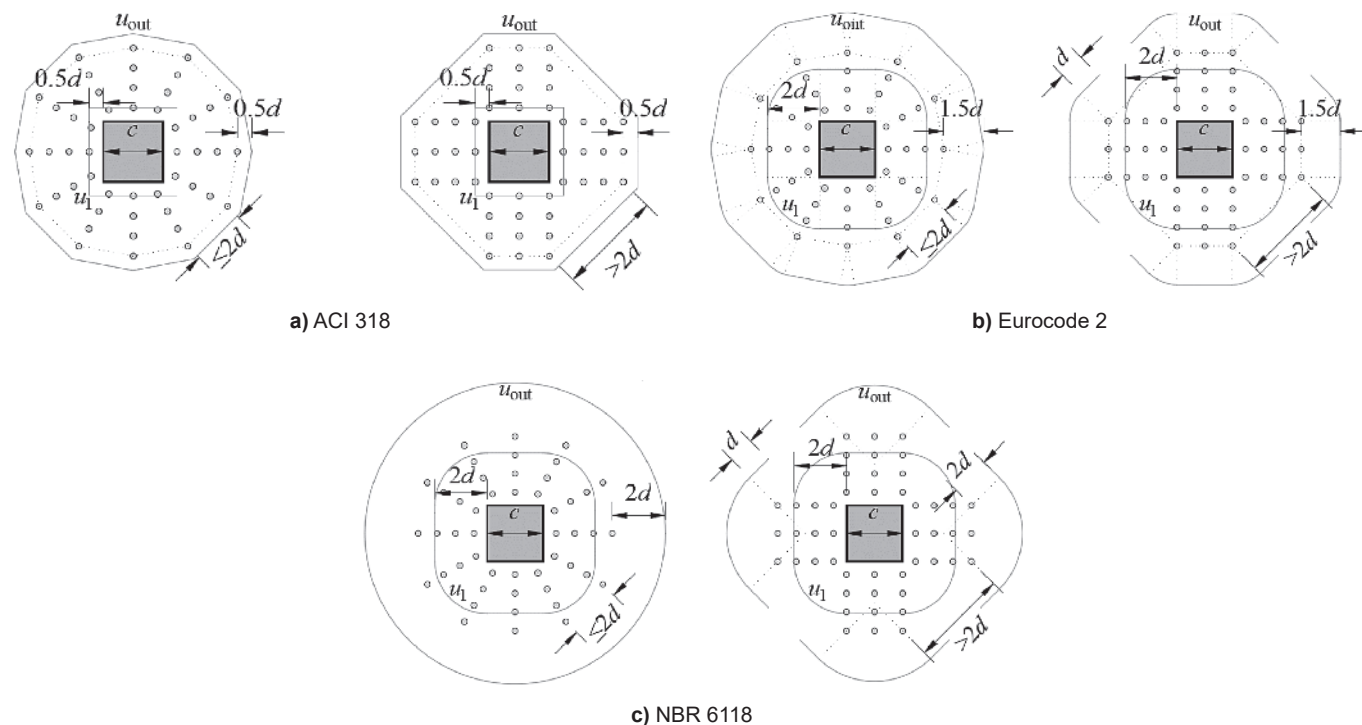


Figura 6
Perímetros de controle

Tabela 1

Síntese da metodologia para estimar a resistência de lajes de concreto armado à punção

Método	Lajes sem armadura de cisalhamento	Lajes reforçadas ao cisalhamento
ACI 318	$V_{Rdc} = \emptyset \cdot \tau_{Rc} \cdot u_1 \cdot d$ $\tau_{Rc} = \min \begin{cases} 0,083 \cdot (40 \cdot d/u_1 + 2) \cdot \sqrt{f_c'} \\ 0,17 \cdot (1 + 2/[a/b]) \cdot \sqrt{f_c'} \\ 0,33 \cdot \sqrt{f_c'} \end{cases}$ $\emptyset = 0,75$	$V_{Rd} = \min \begin{cases} V_{Rdcs} = \eta_c \cdot V_{Rdc} + \emptyset \cdot A_{sw} \cdot \sigma_w \cdot (d/s_r) \\ V_{Rdout} = \emptyset \cdot 0,17 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rdmax} = k_{sys} \cdot V_{Rdc} \end{cases}$ $\sigma_w = \begin{cases} f_{yw} \leq 420 \text{ MPa} & \text{(conectores de aço)} \\ 0,004 \cdot E_{PRFC} \leq 0,75 \cdot \varepsilon_{fu} \cdot E_{PRFC} & \text{(PRFC)} \end{cases}$ $\eta_c = \begin{cases} 0,50 & \text{(PRFC)} \\ 0,75 & \text{(conectores de aço)} \end{cases}$ $k_{sys} = \begin{cases} 1,5 & \text{(PRFC)} \\ 2,0 & \text{(conectores de aço)} \end{cases}$
Eurocode 2	$V_{Rdc} = \tau_{Rdc} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{min} \cdot u_1 \cdot d$ $\tau_{Rdc} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$ <p>Onde:</p> $v_{min} = 0,035 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_{ck}}$ $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$ $\rho \leq 0,02$ $\gamma_c = 1,5$	$V_{Rd} = \min \begin{cases} V_{Rdcs} = 0,75 \cdot V_{Rdc} + A_{sw} \cdot \sigma_{wd} \cdot (1,5 \cdot d/s_r) \leq 1,5 \cdot V_{Rdc} \\ V_{Rdout} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rdmax} = \frac{0,24}{\gamma_c} \cdot f_{tk} \cdot (1 - c_k/250) \cdot \emptyset \cdot d \end{cases}$ $\sigma_{wd} = \begin{cases} (250 + 0,25 \cdot d) \leq \frac{f_{yw}}{\gamma_s} & \text{(conectores de aço)} \\ \frac{0,004 \cdot E_{PRFC}}{\gamma_{PRFC}} \leq \frac{0,75 \cdot \varepsilon_{fu} \cdot E_{PRFC}}{\gamma_{PRFC}} & \text{(PRFC)} \end{cases}$ $\gamma_s = 1,30 \left(\begin{array}{l} \text{valor sugerido pelos autores na ausencia de validação} \\ \text{experimental para cada tipo de reforço.} \end{array} \right)$ $\gamma_{PRFC} = \begin{cases} 1,20 & \text{para aplicações com controle rigoroso de corte e colagem} \\ 1,35 & \text{para aplicações com controle normal de corte e colagem} \\ \text{ou quando ocorrem dificuldades de montagem "in loco".} \end{cases}$
NBR 6118	$V_{Rdc} = \tau_{Rdc} \cdot u_1 \cdot d$ $\tau_{Rdc} = \frac{0,182}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$ <p>Onde:</p> $k = 1 + \sqrt{200/d}$ $\gamma_c = 1,4$	<p>• Conectores de aço</p> $\sigma_{wd} = \begin{cases} f_{ywd} \leq \frac{345}{\gamma_s} \text{ MPa para } h \leq 150 \text{ mm} \\ f_{ywd} \leq \frac{228,75 + 0,775 \cdot h}{\gamma_s} \leq \frac{500}{\gamma_s} \text{ MPa para } h > 150 \text{ mm} \end{cases}$ <p>• PRFC</p> $\sigma_{wd} = \frac{0,004 \cdot E_{PRFC}}{\gamma_{PRFC}} \leq \frac{0,75 \cdot \varepsilon_{fu} \cdot E_{PRFC}}{\gamma_{PRFC}}$ $\gamma_s = 1,30 \left(\begin{array}{l} \text{valor sugerido pelos autores na ausencia de validação} \\ \text{experimental para cada tipo de reforço.} \end{array} \right)$ $\gamma_{PRFC} = \begin{cases} 1,20 & \text{para aplicações com controle rigoroso de corte e colagem} \\ 1,35 & \text{para aplicações com controle normal de corte e colagem} \\ \text{ou quando ocorrem dificuldades de montagem "in loco".} \end{cases}$

Os fatores de segurança utilizados para minorar a resistência do PRFC nas adaptações do Eurocode 2 [12, 13 e 14] e ABNT NBR 6118 [11] baseiam-se nos valores propostos pelo *fib* Bulletin 14 [21]. Na Figura 6 são ilustrados os perímetros de controle utilizados nas estimativas de resistência das lajes.

3. Avaliação do desempenho dos métodos teóricos

Para avaliar o desempenho das estimativas de resistência à punção (V_{teo}) sintetizados na Tabela 1, os coeficientes de segurança foram retirados de todas as equações. Além disso, para o valor da resistência à compressão do concreto das lajes, foram considerados os valores informados pelos autores, usualmente a resistência média e não a característica. O esforço cortante máximo medido nos ensaios (V_u) foi confrontado com a resistência teórica (V_{teo}).

3.1 Lajes sem armadura de cisalhamento

A revisão bibliográfica feita permitiu a coleta de resultados de 340 ensaios em lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, com carregamento simétrico e com ruptura declarada pelos autores como sendo por punção. De modo a não comprometer as análises, o espaço amostral foi filtrado a fim de eliminar resultados que não sejam representativos da realidade. Foram eliminados da base de dados resultados de ensaios em lajes segundo os seguintes critérios: altura útil inferior a 85 mm; resistência à compressão do concreto menor que 20 MPa; barras de flexão com tensão de escoamento inferior a 300 MPa e superior a 700 MPa; omissão de informações importantes para o cálculo segundo as normas. A Tabela 2 resume o processo de coleta e montagem do banco de dados das lajes sem armadura de cisalhamento.

A Tabela 3 apresenta um resumo das características dos espécimes que efetivamente compõem o banco de dados para o caso

Tabela 2

Processo de montagem do banco de dados com lajes sem armadura de cisalhamento

Autores	Nº de lajes	Lajes restantes após o filtro			
		$d < 85$ mm	$f_c < 20$ MPa	$f_{ys} < 300$ MPa e $f_{ys} > 700$ MPa	Ausência de informação
Elstner e Hognestad (1956) [29]	24	24	19	17	17
Kinnunem e Nylander (1960) [30]	12	12	12	12	4
Moe (1961) [31]	13	13	13	11	5
Bernaert e Puech (1966) [32]	20	20	13	6	6
Manterola (1966) [33]	12	12	12	3	3
Yitzhaki (1966) [34]	16	0	0	0	0
Mowrer e Vanderbilt (1967) [35]	25	0	0	0	0
Schaeidt <i>et al.</i> (1970) [36]	1	1	1	1	1
Vanderbilt (1972) [37]	15	0	0	0	0
Ladner (1973) [38]	1	1	1	1	1
Marti <i>et al.</i> (1977) [39]	1	1	1	1	1
Kinnunen <i>et al.</i> (1978) [40]	8	8	8	4	0
Schaeffers (1978) [41]	2	2	2	2	2
Pralong <i>et al.</i> (1979) [42]	1	1	1	1	1
Regan <i>et al.</i> (1979) [43]	10	3	3	3	0
Rankin e Long (1987) [44]	27	0	0	0	0
Regan (1986) [45]	23	13	11	11	11
Tolf (1988) [46]	8	8	8	4	4
Gardner (1990) [47]	18	9	7	0	0
Lovrovich e McLean (1990) [48]	5	0	0	0	0
Marzouk e Hussein (1991) [49]	17	14	10	10	10
Ramdane (1993) [50]	15	15	15	15	15
Tomaszewicz (1993) [51]	13	13	13	13	13
Hallgren (1996) [52]	7	7	7	7	6
Li (2000) [53]	6	6	6	6	0
Birkle e Dilger (2008) [54]	3	3	3	3	3
Guandalini <i>et al.</i> (2009) [22]	11	11	11	11	11
Sundquist e Kinnunen (2004) [55]	3	3	3	0	0
Marzouk e Hossin (2007) [56]	8	8	8	8	0
Marzouk e Rizk (2009) [57]	11	11	11	11	0
Lips <i>et al.</i> (2012) [58]	4	4	4	4	4
Lajes restantes	340	223	203	165	118

Tabela 3

Resumo das características das lajes do banco de dados sem armadura de cisalhamento

Autores	Nº de lajes	c (mm)	Forma do pilar	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	V_u (kN)
Elstner e Hognestad [29]	17	254-356	S	114-121	0,5-3,7	20-51	200-578
Kinnunem e Nylander [30]	4	150-300	C	117-128	0,8-1,1	30,8-34,9	255-430
Moe [31]	5	203-305	S	114	1,1-1,5	20,8-24,5	343-433
Bernaert e Puech [32]	6	203	S	114-124	1,0-1,7	20,6-41,4	328-439
Manterola [33]	3	100-450	S	107	0,5	26,4-34,2	175-294
Schaeidt <i>et al.</i> [36]	1	500	C	240	1,3	34,9	1662
Ladner [38]	1	226	C	109	1,2	39,7	362
Marti <i>et al.</i> [39]	1	300	C	143	1,5	43,2	628
Schaefers [41]	2	120-210	C	113-170	0,6-0,8	23,1-23,3	280-460
Pralong <i>et al.</i> [42]	1	300	C	171	1,2	32,8	626
Regan [45]	11	54-250	S	93-200	0,8-1,5	29-53,3	170-825
Tolf [46]	4	250	C	197-200	0,5-0,8	28,6-31,7	444-603
Marzouk e Hussein [49]	10	150-300	S	90-120	0,7-2,1	42-80	249-645
Ramdane [50]	15	150	C	98-102	0,6-1,3	33,6-127	169-405
Tomaszewicz [51]	13	100-200	S	88-275	1,5-2,6	64,3-119,0	330-2450
Hallgren [52]	6	250	C	194-202	0,3-1,2	84,1-108,8	565-1041
Birkle e Dilger [54]	3	250-350	S	124-260	1,1-1,5	31,4-36,2	483-1046
Guandalini <i>et al.</i> [22]	11	130-260	S	96-464	0,25-1,5	27,6-40,5	118-2153
Lips <i>et al.</i> [58]	4	130-340	S	193-353	1,5-1,6	30,5-42,5	1135-2491

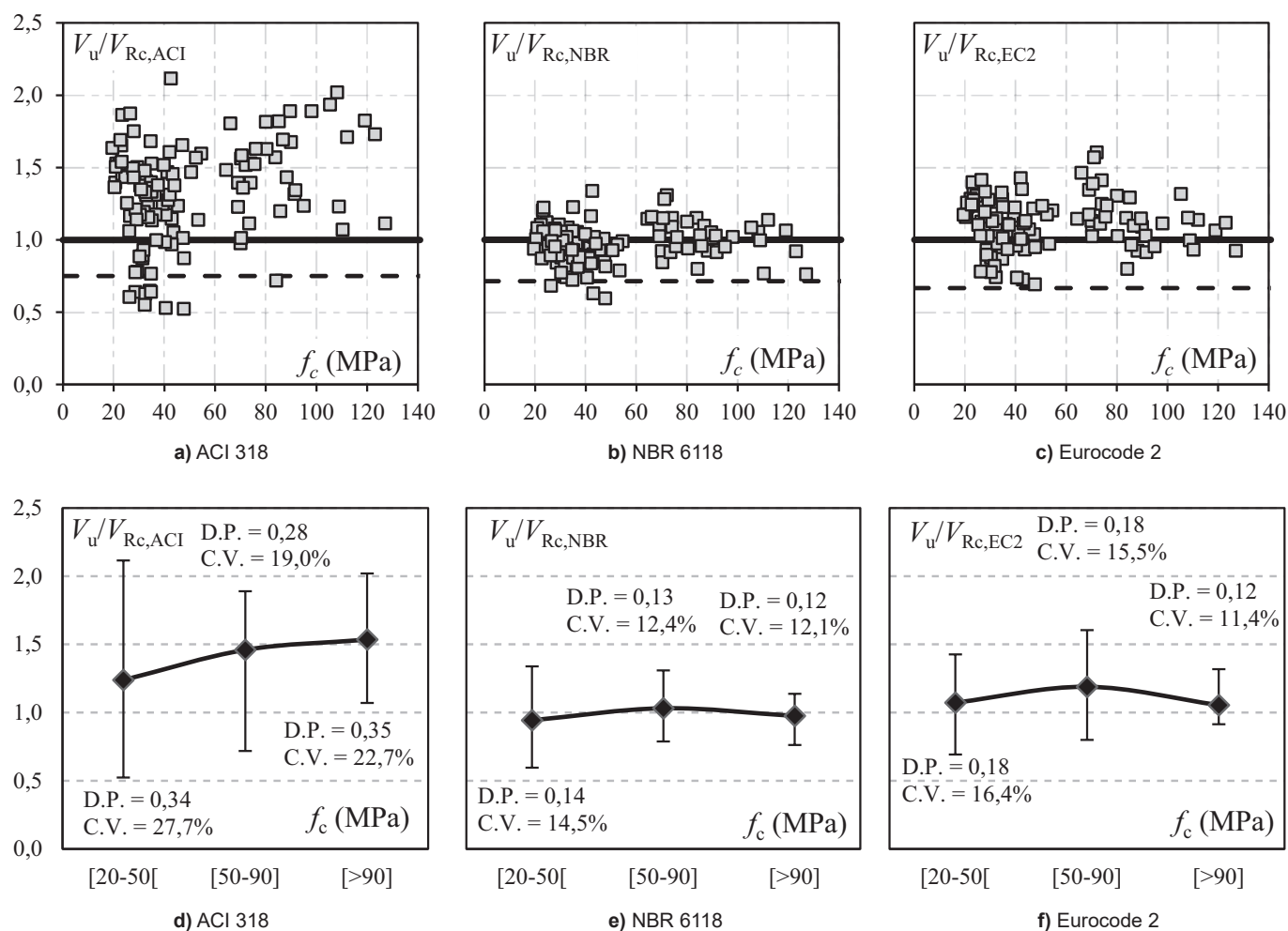


Figura 7

Influência de f_c no desempenho das normas para lajes sem armadura de cisalhamento

de lajes sem armaduras de cisalhamento. Este banco de dados final é composto por 118 lajes ensaiadas por 19 autores diferentes entre 1956 e 2012. Na tabela são apresentados: o número de lajes por autor; o tamanho do lado do pilar, no caso de pilares com seção quadrada, ou o diâmetro do pilar, no caso de pilares com seção circular, definido como (c); a geometria da seção transversal dos pilares, onde “C” refere-se à pilares com seção circular e “S” refere-se à pilares com seção quadrada; a taxa de armadura de flexão (ρ); a resistência à compressão do concreto informada pelos autores (f_c); e o cortante resistente máximo na ligação laje-pilar medido nos ensaios (V_u).

As Figuras 7 a 9 apresentam o efeito da variação de alguns parâmetros no desempenho das estimativas teóricas de resistência à punção. Foram avaliados os efeitos da variação da resistência à compressão do concreto (f_c), da taxa de armadura de flexão (ρ) e da altura útil da laje (d). Estas análises foram realizadas a partir da distribuição da razão entre a resistência máxima à punção (V_u), medida nos ensaios, e a capacidade resistente prevista por cada norma (V_{Rc}). Nestes gráficos, as linhas cheias representam o limite ideal, onde a resistência experimental seria igual a estimativa teórica

($V_u = V_{Rc}$), com os coeficientes de segurança assumidos como iguais a 1,0. Já as linhas tracejadas representam o limite considerando a resistência teórica minorada segundo os valores de coeficientes de segurança estabelecidos na Tabela 1. Em paralelo, nas Figuras 7d; 7e; 7f à 9d; 9e; 9f são realizadas análises em três faixas de valores para cada parâmetro, onde observa-se os resultados da média, do valor máximo, do valor mínimo, desvio padrão e coeficiente de variação dos resultados para cada faixa de valores analisada.

Analisando os resultados da Figura 7, percebe-se que o ACI 318 [10] apresenta estimativas dispersas. É possível perceber que assumir a influência da resistência à compressão do concreto na resistência à punção como sendo proporcional à raiz quadrada de f_c pode levar a estimativas contra a segurança e que a limitação imposta nestas equações, de que $f_c \leq 69$ MPa, é importante para controlar esta tendência. Quanto à consideração da influência da resistência à compressão do concreto, ainda na Figura 7, é possível perceber que a ABNT NBR 6118 [11] apresenta desempenho ligeiramente superior ao Eurocode 2 [12], sendo isto resultado das limitações impostas pelo Eurocode 2 [12] para a consideração da taxa de armadura de flexão (ρ) e do efeito de escala (k).

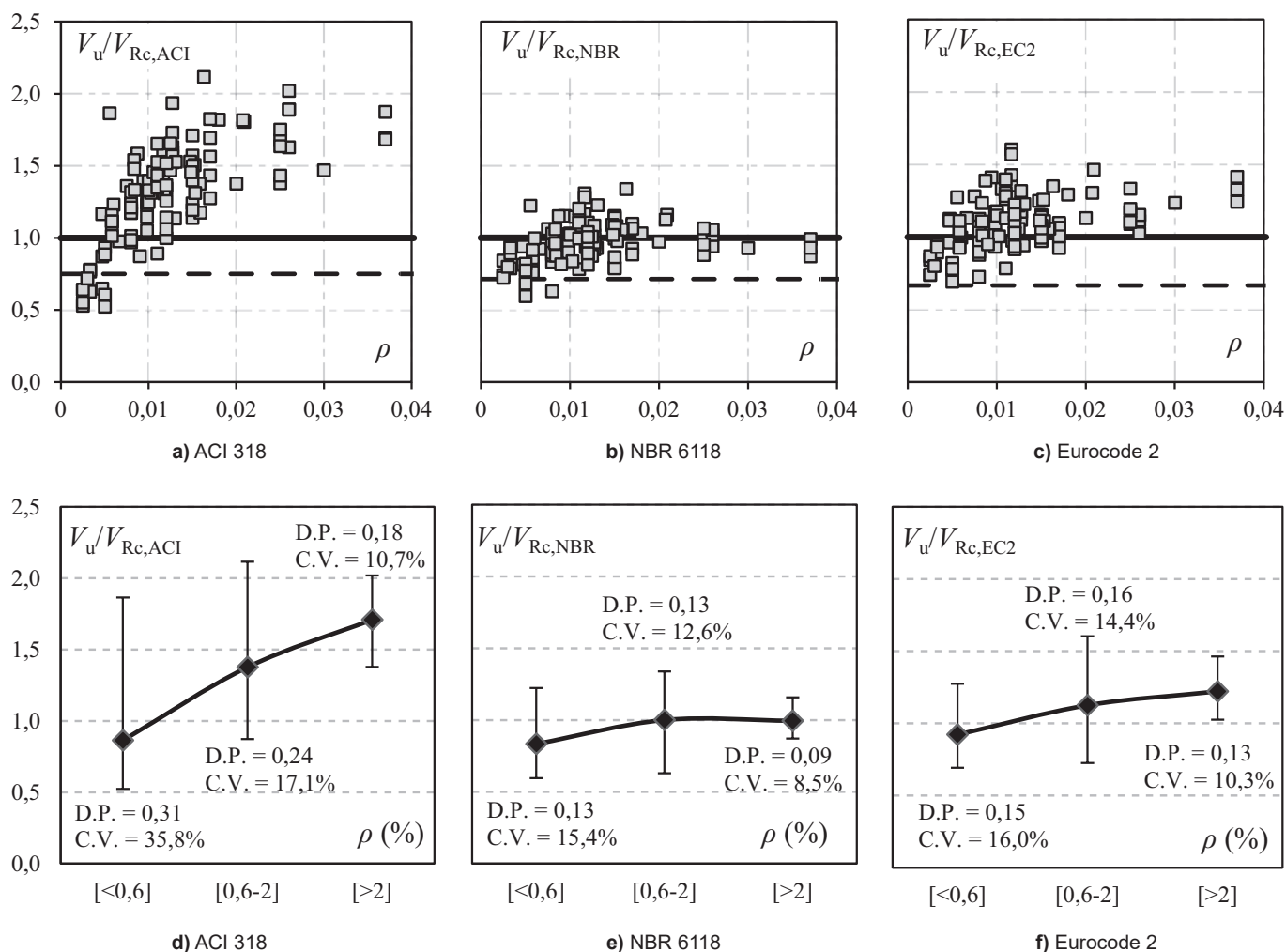


Figura 8 Influência de ρ no desempenho das V_u/V_{Rc} para lajes sem armadura de cisalhamento

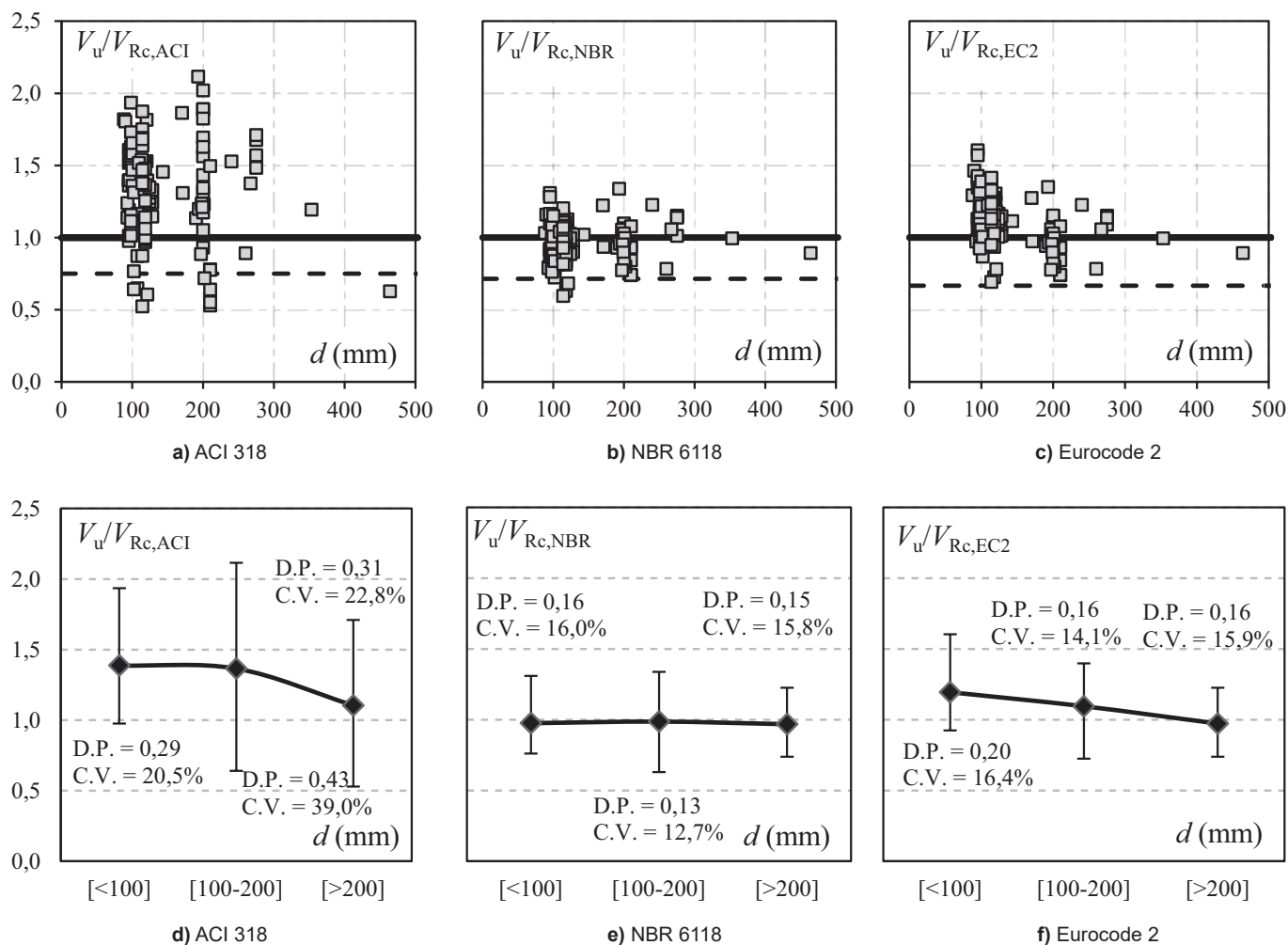


Figura 9
Influência de d no desempenho das normas para lajes sem armadura de cisalhamento

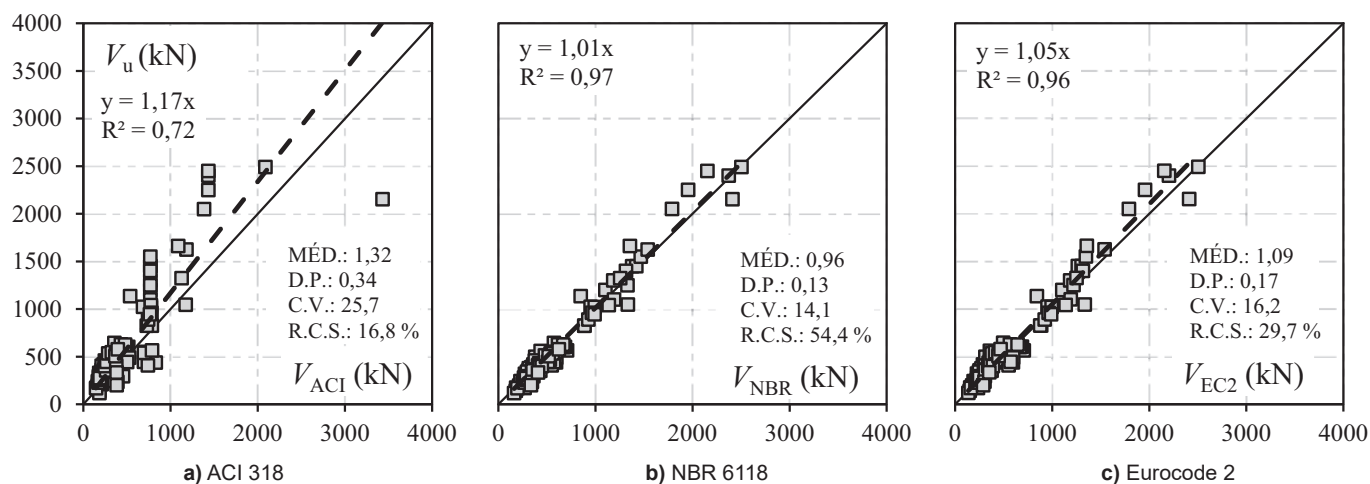


Figura 10
Precisão das normas na estimativa da resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento

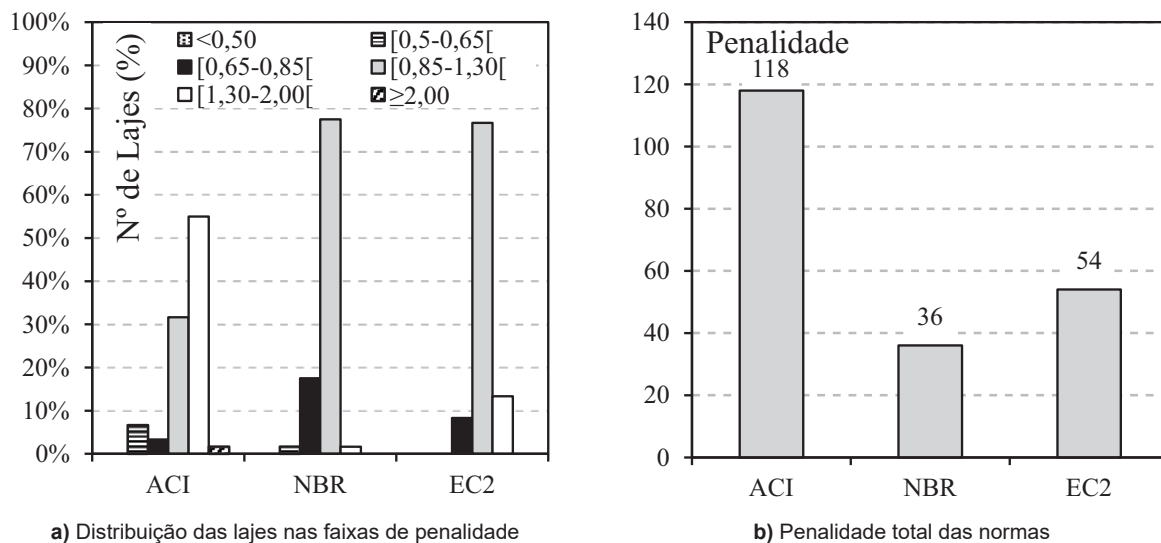


Figura 11

Desempenho das normas para lajes sem armadura de cisalhamento segundo o critério de Collins [23]

A Figura 8 discute a influência da taxa de armadura de flexão (ρ) na resistência à punção. É possível perceber que o ACI 318 [10], ao ignorar este parâmetro, tende a subestimar a resistência das lajes com valores de ρ maior do que 1%. Já para taxas inferiores a 1%, o ACI [10] apresenta uma tendência considerada perigosa, com muitos resultados contra a segurança, evidenciando o impacto que a desconsideração desse parâmetro causa em suas previsões teóricas. No caso da ABNT NBR 6118 [11] e Eurocode 2 [12], para lajes pouco armadas ($\rho < 0,6\%$), ambas apresentam uma quantidade relevante de resultados teóricos superiores aos observados em laboratório. Para lajes com taxa de armadura maior do que 2%, as Figuras 8e e 8f mostram que, com base neste banco de dados, não é clara a necessidade de limitar a taxa de armadura de flexão em $\rho \leq 2,0$, conforme adotado no Eurocode 2 [12]. O efeito desta limitação deixou as previsões do Eurocode 2 [12], nesta faixa, mais conservadoras e dispersas.

A Figura 9 discute a influência da altura útil (d) nas previsões de resistência à punção. É possível perceber que o ACI 318 [10], que não apresenta nenhum parâmetro em suas expressões para levar em consideração o efeito de escala, mostra uma tendência de resultados contra a segurança para lajes com altura útil superior a 200 mm. A laje PG3 de Guandalini *et al.* [22], que combina baixa taxa de armadura ($\rho = 0,33\%$) e grande espessura ($d = 456$ mm), apresenta previsão de resistência de cálculo significativamente

maior que a resistência observada em laboratório. Ainda na Figura 9, percebe-se que a ABNT NBR 6118 [11] mantém uma média constante da relação V_u/V_{NBR} em todas as faixas de d , enquanto o Eurocode 2 [12] tende a subestimar a resistência à punção de lajes delgadas ($d < 100$ mm), devido ao limite de $k \leq 2,0$.

A Figura 10 apresenta de forma gráfica a análise geral da precisão das estimativas teóricas de resistência à punção para lajes sem armadura de cisalhamento. Esta figura permite comparar a linha de tendência dos resultados (linha tracejada na figura) com a situação ideal ($V_u = V_{teo}$), representada pela linha contínua. A figura mostra também o coeficiente de correlação linear dos resultados (R^2), além dos resultados de média (MÉD), coeficiente de variação (C.V.), desvio padrão (D.P.) e percentual de resultados contra a segurança (R.C.S.), que se referem aos casos onde $V_u/V_{Rc,teo} < 1$. Já na Figura 11 é apresentada de forma gráfica a avaliação do desempenho dos métodos teóricos, ponderados segundo o critério de Collins [23], chamado de *Demerit Points Classification* (DPC), apresentado na Tabela 4. Esta classificação consiste em atribuir uma escala de demérito calculada a partir da soma dos produtos de V_u/V_{teo} pelo score correspondente. A Tabela 5 apresenta a escala de demérito proposta por Collins para valores de V_u/V_{teo} .

O ACI 318 [10] mostrou a pior correlação entre os resultados experimentais e as previsões teóricas, com resultados de coeficiente de variação igual a 25,7% e R^2 igual a 0,72. É importante destacar que, apesar da grande dispersão dos resultados, o ACI 318 [10] mostrou um baixo percentual (16,8%) de estimativas contra a segurança ($V_u/V_{Rc,ACI} < 1$). Isto se deve à sua média elevada (1,32) que mantém a maioria de seus resultados a favor da segurança. O ACI 318 [10] apresentou 55% dos seus resultados classificados, segundo o DPC, como conservadores. Ainda assim, 6,7% dos seus resultados são classificados como perigosos, contribuindo com a elevada penalização desta norma. O ACI 318 [10] foi a norma mais penalizada e com pior desempenho em suas estimativas segundo o DPC.

As recomendações do Eurocode 2 [12] e ABNT NBR 6118 [11], por se basearem no CEB-FIP MC90 [24], apresentaram resultados

Tabela 4

Escala de penalidade segundo Collins [23]

$V_u/V_{R,teo}$	Classificação	Penalidade
< 0,50	Extremamente perigoso	10
[0,50 - 0,65]	Perigoso	5
[0,65 - 0,85]	Baixa segurança	2
[0,85 - 1,30]	Segurança apropriada	0
[1,30 - 2,00]	Conservador	1
≥ 2,00	Extremamente conservador	2

Tabela 5

Características das lajes do banco de dados com lajes reforçadas à punção

Autores	Nº de lajes	Tipo de reforço	d (mm)	c (mm)	Forma do pilar ²	ρ (%)	f_c (MPa)	Furo/ Cam,	Nº Cam,	s_0 (mm)	s_r (mm)	V_u (kN)
Binici (2003) [59]	9	S	114	304	S	1,9	28	4-8	8	29	58	595-778
Binici e Bayrak (2005) [60]	2*	S	57	150	S	0,5	24	4	8	14	29	138-154
Erdogan <i>et al.</i> , (2010) [17]	5	D	114	300	S	1,4	26-35	3-5	8	57-60	60-86	571-657
Erdogan <i>et al.</i> , (2011) [61]	4	D	114	125-375	S e R	1,4	29-32	3	8	57	57	571-657
Rodrigues <i>et al.</i> , (2015) [62]	3*	D	47	150	S	1,1	40	3-4	8	23	35	105-125
Sissakis (2007) [15]	12	S	120	85	S	1,5-2,2	27-36	6-12	6-12	30	90	550-775
Santos (2014) [16]	11	D e S	135-145	300	S	1,4-1,6	44-58	8-12	6-8	70	90	818-1185
Carvalho (2001) [25]	8	C	99-107	120	S	1,2-1,5	40-44	8	2-3	49-51	49-51	301-458
Ruiz <i>et al.</i> , (2010) [18]	9	C	210	260	S	1,0-1,5	28-37	4-12	3-6	150-200	125-200	974-1690
Wörle (2014) [26]	4	C	155	300	C	2,2	36-38	8	4	59	96	612-937

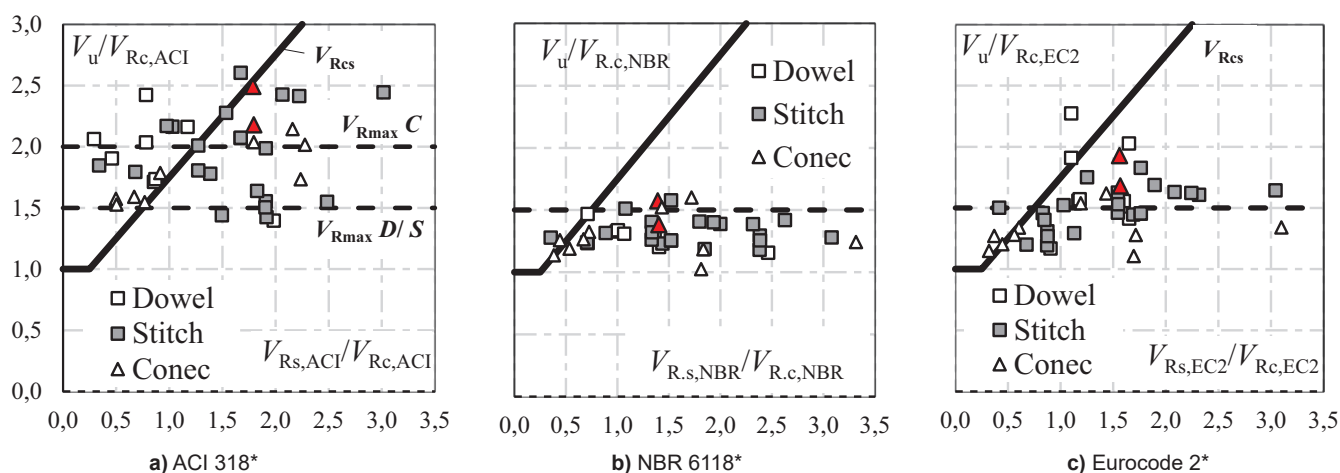
* Essas lajes foram removidas das análises devido à sua baixíssima altura útil.

semelhantes de dispersão, com coeficiente de variação de 16,2% e 14,1%, R^2 de 0,964 e 0,970 e média de 1,10 e 0,97, respectivamente. Vale ressaltar que a ABNT NBR 6118 [11] foi a que teve o melhor desempenho, tendo os melhores resultados de coeficiente de variação, R^2 e média, sendo a menos penalizada pelo DPC. No entanto, também deve-se destacar que 54,4% dos resultados ficaram com relação $V_u / V_{NBR} < 1,0$. Como grande parte destes valores foi acima de 0,85, este fato foi ignorado pelo DPC, que considera como zona de valores com segurança apropriada aqueles contidos no intervalo $0,85 < V_u / V_{R,teo} \leq 1,30$.

3.2 Lajes reforçadas à punção

Para avaliar o desempenho das equações apresentadas na Ta-

bela 1, propostas para a verificação da resistência à punção de ligações laje-pilar reforçadas com conectores de aço e PRFC pós-instalados, foi montado um banco de dados reunindo resultados de 62 ensaios experimentais. A Tabela 5 apresenta um resumo das características das lajes usadas neste banco de dados. Nesta tabela, a simbologia usada para descrever o tipo de reforço foi: D e S para reforço com PRFC do tipo *Dowel* e *Stitch*; e C para reforço com conectores de aço. Na Tabela 5 são apresentados ainda: o número de furos por camada de reforço; o número de camadas de reforço; a distância entre a primeira camada de reforço e a face do pilar (s_0); e a distância entre camadas sucessivas de reforço (s_r). Deve-se destacar a dificuldade de encontrar resultados experimentais de ensaios em lajes com armaduras de cisalhamento pós-instaladas.

**Figura 12**

Desempenho das diferentes técnicas de reforço segundo as metodologias propostas

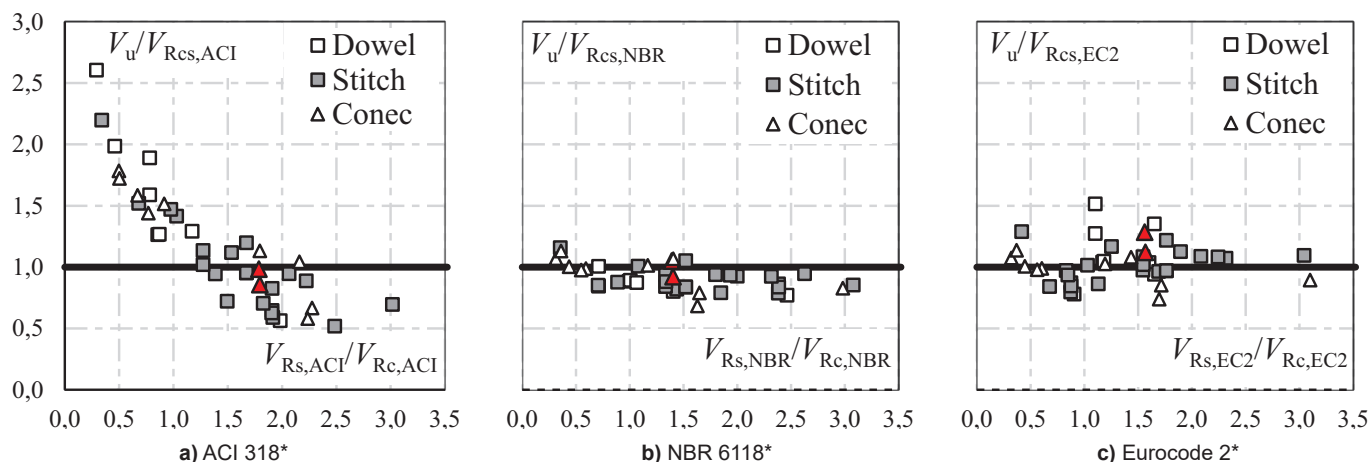


Figura 13
 Influência do aumento da taxa de armadura de cisalhamento nas previsões de resistência para lajes rompendo dentro da região reforçada

Nas Figuras 12, 13 e 14, os resultados de ensaios onde os autores informam que a ruptura ocorreu dentro da região das armaduras de reforço são utilizados para discutir tanto o desempenho das diferentes técnicas de reforço, quanto a resposta da metodologia de cálculo apresentada na Tabela 1. Os triângulos vermelhos nestas figuras indicam resultados de ensaios com conectores pós-instalados de aço com ancoragem mecânica nas duas extremidades (ver Carvalho [25]). A Figura 12 apresenta a influência do acréscimo de reforço, medida pela razão entre a força estimada para as armaduras e a resistência de uma laje igual, mas sem armadura de cisalhamento ($V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$), no incremento de resistência à punção, dado pela razão entre a resistência última medida nos ensaios e a resistência estimada à punção para o caso sem armadura de cisalhamento ($V_u/V_{Rc,teo}$). A distribuição dos resultados é confrontada por uma linha sólida mostrando a tendência da previsão das normas para a ruptura dentro da região das armaduras ($V_{Rcs,teo}$) e

por linhas tracejadas indicando a limitação devido ao esmagamento da biela (V_{Rmax}), no caso do ACI 318 [10], ou limite de eficiência do reforço ($1,5V_{Rc}$), para os casos da ABNT NBR 6118 [11] e do Eurocode 2 [12][13][14].

As Figuras 12a, 12b e 12c mostram que as três técnicas de reforço avaliadas podem ser eficientes e tem desempenho geral similar em relação à sua capacidade de acréscimo de resistência à punção. No caso das técnicas com conectores pós-instalados de aço, os ensaios de Ruiz *et al.* [18] foram os que mostraram melhor desempenho. Os autores conseguiram obter acréscimos de resistência da ordem de 74% em comparação com a resistência da laje de referência, sem armaduras de cisalhamento. Para todas as normas, os resultados de ensaios com conectores de aço são os que apresentam melhor correlação com a tendência de $V_{Rcs,teo}$ expressa pela linha sólida nestas figuras. Já no caso dos reforços com PRFC, os ensaios de Santos [16] com a técnica de reforço do tipo *stitch* foram

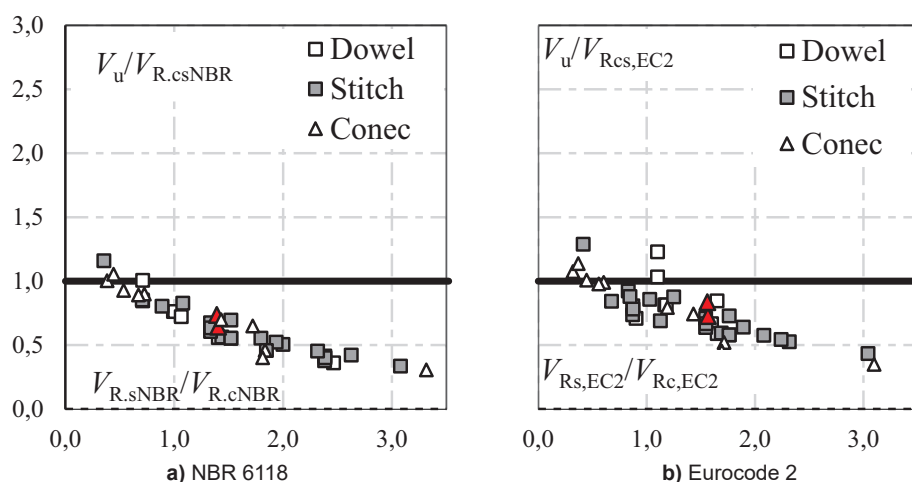


Figura 14
 Desempenho das previsões de resistência dentro da região reforçada (ignorando-se as limitações propostas na Tabela 1)

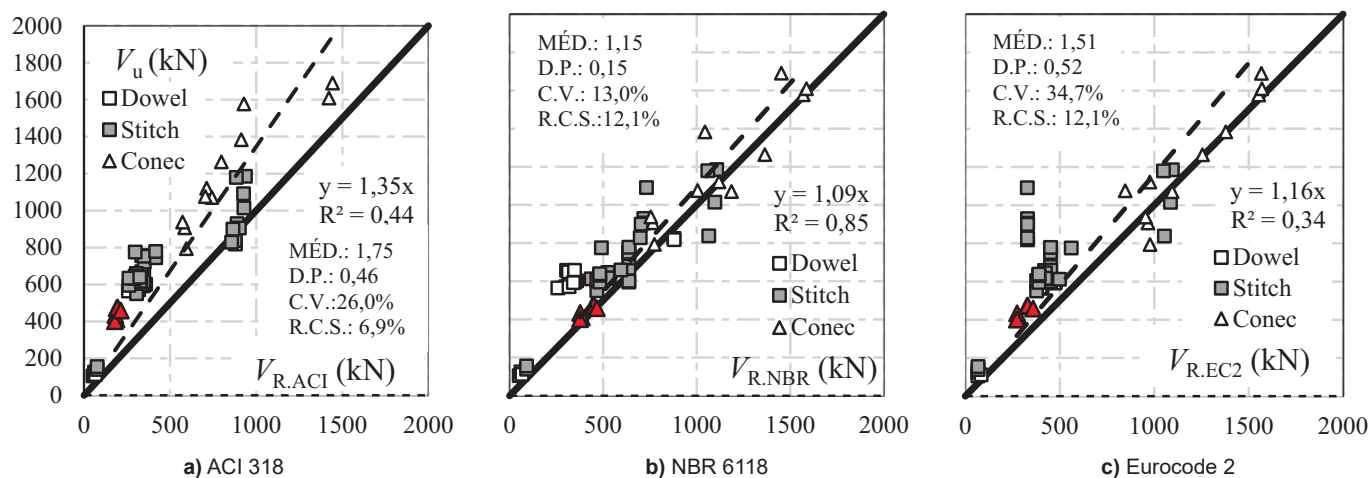


Figura 15

Precisão das adaptações propostas para a verificação da resistência de lajes reforçadas com conectores de aço e PRFC

os que alcançaram melhor rendimento, tendo mostrado desempenho ligeiramente superior ao conseguido com a técnica dowel. O autor conseguiu acréscimos de resistência de até 93% em relação à laje de referência. De uma forma geral, os ensaios de Sissakis e Sheikh [15] e Wörle [26] deixam claro que é fundamental respeitar os limites e regras de detalhamento das armaduras de cisalhamento para que o reforço possa ter um bom desempenho estrutural. Em relação aos métodos teóricos de cálculo, a Figura 12a evidencia que a proposta para o ACI 318 [10] seria o método com maior dispersão entre os resultados teóricos e os observados experimentalmente. Em muitos casos as previsões seriam muito conservadoras, ou seja, com valores de resistência estimados mais de duas vezes menor que os medidos experimentalmente. Deve-se destacar ainda que no caso da proposta ao ACI 318 [10], o baixo

percentual de resultados contra a segurança só é garantido graças ao conservadorismo das suas previsões de resistência máxima (V_{Rmax}). Dentre os métodos teóricos, a Figura 12b mostra que as adaptações propostas para a ABNT NBR 6118 [11] levariam à menor dispersão entre os resultados teóricos e experimentais, mas a Equação para V_{Rcs} , cuja tendência é representada pela linha sólida, perde correlação com a base experimental para valores de $V_{Rs} / V_{Rc} > 0,75$. Para a proposta de adaptação ao Eurocode 2 [12] [13] [14] (ver Figura 12c), observa-se que a correlação entre a sua equação para o V_{Rcs} e a base de dados é ligeiramente melhor que o observado para a adaptação da ABNT NBR 6118 [11]. Observa-se ainda que a limitação de eficiência do reforço em $1,5V_{Rc}$ é adequada e garante um bom percentual de resultados a favor da segurança.

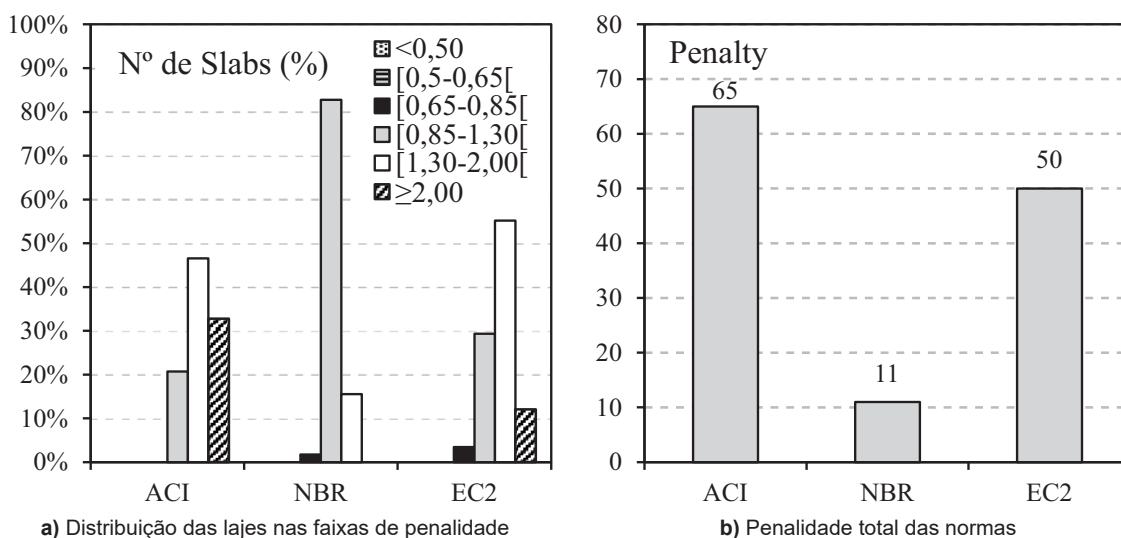


Figura 16

Desempenho das normas para lajes reforçadas à punção segundo o critério de Collins [23]

A Figura 13 mostra a influência do acréscimo da taxa de reforço nas previsões de resistência para lajes rompendo dentro da região das armaduras de cisalhamento. Observa-se na Figura 13a que no caso da proposta de adaptação feita para o ACI 318 [10], existe uma tendência de subestimar a resistência à punção para o caso de lajes onde a razão $V_{RS}/V_{Rc} < 1,0$ e de superestimar a resistência para os casos onde $V_{RS}/V_{Rc} > 1,5$. As Figuras 13b e 13c mostram que a limitação de eficiência do reforço em $V_{Rcs} \leq 1,5V_{Rc}$, proposta para a ABNT NBR 6118 [11] e Eurocode 2, reduz ou até mesmo elimina a tendência de superestimar a resistência de lajes rompendo dentro da região reforçada com o aumento da taxa de reforço. A Figura 14 ilustra qual seria a tendência destas normas caso esta limitação não fosse utilizada.

A Figura 15 apresenta a análise da precisão e a análise estatística das propostas para verificação da resistência de lajes reforçadas à punção. Já a Figura 16 ilustra graficamente o resultado da avaliação destas propostas segundo o DPC. O uso do ACI 318 [10] e do Eurocode 2 levaria a estimativas de resistência conservadoras. O ACI 318 [10] teria desempenho pior que o Eurocode 2 segundo o DPC, uma vez que apresentou grande percentual de estimativas de resistência classificados na faixa de resultados muito conservadores. A proposta de adaptação feita para a ABNT NBR 6118 [11], mostrou boa correlação geral com a base experimental, tendo resultados médios de $V_u / V_{R,NBR}$ de 1,15, coeficiente de variação de 13,0% e R^2 de 0,85, tendo ainda o melhor desempenho segundo o critério de Collins [23].

4. Conclusões

Este artigo apresentou uma revisão de acidentes estruturais por punção registrados no Brasil e no exterior. Observou-se que a maior parte destes acidentes tem como origem falhas nas fases de projeto e construção. Esta conclusão deve ser vista como um alerta ao meio técnico, uma vez que as normas de projeto apresentam recomendações que podem levar a estimativas de resistência muito diferentes para situações semelhantes, conforme alertam Soares e Vollum [8], dentre outros. Além disso, caso haja necessidade de reforço, o meio técnico carece de normalização, tanto para o projeto quanto para a execução deste reforço, fato este alertado por Koppitz et al. [9].

Para o caso de lajes sem armadura de cisalhamento, as análises mostraram que o ACI 318 [10] não apresenta boa correlação dos seus resultados teóricos com a tendência dos resultados experimentais, uma vez que ignora aspectos importantes como a taxa de armadura de flexão e o efeito escala. Em relação ao Eurocode 2 [12], não foram observadas nesta base de dados justificativas experimentais para as limitações propostas para o efeito de escala e para a taxa de armadura de flexão. Apesar de diminuir o percentual de resultados teóricos contra a segurança, estas limitações aumentaram a dispersão dos resultados, reduzindo seu desempenho segundo o critério de Collins [23]. Em relação à versão atual da norma brasileira, observou-se a melhor correlação entre resultados teóricos e experimentais, porém com uma grande quantidade de resultados onde a razão entre a resistência experimental (V_u) e a teórica (V_{teo}) resultou em valores ligeiramente inferiores a 1,0. Como no critério de Collins [23] a faixa de segurança adequa-

da é estabelecida como variando de 0,85 a 1,30, a ABNT NBR 6118 [11] foi a que apresentou o melhor desempenho dentre as normas avaliadas.

No caso das lajes reforçadas à punção, observou-se que as três técnicas de reforço avaliadas são eficientes quanto à sua capacidade de incremento de resistência, desde que as regras usuais de detalhamento sejam respeitadas. Em relação aos métodos teóricos de cálculo, as adaptações propostas ao ACI 318 [10] e ao Eurocode 2 [12] [13] [14] mostraram-se as mais dispersas em comparação com a base de dados e sua segurança é garantida pelo conservadorismo quanto as recomendações para $V_{R,out}$ e $V_{R,max}$. A proposta feita para a ABNT NBR 6118 [11] foi a que apresentou a melhor correlação com a base de dados, mas observou-se que é fundamental impor limites para o desempenho máximo do reforço, aqui considerado como $V_{Rcs} \leq 1,5V_{Rc}$, a fim de evitar estimativas contra a segurança para o caso de lajes rompendo dentro da região reforçada.

5. Referências bibliográficas

- [1] MELO, G. S.; REGAN, P. E. Post-punching resistance of connections between flat slabs and interior columns. Magazine of Concrete Research, London, V. 50, No 4, pp. 319-327, 1998.
- [2] KING, S.; DELATTE, N. J. Collapse of 2000 commonwealth avenue: Punching shear case study. Journal of Performance of Constructed Facilities, pp.54-61, 2004.
- [3] MITCHELL, D.; DEVAL, R. H.; SAATCIOGLU, M.; SIMPSON, R.; TINAWI, R.; TREMBLAY, R.; Damage to concrete structures due to the 1994 Northridge earthquake. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 22, pp.361-377, 1995.
- [4] GARDNER, N.J.; HUH, J.; CHUNG, L.; Lessons from the Sampoong department store collapse. Cement e Concrete Composites, V. 24, pp.523-529. 2002.
- [5] WOODS, J. G. M. Pipers row car park, Wolverhampton: Quantitative study of the cause of the partial collapse on 20th March 1997.
- [6] OLIVEIRA, P. R. F.; ANDRADE, A. A.; PINTO, D. A. M.; MATOS JÚNIOR, H. S.; ARAÚJO, J. B. S.; MORAIS, M. G. N. O.; SEABRA, M. S. G. A.; MENDES, P. T. C.; TEIXEIRA, P. W. G. N.; SOUZA, S. A. C. e REINALDO, T. S. Relatório Técnico Sobre o Desabamento da Obra do Shopping Rio Poty. Relatório Técnico, CREA/PI, Teresina. 2013.
- [7] COUTINHO, H. B.; NOGUEIRA, G. S. e OLIVEIRA, A. B. Vistoria Técnica Referente ao Desabamento da Estrutura da Laje PUC/Lazer do Condomínio do Residencial Grand Parc. Relatório de Vistoria Técnica Estrutural. Vitória. 2016.
- [8] SOARES, L.F.S.; VOLLUM, R.L. Comparison of punching shear requirements in BS 8110, EC2 and MC2010. Magazine of Concrete Research, V. 67 No 24, pp.1315-1328. Jun, 2016.
- [9] KOPPITZ, R.; KENEL, A.; KELLER, T. Effect of load history on punching shear resistance of flat slabs. Engineering Structures, V. 90, pp.130-142. 2015.
- [10] ACI 318. Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan. 2014.
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.

- NBR 6118: Projetos de estruturas de concreto: Procedimentos. Rio de Janeiro, 2014.
- [12] EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium. 2004.
- [13] EN 1992-1-1:2004/AC:2010. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.. 2010.
- [14] BS EN 1992-1-1:2004/prA1:2013. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.. 2014.
- [15] SISSAKIS, K. SHEIKH, A. Strengthening Concrete Slabs for Punching Shear with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Laminates. *ACI Structural Journal*, 2007.
- [16] SANTOS, G. S. Aplicação de mantas de polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) como armadura de cisalhamento em lajes lisas de concreto armado: avaliação experimental e analítica. Tese, Universidade de Brasília, DF, Brasília, 2014.
- [17] ERDOGAN, H. BINICI, B.; OZCEBE, G. Improvement of punching strength of flat plates by using carbon fiber reinforced polymer (CFRP) dowels. PhD Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 224p. 2010.
- [18] RUIZ, M. F., MUTTONI, A. e KUNZ, J. Strengthening of Flat Slabs Against Punching Shear Using Post-Installed Shear Reinforcement, *ACI Structural Journal*, Vol. 107, pp. 434-442. July-Aug, 2010.
- [19] ACI 440.2R-02. Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
- [20] PRIESTLEY, M. J. N., SEIBLE, F. e CALVI, M. Seismic Design and Retrofit of Bridges. John Wiley e Sons, USA, 705 p, 1996.
- [21] Fédération Internationale du Béton. fib Bulletin 14 Externally bonded FRP Reinforcement for RC Structures. Technical Report, Lausanne, Switzerland, 2001.
- [22] GUANDALINI S., BURDET O.L., MUTTONI A. Punching tests of slabs with low reinforcement ratios. *ACI Structural Journal*, Vol.106, pp. 87–95. Jan.-Feb. 2009.
- [23] COLLINS, M.P. Evaluation of shear design procedures for concrete structures. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design. 2001.
- [24] Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford. 1993.
- [25] CARVALHO, J. S. de. Lajes Cogumelo de Concreto Armado Reforçadas ao Puncionamento com Parafusos de Alta Resistência. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, DF, Brasília, 2001.
- [26] WÖRLE P. Enhanced shear punching capacity by the use of post-installed concrete screws. *Engineering Structures* 60, pp.
- [27] LIPS, S. Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Suíça. 2012.
- [28] FERREIRA, M. P. Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. 2010.
- [29] ELSTER e HOGNESTAD. Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs. *ACI Journal, Proceedings*. V. 53, No 1 Julho. 1956.
- [30] KINNUNEN, S. e NYLANDER, H. Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. *Transactions* N° 158, Royal Institute of Technology, Stockholm. 1960.
- [31] MOE, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. *Bulletin* N° D47, Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Illinois. 1961.
- [32] BERNAERT, M., PUECH, M. *Compte Rendu des Travaux du Groupe de Travail Poinçonnement. Comité Européen du Béton: Dalles, Structures planes. CEB-Bull. d'Information* No. 57, Paris. 1966.
- [33] MANTEROLA, M. Poinçonnement de Dalles Sans Armature D'effort Tranchant. *Comité EuroPéEN du Béton: Dalles, Structures Planes, CEB-Bull d'Information* No 58, Paris. 1966.
- [34] YITZHAKI, D. Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs. *ACI Journal Proceedings*. Vol. 66, pp 527-540. 1966.
- [35] MOWRER, R. D. e VANDERBILT, M. D. Shear Strength of Lightweight Aggregate Reinforced Concrete Flat Plates. *Journal of the American Concrete Institute*. 1968.
- [36] SCHAEIDT, W., LADNER, M., ROSLI, A. Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen. *Eidgenössische Materialprufugs- und Versuchsanstalt, Dubendorf*. 1970.
- [37] VANDERBILT, M. D. Shear Strength of Continuous Plates. *Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers*. 1972.
- [38] LADNER, M. Einflub der MaBstabgroBe bei Durchstanzversuche – Ableitung Eines Begründeten Übertragungsgesetzes. *Material und Technik*. 1973.
- [39] MARTI, P., PRALONG, J., THURLIMANN, B. Schubversuche an Stahlbeton-Platen. *IBKonstruktion Bericht* Nr. 7305-2, ETH Zurich, Birkhauser, Basel. 1977.
- [40] KINNUNEN, S. NYLANDER, H. e TOLF, P. Investigations on punching at the division of building statics and structural engineering. *Nordisk Betong*. Stockholm 1978; 3:25–7. 1978.
- [41] SCHAEFERS, U. Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von Balkenlosen Stalbetondecken im Bereich der Innenstutzen. *DafStb Heft* 357, Beuth-Verlag, Berlim. 1978.
- [42] PRALONG, J. BRANDLI, W., THURLIMANN, B. Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten. *IBK-Bericht* Nr. 7305-3, ETH Zurich, Birkhauser, Basel. 1979.
- [43] REGAN, P. E., WALKER, P. R. e ZAKARIA, K. A. A. Tests of reinforced concrete flat slabs. *CIRIA Project* N°. RP 220. Polytechnic of Central London. 1979.
- [44] RANKIN, G. I. B. e LONG, A. E. Predicting the Enhanced Punching Strength of Interior Slab-Column Connections. *Proc. Of the Institution of Civil Eng*. 1987.
- [45] REGAN, P. E. Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs. *Magazine of Concrete Research*. 1986.
- [46] TOLF, P. Plattjocklekens Inverkan Pa Betongplattors Hallfasthet vid Genomstansning. *Forsok med cikulara plattor. TRISTA-BST Bull.* 146, Institutionen for Byggnadsstatik. KTH, Stockholm, 64pp. 1988.

[47] GARDNER, N. J. Relationship of the Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs with Concrete Strength. *ACI Structural Journal*. V. 87. No 1. Pp 66-71. 1990.

[48] LOVROVICH, J. e MCLEAN, D. Punching Shear Behavior of Slabs with Varying Span Deth Ratios. *ACI Structural Journal*. V. 87. pp. 507-511. 1990.

[49] MARZOUK, H. e HUSSEIN, A. Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs. *ACI Structural Journal*. 1991.

[50] RAMDANE, K. Punching Shear of High-Performance Concrete Slabs. *Proceedings of the 4th international symposium on the utilisation of high strength high-performance concrete*. Paris; 1996. p. 1015–26. 1993.

[51] TOMASZEWICZ, A. High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. N° STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim. 1993.

[52] HALLGREN, M. Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs. Tese de Doutorado, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 150p. 1996.

[53] LI, K. K. L. Influence of size on punching shear strength of concrete slabs. Dissertação de Mestrado. McGill University. Montreal. 78 pp. 2000.

[54] BIRKLE, G. e DILGER, W.H. Influence of Slab Thickness on Punching Shear Strength. *ACI Structural Journal*. Vol. 105, N° 2 Março-Abril. 2008.

[55] SUNDQUIST H, KINNUNEN S. The effect of column head and drop panels on the punching capacity of flat slabs. Bulletin No. 82. Department of Civil and Architectural Engineering. Royal Institute of Technology. Stockholm, 24 pp. (in Swedish with summary and Figure captions in English). 2004.

[56] MARZOUK, H, HOSSIN, M. Crack analysis of reinforced concrete two-way slabs. Research Report RCS01, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St. John's, Newfoundland. 2007.

[57] MARZOUK, H, RIZK. Punching analysis of reinforced concrete two-way slabs. Research Report RCS01, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St. John's, Newfoundland, Canada. 2009.

[58] LIPS, S., RUIZ, M. F. e MUTTONI, A. Experimental Investigation on the Punching Strength and the Deformation Capacity of Shear-Reinforced Slabs, *ACI Structural Journal*. V. 109. No 6. Pp. 889-899. 2012.

[59] BINICI, B. Punching shear strengthening of reinforced concrete slabs using fibre reinforced polymers. PhD thesis, the University of Texas at Austin, USA, 284p. 2003.

[60] BINICI, B., BAYRAK, O. Upgrading of slab-column connections using fibre reinforced polymers. *Engineering Structures*, v. 27, p. 97-107, 2005.

[61] ERDOGAN, H.; BINICI, B.; OZCEBE, G., Effect of column rectangularity on CFRP strengthened RC flat plates. *Magazine of Concrete Research*, v. 63, n.7, p. 511-525, 2011.

[62] RODRIGUES, H. L. S., SILVA, P. M., OLIVEIRA, D. R. C. Flat slabs strengthened to punching with carbon fibre reinforced polymer (CFRP) dowels. *Acta Scientiarum*. V. 37, No 4. 2015.

6. Lista de símbolos

ϵ_{Ru} – deformação última do PRFC
 γ_c – fator de segurança para minoração do concreto
 γ_s – fator de segurança para minoração da resistência do aço
 γ_{PRFC} – fator de segurança para minoração de resistência do PRFC
 η_c – coeficiente que leva em consideração o desempenho do tipo de armadura para a resistência a punção dentro da região das armaduras
 ρ – taxa de armadura de flexão
 σ_w – tensão efetiva na armadura de reforço
 τ_R – tensão resistente
 v_{min} – tensão resistente mínima à punção
 a – maior dimensão do pilar
 b – menor dimensão do pilar
 c – dimensão do pilar
 d – altura útil
 f_c – resistência média à compressão do concreto
 f'_c – resistência especificada à compressão do concreto
 f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto
 f_{yw} – tensão de escoamento do conector de aço
 k – efeito escala
 k_{sys} – coeficiente que leva em consideração o desempenho do tipo de armadura na resistência do esmagamento da biela
 s_0 – distância entre a primeira camada de reforço e a face do pilar
 s_r – distância radial entre camadas subsequentes de reforço
 u_0 – perímetro do pilar
 u_1 – perímetro de controle dentro da região reforçada
 u_{out} – perímetro de controle fora da região reforçada
 A_{sw} – área de aço de uma camada de armadura de reforço
 C – pilares de seção circular
 C – conectores de aço pós instalados
 D – reforço do tipo “dowel”
 E_{PRFC} – módulo de elasticidade do PRFC
 R – pilares de seção retangular
 R^2 – coeficiente de correlação linear dos resultados
 S – pilares de seção quadrada
 S – reforço do tipo “stitch”
 $V_{R,c}$ – resistência à punção provida pelo concreto
 $V_{R,s}$ – resistência à punção provida pela armadura de reforço
 $V_{R,cs}$ – resistência à punção dentro da região reforçada ao cisalhamento
 $V_{R,max}$ – resistência ao esmagamento da biela próxima ao pilar
 $V_{R,out}$ – resistência à punção fora da região reforçada ao cisalhamento
 V_{teo} – resistência teórica à punção
 V_u – resistência experimental