

# Shear strength analysis of slabs without transverse reinforcement under concentrated loads according to ABNT NBR 6118:2014

## *Análise de resistência à força cortante em lajes sem armadura transversal sob cargas parcialmente distribuídas segundo a ABNT NBR 6118:2014*

A. M. D. SOUSA <sup>a</sup>

[alex\\_dantas@usp.br](mailto:alex_dantas@usp.br)

<https://orcid.org/0000-0003-0424-4080>

M. K. EL DEBS <sup>a</sup>

[mkdebs@sc.usp.br](mailto:mkdebs@sc.usp.br)

<https://orcid.org/0000-0001-5955-7936>

### Abstract

Concentrated loads in slabs without transverse reinforcement, usual in highway bridges, result in the horizontal spreading of the shear force towards the supports, situation in which not all the slab width contributes in the shear strength. Based on this, the analytical models of shear strength and punching capacity in slabs may not be suitable to deal with this loading. Since this topic is not widely discussed in the national technical literature, the paper aims to present contributions to these analyses with a focus on the accuracy level of the shear strength analytical models recommended by ABNT NBR 6118:2014. Therefore, the models available in the Brazilian code were applied to an experimental database with 118 test results and the results obtained by the Brazilian and European codes were compared. The results demonstrated that, as presented in the Brazilian code, shear strength model in one-way slabs can lead to unsafe resistance predictions while the punching capacity model can lead to very conservative predictions. From the analysis, it is concluded that considering the reduction of the shear force, in the case of loads distributed in small areas close to the support in slabs, and the use of more suitable procedures to define the effective width, it is possible to improve the level of accuracy of relations between experimental and theoretical values, but this still leads to high percentages of unsafe predictions of resistance (> 40%).

**Keywords:** shear strength, slabs without transverse reinforcement, concentrated load, load close to support.

### Resumo

A solicitação por cargas parcialmente distribuídas em lajes sem armadura transversal, frequente em tabuleiros de pontes, resulta na propagação horizontal da força cortante em direção aos apoios, situação na qual nem toda a largura da laje é mobilizada. Por esta razão, os modelos de resistência à força cortante de vigas e de resistência à punção em lajes podem não se adequar ao tratamento do problema. Uma vez que este ainda é um tema pouco discutido na literatura nacional, o artigo tem por objetivo apresentar contribuições à análise deste tipo de problema com enfoque no nível de precisão dos modelos de cálculo de resistência à força cortante preconizados pela ABNT NBR 6118:2014. Para isto aplicaram-se os modelos disponíveis na norma brasileira a uma base de dados experimentais com 118 resultados de ensaios e compararam-se os resultados obtidos pelo código brasileiro e europeu. Os resultados demonstraram que, na forma como disposta, as formulações brasileiras de resistência à força cortante em lajes unidirecionais podem conduzir a previsões inseguras de resistência e que a formulação de resistência à punção pode conduzir a previsões excessivamente conservadoras. Das análises realizadas conclui-se que com a consideração de redução da força cortante solicitante, no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio em lajes, e utilização de procedimentos mais apropriados de definição da largura colaborante é possível melhorar a correlação entre valores experimentais e teóricos, mas ainda resulta em percentuais elevados de previsões inseguras de resistência (>40%).

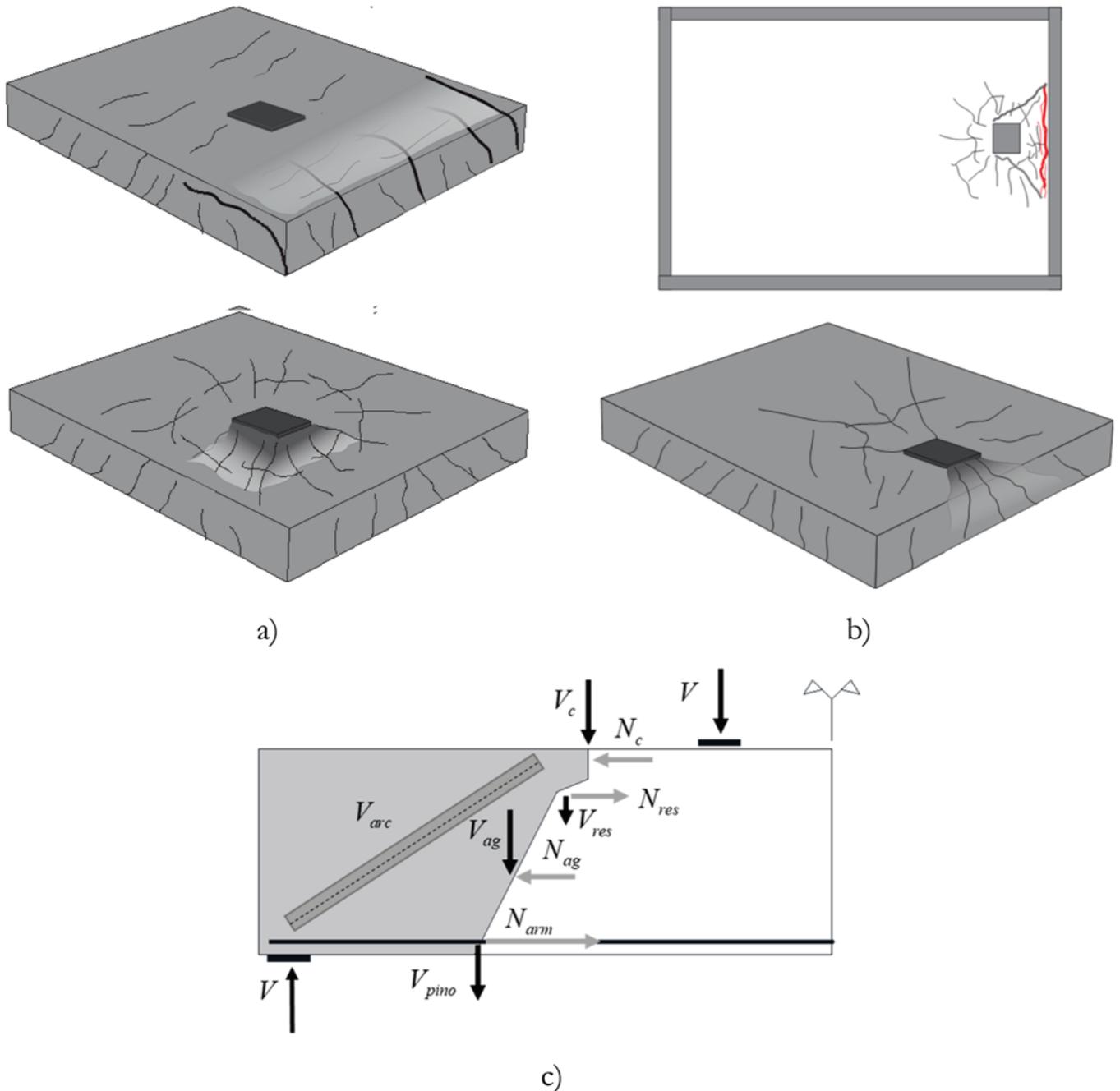
**Palavras-chave:** resistência à força cortante, lajes sem armadura transversal, carga parcialmente distribuída, carga próxima do apoio.

<sup>a</sup> Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

## 1. Introdução

A resistência à força cortante em elementos de concreto armado sem armadura transversal geralmente é analisada sob duas óticas: (i) cisalhamento unidirecional ou de vigas e (ii) cisalhamento bidirecional ou punção (Figura 1a). Entretanto, no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas na pro-

ximidade dos apoios nem toda a largura da laje é mobilizada. Neste tipo de solicitação a carga se propaga horizontalmente em direção ao apoio, motivo pelo qual a ruptura associada a este tipo de solicitação geralmente ocorre com fissuras inclinadas em relação ao eixo principal das lajes (Figura 1b). Por esta razão têm-se associado este problema a uma zona de transição entre os modelos de resistência à força cortante unidirecionais



**Figura 1**

a) Modo de falha de lajes por cisalhamento como vigas e por punção, b) Modo de falha como viga larga e c) Mecanismos usuais de resistência à força cortante

(fissuras paralelas ao apoio) e os modelos de resistência à punção (fissuras radiais) [1].

A análise de resistência à força cortante em lajes sem armadura transversal tem sido largamente estudada nas últimas décadas dada a complexidade dos mecanismos envolvidos e a dificuldade de formalizar um modelo universalmente aceito no meio científico para quantificar a influência destes mecanismos, como a (i) resistência do concreto no banzo comprimido  $V_c$ , (ii) resistência a tração residual na região de menor abertura das fissuras  $V_{res}$ , (iii) engrenamento dos agregados na superfície fissurada  $V_{ag}$ , (iv) efeito de pino da armadura longitudinal  $V_{dowel}$  e (v) efeito de arco na transferência da força cortante para o apoio  $V_{arc}$  [2,3] (Figura 1c).

Entretanto, na última década as análises envolvendo a resistência à força cortante em lajes sob cargas parcialmente distribuídas recebeu novo ímpeto. Isto deve-se, principalmente, a atualização dos códigos e mauais de projeto relativos às pontes que, devido aos avanços dos procedimentos de cálculo e aumento do tráfego nas rodovias têm resultado em aumento das cargas de projeto e aumento no conservadorismo de alguns modelos de cálculo, respectivamente [4]. Os dois aspectos citados resultaram, por exemplo, em não atendimento nas avaliações de resistência à força cortante em cerca de 600 pontes na Holanda, o que levou à reavaliação dos procedimentos de cálculo empregados no país [5]. Uma vez que na maioria das estruturas citadas não foi identificado risco de colapso, concluiu-se que mecanismos adicionais de resistência à força cortante estavam sendo mobilizados, como o efeito de arco já conhecido no caso de vigas, e que o modelo holandês de definição da largura colaborante precisava ser revisto.

Diversas pesquisas têm sido conduzidas ao redor do mundo na busca pela melhor compreensão da resistência à força cortante para o caso da carga parcialmente distribuída próxima dos apoios. Dentre os parâmetros investigados estão a influência dos tipos de armadura longitudinal (barras lisas ou nervuradas) e tipo de apoio (elastoméricos ou rígidos) [6] e a relação de tensões axiais com a resistência à força cortante das lajes [7]. Em outros estudos têm sido investigada a influência na resistência à força cortante e na distribuição de reações ao longo do apoio de parâmetros como a localização da carga, presença de dutos e ações repetidas (fadiga) nas lajes em balanço [1,8], além do grau de restrição ao giro nos apoios e sistema estático [9,10]. Em todas estas pesquisas foram conduzidas avaliações do código europeu ou americano a respeito do nível de previsão dos resultados. Entretanto, este tipo de solicitação, por cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio em lajes, ainda é um tema pouco estudado no Brasil, motivo pelo qual não se encontraram pesquisas a respeito do nível de precisão dos procedimentos de cálculo previstos na ABNT NBR 6118:2014 [11]. O desenvolvimento de modelos numéricos refinados, incorporando as não-linearidades físicas e geométricas dos materiais, possibilitou a investigação mais aprofundada de problemas envolvendo a resistência à força cortante [12], mas devido a sua complexidade ainda possuem aplicação limitada à prática profissional em escritórios de engenharia. Por esta razão, ainda se destacam os desenvolvimentos de modelos analíticos que tentam fornecer previsões mais precisas da resistência à força cortante por meio de

uma fundamentação teórica consistente e de aplicação acessível na prática de projeto.

Desta forma, o texto tem por objetivo apresentar uma avaliação da norma brasileira no que diz respeito às possíveis abordagens para este tipo de solicitação, em lajes de concreto armado sem armadura transversal, e discutir aspectos relativos aos outros códigos que possam ser implementados no código brasileiro com o intuito de torná-lo mais consistente na abordagem deste tipo de problema. Com esta finalidade foi utilizada uma base de dados experimentais com 118 resultados de ensaios, já avaliada à luz do código europeu [13], e aplicados os modelos de cálculo previstos na ABNT NBR 6118:2014 [11], tanto em termos de verificação da resistência em lajes unidirecionais ou elementos lineares, quanto em termos da verificação da resistência à punção.

## 2. Abordagens de resistência à força cortante segundo a ABNT NBR 6118:2014

Os códigos de projeto, em sua maioria, apresentam formulações de resistência à força cortante unidirecional baseadas em ensaios de vigas esbeltas, levemente armadas e carregadas em quatro pontos, enquanto que as formulações de resistência à punção são baseadas em ensaios de modelos axi-simétricos carregados no centro [3]. Desta forma, observa-se que os experimentos a partir dos quais foram formuladas as teorias de resistência à força cortante em lajes não são devidamente adequadas ao tratamento de solicitações particulares, como o da carga parcialmente distribuída próxima do apoio.

A ABNT NBR 6118:2014 [11] trata da resistência à força cortante sob duas óticas: (i) verificação da resistência em lajes ou elementos lineares e (ii) verificação da resistência em perímetro crítico na punção. Neste item são apresentadas as equações e recomendações para verificação da resistência à força cortante segundo a norma brasileira e discutidas adequações para aplicação dos modelos de cálculo ao caso de solicitação estudado.

### 2.1 Modelo unidirecional de lajes

A resistência à força cortante  $V_{Rd,6118}$  em faixas de lajes de concreto armado sem armadura transversal é determinada segundo o item 19.4.1 da ABNT NBR 6118:2014 [11] através da formulação:

$$V_{Rd,6118} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (2.1)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (2.2)$$

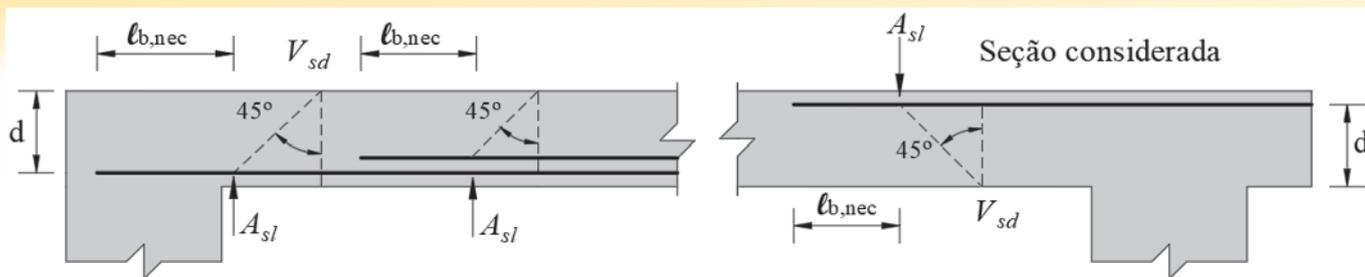
$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (2.3)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (2.4)$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}} & \text{p/ concretos até a classe C50 (} f_{ck} \text{ em MPa)} \\ 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) & \text{p/ concretos na faixa de classes C55–C90} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d) \quad (2.6)$$

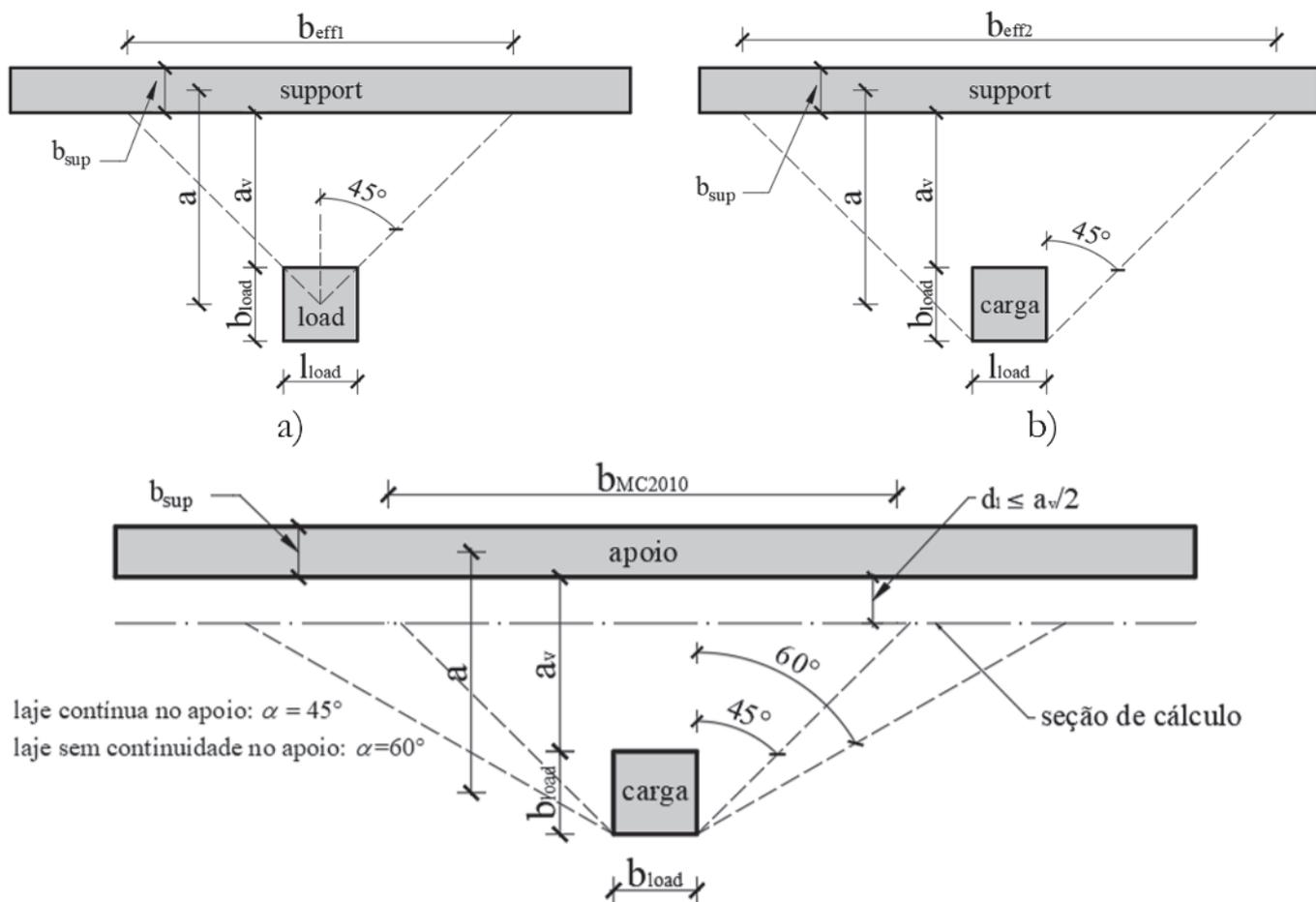
$$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c \quad (2.7)$$



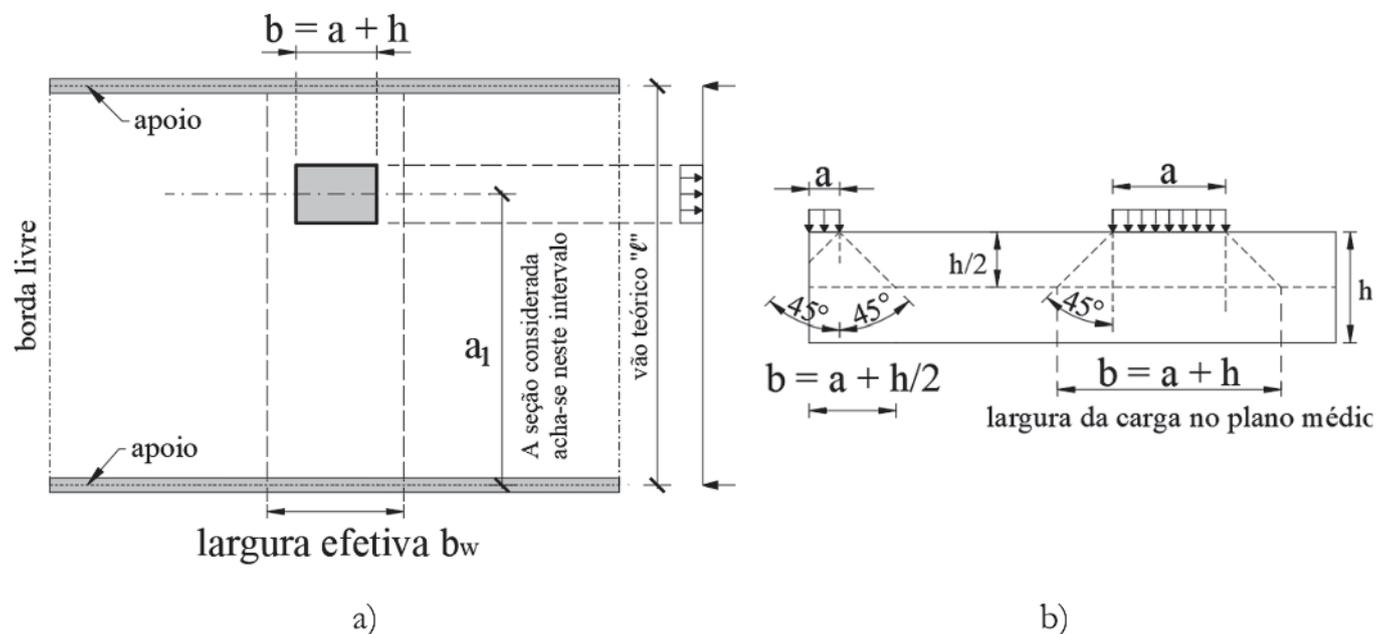
**Figura 2**  
Comprimento de ancoragem necessário (Fonte: ABNT NBR 6118:2014 [11])

Onde  $k$  é um coeficiente que depende da taxa de armadura longitudinal que chega aos apoios (para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio:  $k=|1|$ ; e para os demais casos:  $k=|1,6-d| \geq 1$ , com  $d$  em metros);  $\tau_{Rd}$  é a tensão de cisalhamento resistente de cálculo do concreto;  $A_{sl}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d+l_{b,nec}$  definido no item 9.4.2.5 do referido código e na Figura 2;  $b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ ;  $N_{sd}$  é a força longitudinal na seção devido à protensão ou ação térmica (a compressão é considerada com sinal positivo). Para comparação entre os valores previstos pelos modelos analíticos e os resultados experimentais de resistência à força cortante as seguintes considerações foram assumidas: (i) são usadas as propriedades medidas dos materiais, (ii) todos os coeficientes de ponderação

foram considerados iguais a 1 e (iii) a largura colaborante foi definida segundo a Figura 3. A Figura 3a representa a prática holandesa de definição da largura colaborante [14] através da propagação horizontal da carga a partir de seu centro de aplicação em direção ao apoio em ângulo de 45°. Na Figura 3b apresenta-se a prática francesa de propagação horizontal da força cortante [15] através do espraio horizontal da carga a partir da face mais afastada do apoio e levando em consideração a largura da área de aplicação da carga. Na Figura 3c apresenta-se o modelo proposto no Model Code 2010 [16]. Na versão atual da ABNT NBR 6118 [11] não se dispõe de orientações para a definição da largura colaborante na resistência à força cortante, no caso de cargas parcialmente distribuídas em pequenas áreas. Na prática de projetos, principalmente no caso



**Figura 3**  
Definição da largura colaborante/efetiva na resistência à força cortante segundo: a) Método holandês ( $b_{eff1}$ ) [14]; b) Método francês ( $b_{eff2}$ ) [15] e c) Model Code 2010 [16]



**Figura 4**  
Definição da largura efetiva segundo a ABNT NBR 6118:1980 [17]: a) Vista superior e b) Vista em corte

de tabuleiros de pontes, tem sido difundida a definição de uma faixa de viga a partir da propagação vertical da força cortante até o plano médio da laje em ângulo de 45°, conforme preconizado na ABNT NBR 6118:1980 [17], com a definição da largura efetiva na resistência à força cortante de acordo com relações entre as dimensões da área de aplicação da carga e da área da laje [17] (Figura 4).

### 2.1.1 Efeito do engrenamento dos agregados

De forma geral, o engrenamento dos agregados é diretamente influenciado pelo tipo de agregado e pela resistência do concreto. Em agregados leves e concretos de alta resistência as fissuras se desenvolvem preferencialmente através das partículas de agregado, o que tende a produzir superfícies fissuradas de menor rugosidade. O efeito da fratura dos agregados é tratado explicitamente na formulação do Model Code 2010 [16] através do fator  $k_{ag}$  presente na definição do  $k_v$  para o nível II de aproximação. No referido código o efeito da fratura do agregado é levado em consideração assumindo  $d_g=0$  para concretos de resistência superior a 70 MPa. A Figura 5a apresenta a resistência à força cortante como função da resistência do concreto de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 (11), Eurocode 2 [18], Model Code 2010 [16] e formulação simplificada do ACI 318-14 [19] (exemplo adaptado de Yang et al. [20] com  $d=460\text{mm}$ ,  $\rho_1=1,75\%$  e  $\epsilon_x=0,00125$ ).

Yang et al. [20] alertam, porém, que a forma utilizada pelo Model Code 2010 [16] insere uma descontinuidade na relação entre a resistência à compressão do concreto e a resistência ao cisalhamento (Figura 5a), que provoca uma redução abrupta da resistência à força cortante (> 40%) quando a resistência do concreto atinge 70 MPa. O efeito do engrenamento dos agrega-

dos não é tratado explicitamente nas demais formulações como o Eurocode 2 [18], ACI 318-14 [19] e ABNT NBR 6118:2014 [11]. Conseqüentemente, a resistência à força cortante calculada nestes modelos aumenta continuamente com a resistência do concreto, o que não acontece com as observações experimentais em concretos de resistência superiores a 65 MPa. Como observa-se na Figura 5a, além de não considerar a redução da resistência à força cortante no caso de concretos de alta resistência decorrente da redução do engrenamento dos agregados, o modelo da ABNT NBR 6118:2014 [11] considera uma taxa de crescimento da resistência à força cortante maior que os demais códigos.

### 2.1.2 Efeito da taxa de armadura longitudinal

A Figura 5b apresenta o efeito da taxa de armadura longitudinal na resistência a força cortante por diferentes modelos. Como nesta análise não foi avaliado o estado de solicitações do elemento, comparou-se o código brasileiro aos modelos simplificados de cálculo do ACI 318:2014 [19] (ACI-S) e Model Code 2010 [16] no nível I de aproximação (MC(I)). Observa-se que, enquanto os códigos brasileiro e europeu consideram o aumento progressivo da resistência à força cortante com o aumento da taxa de armadura longitudinal, o ACI 318-S e MC(I), de forma conservadora, desconsideram eventuais ganhos de resistência por melhoria no efeito de pino.

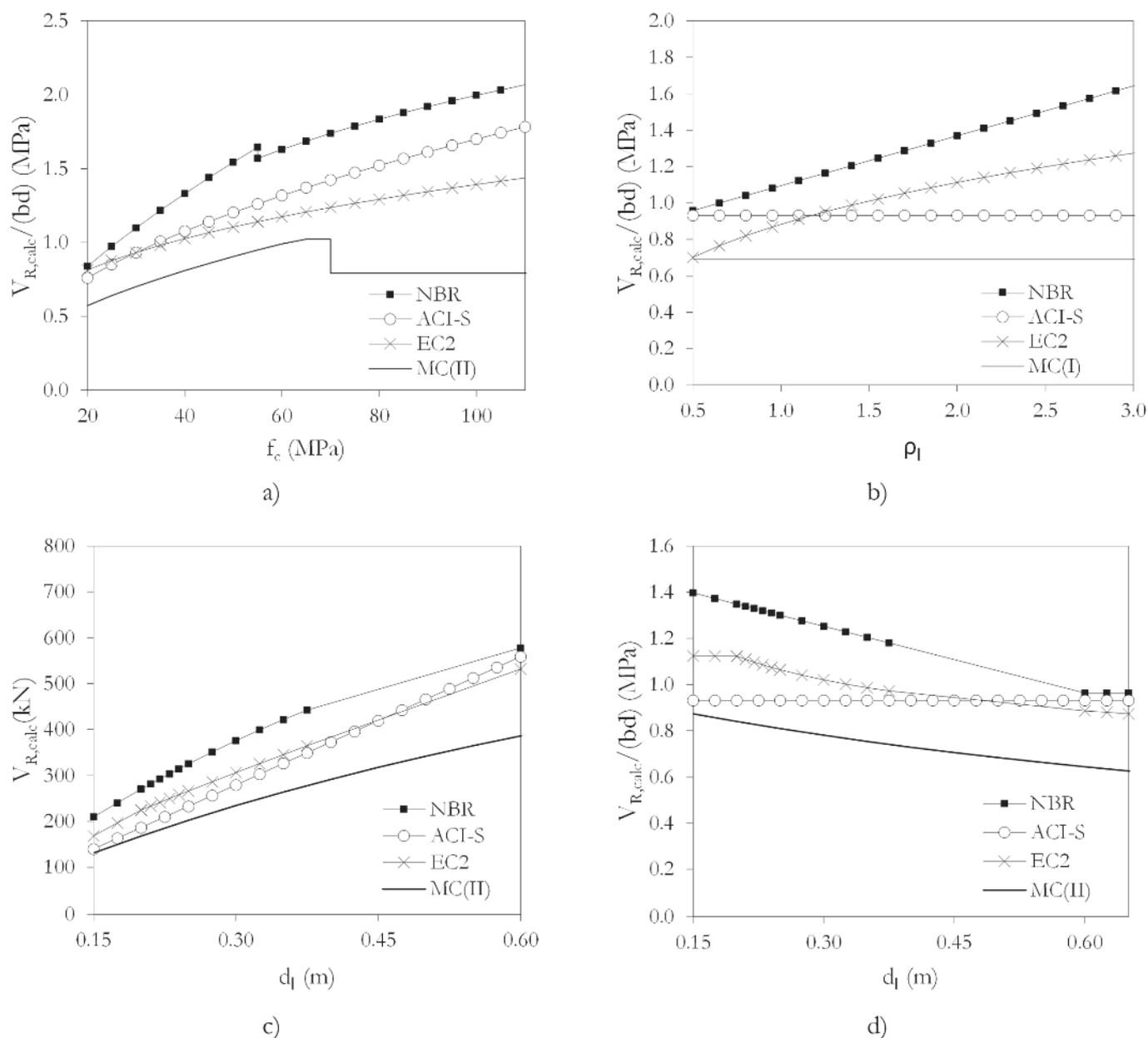
### 2.1.3 Efeito de escala

As Figura 5c e Figura 5d apresentam o efeito da espessura (escala) dos elementos na previsão da resistência à força cortante de uma faixa de laje ( $f_c=30\text{MPa}$ ,  $\rho_1=1,75\%$  e  $b=1\text{ m}$ ) por diferentes

modelos. Observa-se que o modelo simplificado do ACI 318:2014 [19], por não incorporar parâmetros para o efeito de escala, conduz a valores superestimados de resistência à força cortante em elementos de espessuras elevadas. Entretanto, como em lajes as espessuras são geralmente bem inferiores às de vigas, o modelo americano ainda é largamente utilizado. No modelo da ABNT NBR 6118:2014 [11] e do Eurocode 2 [18] o efeito de escala é tratado na formulação pelo parâmetro  $k$ , enquanto que no Model Code 2010 (Nível II de aproximação) [16] o efeito

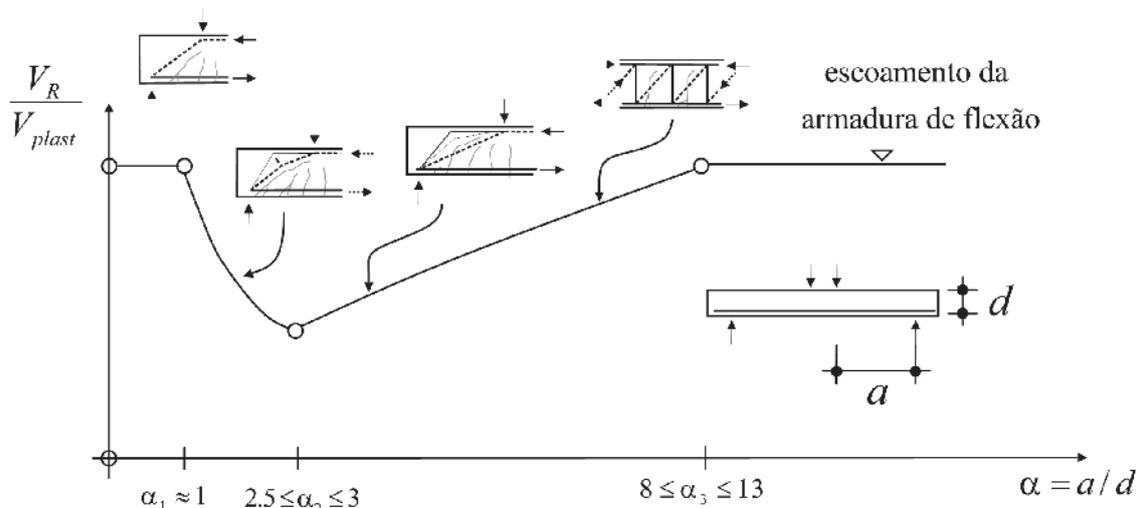
de escala é levado em consideração pelo uso do fator  $k_{v(m)}$  do respectivo modelo.

Observa-se que no modelo da ABNT NBR 6118:2014 [11] o efeito de escala que reduz a tensão de cisalhamento resistente do concreto deixa de ser considerado para espessuras maiores que 60 cm, com um patamar horizontal a partir deste valor. No caso do Eurocode 2 [18] observa-se que o efeito de escala passa a ser considerado apenas a partir de espessuras maiores que 20 cm.



**Figura 5**

Efeito na resistência à força cortante (segundo a abordagem de lajes unidirecionais) de parâmetros como: a) Resistência à compressão do concreto, b) Taxa de armadura longitudinal e c) e d) Espessura dos elementos



**Figura 6**  
Influência da relação  $a/d$  na resistência à força cortante  
(Fonte: Adaptado de Muttoni e Fernandez Ruiz [23])

### 2.1.4 Efeito da relação vão de cisalhamento – altura útil ( $a/d$ )

A relação  $a/d$ , onde “ $a$ ” é distância centro à centro entre carga e apoio e “ $d$ ” é a altura útil do elemento, influi diretamente nos principais mecanismos de resistência à força cortante mobilizados ( $V_c$ ,  $V_{ag}$ ,  $V_{dowel}$  e  $V_{res}$ ) e no efeito de arco [21,22]. Muttoni e Fernandez Ruiz [23] explicam que existem basicamente 4 regimes de falha por força cortante envolvendo a relação  $a/d$  (Figura 6): (i) para relações  $a/d \leq 1$  a resistência à força cortante é governada pelo escoamento da armadura, uma vez que as fissuras de cisalhamento/flexão não interceptam as bielas de compressão; (ii) para relações de aproximadamente  $1 < a/d < 2,5 \sim 3$  o efeito de arco é dominante, pois as fissuras de cisalhamento começam a interceptar a biela de compressão; (iii) para elementos com relações  $2,5 \sim 3,0 < a/d < 8 \sim 13$  a falha é governada pelo engrenamento do agregado e (iv) para relações muito esbeltas ou  $a/d > 8 \sim 13$  a falha volta a ser governada pelo escoamento da armadura. Na Figura 6,  $V_r$  é a resistência à força cortante e  $V_{plast}$  é a resistência da seção pelos mecanismos de flexão.

No item 17.4.1.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 [11] é considerada a possibilidade de redução da força cortante solicitante no caso de cargas concentradas próximas do apoio em vigas, refletindo o conhecimento sobre a transferência direta de parte da carga através de mecanismos de bielas de compressão e efeito de arco até relações  $a/d < 2,5$ , sendo “ $a$ ” a distância entre eixos da carga e do apoio e “ $d$ ” a altura útil da viga. No código brasileiro [11] permite-se a redução da força cortante solicitante para cargas situadas à distâncias  $a \leq 2d$  do eixo teórico do apoio através da multiplicação da força cortante solicitante pela relação  $a/2d$ . Entretanto, o código brasileiro não apresenta disposições acerca do mesmo efeito para o caso de lajes, sendo este procedimento já admitido no código europeu [18] e no Model Code 2010 [16]. No código europeu [18] permite-se a redução da força cortante solicitante para membros com cargas aplicadas a uma distância  $0,5 \leq a_v \leq 2d$  da borda do apoio (ou centro de rolamentos quando rótulas são utilizadas),

sendo  $a_v$  a distância entre faces de apoio e carga, pela multiplicação da força cortante solicitante  $V_{Ed}$  pelo coeficiente:

$$\beta_{EC} = a_v / 2d, (0,25 \leq \beta_{EC} \leq 1) \quad (2.8)$$

No caso do Model Code 2010 admite-se o mesmo procedimento, mas com  $0,5 \leq \beta_{MC} \leq 1$ . Nos desenvolvimentos posteriores será avaliado o efeito da consideração do coeficiente  $\beta_{EC}$  europeu no nível de precisão do código brasileiro.

### 2.2 Modelo de punção

O modelo de dimensionamento de lajes à punção é apresentado no item 19.5.1 da ABNT NBR 6118:2014 [11] e trata da verificação da resistência ao cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas ou distribuídas em pequenas áreas. Na primeira superfície crítica (contorno C da Figura 7a), do pilar ou da carga parcialmente distribuída, deve ser avaliada a tensão de cisalhamento  $\tau_{Sd}$  indiretamente por meio da verificação da resistência à compressão diagonal do concreto  $\tau_{Rd2}$ . Na segunda superfície crítica (contorno C' da Figura 7a), afastada  $2d$  do pilar ou da carga parcialmente distribuída, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal  $\tau_{Rd1}$ . Essa verificação pode ser feita através do cálculo de uma tensão de cisalhamento no contorno C'.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (\text{contorno C}) \quad (2.9)$$

$$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250) ; \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (2.10)$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,18/\gamma_c \cdot (1 + \sqrt{20/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (\text{contorno C}') \quad (2.11)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_l \cdot \rho_t} \quad (2.12)$$

$$d = (d_l + d_t) \quad (2.13)$$

Onde  $d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico

considerado em centímetros;  $\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada segundo a ABNT NBR 6118:2014 [11];  $\rho_l$  e  $\rho_t$  são as taxas de armadura nas duas direções da laje. No caso da Figura 7b destaca-se a necessidade de redução do perímetro considerado devido a carga posicionada junto à borda. Procedimento análogo deve ser utilizado em situações onde a carga não margeia a borda, mas se situa próxima desta.

A definição da tensão solicitante nas superfícies críticas depende, principalmente, da posição da área carregada em relação à laje e do efeito de momento da laje em relação à área carregada. Sobre isto pode-se aproximar o caso de cargas parcialmente distribuídas na proximidade dos apoios ao caso de pilares internos com efeito de momento previsto na ABNT NBR 6118:2014 [11]. Desta forma, a tensão solicitante no perímetro crítico resulta:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \quad (2.14)$$

Onde  $M_{Sd} = F_{Sd} \cdot e_F$ , sendo  $e_F$  um termo que pode ser determinado aproximadamente pela excentricidade entre o centro da região carregada e o centro de gravidade da área interna ao perímetro crítico. Para estimativa mais precisa de  $e_F$  deveria ser realizada uma análise não linear [13]. Desta forma pode-se reescrever a equação (2.14) como:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \cdot \left( 1 + \frac{K \cdot e_F \cdot u}{W_p} \right) \quad (2.15)$$

Onde o termo  $1 + K \cdot e_F \cdot u / W_p$  equivale ao parâmetro  $\beta_{eccentricity}$  definido no item 6.4.3 do Eurocode 2 [18] (associado à excentricidade da carga em relação ao perímetro crítico e não à relação  $a_v/2d$ ). Em ambas as formulações  $K$  é um coeficiente dependente da razão entre as dimensões  $C_1$  e  $C_2$  da coluna ou da carga, sendo o seu valor função da proporção de momento desbalanceado transmitido por cisalhamento desigual/irregular e por momento e torção

(Figura 8a). Nesta formulação  $W_p$  corresponde ao módulo de resistência plástica no perímetro crítico e é função da distribuição de força cortante como ilustrado na Figura 8b.

Para uma carga parcialmente distribuída em área retangular o módulo de resistência plástica  $W_p$  é determinado pela relação:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (2.16)$$

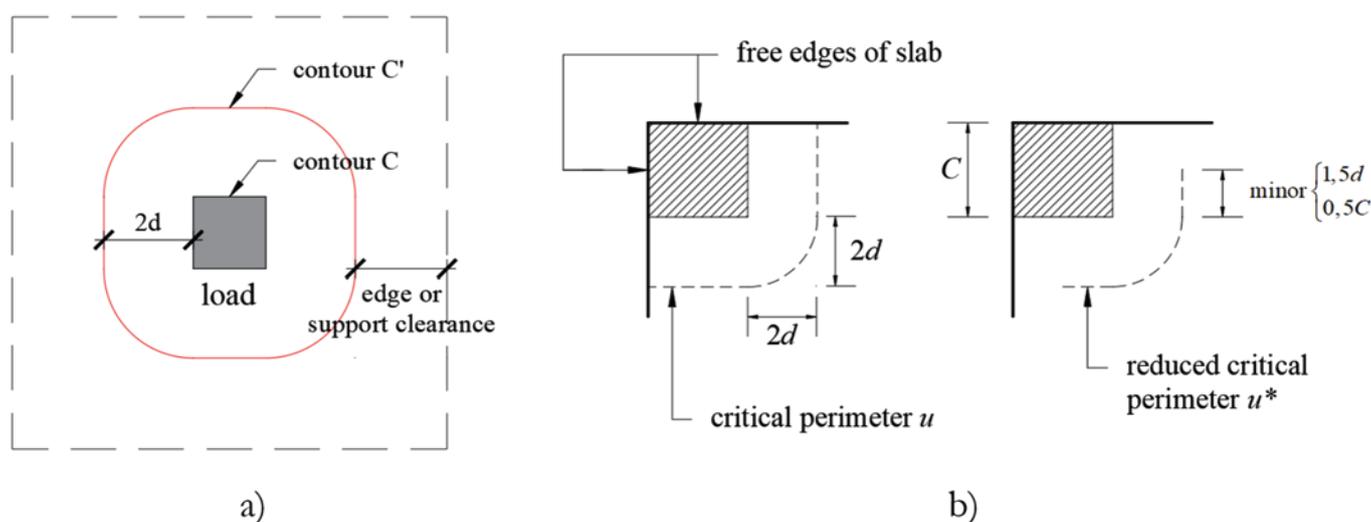
Entretanto, no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio, a distância original  $2d$  é substituída pela distância reduzida  $a_v$  [13], que representa a distância entre faces da carga e do apoio, resultando na relação:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 2 \cdot a_v \cdot C_2 + 4 \cdot a_v^2 + \pi \cdot a_v \cdot C_1 \quad (2.17)$$

A única diferença significativa entre os modelos de punção da norma brasileira e europeia é a consideração de uma resistência ao cisalhamento mínima nesta última, sendo a abordagem brasileira mais conservadora neste sentido. A comparação entre os resultados medidos experimentalmente e calculados pelo modelo de punção da ABNT NBR 6118:2014 [11] considera as seguintes simplificações: (i) são usadas as propriedades dos materiais medidos; (ii) todos os fatores de segurança parciais são iguais a 1; (iii) o mínimo comprimento do perímetro foi utilizado e (iv) peso próprio não foi levado em consideração.

### 3. Base de dados

A base de dados utilizada foi a apresentada por Lantsoght et al. [13], que contempla os trabalhos de Reissen e Hegger [9,10], Regan [24], Sherwood et al. [25], Vaz Rodrigues et al. [26], Jäger [27], Jäger [28,29], Graf [30], Richard e Kluge [31], Diaz de Cosio et al. [32], Rajagopalan e Fergusson [33], Aster e Koch [34], Heger e McGrath [35], Cullington et al. [36], Coin e Thonier [37], Olonisakin e Alexander [38], Rombach e Latte [39,40].

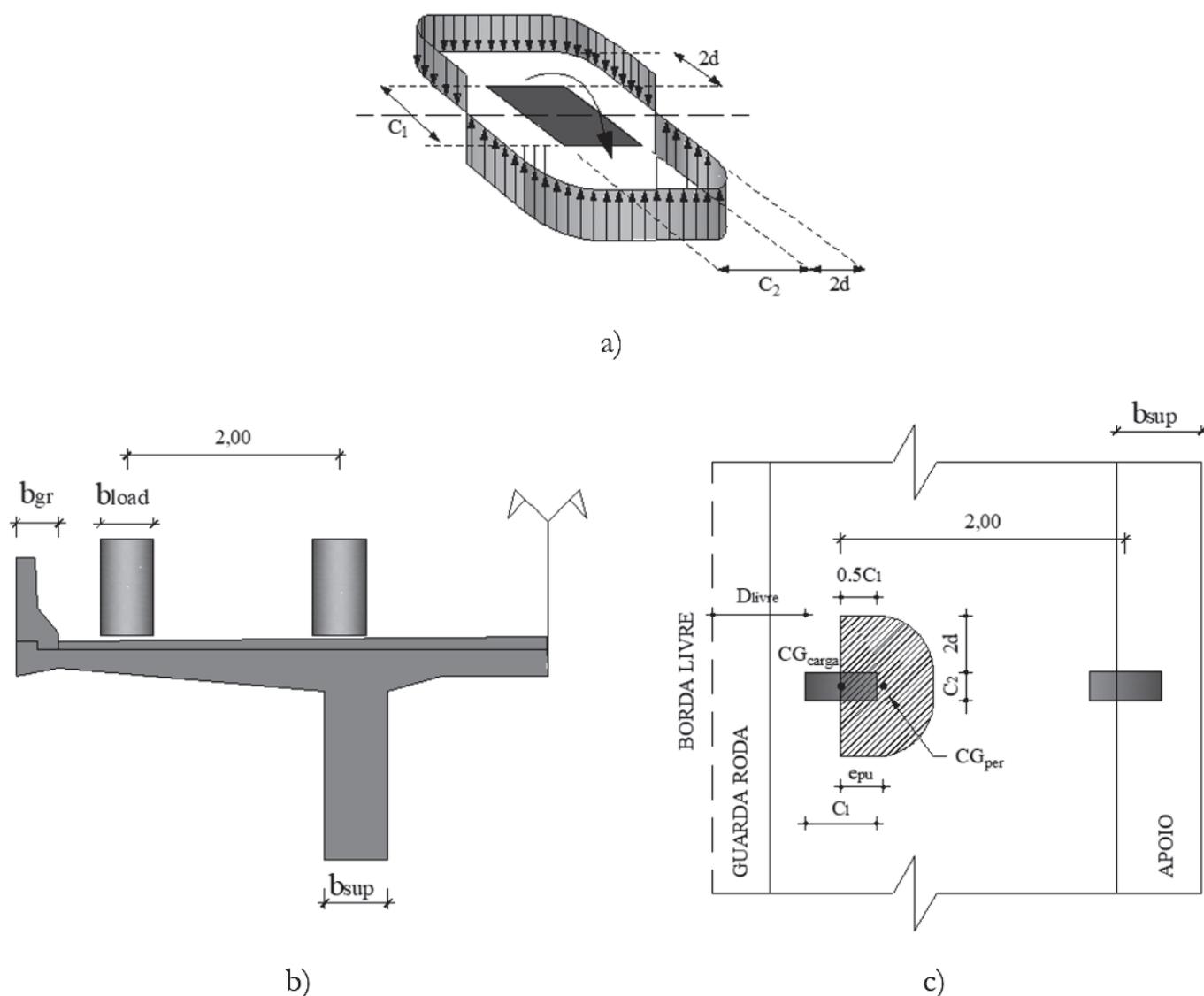


**Figura 7**

a) Definição do perímetro crítico em regiões distantes de bordas livres e b) Regiões próximas de bordas livres (Fonte: ABNT NBR 6118:2014 [11])

A base de dados apresentada por Lantsoght et al. [13] reúne um total de 215 experimentos da literatura. Entretanto, somente 22 experimentos em lajes com cargas próximas do apoio ( $b_{laje} > b_{eff2}$  e  $a/d < 2,5$  – caso de maior interesse nas lajes de pontes) estão disponíveis nesta base de dados, a maioria dos quais foi executada em experimentos de espessura reduzida ( $h \leq 150$  mm). Lantsoght et al. [13] explica que pontes integrais de lajes sólidas geralmente tem espessura do tabuleiro  $h \geq 300$  mm, de modo que os resultados disponíveis na literatura são influenciados pelo efeito de escala dos experimentos. O efeito de escala refere-se à observação experimental de menores tensões de cisalhamento resistentes em elementos de maior espessura [41]. Lantsoght et al. [13] comenta ainda que muitos dos experimen-

tos reportados na literatura apresentam uma combinação de modos de falha envolvendo o cisalhamento unidirecional e/ou punção com flexão. No intuito de eliminar os experimentos que podem ter falhado em flexão estes foram avaliados através do diagrama de tensões retangular simplificado para o momento fletor atuante. Nesta análise, o braço de alavanca  $z$  foi assumido como  $0,9 \cdot d$ , e a altura do diagrama retangular de tensões foi adotado como  $0,2 \cdot d$ . Com base nessas análises a base de dados foi reduzida a um total de 118 experimentos, dos quais 87 foram reportados falharem como vigas largas (wide beam – WB) e 21 experimentos reportados falhando por punção (P) [13]. Procedimento análogo foi aplicado aos demais resultados experimentais incorporados ao estudo. Como os experimentos de Graf [30] apresentaram cargas muito próximas



**Figura 8**

a) Distribuição de força cortante devido ao momento desbalanceado em uma ligação laje-pilar (adaptado do Eurocode 2 [18]), b) Seção transversal de uma ponte carregada e c) Exemplo de determinação da excentricidade entre a área carregada e o perímetro crítico na punção

do apoio, que resultaram em distâncias  $a_v \leq 0$  em algumas situações, estes foram descartados nas análises posteriores.

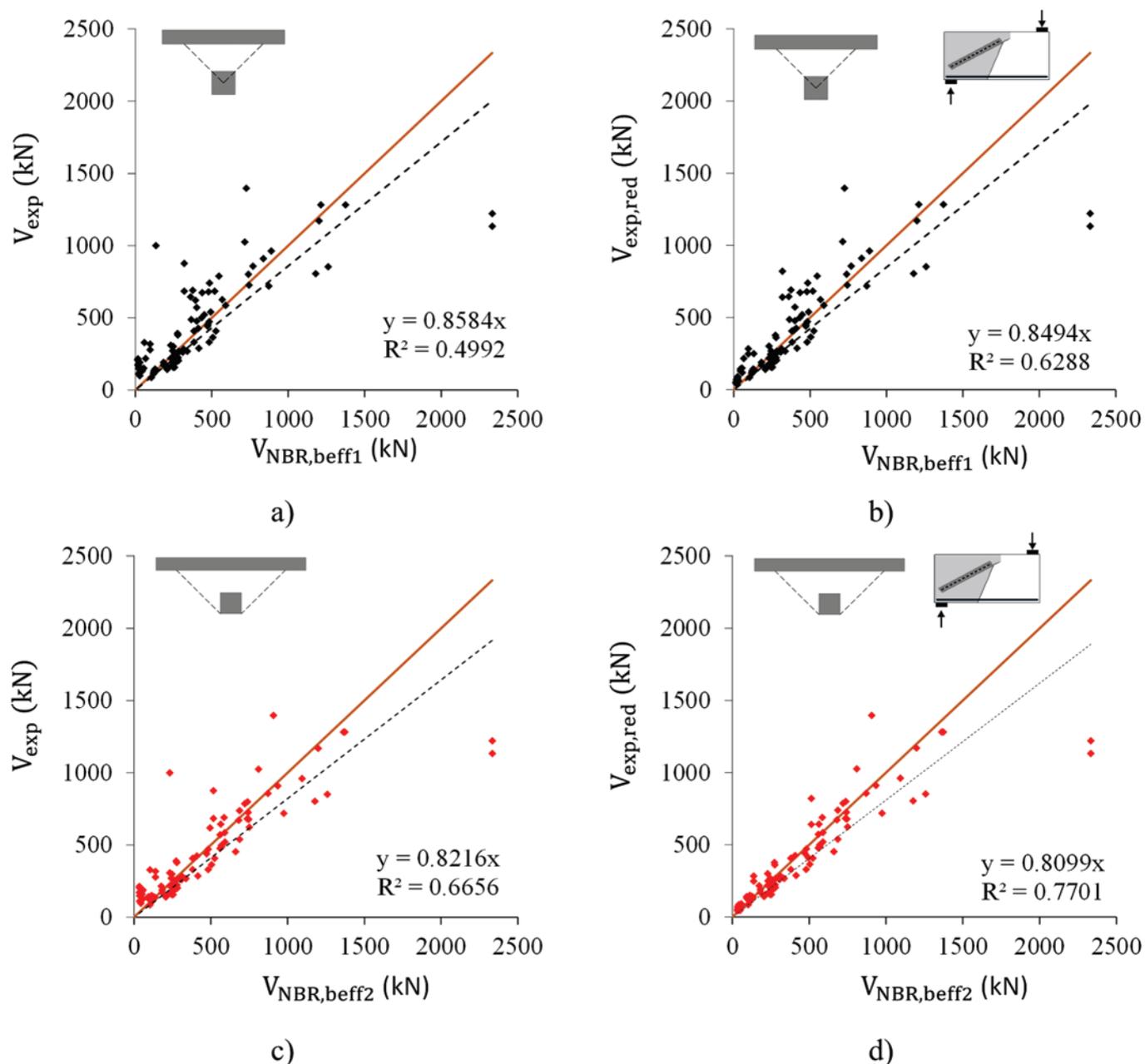
## 4. Resultados e discussões

### 4.1 Modelo de cisalhamento unidirecional

#### 4.1.1 Efeito do modelo de largura colaborante e coeficiente $\beta_{EC}$

A Figura 9 apresenta os resultados gráficos da aplicação do modelo de previsão de resistência à força cortante em lajes e elementos lineares com  $b_w \geq 5d$  preconizado pela ABNT NBR 6118:2014 [11] à base de dados da pesquisa. Nas Figura 9a e Figura 9b considerou-se o método holandês para definição da largura colaborante ( $b_{eff1}$ ). Nas Figura 9c e Figura 9d considerou-se o método francês para definição da largura efetiva ( $b_{eff2}$ ). A Figura 9 apresenta ainda

os resultados considerando o fator  $\beta_{EC}$  (Figura 9b e Figura 9d) ou não considerando este fator (Figura 9a e Figura 9c) para a redução da força cortante solicitante no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio. A Tabela 1 apresenta as medidas de dispersão entre os valores experimentais e calculados de resistência à força cortante ( $V_{exp}/V_{NBR}$  ou  $V_{exp,red}/V_{NBR}$ ). Da Figura 9 observa-se que a consideração do fator  $\beta_{EC}$  melhorou o coeficiente de correlação  $R^2$  da regressão linear entre os valores experimentais e calculados de 0,499 para 0,628 com a abordagem holandesa e de 0,666 para 0,770 com a abordagem francesa de definição da largura colaborante observou-se que a francesa  $b_{eff2}$  proporcionou melhores correlações entre valores experimentais e calculados ( $R^2 = 0,77$ ) comparada à abordagem holandesa  $b_{eff1}$  ( $R^2 = 0,63$ ). Entretanto, embora o nível de correlação tenha melhorado ao se considerar  $b_{eff2}$  e o coeficiente  $\beta_{EC}$ , o percentual de



**Figura 9**

Resultados experimentais de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 [11] a) Sem  $\beta_{EC}$  e com  $b_{eff1}$ ; b) Com  $\beta_{EC}$  e  $b_{eff1}$ ; c) Sem  $\beta_{EC}$  e  $b_{eff2}$  e d) Com  $\beta_{EC}$  e  $b_{eff2}$

Tabela 1

Comparação de resultados utilizando a ABNT NBR 6118 [11]

	$V_{exp}/V_{NBR,beff1}$	$V_{exp,red}/V_{NBR,beff1}$	$V_{exp}/V_{NBR,beff2}$	$V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$
$\mu$	2,00	1,37	1,34	1,02
$\sigma$	2,50	0,79	1,06	0,30
$v$	124,5%	57,7%	78,9%	29,7%

$\mu$  = valor médio;  $\sigma$  = desvio padrão;  $v$  = coeficiente de variação.

falhas do modelo ( $V_{exp,red} < V_{NBR}$ ) com estes procedimentos resultou bastante elevado (58% na Figura 9d), ilustrado pelo maior número de pontos à direita da linha à 45° nas Figura 9b e Figura 9d e também pelo coeficiente angular da equação de regressão linear mais distante do unitário nestes casos. Portanto, pode-se afirmar que a não consideração do coeficiente  $\beta_{EC}$  e utilização da abordagem ho-

landesa para definição da largura colaborante tende a ser mais conservadora, embora também tenha resultado em elevado percentual de previsões inseguras (43%).

Da Tabela 1 observa-se numericamente que o valor médio ( $\mu$ ) da relação  $V_{exp} < V_{NBR}$  utilizando a abordagem holandesa de definição da largura colaborante ( $b_{eff1}$ ) passou de 2,00 para 1,37 ao se

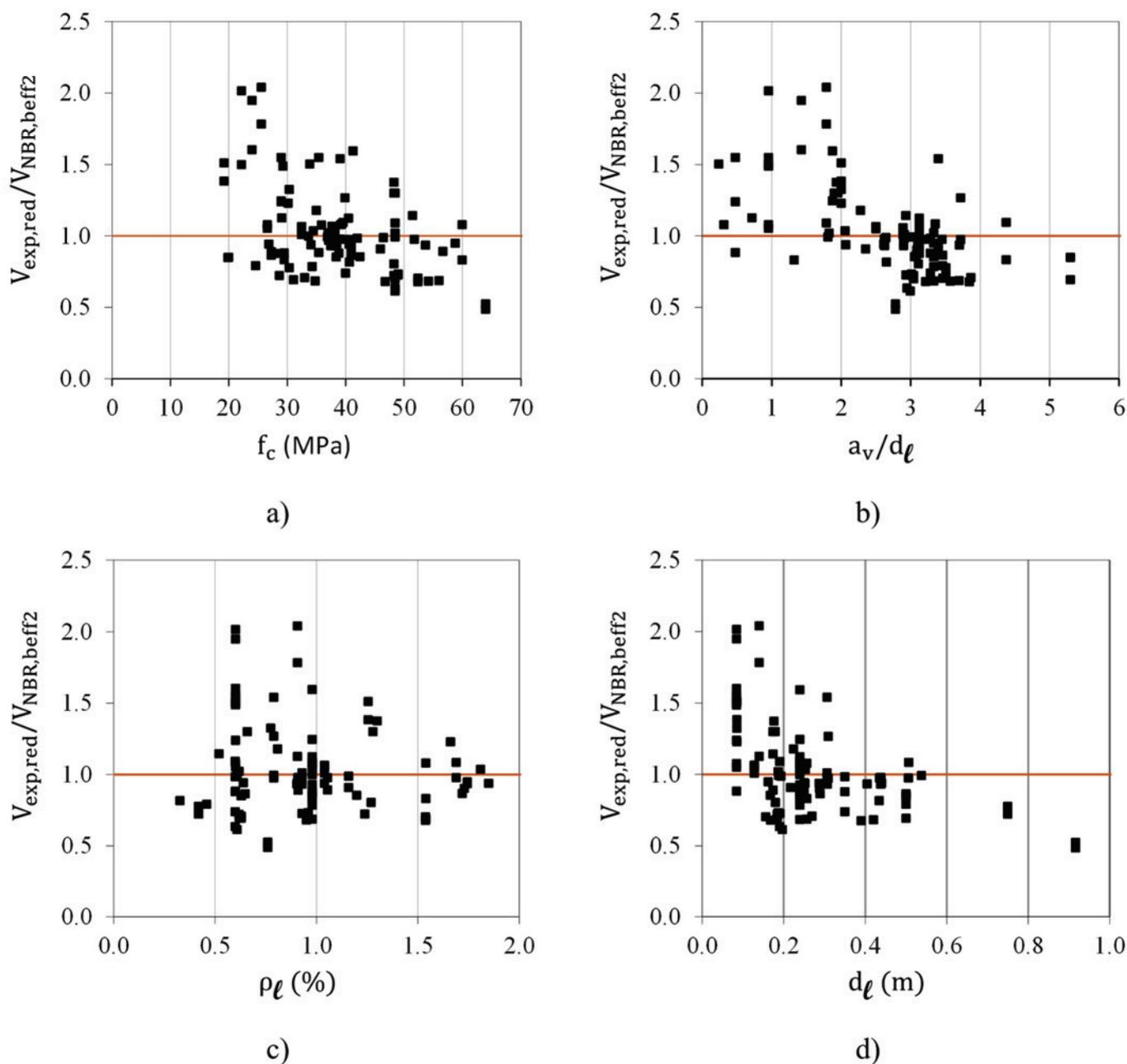


Figura 10

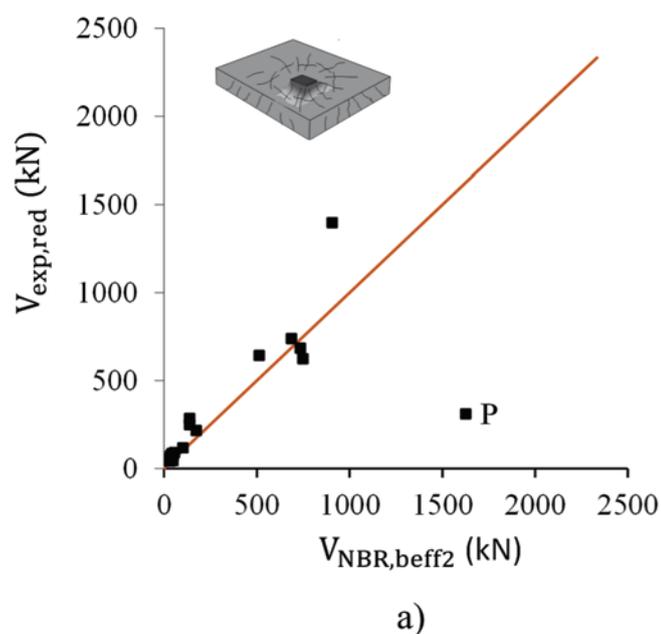
Relação  $V_{exp}/V_{cal}$  obtido com a ABNT NBR 6118:2014 de acordo com: a) Resistência à compressão do concreto  $f_c$ ; b) Relação  $a_v/d_l$ ; c) Taxa de armadura longitudinal  $\rho_l$  e d) Altura útil  $d_l$

considerar a redução da força cortante solicitante ( $\beta_{EC}$ ) no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio, com redução também significativa do coeficiente de variação ( $v$ ), que passou de 124,5% para 57,7%. Estes valores de dispersão, bastante elevados, foram reduzidos significativamente com a abordagem francesa de definição da largura colaborante ( $b_{eff2}$ ), com o valor médio da relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  assumindo valor médio de 1,02 e com o coeficiente de variação de aproximadamente 30%.

#### 4.1.2 Efeito de parâmetros específicos

Devido à complexidade envolvida na resistência à força cortante pelos diversos mecanismos de resistência mobilizados em elementos de concreto armado é comum analisar o nível de precisão dos modelos de cálculo de acordo com parâmetros específicos. Uma vez que o melhor nível de precisão obtido com a ABNT NBR 6118:2014 [11] foi considerando a largura efetiva definida segundo o método francês ( $b_{eff2}$ ) e usando o coeficiente de redução da carga solicitante  $\beta_{EC}$ , estas considerações foram utilizadas nas análises posteriores apresentadas na Figura 10.

Da Figura 10a observa-se que o procedimento da norma tende a ser mais conservador para as menores faixas de resistências de concreto, com a relação  $V_{exp,red}/V_{NBR}$  assumindo  $\mu=1,11$  e  $v=28\%$  para  $f_c < 40\text{MPa}$  e  $\mu=0,89$  e  $v=26\%$  para  $f_c > 40\text{MPa}$ . Na Figura 10b observa-se uma leve tendência de maior conservadorismo do código brasileiro para menores relações  $a/d_i$  e previsões inseguras para relações  $a/d_i > 3$ , indicando que talvez os modelos de punção se adequem melhor no caso de cargas mais afastadas do apoio. Na Figura 10c observa-se que maior nível de dispersão é atingido para menores taxas geométricas de armadura, com a relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  assumindo  $\mu=1,04$  e  $v=30\%$  para  $\rho_i < 1,4\%$  e  $\mu=0,91$  e  $v=17,5\%$  para  $\rho_i > 1,4\%$ .



Na Figura 10d observa-se que o maior nível de dispersão dos resultados está associado aos elementos com menor altura útil, indicando uma forte influência do efeito de escala nos resultados.

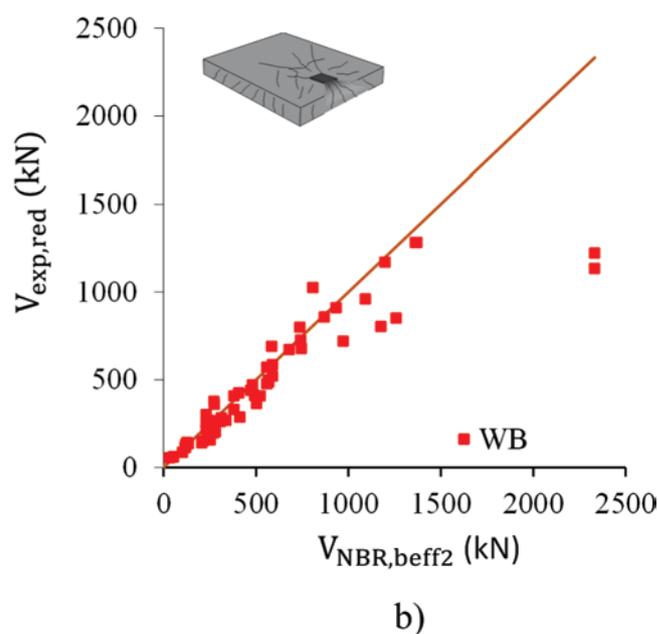
#### 4.1.3 Modo de falha

Nestas análises optou-se por excluir os experimentos que apresentaram modo de falha intermediário entre a punção (P) e vigas largas (wide beam-WB) ou experimentos sem modo de falha descritos nas referências. A Figura 11a mostra que a aplicação do modelo de lajes unidirecionais com a definição de uma largura colaborante se adequa bem ao caso de rupturas por punção na proximidade dos apoios, mas este resultado pode ter sido influenciado pelo número reduzido de experimentos falhando por punção. Na análise dos elementos que falharam por punção a relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  assumiu  $\mu=1,42$  e  $v=26,57\%$ . Na Figura 11b, modelo de lajes unidirecionais aplicados a experimentos falhando como vigas largas (WB), observou-se um grande número de experimentos com resultados contrários a segurança. Neste caso a relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  resultou em  $\mu=0,92$  e  $v=20,29\%$ .

#### 4.1.4 Posição da carga

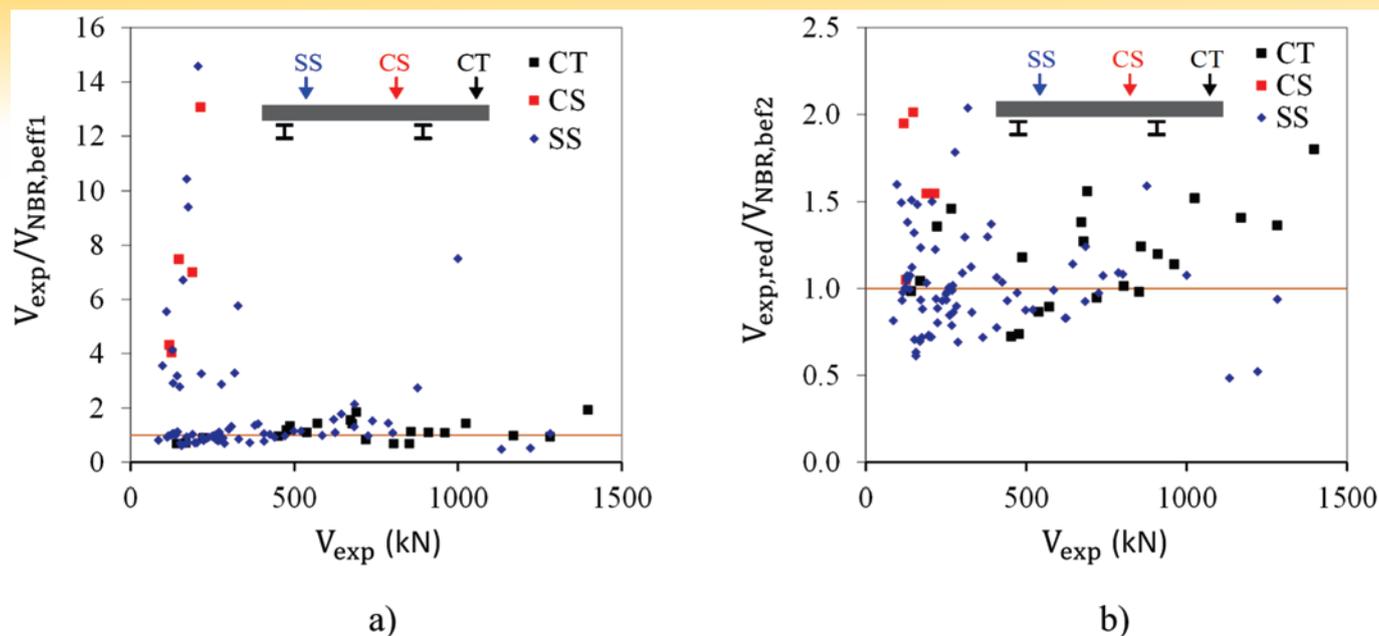
A Figura 12 apresenta o nível de precisão dos resultados de acordo com o modelo de definição da largura colaborante combinado à tipologia da solicitação: cargas próximas de apoio com continuidade (AC), ou seja, influenciados pelo momento negativo; cargas próximas de apoio simples (AS) e cargas próximas do apoio de lajes em balanço (B), com tendência à grande influência da fissura de flexão na resistência à força cortante neste último caso.

A Figura 12a ilustra o elevado nível de dispersão dos resultados não considerando o coeficiente  $\beta_{EC}$  (para a redução da força



**Figura 11**

Avaliação do modelo de acordo com o modo de falha no experimento: a) Punção (P); b) Viga larga (WB)



**Figura 12**

Efeito da tipologia da solicitação nos casos de: a) Não consideração do fator  $\beta_{EC}$  e  $b_{eff1}$  e b) Com o fator  $\beta_{EC}$  e  $b_{eff2}$

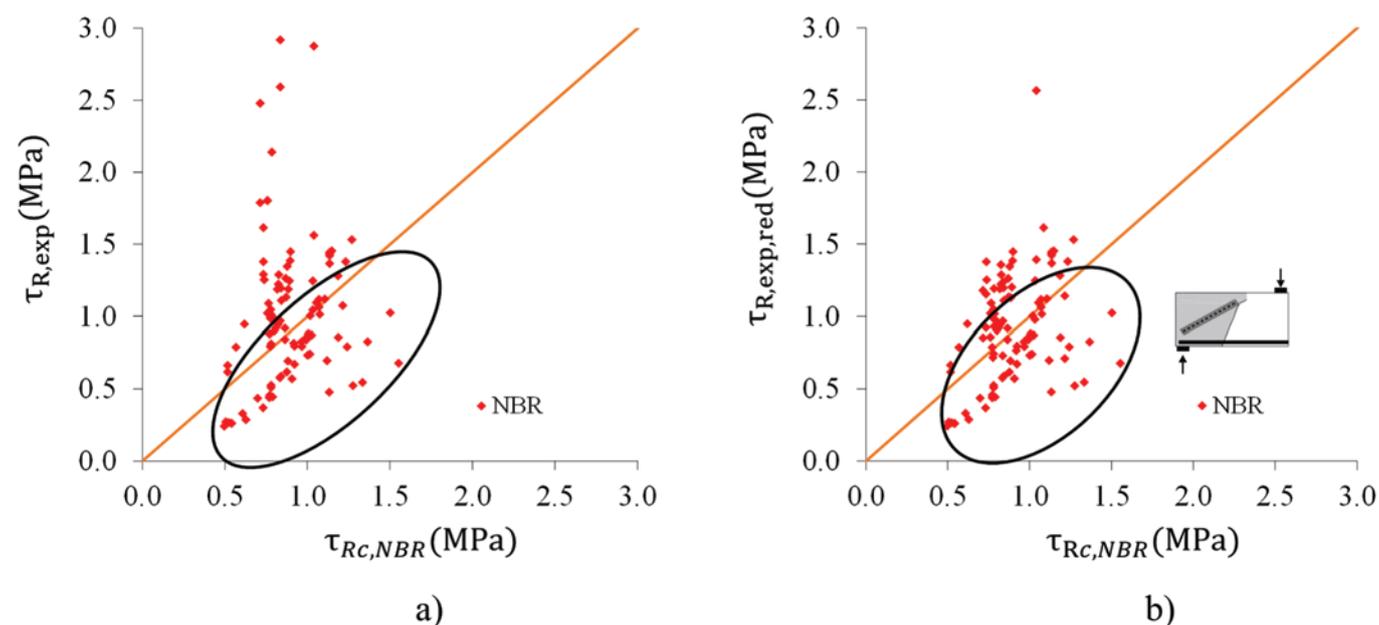
cortante solicitante) e usando o modelo holandês de definição da largura colaborante ( $b_{eff1}$ ) com previsões muito conservadoras da resistência à força cortante em alguns casos. Na Figura 12b observa-se um menor nível de dispersão comparado à Figura 12a, permitindo identificar com maior clareza a influência da posição da carga no nível de precisão do modelo. Na Figura 12a e Figura 12b observou-se que a formulação apresenta menor nível de dispersão para o caso de regiões em balanço, com a relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  apresentando  $\mu=0,92$  e  $v=32,04\%$ , mas com um número elevado de falhas no modelo. Um grande número de falha do modelo também foi observado no caso de cargas próximas de

apoio simples ( $\mu=1,02$  e  $v=27,44\%$ ). No caso de cargas próximas de apoios com continuidade observou-se a ausência de falhas do modelo, sendo apenas discutível o nível de precisão dos resultados, que apresentou relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,beff2}$  com  $\mu=1,62$  e  $23,82\%$ .

#### 4.2 Modelo de cisalhamento bi-direcional (punção)

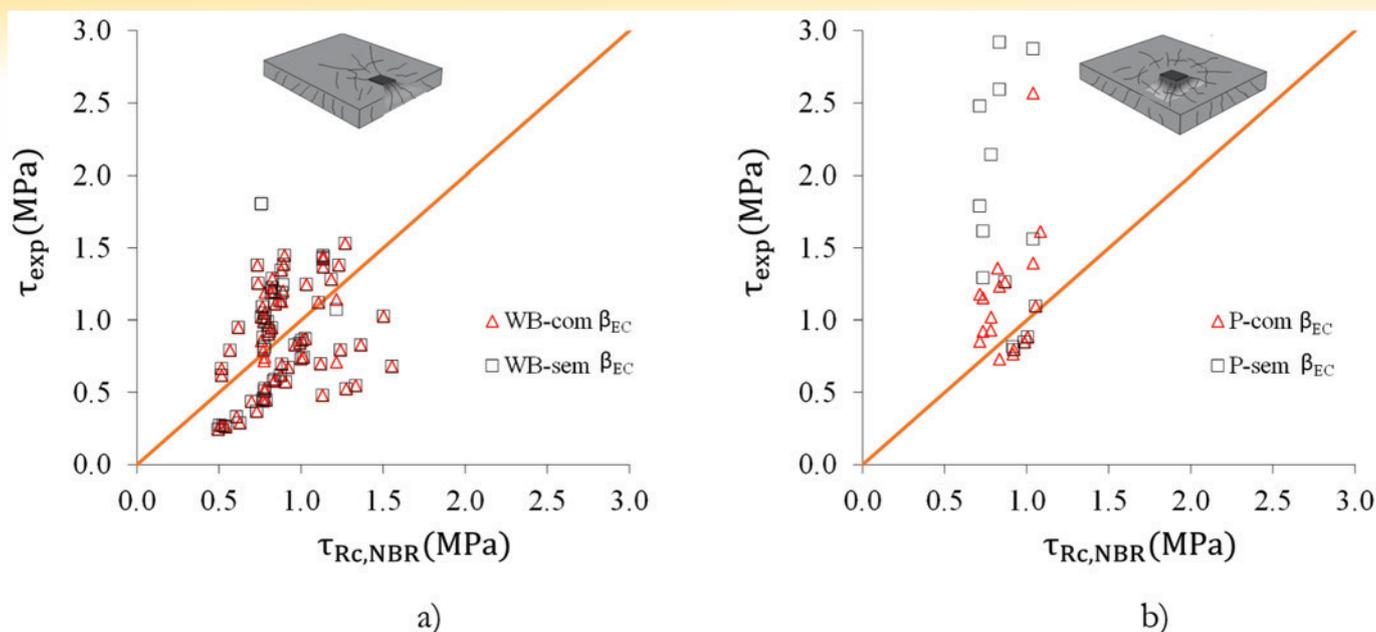
##### 4.2.1 Redução da força cortante próxima do apoio ( $\beta_{EC}$ )

A Figura 13 apresenta o efeito da consideração do coeficiente  $\beta_{EC}$ , para redução da tensão de cisalhamento solicitante no



**Figura 13**

Avaliação do modelo de resistência à punção de acordo com a formulação da ABNT NBR 6118:2014 ( $\gamma_c = 1$ ) a) Sem o coeficiente  $\beta_{EC}$  e b) Com o coeficiente  $\beta_{EC}$



**Figura 14**

Avaliação do modelo de resistência à punção de acordo com o modo de falha dos modelos experimentais ( $\gamma_c = 1$ ): a) Viga Larga (Wide beam-WB); b) Punção (P)

perímetro crítico de punção, no caso de cargas parcialmente distribuídas na proximidade do apoio ( $a_s \leq 2d$ ) devido a transferência direta de parcela da carga em direção ao apoio por mecanismos de biela ou efeito de arco. Embora esta seja uma prática comum nas análises de resistência à força cortante unidirecional, poucos são os estudos associados à esta prática no caso de verificação da resistência à punção.

Na Figura 13 observa-se que o coeficiente  $\beta_{EC}$  melhorou significativamente o nível de acurácia e precisão do modelo de punção segundo a base de dados analisada, com a relação  $\tau_{exp}/\tau_{R,NBR}$  passando de um valor médio  $\mu=1,34$  para  $\mu=1,04$  e acompanhado de redução do coeficiente de variação de  $v=79,08\%$  para  $v=37,10\%$ . Entretanto, como o número de previsões de resistência maiores que a experimental foi elevada, talvez a análise de resistência à punção não seja a mais adequada no caso de lajes sujeitas às cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio. Como este resultado pode ter sido influenciado pelo pequeno número de experimentos que falharam efetivamente por punção (18/118), no próximo item foi apresentada análise mais detalhada de acordo com o modo de falha dos modelos experimentais.

#### 4.2.2 Modo de falha

A Figura 14 ilustra o nível de aproximação do modelo de punção preconizado pela ABNT NBR 6118:2014 aplicado aos elementos que falharam por punção (punching – P) e como vigas largas (wide beams – WB). Da Figura 14a observou-se que as previsões de resistência nos elementos que de fato falharam por punção foram mais conservadoras ( $\tau_{exp,red}/\tau_{R,NBR}$  com  $\mu=1,30$  e  $v=31,42\%$ ) comparadas aos elementos que falharam como vigas largas ( $\tau_{exp,red}/\tau_{R,NBR}$  com  $\mu=0,99$  e  $v=38,81\%$ ). Da Figura 14a observou-se ainda que, considerando ou não o coeficiente  $\beta_{EC}$ , a aplicação do modelo de resistência à punção aos elementos que falharam como vigas largas foi bastante crítica, com um percentual de previsões inseguras ( $\tau_{exp}/\tau_{R,NBR}$ ) variando entre 42% e 47%. Ou seja, embora a relação  $\tau_{exp,red}/\tau_{R,NBR}$  tenha apresentando valor médio próximo do unitário ( $\mu=0,99$ ), o coeficiente de variação de 38,81% prejudicou

bastante a segurança da abordagem. Como no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio o modo de falha mais frequente é o de vigas largas, a aplicação do modelo de punção nestes casos pode-se ser considerada insegura. Na Figura 14b mostrou-se que os elementos que falharam por punção apresentaram relação  $\tau_{exp}/\tau_{R,NBR}$  mais próxima da unidade com a consideração do coeficiente  $\beta_{EC}$ , com o valor médio da relação reduzindo de  $\mu=2,50$  para  $\mu=1,30$ . Além disso o coeficiente de variação, que mede a dispersão entre resultados experimentais e teóricos, também reduziu significativamente de  $v=63,26\%$  para  $v=31,42\%$ . Entretanto, vale lembrar que a ordem de grandeza desta dispersão é ainda bastante elevada.

#### 4.2.3 Efeito de parâmetros específicos

A Figura 15 apresenta a dispersão dos resultados da relação  $\tau_{exp,ref}/\tau_{R,calc,NBR}$  levando em consideração o fator  $\beta_{EC}$  redutor da força solicitante na proximidade do apoio de acordo com a resistência à compressão do concreto  $f_c$  (Figura 15a), taxa de armadura longitudinal  $\rho_l$  (Figura 15b), relação  $a_s/d_l$  (Figura 15c) e altura útil da laje  $d_l$  (Figura 15d).

Assim como no caso da abordagem com o modelo de lajes unidirecionais ou faixas de lajes, observou-se dificuldade na identificação de tendências de resultados de acordo com os parâmetros avaliados. No caso da Figura 15 isto foi ainda mais difícil, provavelmente pela dependência das características da laje nas duas direções. Em análises utilizando o valor médio  $d=(d_l+d_t)/2$  e  $\rho = \sqrt{\rho_l \cdot \rho_t}$  também foi identificada dificuldade de análise. Da Figura 15 observou-se, assim, apenas uma tendência de menor dispersão dos resultados com o aumento da resistência a compressão do concreto (Figura 15a) e aumento da taxa de armadura longitudinal (Figura 15d), mas que podem ter sido influenciados pela redução do número de resultados experimentais nestas faixas de valores.

Na Figura 15 observa-se que o nível de dispersão das previsões de resistências com o modelo de punção para os mesmos parâmetros avaliados com o modelo unidirecional foi mais pronunciado.

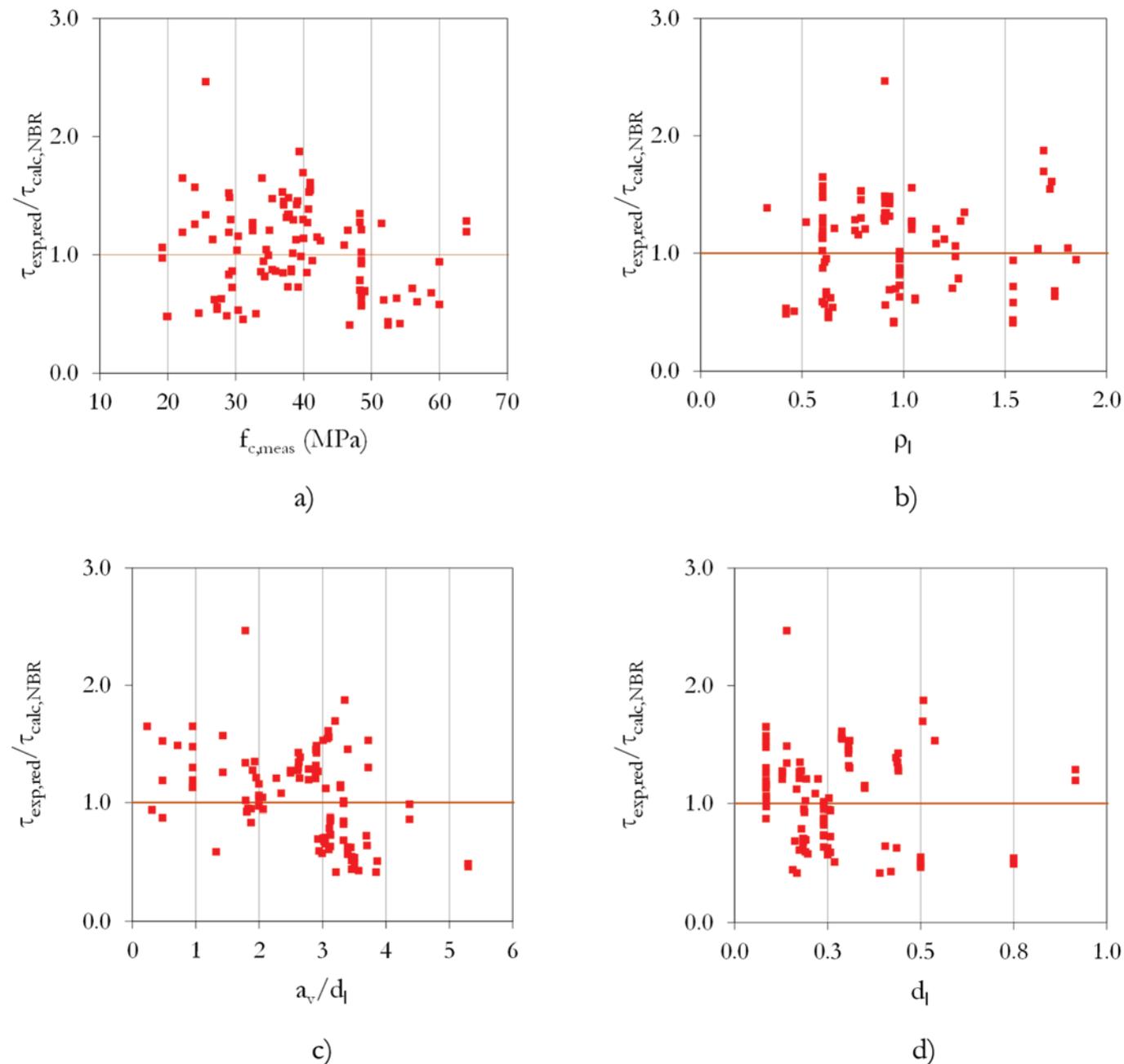
Desta forma, não foi possível identificar com segurança tendências de comportamento no modelo de punção sem um maior refinamento dos dados.

#### 4.2.4 Posição da carga

A Figura 16 apresenta o nível de precisão da relação  $\tau_{exp,red}/\tau_{R,calc,NBR}$  de acordo com a tensão de cisalhamento estimada no perímetro crítico e com a posição da carga nas lajes. A Figura 16a mostra que

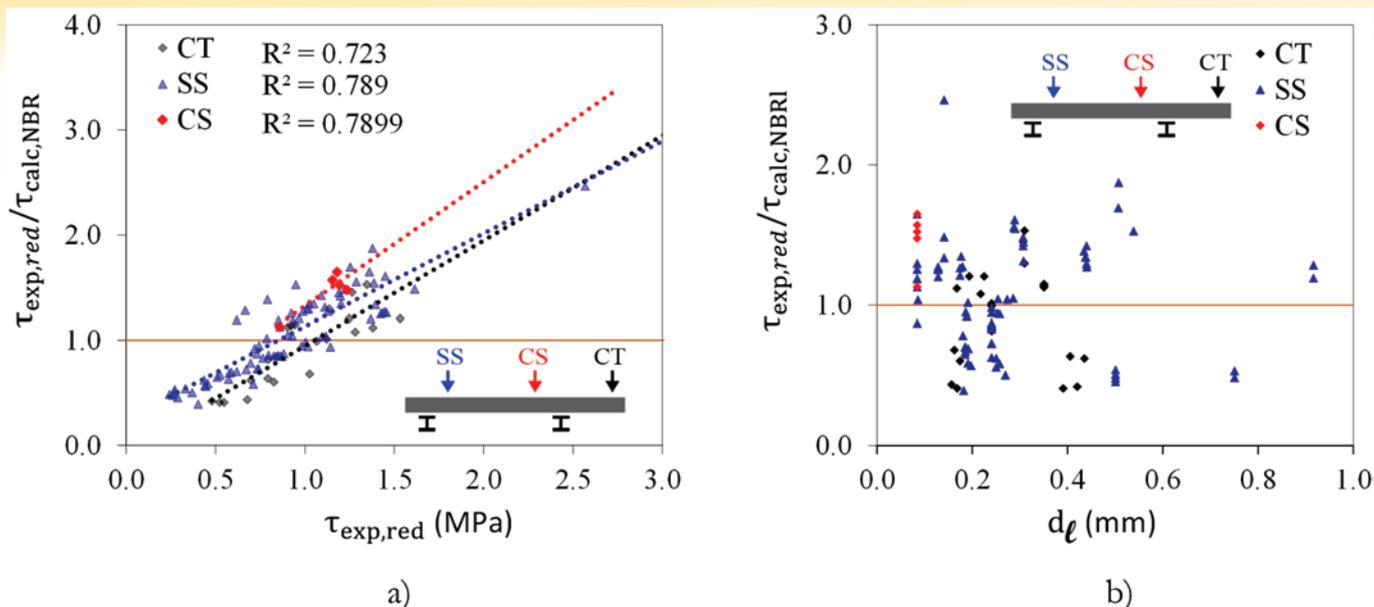
o modelo de punção fornece resultados mais conservadores para as solicitações mais elevadas, mas para tensões de cisalhamento no perímetro crítico menores que 0,7 MPa o modelo apresenta previsões contrárias a segurança.

Os resultados obtidos demonstraram que para cargas próximas do apoio em regiões de continuidade da laje a relação  $\tau_{exp,red}/\tau_{R,calc,NBR}$  foi mais conservadora ( $\mu=1,47$  e  $v=13,65\%$ ) do que nos casos de cargas próximas do apoio de lajes em balanço ( $\mu=0,92$  e  $v=37,80\%$ ) e de lajes simplesmente apoiadas ( $\mu=1,05$  e  $v=37,64\%$ ).



**Figura 15**

Relação  $\tau_{exp}/\tau_{calc,NBR}$  ( $\gamma_c = 1$ ) de acordo com: a) Resistência do concreto  $f_c$ ; b) Taxa de armadura longitudinal  $\rho_l$ ; c) Relação  $a_v/d_l$  e d) Altura útil  $d_l$



**Figura 16**

Nível de aproximação do modelo de punção da ABNT NBR 6118:2014 ( $\gamma_c = 1$ ) de acordo com sistema estático das lajes e a) tensão de cisalhamento no perímetro crítico e b) espessura das lajes

O mesmo comportamento entre tipologias de solicitação foi observado na Figura 16b, a qual ilustra o maior nível de dispersão dos resultados para cargas próximas de apoio simples (AS) e o menor nível de dispersão obtido nas lajes com continuidade no apoio (AC), mas desta vez de acordo com a espessura das lajes.

### 4.3 Resumo dos resultados

A Tabela 2 compara os resultados obtidos segundo as abordagens de resistência à força cortante em lajes unidirecionais e de verificação da resistência à punção disponíveis na ABNT NBR 6118:2014 [11] e Eurocode 2 [18]. Dentre os principais resultados, da Tabela 2 observa-se que a abordagem francesa ( $b_{eff2}$ ) e a consideração da redução da força cortante com  $\beta_{EC}$ , para cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio, aumenta significativamente o nível de precisão do modelo unidirecional de cálculo de resistência a força cortante, tanto no código europeu quanto no brasileiro, reduzindo o coeficiente de variação dos resultados de  $V_{exp}/V_{NBR}$  de 124,5% para 29,76% e

com o valor médio da relação  $V_{exp}/V_{NBR}$  passando de 2,00 para 1,02. Entretanto, é discutível o ganho de precisão do modelo uma vez que, devido à grande variabilidade em termos do coeficiente de variação, o modelo resultou em um elevado número de previsões inseguras da resistência (58%), ou seja, com relações  $V_{exp}/V_{calc,NBR} < 1$ . No código Europeu, comparativamente, embora o valor médio da relação  $V_{exp,red,EC}/V_{R,c,bef2}$  tenha sido 1,35, o percentual de falhas do modelo com previsões inseguras da resistência à força cortante foi menor (19%).

Da Tabela 2 observa-se ainda a diferença de resultados de acordo com o modelo de resistência à força cortante dependendo do modo de ruptura experimental dos elementos. Por exemplo, aplicando-se o modelo brasileiro de resistência à força cortante unidirecional aos elementos que falharam por punção obteve-se relação  $V_{exp,red}/V_{NBR,bef2}$  mais conservadora ( $\mu = 1,42$  e  $v = 26,57\%$ ) e com menor percentual de falhas do que aplicando-se este aos elementos que falharam como vigas largas ou lajes unidirecionais ( $\mu = 0,92$  e  $v = 20,29\%$ ).

**Tabela 2**

Resultados obtidos com as abordagens de lajes unidirecionais e bidirecionais segundo a ABNT NBR 6118:2014 [11] e Eurocode 2 [18]

	$\frac{V_{exp}}{V_{NBR,bef1}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{EC,bef1}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,bef1}}$	$\frac{V_{exp}}{V_{NBR,bef2}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{EC,bef2}}$	$\frac{V_{exp,red}}{V_{NBR,bef2}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{calc,NBR}}$	$\frac{\tau_{exp,red}}{\tau_{calc,NBR}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{calc,EC}}$	$\frac{\tau_{exp,red}}{\tau_{calc,EC}}$
<b>Punção (P)</b>										
$\mu$	5,13	3,32	2,54	2,64	1,82	1,42	2,50	1,30	1,75	1,06
$\sigma$	3,65	1,19	0,76	1,44	0,51	0,38	1,58	0,41	0,71	0,48
$v$	71,09%	35,74%	30,01%	54,61%	28,21%	26,57%	63,26%	31,42%	40,92%	45,13%
<b>Viga larga (wide beam - WB)</b>										
$\mu$	1,31	1,38	1,04	1,07	1,23	0,92	1,12	0,99	1,12	1,04
$\sigma$	1,64	0,56	0,40	0,76	0,27	0,19	0,79	0,38	0,47	0,44
$v$	125,8%	40,08%	38,25%	71,11%	22,09%	20,29%	69,91%	38,81%	41,87%	42,57%
<b>Todos</b>										
$\mu$	2,00	1,79	1,37	1,34	1,34	1,02	1,34	1,04	1,23	1,07
$\sigma$	2,50	1,05	0,79	1,06	0,40	0,30	1,06	0,39	0,56	0,45
$v$	124,5%	58,70%	57,72%	78,86%	29,76%	29,73%	79,08%	37,10%	45,20%	41,87%

Em relação aos modelos de resistência à punção, observou-se que a relação  $\tau_{exp}/\tau_{R,calc,NBR}$  apresentou diferenças significativas de resultados com a consideração ou não do coeficiente  $\beta_{EC}$ , sobretudo nos elementos que falharam efetivamente por punção. Nestes casos, o valor médio da relação  $\tau_{exp}/\tau_{R,calc,NBR}$  variou de 2,50 a 1,30 e o coeficiente de variação reduziu de 63,26% para 31,42%. Comparativamente, o modelo da norma europeia também melhorou a acurácia com a consideração do fator  $\beta_{EC}$ , mas o coeficiente de variação aumentou de 40,92% para 45,13% com  $\beta_{EC}$ . No caso dos elementos que falharam como vigas largas, embora a relação  $\tau_{exp}/\tau_{R,calc,NBR}$  tenha resultado próxima de 1 tanto com o modelo da norma brasileira quanto com o modelo europeu, o elevado coeficiente de variação e excesso de previsões de resistência contrárias à segurança indicaram que esta abordagem de verificação pode não ser a mais adequada.

## 5. Conclusões

O texto apresenta um estudo com enfoque na avaliação do nível de precisão da norma brasileira em relação às abordagens de resistência à força cortante no caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio, comparando ao final os resultados com os fornecidos pela norma europeia correspondente. Do exposto pode-se concluir que:

- A norma brasileira, na forma como disposta atualmente, apresenta níveis insatisfatórios de precisão em relação à previsão de resistência à força cortante para o caso de cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio com a abordagem de lajes ou elementos lineares ( $V_{exp}/V_{NBR,beff1}$  com  $\mu=2,00$  e  $v=124,5\%$  e  $V_{exp}/V_{NBR,beff2}$  com  $\mu=1,34$  e  $v=78,68\%$ );
- A consideração da redução da força cortante no caso de solicitações por cargas distribuídas em pequenas áreas próximas do apoio pelo fator  $\beta_{EC}$ , preconizado pelo código europeu e presente de forma semelhante no procedimento brasileiro para o caso de vigas, assim como a utilização do procedimento francês de definição da largura colaborante, resultam em melhor nível de precisão em termos da relação  $V_{exp}/V_{NBR}$  ( $\mu=1,02$  e  $v=29,73\%$ ). Entretanto, devido ao grande número de previsões inseguras de resistência (58% de  $V_{exp}/V_{calc}<1$ ) com este procedimento ainda é questionável sua incorporação na formulação preconizada pelo código brasileiro;
- Em relação ao modelo brasileiro de resistência à punção, observou-se que a consideração de redução da força cortante no caso de cargas próximas do apoio melhorou significativamente a acurácia e dispersão da relação  $\tau_{exp,red}/\tau_{calc}$ , independente do modo de falha dos experimentos. Entretanto, em virtude do coeficiente de variação ainda elevado (>35%) e do grande número de previsões inseguras de resistência, a verificação da resistência à punção no caso de cargas parcialmente distribuídas próximas do apoio pode não ser a mais adequada na possibilidade de falha como viga larga.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de

Pessoal de Nível Superior (Capes) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo fomento à pesquisa.

## 7. Referências bibliográficas

- [1] NATÁRIO, F., RUIZ, M. F., MUTTONI, A. Shear strength of RC slabs under concentrated loads near clamped linear supports. *Engineering structures*, 76, 2014, p. 10-23.
- [2] RUIZ, M.F, MUTTONI, A., SAGASETA, J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Engineering Structures*, v. 99, 2015, p. 360-372.
- [3] LANTSOGHT, E. O., VAN DER VEEN, C., WALRAVEN, J. C., DE BOER, A. Transition from one-way to two-way shear in slabs under concentrated loads. *Magazine of Concrete Research*, v.67, n.17, 2015, p. 909-922.
- [4] HUBER, P., KOLLEGGGER, J. (2015) Shear behavior of existing bridges without and with a minimum amount of shear reinforcement. In: *Concrete – Innovation and Design*, fib Symposium, Copenhagen, 2015.
- [5] LANTSOGHT, E. O. L., VAN DER VEEN, C., WALRAVEN, J., DE BOER, A. Recommendations for the shear assessment of reinforced concrete slab bridges from experiments. *Structural Engineering International*, v.23, n.4, 2013, p. 418-426.
- [6] LANTSOGHT, E. O., VAN DER VEEN, C., WALRAVEN, J., DE BOER, A. Experimental investigation on shear capacity of reinforced concrete slabs with plain bars and slabs on elastomeric bearings. *Engineering Structures*, v. 103, 2015, p. 1-14.
- [7] BUI, T. T., NANA, W. S. A., ABOURI, S., LIMAM, A., TEDOLDI, B., ROURE, T. Influence of uniaxial tension and compression on shear strength of concrete slabs without shear reinforcement under concentrated loads. *Construction and Building Materials*, v.146, 2017, p. 86-101.
- [8] NATÁRIO, F., RUIZ, M. F., MUTTONI, A. Experimental investigation on fatigue of concrete cantilever bridge deck slabs subjected to concentrated loads. *Engineering structures*, v.89, 2015, p.191-203.
- [9] REISSEN, K., HEGGER, J. Experimental investigations on the effective width for shear of single span bridge deck slabs. *Beton- und Stahlbetonbau*, v. 108, n. 2, 2013, p. 96-103 (in germany).
- [10] REISSEN, K., HEGGER, J. Experimental investigations on the shear-bearing behaviour of bridge deck cantilever slabs under wheel loads. *Beton- und Stahlbetonbau*, v. 108, 2013, p. 315-324 (in germany).
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [12] NANA, W. S. A., BUI, T. T., LIMAM, A., ABOURI, S. Experimental and numerical modelling of shear behaviour of full-scale RC slabs under concentrated loads. In *Structures*. v. 10, 2017, p. 96-116.
- [13] LANTSOGHT, E. O., VAN DER VEEN, C., WALRAVEN, J. C., DE BOER, A. Database of wide concrete members failing in shear. *Magazine of Concrete Research*, v. 67, n. 1, 2015, p. 33-52.

- [14] NORMCOMISSIE 351001 - NEN 6720 Technische Grondslagen voor Bouwvoorschriften, Voorschriften Beton TGB 1990–Constructieve Eisen en Rekenmethoden (VBC 1995), 1995.
- [15] FD P 18-717. Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Guide d'application des normes NF EN 1992, 2013.
- [16] fib. Model Code 2010: final draft. Lausanne International Federation Structure Concrete, 2012.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1980.
- [18] CEN. Eurocode 2 – Design of Concrete Structures: Part 1-1 General Rules and Rules for Buildings, NEN-EN 1992-1-1, Comité Européen de Normalisation, Brussels, Belgium, 2004, 229 p.
- [19] ACI Committee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-14), 2014.
- [20] YANG, Y, UIJL, J, WALRAVEN, J. Critical shear displacement theory: on the way to extending the scope of shear design and assessment for members without shear reinforcement. *Structural Concrete*, v. 17, n. 5, 2016, p. 790-798.
- [21] LEONHARDT, F., WALTHER, R. Shear tests on beams with and without shear reinforcement (in germany, Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung), *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 151, 1962, 83 p.
- [22] KANI, G. N. J. Basic Facts Concerning Shear Failure, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 63, N° 6, 1966, p. 675-692.
- [23] MUTTONI, A., FERNÁNDEZ RUIZ, M. Shear in slabs and beams: should they be treated in the same way?. *Fédération Internationale du Béton (fib) Bulletin*, N°57, 2010, p. 105-128.
- [24] REGAN, P.E. Shear Resistance of Concrete Slabs at Concentrated Loads Close to Supports. *Polytechnic of Central London*, London, UK, 1982, pp. 1–24.
- [25] SHERWOOD, E.G., LUBELL, A.S., BENTZ, E.C., COLLINS, M.P. One-way Shear Strength of Thick Slabs and Wide Beams, *ACI Structural Journal*, v. 103, n. 6, 2006, p.794-802.
- [26] VAZ RODRIGUES, R., MUTTONI, A., OLIVIER, O. Large Scale Tests on Bridge Slabs Cantilevers Subjected to Traffic Loads. In: *Proceedings of the 2nd international Congress, Fédération Internationale du Béton*, Naples, Italy, 2006, 10 p.
- [27] JÄGER, T. Shear strength and deformation capacity of reinforced concrete slabs. In: *Proceedings of the 4th International PhD Symposium in Civil Engineering*, Munich, Germany. *Fédération internationale du béton*, Lausanne, Switzerland, 2002, p. 280–286.
- [28] JÄGER, T. Experiments on the Shear and Deformation Capacity of Reinforced Concrete Slabs. *Monograph*, ETH Zurich, Zurich, Switzerland (in German), 2005.
- [29] JÄGER, T. Shear and Deformation Capacity of Reinforced Concrete Slabs. *PhD thesis*, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2007 (in germany).
- [30] GRAF, O. Experiments on the capacity of concrete slabs subjected to concentrated loads close to a support. *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, v. 73, 1933, p. 10–16 (in germany).
- [31] RICHART, F.E., KLUGE, R.W. Tests of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Concentrated Loads: A Report of an Investigation. *Engineering Experiment Station*, University of Illinois, Urbana, IL, USA, *Bulletin* 314, 1939.
- [32] DIAZ DE COSSIO, R et al. Shear and diagonal tension – discussion. *ACI Journal Proceedings*, v. 59, n.11, 1962, p. 1323–1339.
- [33] RAJAGOPALAN, K.S., FERGUSON, P.M. Exploratory shear tests emphasizing percentage of longitudinal steel. *ACI Journal Proceedings*, v. 65, n.8, 1968, p. 634–638.
- [34] ASTER, H., KOCH, R. Shear capacity of deep concrete slabs. *Beton- und Stahlbetonbau*, v. 69, n. 11, 1974, p. 266–270 (in germany).
- [35] HEGER, F.J., MCGRATH, T.J. Design Method for Reinforced Concrete Pipe and Box Sections. *Simpson Gumpertz & Heger*, Cambridge, MA and San Francisco, CA, USA, 1980.
- [36] CULLINGTON, D.W., DALY, A.F., HILL, M.E. Assessment of reinforced concrete bridges: collapse tests on Thurloxton underpass. *Bridge Management*, v. 3, 1996, p. 667–674.
- [37] COIN, A., THONIER, H. Experiments on shear in reinforced concrete slabs (Essais sur le cisaillement des dalles en beton arme). *Annales du batiment et des travaux publics*, 2007, p. 7-16. (in french).
- [38] OLONISAKIN A.A., ALEXANDER, S.D.B. Mechanism of shear transfer in a reinforced concrete beam. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 26, n. 6, 1999, p. 810–817.
- [39] ROMBACH, G., LATTE, S. Shear resistance of bridge decks without shear reinforcement. In: *Proceedings of the International fib Symposium*, 2008, p. 519-525.
- [40] ROMBACH, G., LATTE, S. Shear resistance of bridge decks without transverse reinforcement. *Beton-und Stahlbetonbau*, v.104, n.10, 2009, p. 642-656 (in germany).
- [41] BAŽANT, Z.P., KIM, J.K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. *Journal of the American Concrete Institute*, v. 81, n.5, 1984, p. 456–468.