

# Experimental study on precast beam-column connections with continuity reinforcement for negative bending moments

## Análise experimental de ligações viga-pilar pré-moldadas com armadura de continuidade para momentos fletores negativos



G. M. S. ALVA<sup>a</sup>  
[alva\\_gerson@yahoo.com.br](mailto:alva_gerson@yahoo.com.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-2528-5757>

M. M. S. LACERDA<sup>a</sup>  
[maiza\\_mz@hotmail.com](mailto:maiza_mz@hotmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0001-5693-971X>

T. J. SILVA<sup>a</sup>  
[tjsilva@gmail.com](mailto:tjsilva@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-2862-0645>

### Abstract

In this paper, an experimental investigation is presented on semi-rigid interior beam-to-column connections constituted by precast concrete beams supported on precast concrete column corbels and bending continuity reinforcement bars for bending negative moments. The main purpose of this paper was to analyze the influence of vertical interface grout filling between the corbel and the beam and the position of the bending continuity reinforcement bars (crossing only the column or crossing only the slab) on the behavior of this type of connection. Tests on eight specimens were performed. It was noticed that the vertical interface grout filling contributed to increase both rotational flexural stiffness and flexural strength capacity of the connections when compared to the connections without grout filling. It was also noticed that in the specimens in which the continuity bars crossed only the column, the rotational flexural stiffness was higher. For these last ones, coefficients  $k$  and  $\beta$  for predicting the secant stiffness by simplified expression present in Brazilian Code NBR 9062 were evaluate from experimental results. These evaluated coefficients may be regarded as indicative values for structural designers and helpful for future researches.

**Keywords:** precast concrete structures, precast beam-column connections, semirigid connections, structural analysis.

### Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo experimental de ligação viga-pilar semirrígida de pilar intermediário constituída de vigas de concreto pré-moldadas apoiadas em consolos de concreto pré-moldado, com presença de armaduras de continuidade resistentes ao momento fletor negativo. O presente trabalho teve como objetivo principal verificar a influência do preenchimento de graute na interface vertical entre o consolo e a viga e a posição da armadura de continuidade (passante somente no pilar e passante somente nas lajes). Foram ensaiados no total oito protótipos. Verificou-se que o preenchimento de graute na interface vertical consolo-viga contribuiu para aumentar tanto a rigidez e quanto a resistência da ligação à flexão quando à comparada a ligação sem o preenchimento desse graute. Verificou-se também que nos protótipos em que as armaduras de continuidade passaram somente no pilar a rigidez à flexão da ligação foi maior. Para estas tipologias de ligação, foram obtidos, a partir dos resultados experimentais, os coeficientes  $k$  e  $\beta$  presentes na expressão simplificada da NBR 9062 para o cálculo da rigidez secante. Os valores calculados para esses coeficientes podem servir de valores indicativos e orientativos para projetistas estruturais e para futuras pesquisas.

**Palavras-chave:** estruturas de concreto pré-moldado, ligações viga-pilar pré-moldadas, ligações semirrígidas, análise estrutural.

<sup>a</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, Uberlândia, MG, Brasil.

## 1. Introdução

O estudo das ligações entre os elementos estruturais de concreto pré-moldado possui grande importância para o desenvolvimento e execução de projetos, uma vez que o desempenho do sistema estrutural em concreto pré-moldado está diretamente relacionado ao desempenho de suas ligações, afetando tanto o comportamento local dos elementos adjacentes quanto o comportamento global da estrutura.

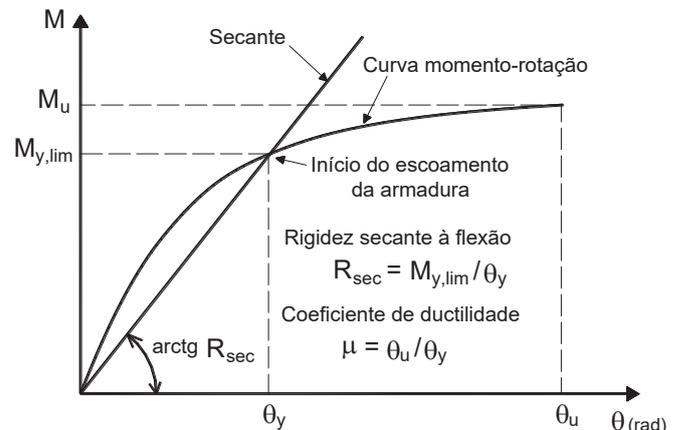
Nos sistemas estruturais reticulados com elementos pré-moldados, as ligações viga-pilar submetidas à flexão são classificadas como ligações rígidas, semirrígidas ou articuladas, em função do momento fletor mobilizado nas mesmas e transferido aos elementos estruturais. A classificação e a quantificação da rigidez rotacional ao momento fletor nas ligações viga-pilar são importantes para a análise estrutural e dimensionamento da estrutura.

Nos códigos normativos em geral, a classificação das ligações depende do conhecimento da rigidez rotacional, a qual depende das características da tipologia da ligação. Em geral, a obtenção da rigidez rotacional deve ser feita com base em resultados experimentais ou por meio de modelos analíticos, os quais necessitam de ser calibrados ou validados experimentalmente.

Nas últimas três décadas, encontraram-se pesquisas experimentais no âmbito internacional acerca de diferentes tipos de ligações viga-pilar [1-14], cujas tipologias analisadas foram escolhidas principalmente em função da preocupação com o comportamento frente às ações sísmicas.

No âmbito nacional, as pesquisas envolvendo ligações semirrígidas tiveram início há pouco mais de duas décadas [15-25]. Nas pesquisas de Miotto [17], Souza [18], Baldissera [19], Kataoka [20] e Hada-de [25] encontram-se resultados experimentais de ligações viga-pilar com armadura de continuidade negativa para o momento fletor.

Dentro do contexto do presente trabalho, é oportuno destacar os ensaios das ligações de Miotto [17], em que as vigas pré-moldadas (em dente gerber) foram apoiadas em consolo de concreto e fixadas por meio de chumbadores no mesmo. Nessas ligações não houve preenchimento com graute entre a interface do consolo e a face inferior vertical da viga. Metade da armadura de continuidade foi disposta atravessando pilar e a outra metade disposta na laje. Por sua vez, Kataoka [20] ensaiou também dois tipos de ligações viga-pilar com apoio das vigas pré-moldadas em consolo de concreto. Em uma li-

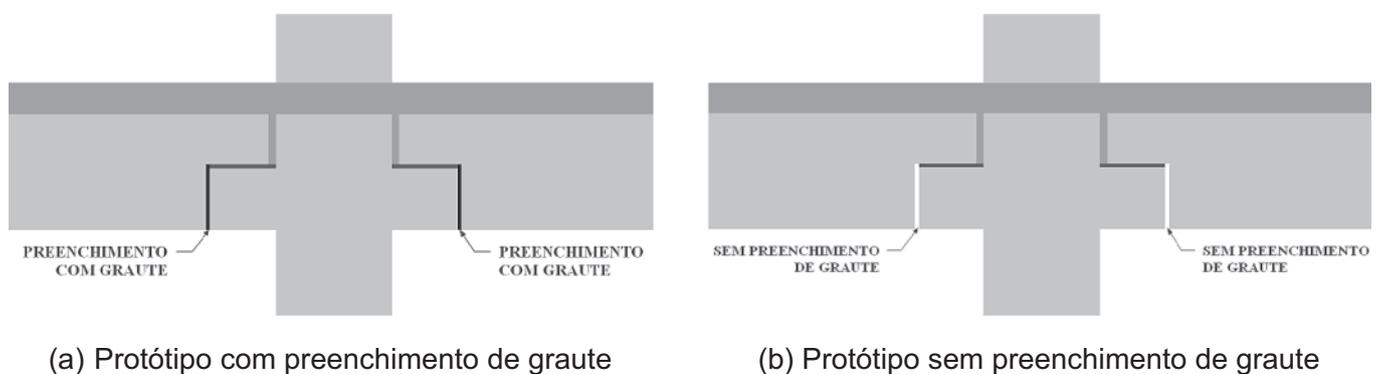


**Figura 1**  
Curva momento-rotação de uma ligação viga-pilar: NBR 9062 [27]

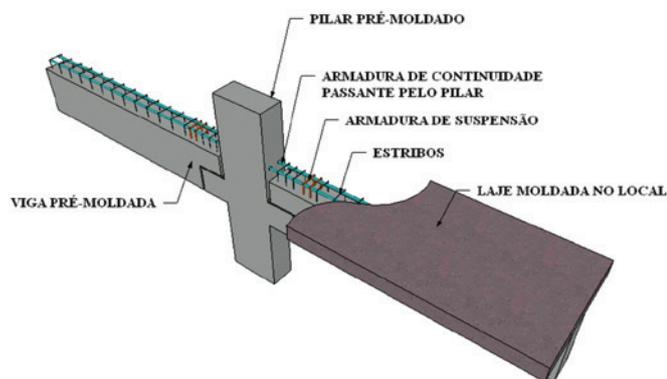
gação a armadura de continuidade foi totalmente colocada atravessando o pilar; na outra ligação metade da armadura de continuidade atravessou o pilar e a metade restante foi distribuída na laje.

O presente trabalho apresenta resultados de estudos experimentais conduzidos por Lacerda [26] sobre o comportamento de quatro tipologias de ligações viga-pilar pré-moldadas que podem ser utilizadas na execução de estruturas com mais de um pavimento, como construções de fábricas, indústrias e também em edifícios comerciais e residenciais. As tipologias de ligações viga-pilar investigadas são resistentes a momentos fletores negativos e são compostas por armadura de continuidade, por viga-pré-moldada apoiada em consolo de pilar pré-moldado e fixa por meio de chumbador e por preenchimento de graute na interface viga e pilar.

O objetivo central da investigação de Lacerda [26] consistiu na avaliação do comportamento das ligações em função do preenchimento ou não com graute da interface inferior entre a viga e o consolo e em função da posição da armadura de continuidade (passante somente no pilar ou somente na laje). Para avaliar a rigidez à flexão negativa das ligações, foi necessária a obtenção experimental das curvas momento-rotação e da rigidez secante das ligações estudadas.



**Figura 2**  
Preenchimento de graute na interface vertical entre o consolo e a viga



**Figura 3**  
Protótipos com armadura de continuidade passante pelo pilar (PC e PS)

A ABNT NBR 9062 [27] apresenta expressão simplificada para a obtenção da rigidez secante  $R_{sec}$  (Figura 1) para seis tipologias de ligação. A obtenção da rigidez secante ao momento fletor permite a consideração da deformabilidade das ligações viga-pilar em análises lineares simplificadas, tornando possível a obtenção de esforços solicitantes e deslocamentos no sistema estrutural. Entretanto, cabe destacar que a expressão indicada na NBR 9062 [27] para a obtenção da rigidez secante não contempla os tipos de ligações investigados neste trabalho. Dessa forma, como contribuição adicional deste trabalho, foram obtidos (para duas tipologias de ligação) os coeficientes  $k$  e  $\beta$  presentes na expressão simplificada da NBR 9062 [27] para o cálculo da rigidez secante, a partir dos resultados experimentais obtidos por Lacerda [26].

## 2. Programa experimental

### 2.1 Características das ligações viga-pilar

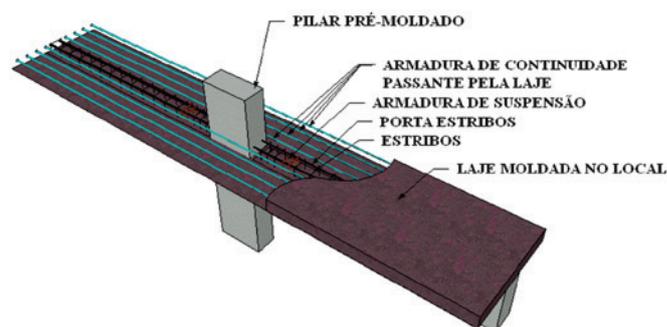
O programa experimental foi realizado por Lacerda [26] e consistiu na investigação de ligações pré-moldadas viga-pilar interno submetidas a momento fletor negativo. Os principais objetivos do programa experimental consistiram na verificação da influência de duas variáveis:

- O preenchimento com graute na interface vertical entre o consolo e a viga (Figura 2);
- A posição da armadura de continuidade, passante somente pelo pilar ou passante somente pela laje (Figuras 3 e 4).

**Tabela 1**  
Nomenclatura dos protótipos ensaiados

Protótipo	Armadura de continuidade	Variável		Quantidade
		Preenchimento com graute		
PS	Passante pelo pilar	Sem		2
PC	Passante pelo pilar	Com		2
LS	Passante pela laje	Sem		2
LC	Passante pela laje	Com		2

PS - Protótipo sem preenchimento de graute; PC - Protótipo com preenchimento de graute; LS - Protótipo sem preenchimento de graute; LC - Protótipo com preenchimento de graute



**Figura 4**  
Protótipos com armadura de continuidade passante pela laje (LC e LS)

Para isso foram ensaiadas quatro variações de protótipos (dois para cada variação). Dessa forma, foram ensaiadas um total de oito protótipos. Na Tabela 1 apresenta-se a nomenclatura empregada para os protótipos.

Na Figura 3 ilustram-se as ligações em que as armaduras de continuidade passam somente pelo pilar (PC e PS) e na Figura 4, as ligações em que as armaduras de continuidade passam somente pela laje (LC e LS). Para todos os protótipos, a área total de armadura de continuidade foi a mesma ( $4,02\text{cm}^2$ ).

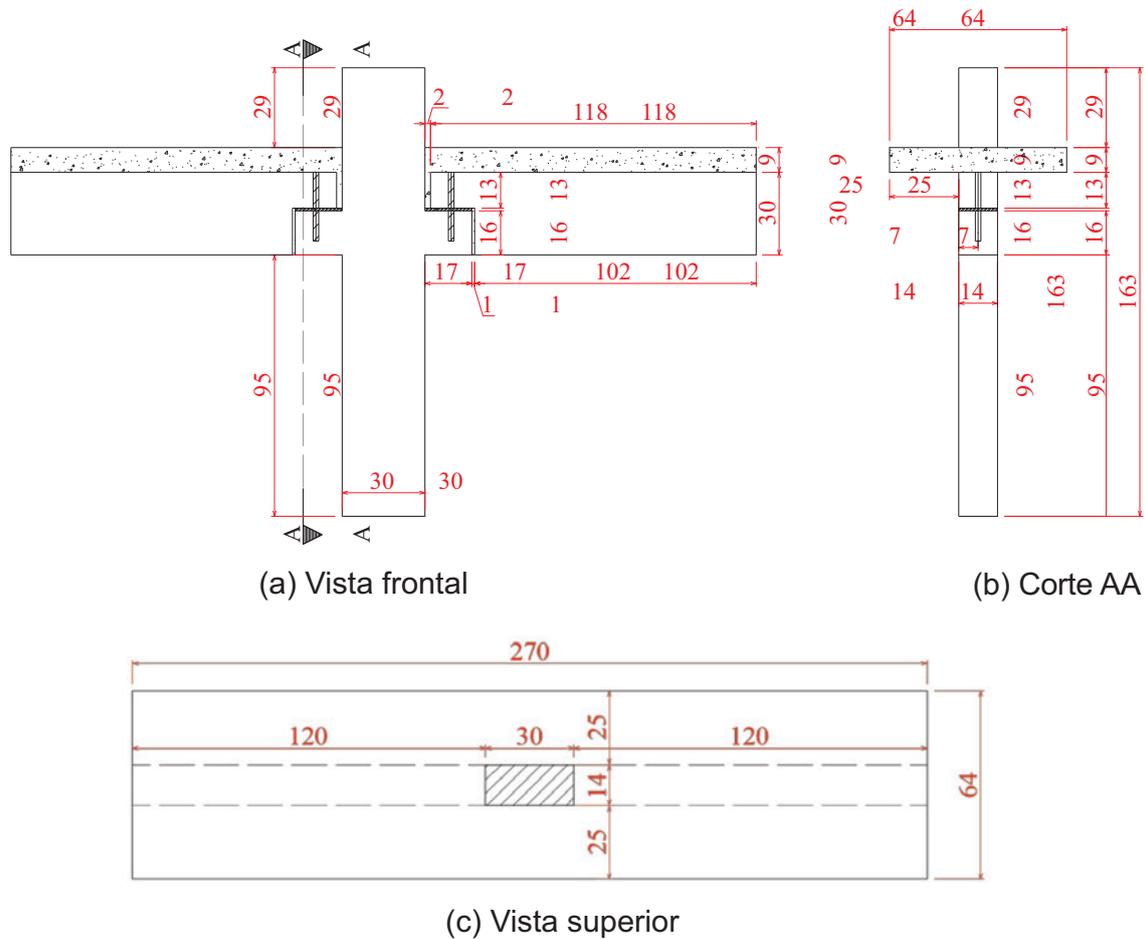
Conforme ilustrado nas Figuras 3 e 4, cada protótipo é composto por um pilar pré-moldado, duas vigas pré-moldadas em balanço apoiadas sobre graute aplicado em consolo de concreto e a presença de chumbador. Os protótipos também apresentam laje maciça de concreto moldado no local, preenchimento de graute na interface entre o pilar e a viga, armadura de continuidade e o preenchimento ou não de graute na interface vertical entre o consolo e a viga.

As características geométricas de todos os protótipos e os detalhes do posicionamento do chumbador estão apresentados, respectivamente, nas Figuras 5 e 6.

O detalhamento das armaduras dos pilares, do consolo, das vigas e das lajes estão indicados nas Figuras 7 a 11.

### 2.2 Propriedades mecânicas dos materiais

Para a confecção das vigas e pilares pré-moldados foi especificada uma resistência de 40 MPa para o concreto. Já para o concreto da laje moldada no local, foi especificada uma resistência de 25 MPa. Foram utilizadas como armadura de continuidade 2 barras de 16



**Figura 5**  
Características geométricas dos protótipos (medidas em cm)

mm de aço CA50, totalizando uma área de 4,02 cm<sup>2</sup> em cada protótipo. Essa armadura foi solidarizada juntamente com a concretagem da laje, provendo a resistência à flexão negativa para a ligação. Nos consolos e nas vigas foram deixados furos para fixação dos chumbadores (aço CA60 e 9,5 mm de diâmetro). Posteriormente esses furos foram preenchidos com graute. Para o preenchimento

de graute na interface vertical (entre consolo e viga: protótipos PC e LC) foi especificado graute auto adensável com retração compensada, de resistência à compressão de 40 MPa.

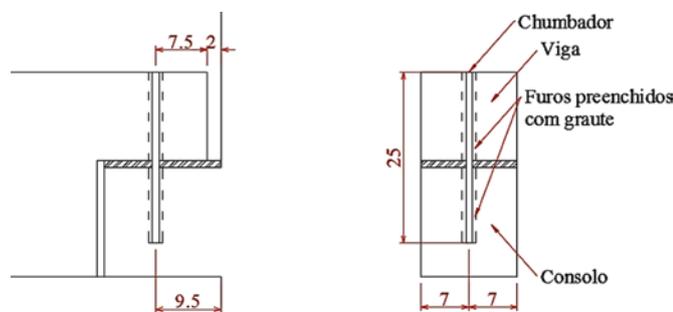
Ensaio em corpos de prova cilíndricos (100 mm x 200 mm) foram realizados para a obtenção da resistência à compressão do concreto e do graute, de acordo com a normalização brasileira. A resistência à compressão do concreto foi de 48 MPa para as vigas e os pilares pré-moldados e de 35 MPa para as lajes maciças. A resistência à compressão do graute foi de 50 MPa. A resistência ao escoamento e a resistência à tração (ruptura) do aço das armaduras de continuidade foram aproximadamente de 600 MPa e 730 MPa, respectivamente.

### 2.3 Montagem dos protótipos

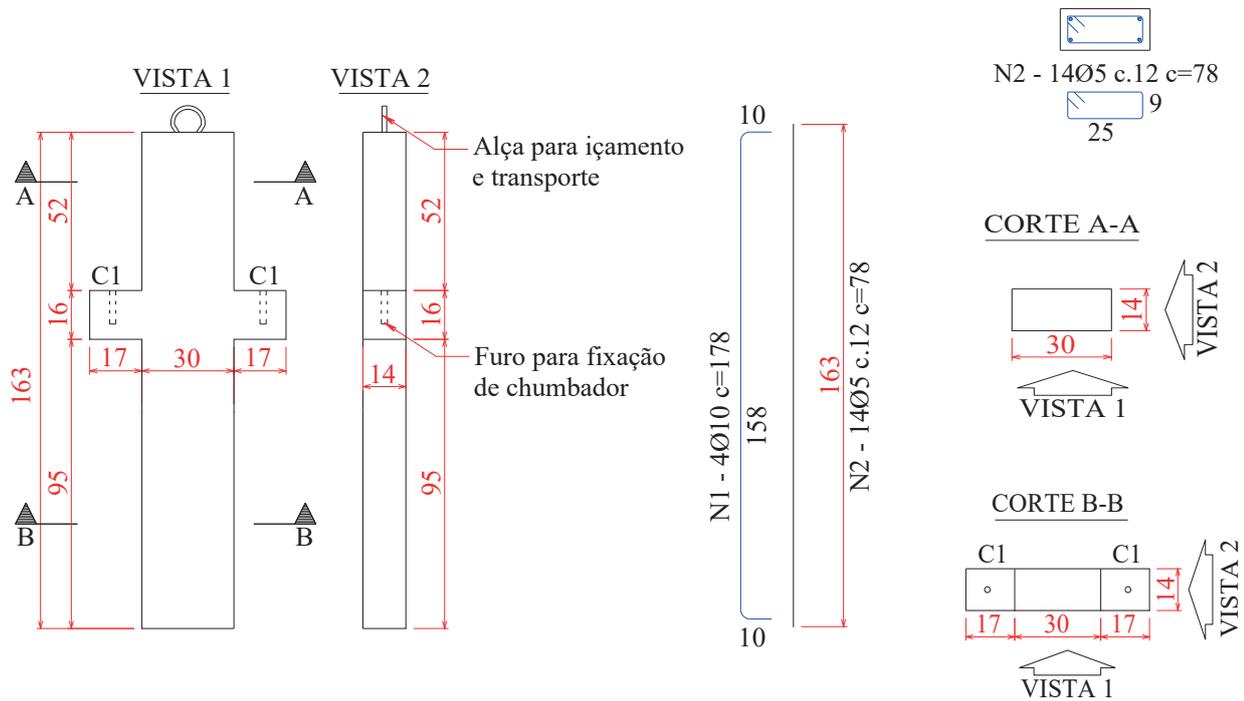
Para montagem dos protótipos utilizou-se um sistema de cimbramento de torres metálicas, que possibilitou o posicionamento e nivelamento dos elementos pré-moldados, e serviu de suporte para as fôrmas das lajes maciças.

A sequência de procedimentos para a montagem dos protótipos foi a seguinte:

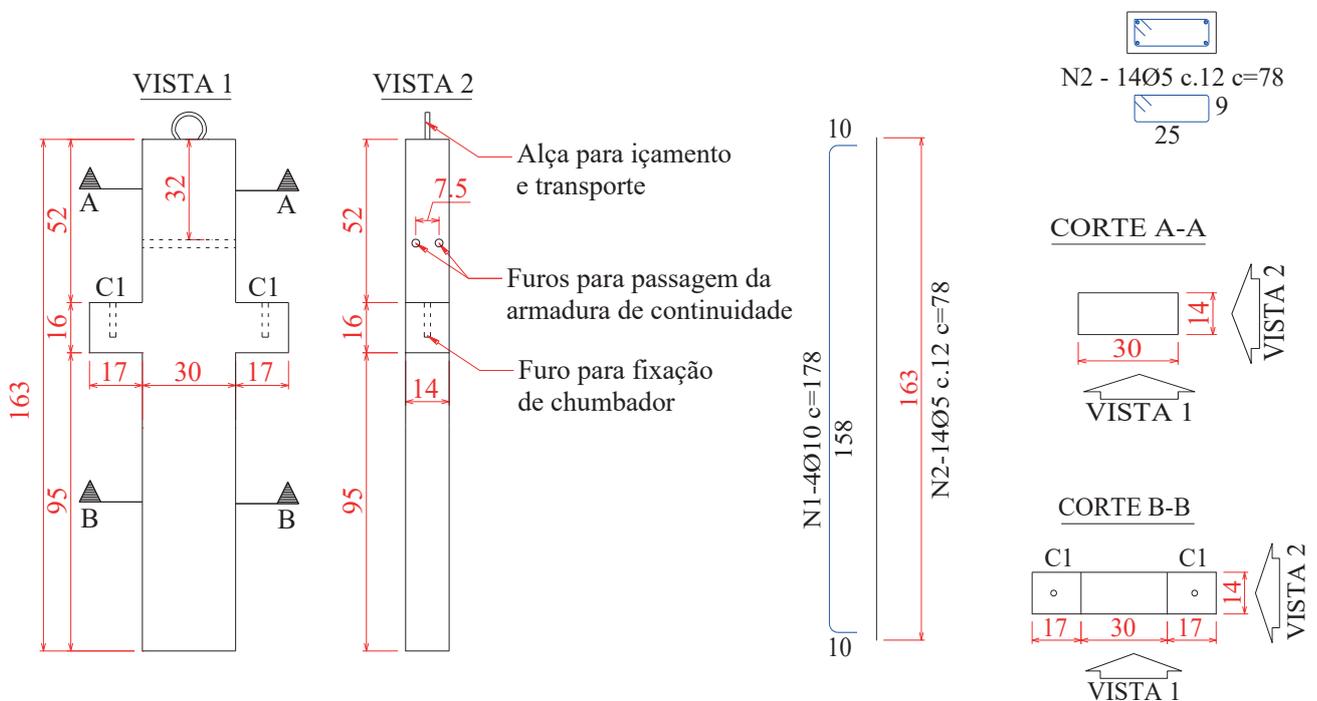
- 1 – Posicionamento dos pilares;



**Figura 6**  
Detalhes do posicionamento do chumbador (medidas em cm)



a) Protótipos LS e LC



b) Protótipos PS e PC

**Figura 7**  
 Detalhamento dos pilares dos protótipos (medidas de comprimento em cm)

- 2 – Colocação dos chumbadores e preenchimento dos furos dos consolos com graute;
- 3 – Colocação de graute sobre o consolo;
- 4 – Assentamento das vigas sobre os consolos;
- 5 – Grauteamento da interface vertical entre o consolo e a viga nos protótipos PC e LC;
- 6 – Execução das fôrmas das lajes;
- 7 – Grauteamento dos espaços entre as vigas e o pilar;
- 8 – Colocação da armadura de continuidade e das armaduras das lajes;
- 9 – Preenchimento dos furos dos pilares com graute (armadura de continuidade);
- 10 – Concretagem das lajes.

A Figura 12 ilustra o procedimento de içamento dos pilares e das vigas e como foram executados a instalação dos chumbadores e a almofada de apoio das vigas. A Figura 13 ilustra como foram realizadas a união entre viga e pilar, o grauteamento vertical da face inferior da viga com consolo do pilar (nos protótipos PC e LC), além de ilustrar o detalhe da armadura de continuidade passante no pilar (nos protótipos PC).

#### 2.4 Procedimento de ensaio

Para a geração de momentos negativos nas ligações, utilizou-se um atuador de força com capacidade nominal de 500 kN. O atuador aplicou na base do pilar forças ( $F$ ) crescentes para cima (conforme Figura 14). Por meio da estrutura de reação (Figura 15), forças ( $F/2$ ) foram aplicadas nas extremidades de cada viga.

O pilar foi apoiado sobre uma chapa metálica acima do atuador, para distribuição da carga na seção transversal do mesmo. Para conferir estabilidade aos protótipos durante o ensaio, foram

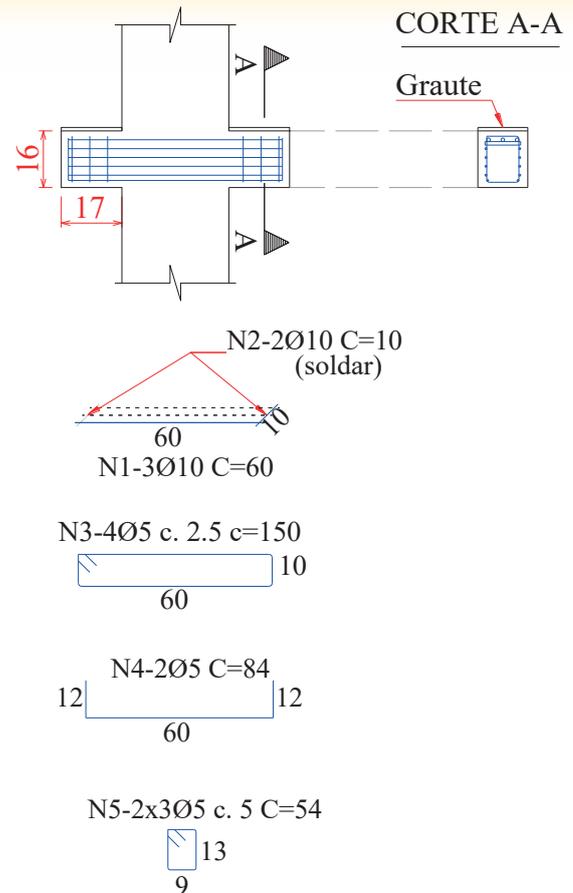


Figura 8  
Detalhamento dos consolos de todos os protótipos (medidas de comprimento em cm)

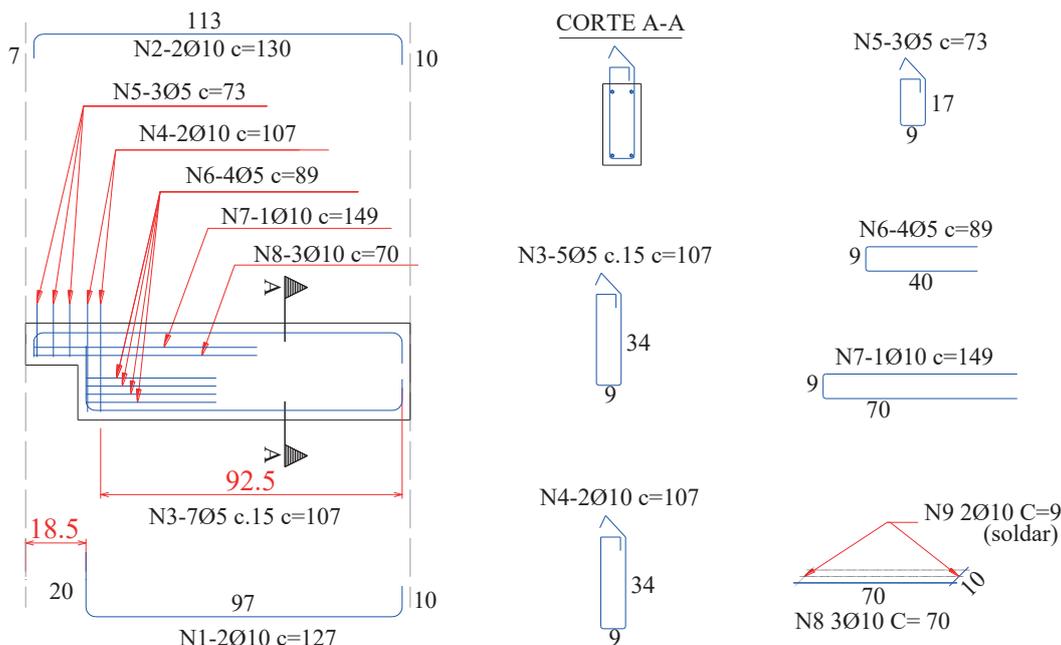
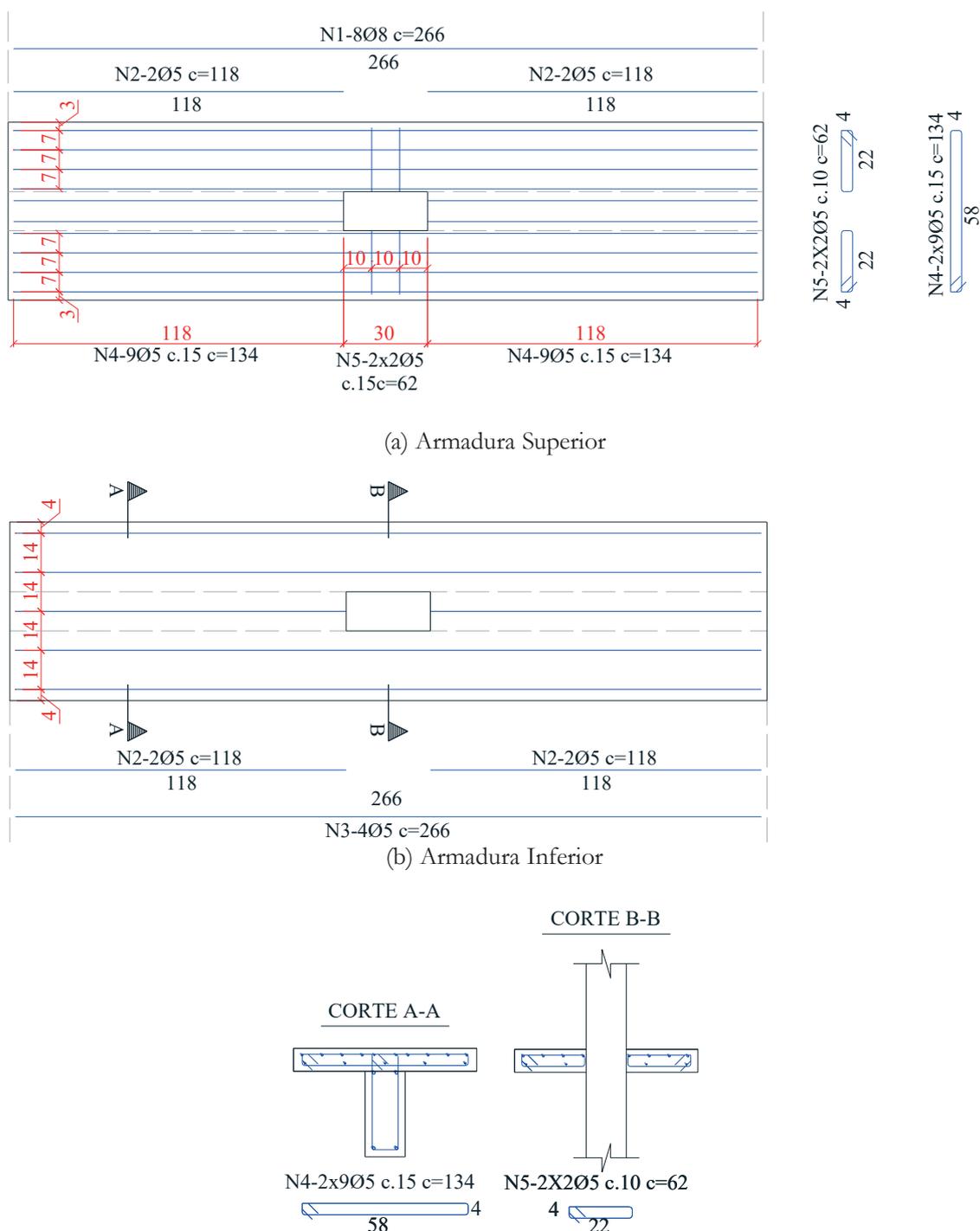


Figura 9  
Detalhamento das vigas de todos os protótipos (medidas de comprimento em cm)

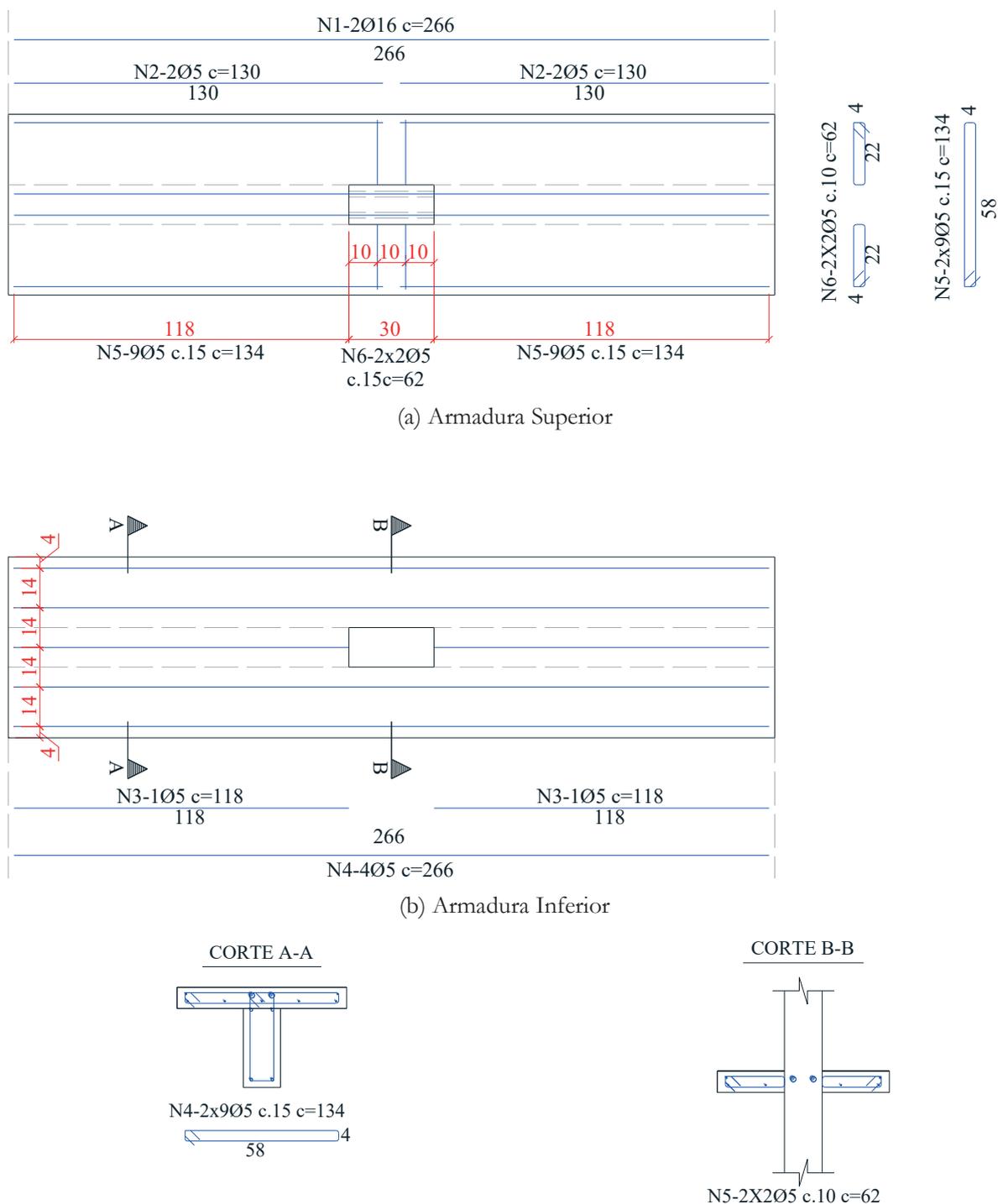
utilizadas guias de madeira fixas aos pilares do pórtico de reação. Para a distribuição linear da carga nas extremidades da laje, foram posicionados perfis metálicos sobre faixas de elastômero centralizadas nos pontos de aplicação das cargas, que ficou à 1,07 m das faces laterais do pilar. Acima de cada perfil havia uma chapa,

dispositivos metálicos (para aumentar a distância disponível entre o topo do pilar e estrutura de reação) e a célula de carga para captura da força de reação nas extremidades das vigas. A Figura 15 ilustra o esquema de ensaio válido para todos os protótipos.

Transdutores de deslocamentos (LVDTs) foram utilizados



**Figura 10**  
Detalhamento da laje dos protótipos LC e LS (medidas de comprimento em cm)



**Figura 11**  
 Detalhamento da laje dos protótipos PC e PS (medidas de comprimento em cm)



(a) Içamento dos pilares (b) Içamento das vigas (c) Fôrma para almofada de apoio (d) Execução da almofada de apoio

**Figura 12**

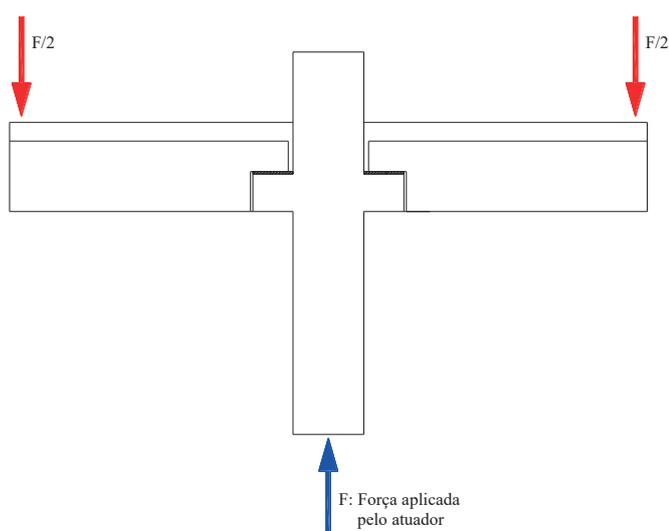
Içamento dos elementos, chumbador vertical e almofada de apoio para as vigas



(a) Beams on corbels (b) Vertical grouting procedure (c) Continuity reinforcement

**Figura 13**

Fixação entre viga e pilar, grauteamento vertical (PC e LC) e armadura de continuidade passando pelo pilar (PC)



**Figura 14**

Sentido das forças atuantes nos protótipos durante o ensaio

para: i) a obtenção dos deslocamentos verticais nas vigas no ponto de aplicação da força; ii) para determinar a rotação relativa entre viga e pilar (em ambos os lados do pilar); iii) para monitorar a zona de ligação entre viga e pilar. A Figura 16 indica a posição dos transdutores de deslocamentos nos protótipos. A Figura 17 apresenta uma vista geral dos dispositivos utilizados no ensaio.

### 3. Análise dos resultados experimentais

#### 3.1 Fissuração

A fissuração em todos os protótipos concentrou-se na laje moldada no local. As Figuras 18 e 19 apresentam a configuração das fissuras nas lajes das ligações ensaiadas. Nota-se que a distribuição das mesmas é aproximadamente simétrica e paralela à menor face do pilar. Em todos os protótipos ocorreram fissuras nas interfaces pilar-laje, principalmente no sentido de menor direção do pilar.

Nos protótipos com armadura de continuidade passante na laje (LC e LS) observou-se que ocorreu uma maior distribuição da fissuração (fissuras menos espaçadas) no decorrer do carregamento

**Tabela 2**

Forças máximas aplicadas e momento último (resistente) das ligações

Protótipo	F/2 (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)
LC1	115,77	123,87
LC2	115,68	123,78
LS1	75,96	81,28
LS2	92,07	98,51
PC1	105,13	112,49
PC2	111,93	119,77
PS1	81,96	87,70
PS2	77,56	82,99

em relação aos protótipos com armadura passante no pilar (PC e PS), conforme se observa nas Figuras 18 e 19. Este fato está relacionado com os diferentes diâmetros das barras da armadura de continuidade empregados nos protótipos, uma vez que o diâmetro de uma barra de aço tracionada exerce influência no espaçamento entre as fissuras de flexão.

### 3.2 Resistência ao momento fletor

Na Tabela 2 são apresentados os valores máximos das forças aplicadas nas extremidades das vigas (F/2) pela estrutura de reação. A partir dessas forças e sabendo que a distância entre o ponto de aplicação das forças e a face do pilar é de 1,07 m, obteve-se o momento último (resistente) dos protótipos.

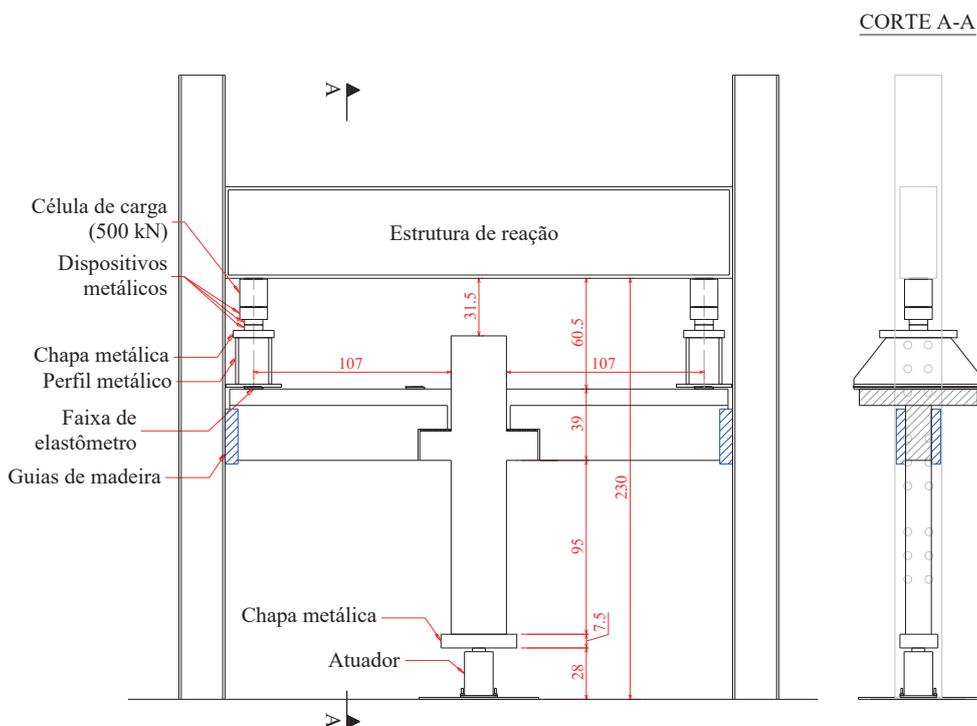
Com base na Tabela 2, percebe-se que o preenchimento de graute na interface vertical entre o consolo e a viga conduziu a um aumento de cerca de 38% na resistência ao momento fletor entre os protótipos LC e LS e cerca de 36% entre os protótipos PC e PS. A principal contribuição atribuída para esse acréscimo de resistência foi o maior braço de alavanca entre as resultantes de tração e de compressão na seção de momento negativo dos protótipos LC e PC em relação aos protótipos LS e PS.

Ainda com base na Tabela 2, percebe-se a posição da armadura de continuidade (passando somente na laje ou somente no pilar) não conduziu a diferenças relevantes. Os momentos máximos alcançados nos protótipos LC foram cerca de 6,6% maiores que os alcançados nos protótipos PC. De forma similar, os protótipos LS

**Tabela 3**

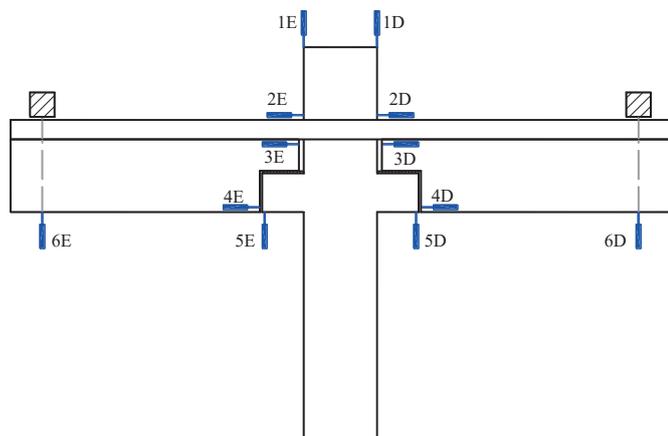
Obtenção experimental da rigidez secante ao momento fletor das ligações

Ligação	M <sub>y</sub> (kN.m)	θ <sub>y</sub> (rad)	Rigidez secante (kN.m/rad)	Rigidez secante média (kN.m/rad)
LC1	106,65	0,0042969	24820	25525
LC2	106,62	0,0040647	26231	
LS1	55,517	0,017937	3095	3956
LS2	73,102	0,015178	4816	
PC1	105,51	0,0032868	32101	32256
PC2	110,99	0,0034244	32412	
PS1	72,957	0,013449	5425	6823
PS2	74,269	0,0090347	8220	



**Figura 15**

Esquema de ensaio e estrutura de reação



**Figura 16**  
Posicionamento dos LVDTs nos protótipos

alcançaram momentos resistentes 5,3% maiores que os alcançados pelos protótipos PS.

### 3.3 Determinação da curva momento-rotação

Os momentos fletores nas ligações foram determinados por meio da Equação 1. As rotações relativas foram calculadas com a Equação 2, utilizando-se as leituras dos transdutores de deslocamentos (LVDTs) posicionados na região da ligação (Figura 20).

$$M = \frac{F}{2} \times L \quad (1)$$

$$\theta = \frac{\text{média}(2E/2D) + \text{média}(4E/4D)}{390} \quad (2)$$

onde

F é a força aplicada pelo atuador;

L é a distância entre o ponto de aplicação da carga e a face do pilar (1,07 m);

M é o momento fletor atuante na ligação;

$\theta$  é a rotação relativa entre o pilar e a viga-laje;

2E, 2D, 4E e 4D são as leituras (em mm) dos LVDTs indicados na Figura 20.



**Figura 17**  
Vista frontal: dispositivos de medição de deformações, deslocamentos e forças

As Figuras 21 a 24 contêm as curvas experimentais momento-rotação das ligações obtidas com as Equações 1 e 2. A partir dessas curvas foram extraídos os parâmetros necessários ao cálculo da rigidez secante ao momento fletor ( $R_{sec}$ ), cujos valores são apresentados na Tabela 3.

Na Tabela 3:

$M_y$  é o momento de início de escoamento da armadura de continuidade;  
 $\theta_y$  é a rotação relativa no início de escoamento da armadura de continuidade.

Os resultados da Tabela 3 indicam que o preenchimento de graute na interface vertical entre o consolo e a viga contribuiu para o aumento da rigidez à flexão das ligações. A rigidez secante média dos protótipos LC foi cerca de 6,5 vezes maior que a rigidez secante média dos protótipos LS. Por sua vez, a rigidez secante média dos protótipos PC foi cerca de 4,7 vezes maior que a rigidez secante média dos protótipos PS.

Com relação à posição da armadura de continuidade, os protótipos nos quais essa armadura foi passante somente no pilar apresentaram rigidez à flexão maior que os protótipos onde a armadura de continuidade foi passante apenas nas lajes. A rigidez



(a) LC1 – frente/esquerda



(b) LC1 – frente/direita

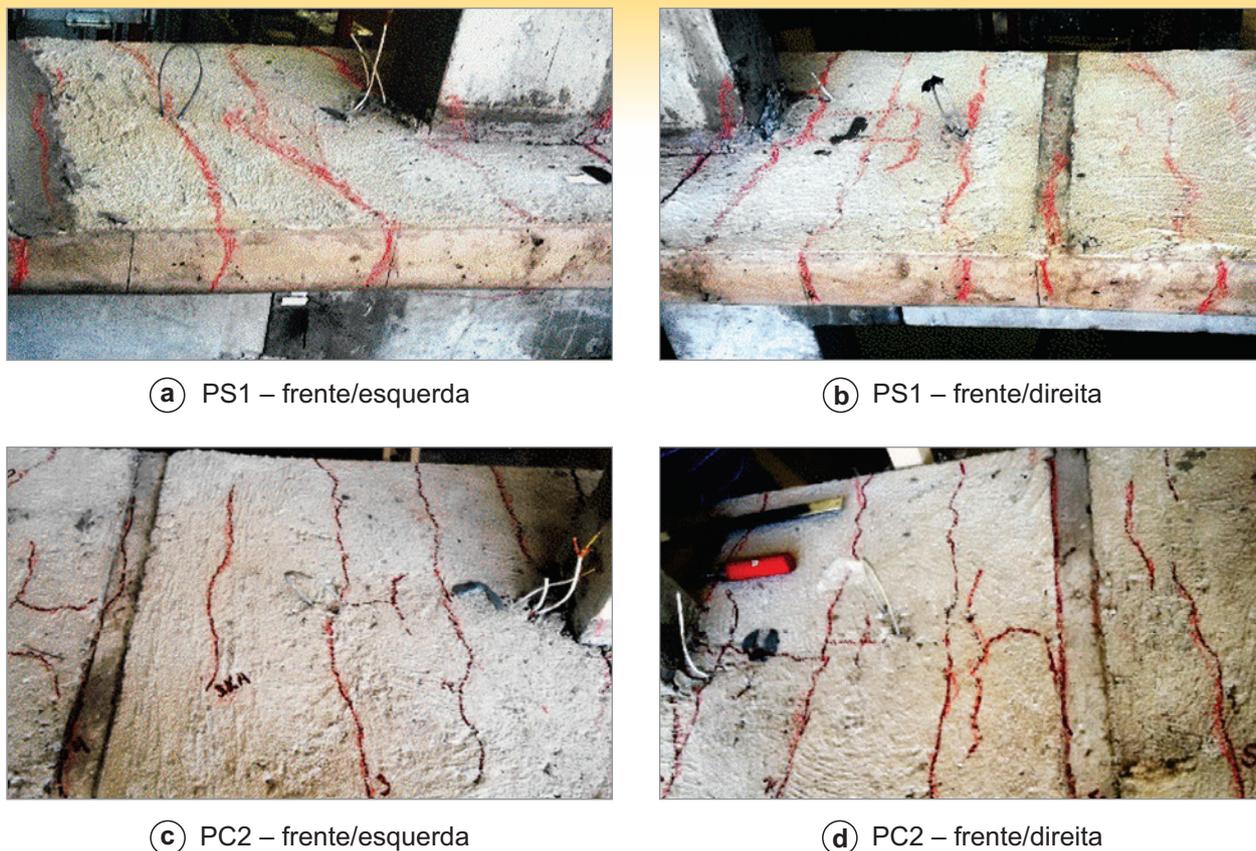


(c) LS2 – frente/esquerda



(d) LS2 – frente/direita

**Figura 18**  
Fissuração dos protótipos LC e LS



**Figura 19**  
Fissuração dos protótipos PS e PC

secante média dos protótipos PC foi cerca de 26,3% maior que a rigidez secante média dos protótipos LC. Por sua vez, a rigidez secante média dos protótipos PS foi cerca de 72,5% maior que a rigidez secante média dos protótipos LS.

### 3.4 Comparação da rigidez secante experimental com a expressão proposta pela NBR 9062 [27]

A atualizada norma de projeto de estruturas de concreto pré-moldado – NBR 9062 [27] – apresenta uma expressão simplificada para o cálculo da rigidez secante ao momento fletor em ligações viga-pilar com armadura de continuidade em região de momento negativo, conforme a Equação 3:

$$R_{sec} = k \frac{A_s E_s d^2}{L_{ed}} = k \frac{A_s E_s d^2}{\beta \phi + L_a} \quad (3)$$

onde

$A_s$  é a área da armadura de continuidade;

$E_s$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço;

$d$  é a altura útil da seção resistente;

$L_{ed}$  é o comprimento efetivo de deformação por alongamento da armadura de continuidade;

$\phi$  é o diâmetro das barras da armadura de continuidade;

$L_a$  é a distância da face do pilar até o centro de rotação no consolo;

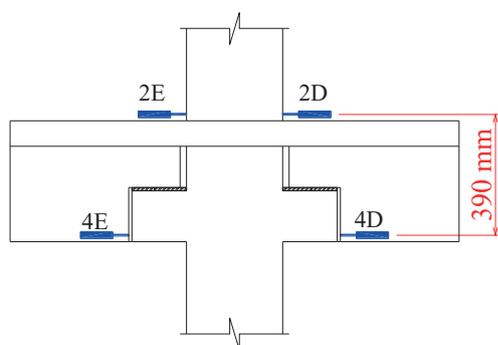
$k$  é um coeficiente de ajustamento da rigidez secante e  $\beta$  é um coeficiente adimensional. Ambos os coeficientes dependem da tipologia da ligação.

A NBR 9062 [27] apresenta os valores  $k$  e  $\beta$  para duas tipologias de ligações viga-pilar interno ( $k=0,75$  e  $k=1,0$ ;  $\beta=25$  e  $\beta=20$ ). Entretanto, as tipologias investigadas neste trabalho não estão contempladas pela referida norma. Dessa forma, a rigidez secante e os coeficientes  $k$  e  $\beta$  devem ser avaliados experimentalmente.

Apresenta-se a seguir um procedimento para avaliar os valores de  $k$  e  $\beta$  empregando-se os resultados experimentais obtidos para os protótipos PC e PS.

De acordo com Ferreira *et al.* [28] and Ferreira [29], a rotação relativa entre viga e pilar é decorrente de dois mecanismos de deformação. O primeiro está relacionado com o deslizamento da armadura de continuidade no interior do pilar (Mecanismo A). O segundo mecanismo é consequência da soma dos deslizamentos da armadura de continuidade causados pelas aberturas de fissuras na extremidade da viga próximo à região com o pilar (Mecanismo B).

De acordo com o FIB Guide [30], o deslizamento da armadura de



**Figura 20**  
Detalhe dos LVDTs utilizados no cálculo da rotação

continuidade no interior do pilar ( $s_A$ ) ao longo do comprimento de transmissão ( $l_t$ ) na fase elástica pode ser calculado por:

$$s_A = \varepsilon_s \left( \frac{\sigma_s}{\tau_b} \times \frac{\phi}{8} + 2\phi \right) \tag{4}$$

$$l_t = \frac{\sigma_s}{\tau_b} \times \frac{\phi}{4} + 2\phi \tag{5}$$

onde

$\varepsilon_s$  é a deformação da barra da armadura;

$\sigma_s$  é a tensão na barra da armadura;

$\tau_b$  é a tensão de aderência média ao longo do comprimento de transmissão;

$\phi$  é o diâmetro da barra da armadura.

A tensão de aderência média pode ser estimada por:

$$\tau_b = \sqrt{f_c} \tag{6}$$

onde  $f_c$  é a resistência à compressão do pilar (em MPa)

Para todos os protótipos investigados neste trabalho:

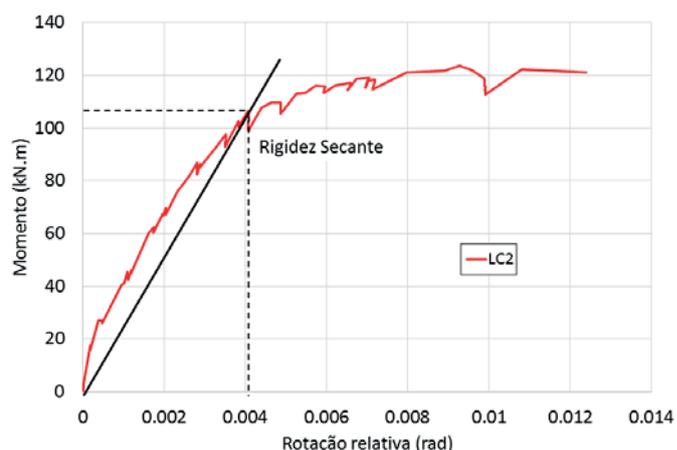
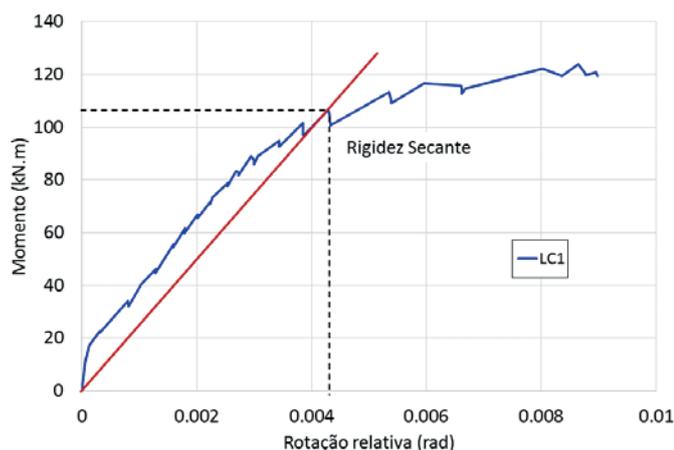
$$\sigma_s = f_y = 600\text{MPa} \quad f_c = 48\text{MPa} \quad \phi = 16\text{mm}$$

Dessa forma, a Equação 5 fornece o seguinte resultado para o comprimento de transmissão no início de escoamento das armaduras de continuidade (momentos negativos simétricos em relação ao pilar):

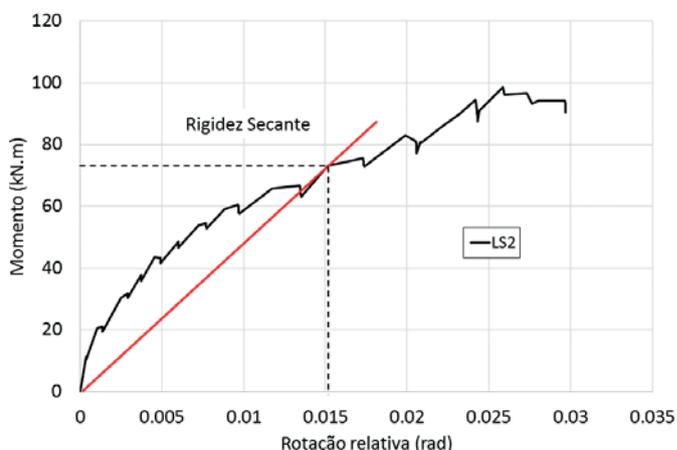
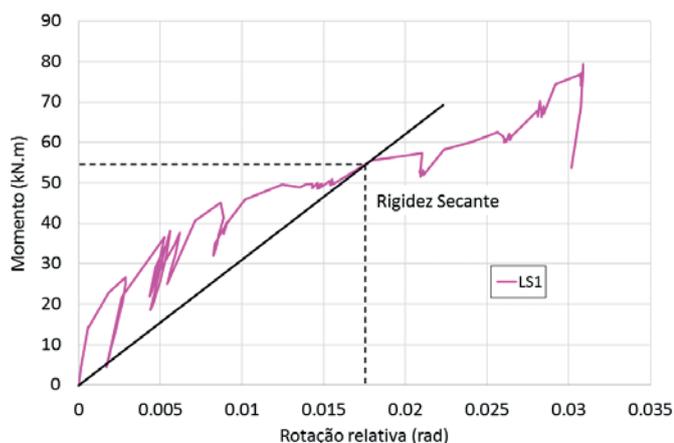
$$l_t = \frac{600}{\sqrt{48}} \times \frac{16}{4} + 2 \times 16 = 378\text{mm}$$

Uma vez que o máximo valor possível para o comprimento de transmissão é a metade da dimensão do pilar na direção da viga ( $0,5h_p = 0,5 \times 300 = 150\text{mm}$ ), o deslizamento das barras da armadura de continuidade não pode ser calculado pela Equação 4. Entretanto, assumindo que as tensões e as deformações nas barras da armadura variem linearmente ao longo do comprimento de transmissão  $l_t = 0,5h_p$ , pode-se deduzir a expressão para o cálculo do deslizamento a partir da integração das deformações da armadura:

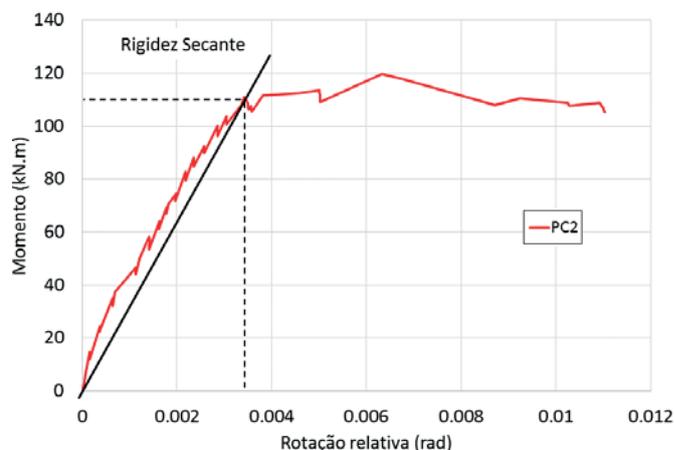
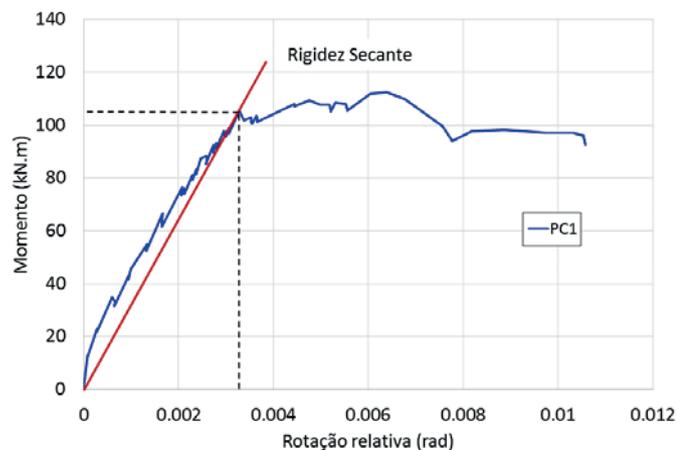
$$s_A = \varepsilon_s \left[ 0,5h_p - 2 \frac{\tau_b}{\sigma_s} \times \frac{(0,5h_p - 2\phi)^2}{\phi} \right] \tag{7}$$



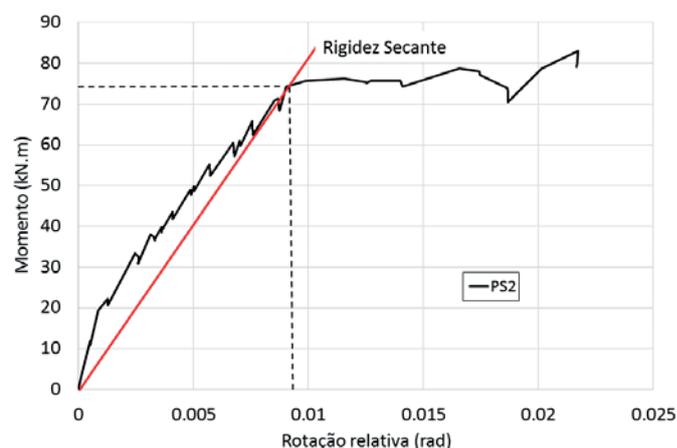
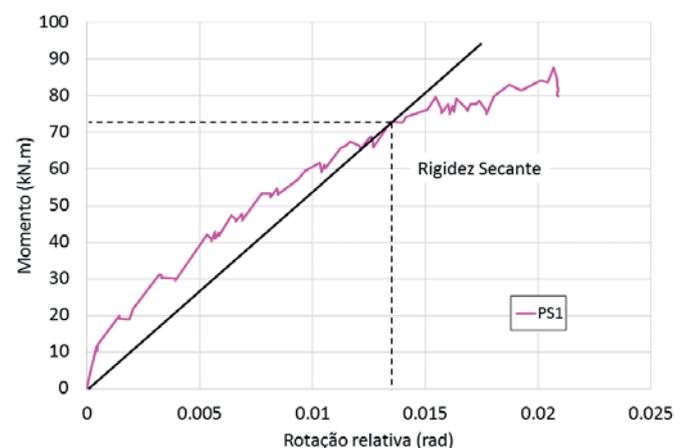
**Figura 21**  
Curva momento-rotacão: protótipos LC1 e LC2



**Figura 22**  
Curva momento-rotacão: protótipos LS1 e LS2



**Figura 23**  
Curva momento-rotação: protótipos PC1 e PC2



**Figura 24**  
Curva momento-rotação: protótipos PS1 e PS2

Considerando  $E_s = 210\text{GPa}$  como o módulo de elasticidade do aço, o deslizamento associado ao primeiro mecanismo de deformação (Mecanismo A) correspondente ao início de escoamento das armaduras de continuidade é calculado por:

$$s_{y,A} = \frac{600}{210000} \left[ 0.5 \times 300 - 2 \frac{\sqrt{48}}{600} \times \frac{(0.5 \times 300 - 2 \times 16)^2}{16} \right] = 0.3711\text{mm}$$

O deslizamento ( $s_b$ ) associado à formação de fissuras de flexão (Mecanismo B) na extremidade da viga em região próxima à ligação pode ser obtido com a expressão apresentada em Alva e El Debs [31]:

$$s_B = \epsilon_s \frac{(L_p + s_R)}{2} \quad (8)$$

onde

$L_p$  é o comprimento da rótula plástica (onde há a concentração de fissuras na região da ligação);

$s_R$  é o espaçamento entre fissuras;

De acordo com Paulay e Priestley [32], uma boa estimativa para

o comprimento da rótula plástica para uma viga em balanço pode ser obtida com:

$$L_p = 0.08L + 0.022 \times \phi \times f_y \quad (9)$$

onde

$L$  é o vão da viga (em metros). Para os protótipos investigados,  $L = 1,07\text{m}$ ;

$\phi$  é o diâmetro das barras da armadura (em metros). Para os protótipos investigados  $\phi = 0,016\text{m}$ ;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço das armaduras (em MPa). Para os protótipos investigados,  $f_y = 600\text{MPa}$ .

Substituindo valores na Equação 9:

$L_p = 296,80\text{mm}$  (para todos os protótipos).

O espaçamento entre fissuras ( $s_R$ ) pode ser avaliado por meio de expressões encontradas em códigos normativos, tal como a Equação 10 apresentada pelo Eurocode 2 [33]:

$$s_R = k_3c + k_1k_2k_4 \frac{\phi}{\rho_{s,\text{eff}}} \quad (10)$$

onde

$c$  é o cobrimento de concreto;

$$\rho_{s,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$A_s$  é a área de armadura na região tracionada;

$A_{c,eff}$  é a área efetiva de concreto tracionado (região de envolvimento da armadura);

$$k_1=0,8 \quad k_2=0,5 \quad k_3=3,4 \quad k_4=0,425.$$

Para todos os protótipos,  $c = 22\text{mm}$  e  $A_s = 4,02\text{cm}^2$ .

Para os protótipos PC:  $A_{c,eff} = 105,00\text{cm}^2$ ,  $\rho_{s,eff} = 0,0383$  e  $s_R = 145,85\text{mm}$ .

Para os protótipos PS:  $A_{c,eff} = 72,44\text{cm}^2$ ,  $\rho_{s,eff} = 0,0555$  e  $s_R = 123,81\text{mm}$ .

Assim, para o início de escoamento da armadura de continuidade, a Equação 8 fornece:

Protótipos PC:

$$s_{y,B} = \frac{600}{210000} \left( \frac{296,80 + 145,85}{2} \right) = 0,6324\text{mm}$$

Protótipos PS:

$$s_{y,B} = \frac{600}{210000} \left( \frac{296,80 + 123,81}{2} \right) = 0,6009\text{mm}$$

Dessa forma, calcula-se o deslizamento total induzido pelos dois mecanismos de deformação mencionados:

Protótipos PC:

$$s_y = s_{y,A} + s_{y,B} = 0,3711 + 0,6324 = 1,0035\text{mm}$$

Protótipos PS:

$$s_y = s_{y,A} + s_{y,B} = 0,3711 + 0,6009 = 0,9720\text{mm}$$

Uma vez que o comprimento efetivo de deformação  $L_{ed}$  está relacionado com o alongamento da armadura de continuidade, pode-se estabelecer a seguinte relação para o início do escoamento da armadura de continuidade:

$$\epsilon_y = \frac{s_y}{L_{ed}} \quad (11)$$

$$L_{ed} = \frac{s_y}{\frac{f_y}{E_s}}$$

Para os protótipos PC:

$$L_{ed} = \frac{1,0035}{\frac{600}{210000}} = 351,23\text{mm} = 35,123\text{cm}$$

Para os protótipos PS:

$$L_{ed} = \frac{0,9720}{\frac{600}{210000}} = 340,20\text{mm} = 34,020\text{cm}$$

Com os valores experimentais da rigidez secante conhecidos (vide Tabela 3), são determinados os valores experimentais dos coeficientes  $k$  and  $\beta$  da Equação 3.

Para os protótipos PC:

$$32256 \times 10^2 = \frac{k \times 4,02 \times 21000 \times 36^2}{35,123} \rightarrow k = 1,036$$

$$35,123 = \beta \times 1,6 + \frac{17}{2} \rightarrow \beta = 16,64$$

De forma idêntica, são obtidos os valores experimentais dos coeficientes  $k$  e  $\beta$  para os protótipos PS:

$$6823 \times 10^2 = \frac{k \times 4,02 \times 21000 \times 19^2}{34,020} \rightarrow k = 0,762$$

$$34,020 = \beta \times 1,6 + \frac{17}{2} \rightarrow \beta = 15,95$$

## 4. Conclusões

Com base nos resultados experimentais apresentados neste trabalho, as seguintes conclusões podem ser destacadas:

- Tanto para os modelos em que toda a armadura de continuidade atravessou o pilar quanto para os modelos em que essa armadura foi distribuída somente na laje, o preenchimento com graute na interface vertical entre o consolo e viga contribuiu para aumentar momento fletor resistente da ligação em valores um pouco acima de 30% em relação aos protótipos sem o preenchimento. Isso decorre do aumento do braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão na seção transversal da viga na região da ligação;
- O preenchimento de graute na interface vertical entre o consolo e viga contribuiu para aumentar significativamente a rigidez ao momento fletor das ligações. Nos modelos em que toda a armadura de continuidade atravessou o pilar, a rigidez à flexão secante foi cerca de 5 vezes maior que a rigidez dos protótipos sem o preenchimento. Nos modelos em que toda a armadura de continuidade foi distribuída somente na laje, a rigidez à flexão secante foi cerca de 6,5 vezes maior que a rigidez dos protótipos sem o preenchimento. Isso ocorre porque o espaço livre existente entre o consolo e viga nos protótipos nos modelos PS e LS proporciona mais liberdade para a rotação dessas ligações;
- Em termos de resistência ao momento fletor, os resultados indicaram que as ligações com armadura de continuidade passante na laje e com armadura passante no pilar são similares, ou seja, não se constatou diferenças significativas entre a resistência das ligações decorrente do posicionamento das armaduras de continuidade. Esta constatação refere-se tanto aos modelos com grauteamento vertical quanto aos modelos sem esse grauteamento;
- Para a mesma quantidade de armadura de continuidade, os modelos em que esta armadura atravessou apenas os pilares apresentaram rigidez à flexão da ligação maior que os modelos em que essa armadura passou apenas nas lajes: PC cerca de 26% maior em relação à LC e PS cerca de 72% maior em relação à LS;
- A relação benefício/custo decorrente do acréscimo de dificuldade para executar o preenchimento de graute vertical nas tipologias analisadas é alta, tendo vista os ganhos obtidos em termos de resistência ao momento fletor e rigidez à flexão das ligações;
- Os coeficientes adimensionais  $k$  and  $\beta$  utilizados para o cálculo da rigidez secante ao momento fletor da ligação na expressão proposta pela NBR 9062 (2017) foram avaliados a partir dos resultados experimentais para as duas tipologias de ligações investigadas (PS e PC), as quais ainda não são contempladas pela referida norma. Por sua vez, os valores obtidos para estes coeficientes neste podem servir como valores indicativos e orientativos para projetistas estruturais ou úteis para futuras pesquisas sobre o tema. Também cabe ressaltar que tais co-

eficientes foram obtidos a partir de ensaios de ligações com vigas em balanço simétricas em relação ao pilar interno.

## 5. Agradecimentos

À CAPES pelo apoio financeiro à segunda autora e à Legran Engenharia pelo fornecimento das vigas e pilares pré-moldados utilizados nos ensaios.

Ao CNPq pelo apoio financeiro ao primeiro autor (Processo: 308720/2018-0)

## 6. Referências

- [1] DOLAN, C. W.; STANTON, J. F.; ANDERSON, R. G. Moment resistant connections and simple connections. *PCI Journal*, v.32, n.2, p.62-74, 1987.
- [2] SECKIN, M.; FU, H. C. Beam-column connections in precast reinforced concrete construction. *ACI Structural Journal*, v.87, n.3, p. 252-261, 1990.
- [3] GORGUN, H. Semi-rigid behaviour of connections in precast concrete structures. Thesis (Department of Civil Engineering)-University of Nottingham, United Kingdom, 1997.
- [4] ALCOCER, S.M; CARRANZA, R.; PEREZ-NAVARRETE, D.; MARTINEZ, R. Seismic tests of beam-to-column connections in a precast concrete frame. *PCI Journal*, v.47, n.3, p.70-89, 2002.
- [5] KHALOO, A.R.; PARASTESH, H. Cyclic loading response of simple-moment resistant precast concrete beam-column connection. *ACI Structural Journal*, v.100, n.4, p. 440-445, 2003.
- [6] KHALOO, A.R.; PARASTESH, H. Cyclic loading response of precast concrete beam-column connection. *ACI Structural Journal*, v.100, n.3, p. 291-296, 2003.
- [7] ERTAS, O.; OZDEN, S.; OZTURAN, T. Ductile connections in precast concrete moment resisting frames. *PCI Journal*, v.51, n.3, p.66-76, 2006.
- [8] HASAN, S.A. Behaviour of discontinuous precast concrete beam-column connections. Thesis (Department of Civil Engineering)-University of Nottingham, United Kingdom, 2011.
- [9] CHOI, H.-K; CHOI, Y.-C; CHOI, S.-C. Development and testing of precast concrete beam-to-column connections. *Engineering Structures*, 2013, 56:1820-1835.
- [10] IM, H.-J.; PARK, H.-G; EOM, T.-S. Cyclic loading test for reinforced-concrete-emulated-beam-column connection of precast concrete moment frame. *ACI Structural Journal*, v.110, n.1, p. 115-125, 2013.
- [11] PARASTESH, H.; HAJIRASOULIHA, I.; RAMEZANI, R. A new ductile moment-resisting connection for precast concrete frames in seismic regions: An experimental investigation. *Engineering Structures*, 2014, 70:144-157.
- [12] YUKSEL, E.; KARADOGAN, H.F.; BAL, I.E.; ILKI, A.; BAL, A.; INCI, P. Seismic behavior of two exterior beam-column connections made of normal-strength concrete developed for precast construction. *Engineering Structures*, 2015, 99:157-172.
- [13] GUAN, D.; GUO, Z.; XIAO, Q.; ZHENG, Y. Experimental study of a new beam-to column connection for precast concrete frames under reversal cyclic loading. *Advances in Structural Engineering*, 2016, v.19, n.3, p.529-545.
- [14] BAHRAMI, S.; MADHKHAN, M.; SHIRMOHAMMADI, F.; NAZEMI, N. Behavior of two new moment resisting precast beam to column connections subjected to lateral loading. *Engineering Structures*, 2017, 132:808-821.
- [15] SOARES, A.M.M. Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações. 181 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.
- [16] FERREIRA, M. A. Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado. 232 p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.
- [17] MIOTTO, A.M. Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor. 234 p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.
- [18] SOUZA, A.S. Comportamento de elementos pré-moldados de concreto com ligações semi-rígidas. 99 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.
- [19] BALDISSERA, A. Estudo experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado parcialmente resistente a momento fletor. 149 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.
- [20] KATAOKA, M.N. Estrudo da continuidade em ligações laje-viga-pilar em estruturas pré-moldadas de concreto. 113 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- [21] MOTA, J.E. Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado. 246 p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.
- [22] SAWASAKI, F.Y. Estudo teórico-experimental de ligação viga-pilar com almofada de argamassa e chumbador para estruturas de concreto pré-moldado. 188 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2010.
- [23] TROTTA, A.M. Estudo experimental de uma ligação viga-pilar em concreto pré-moldado utilizando perfis metálicos e solda. 101 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2012.
- [24] BACHEGA, L.A. Estudo teórico-experimental de ligação viga-pilar com consolo metálico embutido em estruturas pré-moldadas de concreto. 146 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.
- [25] HADADE, M.A.S. Comportamento de ligações viga-pilar típicas com continuidade de armadura negativa em

- estruturas pré-fabricadas. 243 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.
- [26] LACERDA, M. M. S. Análise da influência do grauteamento e da posição das armaduras na ligação viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado. 171 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.
- [27] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- [28] FERREIRA, M.A.; ELLIOTT, K.S.; HASAN, S.A. Precast Concrete Framed Structures with Semi-Rigid Connections. State of Art Research Report. School of Civil Engineering, University of Nottingham, 2010.
- [29] FERREIRA, M.A. Analytical Design Procedure for Semi-Rigid Connections in Precast Concrete Structures. Research Report, School of Civil Engineering, University of Nottingham 2001.
- [30] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. FIB - Bulletin 43: Structural connections for precast concrete buildings. Guide to good practice, 2008.
- [31] ALVA, G.M.S; EL DEBS, A.L.H.C. Moment-rotation relationship of RC beam-column connections: experimental tests and analytical model. *Engineering Structures*, 2013, 56:1427-1438.
- [32] PAULAY, T.; PRIESTLEY, M.J.N. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- [33] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. Brussels, 2004.