ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Modo de organização do Ensino Desenvolvimental: o conhecimento revelado por acadêmicas de Pedagogia

Organization Mode of Developmental Teaching: the knowledge revealed by Pedagogy academics

Josélia Euzébio da **Rosa**[*]

ORCID iD 0000-0001-5738-8518

Luciane Corrêa do Nascimento **Isidoro**[**]

ORCID iD 0000-0003-2623-6962

Resumo

Este estudo analisa o conhecimento de acadêmicas matriculadas na disciplina Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, oferecida no quarto semestre de um curso de Pedagogia. O problema norteador da pesquisa consiste no seguinte: o que revelam as manifestações das acadêmicas de Pedagogia em relação ao conhecimento sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental, na especificidade do conceito de fração? Para tanto, foi realizado um Experimento Didático Desenvolvimental com duração de um semestre. Tomaram-se como referência de análise as manifestações orais e escritas sobre o modo de organização do ensino de fração. Foram consideradas as compreensões iniciais, o processo percorrido e o estágio final de apreensão. Inicialmente, as acadêmicas compreendiam o conceito de fração e seu ensino empiricamente. Durante o desenvolvimento do Experimento Didático Desenvolvimental, as compreensões iniciais foram desestabilizadas e deram origem a alguns elementos correspondentes ao conhecimento teórico.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Desenvolvimental. Davídov. Fração. Formação de Professores.

Abstract

This study analyses the knowledge of students enrolled in the subject Fundamentals and Methodologies of Mathematics for early years of Elementary School offered in the fourth semester in a University Level Pedagogy Course. The guiding research problem is as follows: What do the manifestations of the Pedagogy academics reveal in relation to knowledge about the way of organizing Developmental Teaching, specifically on the concept of fractions? Thereunto, a Developmental Didactic Experiment was developed during one semester. It took as reference oral and writing impressions on the organization mode of teaching fraction. Initial understandings, the process carried out, and the final stage of seizure were considered. Initially, the students understood empirically the concept of fraction and its teaching. During the development of the Developmental Didactic Experiment, initial understandings were destabilized and gave origin to some elements regarding theoretical knowledge.

Keywords: Mathematics Education. Developmental Teaching. Davídov. Fraction. Teacher Training.

1 Introdução

[*] Doutora pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Professora da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL), Tubarão, Santa Catarina, Brasil. E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br.

[**] Mestre pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). Professora da Educação Básica, Braço do Norte, Santa Catarina, Brasil. E-mail: luciane.cn9@gmail.com.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), a atual sociedade exige um olhar inovador, voltado às questões do aprender e ensinar. Mas o que significa inovar no processo de ensino e aprendizagem?

No que se refere ao ensino de Matemática, por exemplo, o Brasil tem apresentado parco desempenho nas avaliações nacionais e internacionais. É importante salientar que os testes nacionais e internacionais não são reveladores da essência da aprendizagem em Matemática, pois são testes padronizados, oriundos de um ensino condicionador. Porém, entendemos que, quando um estudante se apropria de fato de um conceito em nível teórico, consegue aplicá-lo nas mais diversas situações, inclusive no processo de solução de um teste padronizado.

Além das várias situações e problemas que orbitam a escola, como, por exemplo, as políticas públicas, desvalorização do professor, etc., as fragilidades no processo de aprendizagem da Matemática decorrem, também, do modo de organização de ensino predominante no Brasil, no qual prevalece o teor empírico dos conhecimentos (ROSA; MARCELO, 2022).

Entendemos, portanto, que se faz necessário inovar o ensino de Matemática no sentido de transformá-lo, tanto do ponto de vista do conteúdo quanto das metodologias, de modo que possibilite a aprendizagem dos conhecimentos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico. Quando os estudantes se apropriam destes em nível teórico, conseguem aplicá-los em qualquer situação (VENENCIANO *et al*., 2021), inclusive nas avaliações oficiais.

É comum, no meio educacional, a ideia de que devemos partir do empírico para chegar ao teórico. Porém, de acordo com Davýdov (1982), o empírico não é ponto de partida para o teórico na educação escolar. Como afirma Libâneo (2004, p. 20), "se o ensino nutre a criança somente de conhecimentos empíricos, ela só poderá realizar ações empíricas, sem influir substancialmente no seu desenvolvimento intelectual". Além disso, o pensamento empírico obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico (DAVÝDOV, 1982).

Para Davýdov (1982), o empírico não é sinônimo de prática sensorial, de concreto, assim como o teórico não é sinônimo de abstração. Nessa perspectiva teórica, tanto o empírico quanto o teórico possuem relação com a prática sensorial. Ambos têm em comum a prática sensorial como ponto de partida e ambos atingem as abstrações. A unidade dos processos de abstração e generalização empíricas, que tomam como ponto de partida a exterioridade dos objetos e fenômenos, leva à formação de conhecimentos empíricos. Por outro lado, abstrações e generalizações elaboradas com base na essência, nas interconexões, na totalidade do sistema que interconecta objetos e fenômenos reais, geram conhecimentos em nível teórico (DAVÝDOV, 1982). Por isso, é incorreto identificar o sensorial com o empírico e o racional

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

com o teórico (KOPNIN, 1978). A abstração tomada como "separação do indício comum, semelhante, sensorialmente perceptível do objeto é característica do enfoque empírico do pensamento, no qual a abstração é considerada forma original da experiência sensorial como a própria percepção ou noção, apenas com um número menor de indícios" (KOPNIN, 1978, p. 160).

Para o autor em referência, "a tarefa da abstração não é separar um dos outros os indícios sensorialmente perceptíveis", mas, por meio deles, "descobrir novos aspectos no objeto que traduzam as relações de essência" (KOPNIN, 1978, p. 161). A confusão do movimento do conhecimento do empírico ao teórico com a transição do concreto ao abstrato tem gerado, e continua gerando, uma concepção deturpada da essência do pensamento teórico (ROSA; MARCELO, 2022).

O conhecimento empírico tem seus tipos específicos de generalização e abstração, seus procedimentos peculiares para formar os conceitos, justamente os que obstaculizam a assimilação plena, pelas crianças, do conteúdo teórico dos conhecimentos (DAVÍDOV, 1988). O pensamento empírico se limita à análise da aparência de objetos e fenômenos, enquanto o pensamento teórico, sem desconsiderar a aparência, adentra na essência. O pensamento teórico

> sempre está internamente ligado com a realidade dada em forma sensorial. Exatamente o pensamento teórico (e de nenhuma maneira o empírico) realiza, em plena intensidade, as possibilidades cognoscitivas que a prática objetal-sensorial, recriadora em sua essência experimental das ligações universais da realidade, abre perante o homem. O pensamento teórico idealiza os aspectos experimentais da produção, dando-lhes, inicialmente, a forma de experimento cognitivo objetal-sensorial; e, depois, de experimento mental, realizado em forma de conceito e por meio dele (DAVÍDOV, 1988, p. 132, tradução nossa).

Tanto o pensamento empírico quanto o teórico surgem do concreto e chegam ao abstrato (DAVÝDOV, 1982). O que vai desencadear o desenvolvimento do pensamento empírico ou o desenvolvimento do pensamento teórico é o tipo de experimento objetal, os movimentos de abstração e generalização percorridos durante o processo de aprendizagem. No contexto do desenvolvimento do pensamento teórico, os estudantes

> […] reproduzem o processo real pelo qual os homens criam os conceitos […]. Por isso, o ensino escolar de todas as disciplinas deve estruturar-se de modo que, em forma concisa, abreviada, reproduza o processo histórico real de generalização e desenvolvimento dos conhecimentos científicos (DAVÍDOV, 1988, p. 174, tradução nossa).

A reprodução abreviada do processo histórico requer o movimento de redução do concreto ao abstrato e de ascensão do abstrato ao concreto.

> O conhecimento não pode passar imediatamente do sensorial-concreto ao concreto pensado. Esse caminho, como todos os outros, é complexo e contraditório. Para atingir a concreticidade autêntica, o conhecimento perde temporariamente a concreticidade em geral e passa ao seu próprio oposto: ao abstrato (KOPNIN, 1978, p. 158).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

O movimento de redução do concreto ao abstrato é condição necessária para que ocorra o movimento de "ascensão do abstrato ao concreto" (DAVÝDOV, 1982, p. 217). O concreto se constitui ponto de partida e ponto de chegada. A abstração é o elemento mediador que possibilita a transição de um concreto ao outro (DAVÝDOV, 1982).

Na especificidade do ensino de Matemática promotor do desenvolvimento do pensamento teórico, o aspecto concreto consiste nas relações entre grandezas discretas e contínuas. Diferentes relações entre grandezas dão origem a diferentes conceitos e sistemas conceituais (DAVÝDOV, 1982). O movimento de abstração e generalização das relações entre grandezas ocorre por meio da interconexão das significações aritméticas, algébricas e geométricas. Como resultado desse movimento, surge o conhecimento teórico.

Por outro lado, no ensino de Matemática tradicionalmente desenvolvido no Brasil, ocorre uma tricotomia entre álgebra, aritmética e geometria. Estas significações geralmente são abordadas separadamente. Além disso, a relação entre grandezas é pouco considerada. Os números, por exemplo, que historicamente surgiram da relação entre grandezas, surgem no ensino tradicional a partir da contagem de grandezas discretas (FREITAS, 2016).

A relação essencial entre as grandezas, que dá origem a todos os números no campo dos reais, é constituída por três elementos: uma grandeza a ser medida, uma grandeza tomada como unidade de medida e a quantidade de vezes que a unidade de medida cabe na grandeza em medição. Se a unidade de medida couber um número inteiro de vezes na grandeza em medição, o resultado será um número inteiro. Se não couber um número inteiro de vezes, o resultado poderá ser um número fracionário.

Porém, no ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, essa relação essencial que dá origem aos números reais não é considerada. Tanto o número natural quanto o número fracionário surgem a partir da contagem discreta: em quantas fatias a pizza foi dividida, em quantos pedaços a barra de chocolate foi dividida, entre outros exemplos tradicionalmente abordados (FREITAS, 2016; SANTOS, 2017). Ao se limitar à contagem das partes de um todo, discretamente dadas, desconsidera-se o aspecto contínuo da grandeza e sua medição: relação da grandeza a ser medida com a unidade de medida.

Consequentemente, um dos conceitos matemáticos que mais obstaculizam o processo de aprendizagem dos demais é o conceito de fração, por conta do tratamento empírico que lhe é dado, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio (SANTOS, 2017).

Como resultado, os estudantes chegam ao curso de Pedagogia concebendo a Matemática em nível empírico (MATOS, 2017). Como esses futuros professores poderão organizar o ensino de modo que promova a aprendizagem dos conhecimentos científicos e o desenvolvimento do

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

pensamento teórico dos seus estudantes? Quais mudanças nas formas de aprender dos professores são necessárias?

Entendemos que as mudanças necessárias passam pelos conteúdos e métodos de ensino que promovam o desenvolvimento do pensamento teórico, portanto desenvolvimental. Com a finalidade de refletir sobre as possibilidades de um modo de organização de ensino (conteúdo e metodologia) que promova a aprendizagem de conhecimentos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico, realizamos um experimento didático em caráter investigativo em um curso de Pedagogia com o seguinte objetivo: investigar o que revelam as manifestações das acadêmicas de Pedagogia em relação ao conhecimento sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental, mediado pelo conceito de fração.

O experimento, que constitui o contexto de apreensão dos dados, foi desenvolvido com vinte e três acadêmicas matriculadas no quarto semestre de um curso de Pedagogia composto por oito semestres, em uma universidade localizada no sul do estado de Santa Catarina, Brasil. Como se trata de uma pesquisa na área da Educação Matemática, optamos pela Unidade de Aprendizagem (disciplina) Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A referida Unidade de Aprendizagem, embora contemple as demais tendências da Educação Matemática do ponto de vista do conteúdo e da metodologia, é organizada com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Vasili Vasilievich Davídov.

Em consonância com os fundamentos teóricos, o método que sustenta as ações de pesquisa e ensino é o materialista histórico-dialético. Uma das principais características desse método consiste na ideia de que o fenômeno investigado deve ser considerado em sua totalidade, na indissociabilidade entre teoria e prática.

A metodologia de pesquisa adotada foi o Experimento Didático Desenvolvimental. Tal metodologia está atrelada à compreensão de que é pelo ensino que se aprende e, ao aprender, se desenvolve. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas de um ensino organizado com base nos conteúdos e métodos que possibilitem a promoção do desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes a partir da apropriação de conhecimentos científicos (DAVÝDOV, 1982).

Essa metodologia de pesquisa proposta por Davídov (1988) permite ao pesquisador investigar o desenvolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Davídov (1988), o Experimento Didático Desenvolvimental caracteriza-se pela intervenção ativa do pesquisador nos processos que ele investiga.

Esse método de “investigação aparece como metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento” (DAVÍDOV, 1988, p. 196, tradução nossa). O Experimento Didático Desenvolvimental pressupõe a projeção e modelação da

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

relação essencial dos conceitos na aprendizagem. Durante a investigação, estuda-se também o movimento de origem e desenvolvimento de novos conceitos e sistemas conceituais.

Trata-se de uma metodologia que contempla a unidade entre a investigação do desenvolvimento dos estudantes e o modo de organização do ensino (DAVÍDOV, 1988). O termo didático advém da didática e incluímos o desenvolvimental na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico.

O experimento foi realizado durante quinze encontros (quinze aulas) às sextas-feiras, no segundo semestre de 2017. Os encontros iniciavam às 19h45min e terminavam às 22h30min. Diante da impossibilidade de abarcar todos os encontros, tomamos um isolado (CARAÇA, 1951), uma unidade que reflete o movimento das relações fundamentais realizadas ao longo de todo o semestre letivo. Trata-se do processo de ensino e aprendizagem de fração, composto por cinco tarefas. Isso porque, como nos ensina Caraça (1951, p. 112), “na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador recorta, destaca, dessa totalidade um conjunto de seres e factos”, porém sem desconsiderar a totalidade.

Analisamos o isolado a partir das manifestações de acadêmicas de Pedagogia registradas por meio de gravações em áudio e vídeo, registros fotográficos e digitalização de anotações por elas realizadas durante as aulas. Para efeito de análise, consideramos as compreensões iniciais apresentadas pelas acadêmicas no primeiro encontro sobre o conceito de fração, o processo de aprendizagem e o estágio final de apreensão.

Durante o experimento, contemplamos a gênese e o desenvolvimento do conceito de fração, na inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas a partir da relação entre grandezas. Articulamos as reflexões sobre o conteúdo específico do conceito de fração (CARAÇA, 1951) indissociavelmente conectado ao modo de organização do Ensino Desenvolvimental e seus fundamentos (DAVÝDOV, 1982; DAVÍDOV, 1988). É importante ressaltar que, no decorrer do semestre, antes do conceito de fração, também foram abordados os conceitos de número inteiro, adição, subtração, multiplicação, divisão, entre outros.

Para a análise dos dados, perseguimos as seguintes questões norteadoras: qual o teor conceitual (empírico ou teórico) subjacente à organização do ensino do conceito de fração apresentado no primeiro dia de aula pelas acadêmicas? Qual o teor conceitual (empírico ou teórico) subjacente à organização do ensino do conceito de fração após a realização do Experimento Didático Desenvolvimental (último dia de aula do semestre)? Quais as manifestações que expressam o movimento de mudança ou permanência do primeiro para o último dia de aula? No presente artigo, não apresentamos esses momentos na sequência em que foram realizados. Iniciamos com uma síntese do processo, para depois apresentar uma análise

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

comparada entre o momento inicial e o final à luz do movimento percorrido no processo.

2 Apresentação e análise dos dados

A apresentação e análise do isolado da pesquisa estão organizadas por meio de dois episódios: 1) Experimento Didático Desenvolvimental e 2) compreensões iniciais e finais das acadêmicas. Cada episódio é composto por duas cenas constituídas por momentos (*flashes*) vivenciados com as acadêmicas.

2.1 Episódio 1 – Experimento Didático Desenvolvimental

A seguir, apresentamos a tarefa 1, que consiste na segunda tarefa dentre as cinco desenvolvidas sobre o conceito de fração (Figura 1). As tarefas foram elaboradas pelo grupo de colaboradores de Davídov e apresentadas no contexto brasileiro por Freitas (2016). Tanto o planejamento quanto o desenvolvimento com as acadêmicas de Pedagogia foram realizados em parceria com a professora titular da Unidade de Aprendizagem.

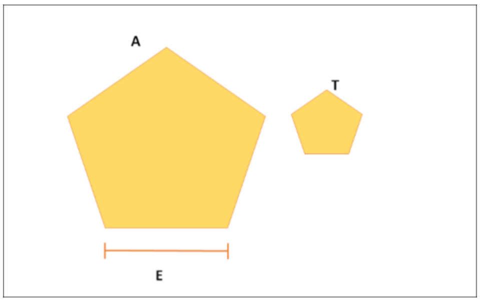


Figura 1 – Quantas vezes a medida E cabe no perímetro do pentágono com medida T?
Fonte: elaboração nossa (2017)

Conforme o enunciado da tarefa 1, T representa a medida do perímetro do pentágono menor. Para responder ao problema da tarefa 1, foi necessário responder outra antes: *quantas vezes a unidade de medida E se repete no lado do pentágono menor, cuja medida será representada genericamente por C?* A reflexão sobre a resposta para essa pergunta conduz à revelação da essência do conceito de fração, uma vez que a unidade de medida básica é maior que a grandeza a ser medida.

Cena 1 – Revelação da unidade de medida intermediária

A seguir, apresentamos a transcrição da cena 1, constituída por 30 *flashes* (F). Nestes, foi mantida a grafia do diálogo tal como ocorreu, uma vez que revela o movimento percorrido

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

no processo de medição do lado do pentágono com medida C, a partir da unidade de medida E. Por opção das próprias acadêmicas, os nomes citados são reais.

*1*Bruna: – Nesse caso não vamos multiplicar, vamos dividir.*
*2*Anna Carolina: – É, vai dividir.*
*3*Fabiana: – Antes pegávamos a medida intermediária, que era maior, agora vamos ter que dividir a nossa medida intermediária, porque fraciona, sei lá, não sei qual é a palavra [a acadêmica se refere à tarefa anteriormente desenvolvida]. [sic]*
4: As acadêmicas evidenciam a falta de percepção do processo de divisão e têm dificuldades em mencionar o termo correto (narração).*
*5*Fabiana: – A nossa medida intermediária, que é essa [refere-se à unidade de medida E], tem que dividir.*
*6*Professora 1: – Será que agora essa não é a unidade de medida básica? E a básica, ao invés de ser menor, vai ser a maior?*
*7*Karen: – Isso, vai dar três.*
*8*Professora 1: – A unidade de medida básica é a E, certo? Só que com a unidade de medida básica não vai dar para responder, é isso?*
*9*Fabiana: – É.*
*10*Bruna: – Tá, e agora? [sic] Ela quer saber quantas vezes essa medida aqui cabe nesse ladinho [refere-se ao lado do pentágono menor].*
*11*Anna Carolina: – Um terço.*
*12*Bruna: – Cabe três vezes. C é igual a E dividido por três* $\left[C = \frac{E}{3}\right]$.
*13*Karen: – Só num lado.*
*14*Bruna: – É só isso aqui [constata que não cabe inteiro, apenas uma parte, um terço].*
*15*Karen: – Agora o E cabe mais de uma vez no lado. E cabe três vezes. O E cabe em um lado do T?*
*16*Sílvia: – O E cabe menos de uma vez.*
*17*Karen: – O E cabe aqui dentro?*
*18*Bruna: – O E cabe menos de uma vez? Não?*
*19*Karen: – O E é maior ou menor? Assim ele é maior, vai caber mais de uma vez.*
*20*Bruna: – E é maior que o lado de T.*
*21*Nilma: – C é um terço de E.*
*22*Bruna: – O C não é o todo, é um lado do T. Um C de E é igual a um L de T.*
*23*Karen: – Um terço de E é um lado de T.*
*24*Professora 2: – A medida E acaba onde?*
*25*Patrícia: – No três.*
*26*Fabiana: – Aqui é um terço mais um terço. Antes eu nem entendia isso.*
*27*Bruna: – O T é o todo? Aqui seria um terço [C]. O E é representado por três lados de T [E = 3C], um lado de T vale um terço.*
*28*Professora 2: – Isso.*
*29*Bruna: – Dois terços, três terços.*
*30*Figura 2 – Subdivisão do comprimento da medida E*

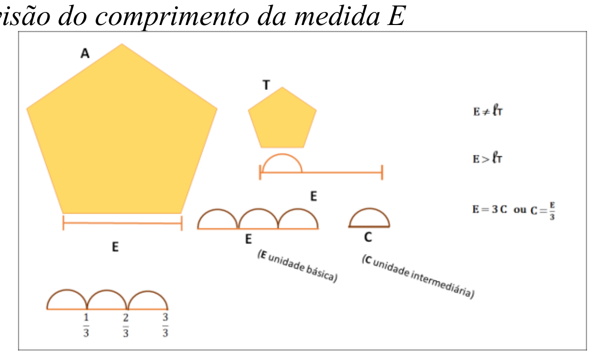


Figura 2 – Revelação da relação essencial
Fonte: elaboração nossa, 2017 (Transcrição da Cena 1, 2016).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Ao iniciar as reflexões (cena 1), partimos da ideia de que a unidade de medida E possuía o valor diferente da medida do lado do pentágono (E ≠ C). Portanto, a partir da relação de desigualdade, a unidade de medida (E) é maior que o lado a ser medido (E > C).

Comparamos o comprimento de medida E com o lado do pentágono (medida C). É pertinente destacar que esse processo de medição é inverso ao realizado nos casos em que a unidade de medida é menor que a grandeza em medição. Neste momento, além de constatarem a relação de desigualdade entre as medidas a serem relacionadas, as acadêmicas necessitaram determinar a medida de um comprimento menor (C) que a unidade (E).

A relação essencial que dá origem a todos os números no campo dos reais é a de multiplicidade e divisibilidade (DAVÝDOV, 1982). Nesta, uma grandeza é tomada como unidade de medida da outra de mesma natureza. Quando o estudante se apropria desta essência, consegue por ela se orientar durante a introdução de outros conceitos dela decorrentes. Trata-se de um núcleo comum do sistema conceitual. Quando o estudante se apropria deste núcleo, desta relação essencial, ele se apropria teoricamente do correspondente conceito e a partir dele tem condições de deduzir novos conceitos que fazem parte do mesmo sistema conceitual.

As acadêmicas consideraram a mesma relação essencial que deu origem aos números naturais ao se depararem pela primeira vez com uma tarefa cuja solução originava o conceito de fração. Não conceberam frações como algo novo. A partir do mesmo procedimento pelo qual deduziram os naturais, também deduziram os números fracionários (cena 1).

Neste contexto reflexivo, a acadêmica Fabiana (5F) apresenta elementos atinentes a uma tarefa desenvolvida anteriormente, em que a unidade de medida cabia mais de uma vez no segmento a ser medido. Neste momento, orientamos as reflexões em direção à relação inversa. Agora, a unidade de medida básica está representada pelo segmento maior (medida E). Portanto, a unidade de medida básica, ao invés de ser menor, é maior (E) que o comprimento a ser medido, e a unidade de medida intermediária é menor (C). Desse modo, no processo real de medição, surge a necessidade de fracionar a unidade de medida.

Com base nessa verificação, por meio do experimento objetal de medição, as acadêmicas constatam que não coube uma parte inteira da unidade de medida no lado do pentágono (C). Ao fracioná-la em três partes iguais, concluem que coube apenas uma das partes $\left(C = \frac{1}{3}E\right)$.

Em outras palavras, as manifestações expressas neste movimento (cena 1) sugerem que a unidade de medida E (unidade de medida básica) necessita ser fracionada em três partes. Uma dessas partes $\left(\frac{1}{3}E\right)$ foi tomada como unidade de medida intermediária (C), utilizada para a

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

medição do lado do pentágono.

Nesta primeira etapa de resolução, constatamos, ainda, que a unidade de medida intermediária C, representada pela fração $\left[\frac{1}{3}\right]$, repetia-se por três vezes na unidade de medida básica (E). Assim, as acadêmicas revelam a relação inversa daquela adotada na tarefa anterior, ao constatarem que o comprimento da unidade de medida E é três vezes maior que o lado do pentágono (C), e pode ser expressa por E = 3C. Em síntese, ao não caber uma quantidade de vezes inteira na grandeza em medição, faz-se necessário fracionar a unidade de medida (E). Ao chegarmos a tal conclusão, questionamos: e qual seria o valor aritmético do perímetro de medida T, ao tomarmos C como unidade de medida intermediária? A resposta para esta pergunta está ilustrada na próxima cena.

Cena 2 – Revelação e modelação da relação nuclear do conceito de fração

A cena 2 evidencia as manifestações das acadêmicas diante da determinação do valor aritmético do perímetro do pentágono de medida T. Para realizar a medição, as acadêmicas tomaram a medida C como unidade de medida intermediária. O processo de medição possibilitou quantificação do perímetro do pentágono de medida T, conforme apresentamos na transcrição da cena 2, constituída por 47 *flashes* (F).

*1*Bruna: – Então, um terço mais um terço é igual a dois terços, mais um terço é igual a três terços, que é o E inteiro. Mas só que aqui está pedindo o perímetro, então não é só E.*
*2*Professora 2: – T é igual a quanto?*
*3*Bruna: – Cinco terços, é só isso. Da medida E cabem cinco terços dentro da medida T, dentro do perímetro T* $\left[T = \frac{5}{3}E\right]$.
*4*Karen: – Esse espacinho aqui. [Refere-se um lado de T].*
*5*Professora 2: – Esse espacinho representa o quê? Um lado de T. E agora já representou ali.*
*6*Anna Carolina: – Agora o T eu vou fazer aqui?*
*7*Professora 2: – O outro pedacinho, como tu vais representar?*
*8*Anna Carolina: – Assim, porque é só um lado de T.*
*9*Karen: – Daí tem mais um lado ainda. Aí aqui eu coloco quatro terços de T? [Refere-se à reta numérica].*
*10*Professora 2: – E faltou mais esse lado aqui, porque são cinco lados.*
*11*Nilma: – Então T é igual a cinco terços, são cinco terços de E.*
*12*Professora 2: – A medida C coube quantas vezes na unidade básica?*
*13*Acadêmicas: – Três.*
*14*Figura 3 – Representação da reta numérica*

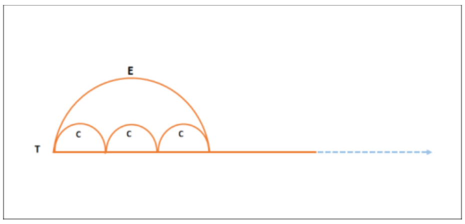


Figura 3 – Representação da reta numérica

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Fonte: elaboração nossa (2017)

*15*Bruna: – Três, no caso, então, é um terço [refere-se a cada lado do pentágono T].*
*16*Professora 2: – Então, E é igual a quantos C?*
*17*Letícia: – Três.*
*18*Professora 2: – Como poderíamos representar diferente disso?*
*19*Anna Carolina: – Então, é assim, oh, um lado de T é igual a E dividido por 3.*
*20*Professora 2: – Tem a representação de E e de C?*
*21*Anna Carolina: – Então é E dividido por C.*
*22*Bruna: – E dividido por C é igual a?*
*23*Anna Carolina: – C é igual a E dividido por 3.*
*24*Professora 2: – Como nós podemos representar cada uma delas, cada representação dessas? Se ele for dividido por três partes, a primeira parte eu represento?*
*25*Acadêmicas: – Um terço.*
*26*Professora 2: – A segunda parte?*
*27*Acadêmicas: – Dois terços.*
*28*Professora 2: – A terceira parte?*
*29*Acadêmicas: – Três terços.*
*30*Professora 2: – Ou?*
*31*Acadêmicas: – Um inteiro.*
*32*Professora 2: – Quantas vezes a medida E cabe no perímetro do pentágono com medida T?*
*33*Anna Carolina: – No caso, eu vou botar um terço, mais um terço, mais um terço, cinco vezes e vai ficar cinco terços. [sic]*
*34*Professora 1: – Pessoal, eu não entendi por que é um terço aqui. Vocês poderiam me explicar? Por que aqui é três?*
*35*Clarisse: – Porque o E se subdividiu em três vezes.*
*36*Professora 2: – E o que quer dizer isso aqui? Quem é o E e quem é o C?*
*37*Karen: – O E é a medida básica e o C é intermediária.*
*38*Bruna: – Só que a gente meio que estranhou, porque é diferente dos outros problemas, a básica é maior do que a intermediária.*
*39*Professora 2: – Com isso surgiu o quê? Qual necessidade?*
*40*Sílvia: – Subdivisão.*
*41*Anna Carolina: – Esse é mais fácil do que o de dividir.*
*42*Professora 2: – Esse não é dividir?*
*43*Anna Carolina: – É, mas com fração eu aprendi mais fácil.*
*44*Bruna: – É porque tu já tinha se apropriado do conceito de divisão, por isso que tu já aprendeu mais rápido. [sic]*
*45*Sílvia: – Tu já sabe quem é a intermediária, quem é a básica. [sic]*
*46*Anna Carolina: – Agora eu já sei como é na reta.*
*47*Figura 4 – Quantidade de vezes a medida C coube no pentágono de perímetro T.*

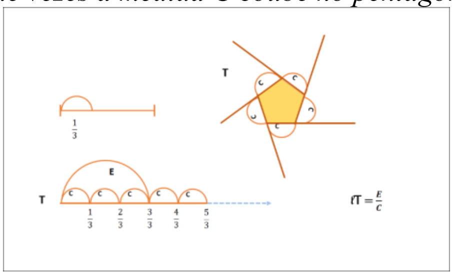


Figura 4 – Medição do perímetro do pentágono (T) a partir da unidade intermediária (C)
Fonte: elaboração nossa, 2017 (Transcrição cena 2, 2016).

A relação expressa na cena 2 compreende a medição do perímetro do pentágono (T) a partir da unidade intermediária (C). O movimento de resolução ocorreu na sequência em que foi determinada a unidade de medida intermediária, o que possibilitou a solução de sua

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

quantificação do valor da medida do perímetro do pentágono T, o qual corresponde a $T = \frac{5}{3}E$.

Após identificarem o valor do perímetro de T, as acadêmicas representaram a sistematização do comprimento do perímetro do pentágono na reta numérica. Estabeleceram, inicialmente, o que a unidade intermediária representava e procederam à confirmação do valor aritmético do perímetro do pentágono no contexto geométrico do número, a reta numérica.

A manifestação de Bruna e Sílvia (38F e 40F) indica que houve apropriação de que a relação de divisibilidade entre a unidade de medida básica e a unidade de medida intermediária é base para a compreensão da operação de subdivisão da unidade básica, que dá origem ao número fracionário.

As manifestações 41F, 43F e 44F indicam que a revelação da gênese do conceito de fração ocorreu não somente no desenvolvimento dessa tarefa introdutória do número fracionário. A tarefa proposta apenas propiciou a conclusão de sínteses orientadas à apropriação da essência do conceito de fração.

Por meio das relações de multiplicidade e divisibilidade, a unidade de medida básica dá origem à unidade de medida menor pela subdivisão. Isso possibilita a realização de medições nas quais os números inteiros são insuficientes, por serem medidas não exatas, tal como ocorreu historicamente, quando a humanidade produziu o conceito de fração (CARAÇA, 1951). O número fracionário, ponto de chegada na presente tarefa, foi ponto de partida para o desenvolvimento das demais tarefas do Experimento Didático Desenvolvimental.

2.2 Episódio 2 – Compreensões iniciais e finais das acadêmicas

O segundo episódio constitui-se por duas cenas. A primeira refere-se às compreensões que as acadêmicas apresentaram no primeiro dia de aula. A segunda expressa a forma pela qual o modo de organização do ensino do conceito de fração passou a ser concebido a partir das aprendizagens realizadas ao longo do semestre letivo. No primeiro dia de aula, constatamos certo predomínio de elementos conceituais empíricos. Por outro lado, ao final do semestre letivo, detectamos alguns indícios de possibilidades de superação, conforme apresentamos na sequência, a título de ilustração, a partir das manifestações da acadêmica Patrícia.

Cena 1 – Compreensões iniciais

Como as acadêmicas concebiam o ensino de fração antes do Experimento Didático

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Desenvolvimental? Para responder a essa questão, no primeiro encontro do semestre letivo (primeiro dia de aula), propusemos que respondessem, na forma escrita e individualmente, à seguinte situação desencadeadora de reflexões (Quadro 1).

Imagine que você foi convidado(a) para lecionar em uma turma de quinto ano de uma escola da rede estadual de educação de Santa Catarina a partir de amanhã. Durante todo o período vespertino, você deverá ensinar fração. É importante ressaltar que o professor anterior ainda não abordou esse conceito. Além disso, você não tem tempo disponível para pesquisar sobre o assunto. Portanto, o plano de ensino terá de ser elaborado a partir do que você já sabe sobre fração. Como você faria esse plano? Você tem até às 22h30min de hoje para planejar essas aulas e enviar o plano de ensino ao diretor da escola com as ações detalhadas para o período inteiro, ou seja, cinco aulas sobre fração. Elabore o plano de ensino com todas as situações que você desenvolveria na turma (explicações, experimentos, reflexões, exercícios, atividades…) e entregue até o final do presente encontro (22h30min) para a professora.

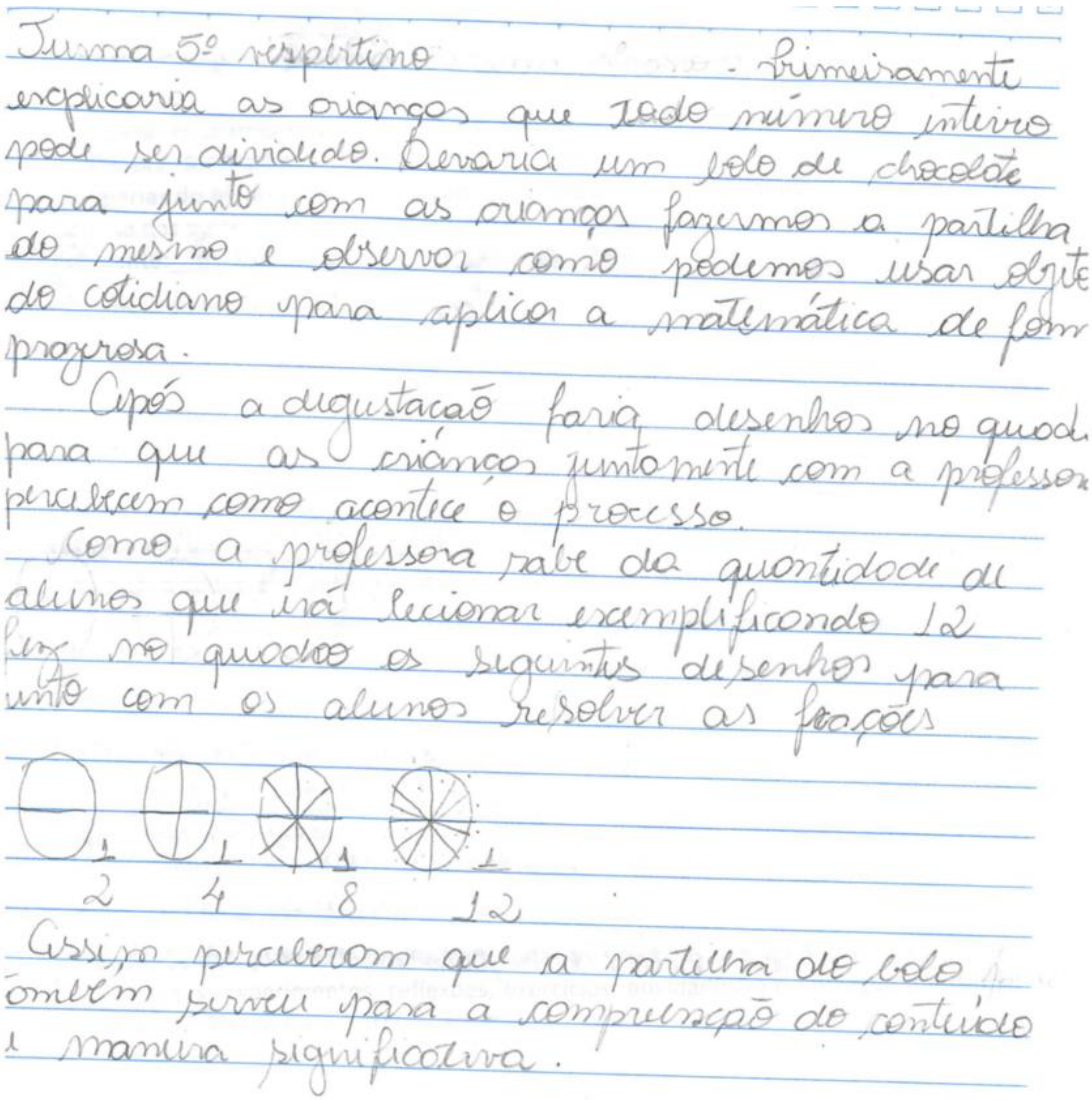
Quadro 1 – Instrumento avaliativo proposto no primeiro encontro
Fonte: elaboração nossa (2017)

Na resposta ao instrumento avaliativo proposto no primeiro encontro, Patrícia, assim como as demais acadêmicas, apresentou uma situação sustentada na ideia de que a relação do conteúdo com o cotidiano da criança torna-se um meio facilitador de aprendizagem:

> *Patrícia: observar como podemos usar um objeto do cotidiano para aplicar Matemática de forma prazerosa* (Resposta ao instrumento avaliativo, 2016).

Vejamos a Figura 5.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16


Turma 5º vespertino - Primeiramente
explicaria as crianças que todo número inteiro
pode ser dividido. Levaria um bolo de chocolate
para junto com as crianças fazermos a partilha
do mesmo e observar como podemos usar objeto
do cotidiano para aplicar a matemática de forma
prazerosa.
Após a degustação faria desenhos no quadro
para que as crianças juntamente com a professora
percebam como acontece o processo.
Como a professora sabe da quantidade de
alunos que irá lecionar exemplificando 12
fez no quadro os seguintes desenhos para
junto com os alunos resolver as frações

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{12}$

Assim perceberam que a partilha do bolo
além serviu para a compreensão do conteúdo
de maneira significativa.

Figura 5 – Proposição de Patrícia no primeiro dia de aula
Fonte: acervo da pesquisa. Elaboração da acadêmica Patrícia (2017)

Neste caso, o objeto do cotidiano estava representado por um bolo que seria partilhado com as crianças por meio de seu fracionamento. Porém, segundo Davídov (1987), esta experiência impossibilita o estudante de ir além do conhecimento de seu cotidiano, uma vez que tais ações já são realizadas sem considerar a essência, a relação essencial do conceito em estudo. Além disso, a representação da fração é apresentada em sua forma estática no desenho, sem revelar sua relação de origem.

Tal representação, diretamente dada, implica a “redução do conteúdo do conceito aos dados sensoriais, à descrição do processo de formação do conceito só como mudança da forma em que se expressam os traços comuns do objeto” (DAVÍDOV, 1988, p. 105, tradução nossa). O traço comum, aqui, (Figura 6) consiste em dividir a unidade em partes iguais e tomar uma delas. Assim, em todos os casos, o numerador é fixo: o número um. O denominador, por sua

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

vez, representa a quantidade de partes em que a unidade foi subdividida.

Desse modo, tal como nos ensina Davýdov (1982), o conhecimento empírico não avança para além das aparências dos objetos, figuras e fenômenos. Assim, ele corresponde a ações mentais de abstração e generalização empíricas (ou formais) geradoras de conceitos também empíricos.

Em outras palavras, generalizar com base nos desenhos representados na Figura 5 significa dizer que o numerador representa uma fração do todo representado no denominador. As ações desenvolvidas sugerem a repetição de situações, explicitamente representadas nos objetos, por meio de desenhos que não configuram a revelação da essência do conceito.

Neste modo de organização do ensino, não há necessidade de transformação alguma com os objetos, o resultado já está dado diretamente aos órgãos dos sentidos. No pensamento empírico, mantém-se a ideia de que a contagem da grandeza discreta é suficiente para introduzir os conceitos matemáticos. A relação de subdivisão (números racionais) de uma unidade não é revelada; consequentemente, sua essência fica obscurecida pela aparência dos desenhos subdivididos, que parecem expressar o conceito de fração por si só.

As proposições apresentadas pelas acadêmicas no instrumento avaliativo proposto no primeiro encontro seguiam o mesmo teor conceitual apresentado por Patrícia. Os conhecimentos expostos pelas acadêmicas condizem com o modo de ensino que vivenciaram na escola durante a Educação Básica.

Em síntese, ao envolver a representação direta do número fracionário por meio da partilha de bolos, pizzas…, as acadêmicas não revelam as conexões internas do conceito de fração por meio de elementos como unidade de medida básica, intermediária e total de ambas. Em consequência disso, o ensino apresenta-se desprovido de reflexões que visem à superação das aparências externas do objeto. Assim, a base do ensino apresenta-se somente no reflexo das características externas e reduz os conceitos à sua base sensorial estática. Não permite meios e procedimentos que possibilitam a revelação e modelação da relação nuclear, e como desta se originam os diferentes campos numéricos. No entanto, essa compreensão inicial, aos poucos, foi questionada, refletida e, em partes, superada durante a apropriação do conhecimento teórico, tal como indica a resposta apresentada por Patrícia no último dia de aula.

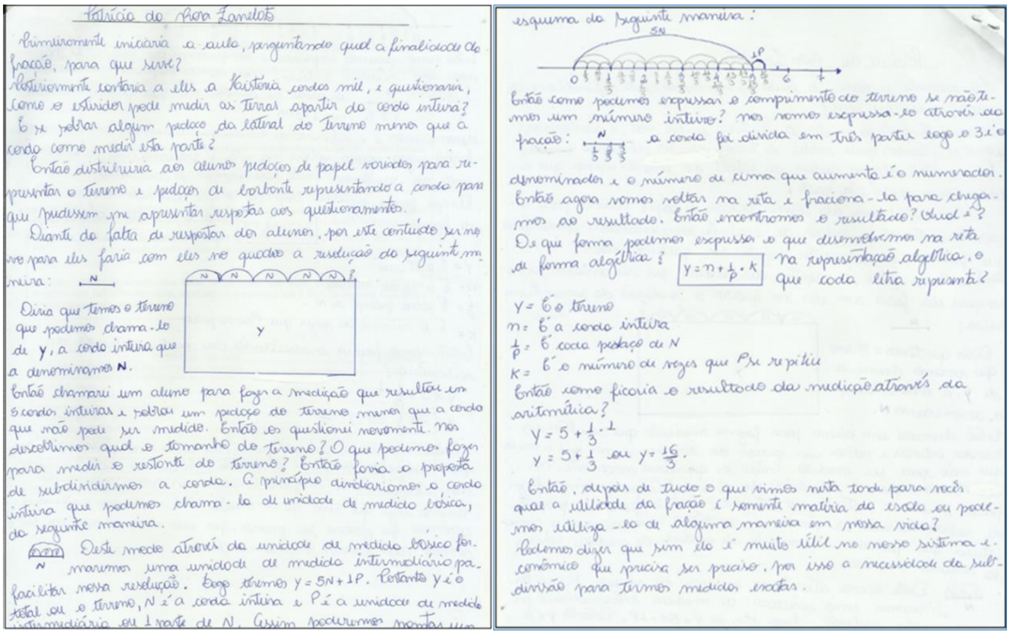
Cena 2 – Compreensões finais

Ao final do semestre letivo, para analisar o conhecimento adquirido, solicitamos que as acadêmicas respondessem à mesma situação desencadeadora do primeiro dia de aula (Quadro

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

1). Suas novas respostas ao mesmo instrumento, agora, foram fundamentadas no movimento conceitual revelado durante o Experimento Didático Desenvolvimental realizado ao longo do semestre letivo (2017/2). Subjacente às respostas, há indícios de apropriação de elementos conceituais correspondentes ao pensamento teórico a partir da revelação da relação nuclear do conceito de fração, ou seja, a gênese de sua essência.

Com base nos princípios estabelecidos na análise do primeiro encontro, continuamos com o exemplo de Patrícia, que propôs a situação desencadeadora de aprendizagem a partir de uma História Virtual elaborada por Moura (2015), intitulada Cordasmil (Figura 6).


Patrícia do Rosa Zanelato

Primeiramente iniciaria a aula, perguntando qual a finalidade da fração, para que serve?
Posteriormente contaria a eles a história cordas mil, e questionaria, como o estirador pode medir as terras apartir da corda inteira?
E se sobrar algum pedaço da lateral do terreno menor que a corda como medir esta parte?
Então distribuiria aos alunos pedaços de papel variados para representar o terreno e pedaços de barbante representando a corda para que pudessem me apresentar respostas aos questionamentos.
Diante da falta de respostas dos alunos, por este conteúdo ser novo para eles faria com eles no quadro a resolução do seguinte maneira:

Diria que temos o terreno que podemos chama-lo de y, a corda inteira que a denominamos N.
Então chamaria um aluno para fazer a medição que resultou em 5 cordas inteiras e sobrou um pedaço do terreno menor que a corda que não pode ser medido. Então os questionei novamente. Nós descobrimos qual o tamanho do terreno? O que podemos fazer para medir o restante do terreno? Então faria a proposta de subdividirmos a corda. A princípio dividiríamos a corda inteira que podemos chama-la de unidade de medida básica, da seguinte maneira.
Desta modo através da unidade de medida básica formaremos uma unidade de medida intermediária para facilitar nossa resolução. Logo teremos $y = 5N + 1P$. Portanto y é o total ou o terreno, N é a corda inteira e P é a unidade de medida intermediária ou 1 parte de N. Assim poderemos montar um esquema da seguinte maneira:

Então como podemos expressar o comprimento do terreno se não temos um número inteiro? nós vamos expressa-lo através da fração: a corda foi divida em três partes logo o 3 é o denominador e o número de cima que aumenta é o numerador.
Então agora vamos voltar na reta e fraciona-la para chegarmos ao resultado. Então encontramos o resultado? Qual é?
De que forma podemos expressar o que desenvolvemos na reta de forma algébrica? $\boxed{y = n + \frac{1}{p} \cdot k}$ na representação algébrica, o que cada letra representa?
$y =$ é o terreno
$n =$ é a corda inteira
$\frac{1}{p} =$ é cada pedaço de N
$k =$ é o número de vezes que P se repetiu
Então como ficaria o resultado da medição através da aritmética?
$y = 5 + \frac{1}{3} \cdot 1$
$y = 5 + \frac{1}{3}$ ou $y = \frac{16}{3}$.
Então, depois de tudo o que vimos nesta tarde para vocês qual a utilidade da fração é somente matéria da escola ou podemos utiliza-la de alguma maneira em nossa vida?
Podemos dizer que sim ela é muito útil no nosso sistema econômico que precisa ser preciso, por isso a necessidade da subdivisão para termos medidas exatas.

Figura 6 – Proposição de Patrícia no último dia de aula
Fonte: acervo da pesquisa. Elaboração da acadêmica Patrícia (2017)

As outras acadêmicas, com situações desencadeadoras diferentes, também apresentaram um teor conceitual semelhante. Focamos a proposição de Patrícia por explicitar com mais detalhes o movimento a ser percorrido, tal como procedeu no primeiro dia de aula.

Patrícia, ao questionar *como o estirador pode medir as terras a partir da corda inteira*, gera a necessidade de medição entre grandezas. As medidas das grandezas envolvidas são representadas pelas terras (terreno) e a corda. Com base nesta relação, permite-se a revelação dos elementos que compõem a relação nuclear de resolução, o que indica o início do processo de redução do concreto real à abstração essencial. Neste movimento, ocorre a “transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação nuclear do objeto estudado” (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Assim, ao organizar o ensino com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico, Patrícia apresenta elementos que possibilitam o desenvolvimento do experimento objetal:

Patrícia: distribuiria aos alunos pedaços de papel variados para representar o terreno e

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

pedaços de barbante representando a corda, para que possam apresentar as respostas" (Figura 6) (Excerto da proposição da acadêmica Patrícia, 2016).

Estes elementos permitem a operacionalização da comparação entre medidas de comprimento. Nesta comparação, determina-se o número de vezes que uma unidade de medida cabe na outra. Isto transcende o aspecto externo e imediato, pois "estão ligadas por sua essência interna, para as leis de sua existência e desenvolvimento" (ILIENKOV, 2006, p. 159). Ao caracterizar a existência de uma necessidade, revela a essência interna do objeto, estabelece as relações entre grandezas, fundamentada na relação nuclear expressa.

A relação nuclear, revelada e modelada a partir do experimento objetal com as grandezas, possibilita determinar um valor numérico e, no contexto proposto por Patrícia, prevê a constatação de que a corda *5 cinco vezes inteiras e sobrou um pedaço do terreno menor que a corda* (Figura 6). Neste movimento, inicia-se a transformação objetal, na qual se revelam as primeiras medidas e, com elas, a transformação das unidades. Surge, então, a necessidade da *subdivisão da corda* (Figura 6), configurada a partir de uma unidade de medida (básica) que, ao ser subdividida, gera outras unidades menores que uma unidade inteira (unidade de medida intermediária), e que neste caso foi determinada por *um terço* (Figura 6). O valor numérico estabelecido na subdivisão da corda não é único, pois seriam distribuídos diferentes comprimentos de corda. Assim, por se tratar de um problema de caráter geral, poderiam variar os comprimentos de acordo com as medidas consideradas (básicas e intermediárias).

Portanto, com base no núcleo interno do conceito de fração, é possível determinar solução ao questionamento: *como podemos expressar o comprimento do terreno se não temos um número inteiro?* (Figura 6). Esta é uma questão que merece atenção, pois possibilita uma reflexão em caráter mais geral, uma vez que os números não estão evidenciados; assim, permite a revelação da conexão interna do conceito. Para confirmar esta proposição, sustentamo-nos em Matos (2017, p. 75), ao afirmar que "os números resultariam da necessidade de expressar a resposta singular do problema", tal como acontece na proposição de Patrícia.

Nesta etapa, ao organizar o ensino com base no caráter geral, a acadêmica considera os elementos geométricos (segmentos e arcos) e algébricos (letras). Este contexto expressa a relação entre o comprimento da corda e o comprimento do terreno por meio da representação geométrica e algébrica, ainda que se desconheça o valor do todo. Este processo marca o início das significações algébricas. Rosa e Marcelo (2022) esclarecem que os símbolos algébricos e geométricos devem ser inseridos durante o processo de modelação no ensino; consequentemente, as representações geométricas se constituem elementos mediadores entre a ação objetal e a abstrata.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Ao superar, por incorporação, o aspecto real do problema, a relação nuclear é reproduzida no plano abstrato. Neste caso, foi apresentada por meio do sistema de símbolos: *de que forma podemos expressar o que desenvolvemos na reta de forma algébrica?* (Figura 6). O modelo literal da relação nuclear do conceito de fração é a abstração máxima do pensamento, determinada no movimento de redução do concreto ao abstrato. Esta representação geral expressa o núcleo do conceito de fração, que possibilita ser realizada nas mais diversas particularidades (SANTOS, 2017). Neste sentido, na particularidade de Cordasmil, cada uma das letras possui sua singularidade.

Assim, as sucessivas abstrações presentes na organização do ensino, com base no problema de Cordasmil, segundo Santos (2017, p. 76), fazem a mediação entre o plano objetal e o plano literal, o que resulta "no conceito como reflexo das abstrações e generalizações do experimento objetal com a corda, fragmento da corda e medida da lateral do terreno". O contexto constituído com base nestas ações resulta na construção e transformação do objeto e, portanto, possibilita a compreensão de sua essência.

A reta numérica, na proposição de Patrícia, possibilita a representação do valor numérico que resulta da comparação entre grandezas contínuas ou discretas. Para determinar a solução do problema de Cordasmil, no contexto geométrico, Patrícia utilizou a reta numérica como elemento mediador da operação. Ao representar a situação geometricamente, Patrícia estabelece uma situação particular, na qual *a corda foi dividida em três partes* (Figura 6). E, com base na relação geral, possibilita a solução do problema. No passo posterior, determinou o número de vezes que a unidade intermediária se repetiu na unidade de medida básica.

Assim, cada unidade de medida intermediária representa $\frac{1}{3}$ da unidade de medida básica. Posteriormente, ela foi utilizada nas operações correspondentes a $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}, \frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}, \frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3} \dots \frac{15}{3}+\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$. O procedimento geral adotado foi que cada termo posterior representou a soma do anterior mais uma unidade de medida intermediária, que resultou na repetição da unidade de medida intermediária em dezesseis vezes. Por meio do modelo revelado nas formas objetal, gráfica e finalmente abstraído na forma literal, a mesma situação pode ser resolvida aritmeticamente a partir dos numerais estabelecidos para cada representação, onde, por exemplo: $p = 3$, $n = 5$ e $k = 1$.

Portanto, a medida da lateral do terreno ficou determinada em $\frac{16}{3}$ de corda. Após determinar a medida da lateral do terreno, Patrícia (Figura 6) finaliza com a seguinte questão:

> *Patrícia: depois de tudo que vimos nesta tarde, para vocês, qual a utilidade da fração, é somente matéria da escola ou podemos utilizá-la de alguma maneira em nossa vida?* (Pergunta da

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

acadêmica Patrícia, 2016).

Desse modo, na proposição de Patrícia, as crianças seriam instigadas a pensar sobre a aplicabilidade do conhecimento científico em seu dia a dia, diferentemente da proposição por ela apresentada no primeiro dia de aula, em que não estabelecia tais relações.

As demais respostas ao instrumento avaliativo proposto no último encontro evidenciam que as acadêmicas avançaram em relação ao conhecimento inicial. Tanto no primeiro quanto no último dia de aula, as acadêmicas partiram do concreto em suas proposições de ensino: bolos, pizzas, terrenos, cordas, entre outras. A diferença não está no objeto concreto. Os objetos poderiam ser os mesmos em ambos os momentos. A diferença está no tipo de experimento e no movimento de generalização e abstração. No primeiro dia de aula, com base na partilha de pizzas, bolos… por meio de exemplos comuns, chegava-se à generalização, representada em sua forma abstrata com números fracionários. O geral consistia em: se eu tenho um todo, divido-o em partes iguais, o denominador representará o total de partes e o numerador, o tanto de partes que tomei. Em outras palavras, para elaborar esta generalização, os números inteiros são suficientes.

Por outro lado, no último dia de aula, as acadêmicas já não focavam a representação externa dos objetos e figuras (pizza, bolo), mas a grandeza em medição (volume, massa, comprimento…), nos casos em que a unidade de medida não cabia uma quantidade de vezes na grandeza a ser medida. Eis a gênese do conceito de fração vivenciada historicamente pelos nossos antepassados durante o surgimento do referido conceito (CARAÇA, 1951). Mas elas não ficavam nesse estágio inicial de desenvolvimento do conceito. Após a revelação dos elementos que compõem a relação nuclear do conceito, durante o experimento objetal, procediam à modelação nas formas objetal, gráfica e literal. Trata-se, portanto, de um movimento de sucessivas abstrações até atingir a abstração máxima, que possibilita sua generalização por meio das diferentes possibilidades de aplicações (concreto ponto de chegada). Esse movimento requer a interconexão das significações aritméticas, algébricas e geométricas.

Além das reflexões envolverem um sistema conceitual matemático mais amplo, faz-se necessário considerar, também, a totalidade na qual o contexto da história virtual se insere e problematizá-lo. No desenvolvimento da Situação Desencadeadora de Cordasmil em sala de aula, sugerimos, também, que se problematizem questões como: qual era a relação entre política e religião no Egito Antigo? Quais eram as crenças religiosas do povo egípcio que potencializavam o poder dos faraós? Quais as consequências da aproximação entre política e religião nesse período histórico? Por que o faraó era dono-proprietário de todas as terras do Egito?

A Matemática não é uma ciência neutra. Uma das principais contribuições das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem do tipo História Virtual do Conceito para a educação contemporânea incide na totalidade da qual essas situações são extraídas. Os diferentes contextos históricos que deram origem e possibilitaram o desenvolvimento da ciência matemática podem contribuir para a compreensão do processo de constituição da estrutura social contemporânea e, consequentemente, gerar reflexões em direção à sua superação.

3 Algumas considerações

Desenvolvemos um Experimento Didático Desenvolvimental a fim de investigar as manifestações de elementos correspondentes ao modo de organização do Ensino Desenvolvimental de fração durante a realização de um experimento didático com acadêmicas de um curso de Pedagogia.

No início do semestre letivo, as acadêmicas concebiam o conceito de fração empiricamente, ou seja, estabeleciam uma relação direta do número fracionário com a representação visual (imagens). Durante o desenvolvimento do experimento didático, por meio da medição de grandezas, revelaram os elementos que constituem a relação nuclear do conceito (unidade de medida básica, intermediária e o todo a ser medido) e a interconexão que dá origem ao número fracionário. Tal relação foi modelada inicialmente na forma objetal e, na sequência, abstraída nas formas gráfica e literal por meio da interconexão de elementos algébricos, geométricos e aritméticos.

A abstração máxima, ao distanciar-se do concreto que lhe deu origem, não consiste em uma representação direta de tal concreto. Porém, como se trata de uma abstração teórica, reflete não apenas o experimento real concreto que lhe deu origem, mas todos os casos em que a unidade de medida é maior que a grandeza a ser medida, por isso passível de ser generalizada e aplicada em qualquer situação particular. Esse movimento de abstração e generalização reflete o movimento histórico percorrido pela humanidade durante o desenvolvimento do conceito de fração e está presente nas produções que as acadêmicas apresentaram no último dia de aula.

Desse modo, os resultados da pesquisa indicam que, sim, é possível elevar o modo de organização do ensino de Matemática ao nível teórico na formação universitária de professores. Porém, muitos desafios precisam ser superados, entre eles a ampliação do limite de tempo disponibilizado para as reflexões relacionadas ao modo de organização de ensino de

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

Matemática (conteúdo e método) no curso de Pedagogia, para que outros elementos conceituais sejam abordados, uma vez que a carga horária da disciplina é insuficiente para contemplar a reflexão teórica de todos os conceitos e sistemas conceituais previstos para os anos escolares em que os pedagogos atuam com o ensino de Matemática na Educação Básica.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 9 jun. 2021.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1951.

DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. *In*: SHUARE, M. (org.) **La psicología evolutiva y pedagogica en la URSS**. Moscú: Progreso, 1987. p. 143-155.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Tradução de Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

FREITAS, D. **O movimento do pensamento expresso nas tarefas particulares propostas por Davýdov e colaboradores para apropriação do sistema conceitual de fração**. 2016. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul de Santa Catarina, Criciúma, 2016.

ILIENKOV, E. V. La ascensión de lo abstracto a lo concreto en principios de la lógica dialéctica. *In*: JIMÉNEZ, A. T. (org.) **Teoría de la construcción del objeto de estudio**. México: Instituto Politécnico Nacional, 2006. p. 151-200.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 27, p. 5-24, 2004. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/ZMN47bVm3XNDsJKyJvVqttx/?lang=pt. Acesso em: 23 maio 2023.

MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia**: uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural. 2017. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

MOURA, M. O. **Números racionais**. Arquivo. São Paulo: USP, 2015. Disponível em: https://disciplinas.stoa.usp.br/mod/resource/view.php?id=155570. Acesso em: 21 jun. 2021.

ROSA, J. E.; MARCELO, F. S. Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino na sistematização de numeração no contexto da formação inicial de professores. **Revista de Educação Matemátic (REMat)**, São Paulo, v. 10, n. 10, p. 1-21, 2022. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/610/502. Acesso em: 9 jun. 2022.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

SANTOS, C. O. **O movimento conceitual de fração a partir dos fundamentos da lógica dialética para o modo de organização do ensino**. 2017. 89f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

VENENCIANO, L. *et al*. An introduction to multiple perspectives on Davydov's approach in the XXI century. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 106, n. 1, p. 323-326, 2021.

Submetido em 25 de Junho de 2022.
Aprovado em 14 de Novembro de 2022.