

Análise experimental da vida útil à fadiga de concretos submetidos à compressão cíclica de baixa frequência

Experimental analysis of the fatigue life of concrete subject to low cyclic compressive loading

Emerson Felipe Felix¹ , Rogério Carrazedo¹ 

Edna Possan² 

¹Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Av. Trabalhador Sancarlense, 400, Centro, 13566-590, São Carlos, SP, Brasil.

²Universidade Federal da Integração Latino-Americana, Instituto Latino-Americano de Tecnologia, Infraestrutura e Território. Av. Silvio Américo Sasdelli, 1842, Bairro Itaipu A, CEP 85866-000, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil.

e-mail: emerson.felipe.felix@gmail.com, rogcarrazedo@sc.usp.br, epossan@gmail.com

RESUMO

A degradação do concreto por fadiga está relacionada a deterioração e danificação do material compósito quando submetido a carregamento cíclico. De modo geral, é observado que a deterioração do material ao ser submetido a ensaios dinâmicos, ocorre semelhantemente ao de concretos avaliados por ensaios estáticos, entretanto, o modo de propagação de fissuras, a velocidade de propagação e o dano podem ser diferentes em função da taxa de carregamento aplicado. Sabendo disso, este trabalho apresenta uma investigação experimental com objetivo de avaliar a influência da frequência de carregamento, intensidade da carga e resistência à compressão do material, no comportamento à fadiga do concreto. Ensaios foram realizados considerando três frequências de carregamento (0,125, 0,25 e 0,5 Hz), dois níveis de tensão máxima (50% e 70% da resistência à compressão) e concretos com três classes de resistência (30, 50 e 70 MPa). Os resultados encontrados apontam que à medida que a frequência de carregamento é aumentada, a vida útil à fadiga cresce exponencialmente. No entanto, observou-se que a vida útil à fadiga é menor em concretos de alta resistência, e que a vida útil à fadiga possui uma relação inversa com a resistência à compressão.

Palavras-chave: Concreto; Compressão cíclica; Fadiga; Fadiga de baixo ciclo; Vida útil à fadiga.

ABSTRACT

The degradation of concrete by fatigue is related to deterioration and damage of the composite material when subjected to cyclic loading. In general, the deterioration of the material subjected to dynamic tests, occurs similarly to that of concretes subjected to static tests, however, the crack propagation mode, the propagation speed and the damage may be different depending on the loading rate at which the material is subjected. Besides, this work presents an experimental investigation aiming to evaluate the influence on the concrete fatigue behavior regarding the loading frequency, load intensity and the material's compressive strength. Tests were carried out considering three loading frequencies (0.125, 0.25 and 0.5 Hz), two levels of maximum stress (50% and 70% of the compressive strength) and concretes made with three different compressive strength (30, 50 and 70 MPa). The results point out that as the loading frequency is increased, the fatigue life increases exponentially. However, it was observed that the fatigue life is shorter in high-strength concretes, i.e., the fatigue life has an inverse relationship with the compressive strength.

Keywords: Concrete; Cyclic compression; Fatigue; Low cycle fatigue; Fatigue life.

1. INTRODUÇÃO

Estruturas de concreto, são usualmente projetadas diante da hipótese de que as cargas que atuarão ao longo de sua vida útil serão estáticas e que os elementos estruturais trabalham em regime elástico linear (ou com baixo nível de danificação). Entretanto, solicitações cíclicas como a ação do vento, as ondas de marés, os abalos

sísmicos, os efeitos de temperatura e outras cargas flutuantes (como o tráfego de veículos em uma ponte), podem levar à falha da estrutura sob níveis de tensões abaixo dos estabelecidos em projeto, e isto ocorre devido ao fenômeno da fadiga [1].

A fadiga se refere a deterioração ou ruptura de um sólido quando submetido à repetidas cargas e descargas, e ocorre devido à degradação permanente e progressiva na microestrutura do material, para solicitações cíclicas de magnitude inferior à sua resistência [2, 3]. Assim, a fadiga é um fenômeno que deve ser considerado no projeto de elementos que trabalham sob ação de cargas cíclicas, a fim de que os danos permanentes que comprometem a integridade estrutural sejam minimizados.

A deterioração do concreto quando analisado por ensaios dinâmicos, ocorre de forma análoga ao observado em ensaios estáticos, entretanto, o modo de propagação de fissuras, a velocidade de propagação e o dano podem ser diferentes em função do nível e da taxa de carregamento ao qual o material é submetido [4].

O nível de tensão S , que age no material, é de suma importância na análise e determinação da resistência à fadiga, ou vida útil (número de ciclos N , resistido antes da ruptura). O número N , pode ser descrito através da curva de Wöhler, ou curva SxN “Stress vs. Number”, que relaciona o nível de tensão aplicado ao número de ciclos que causam a ruptura no material. Para a maioria dos materiais, a curva de Wöhler mostra a existência de uma tendência na redução do número de ciclos à medida em que aumenta o nível de tensão [4].

Atualmente apenas os materiais dúcteis como os aços e as ligas apresentam ábacos e curvas de Wöhler bem definidas. Entretanto, para o concreto, ainda não estão disponíveis curvas para todas as classes do material, uma vez que o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à fadiga só ganhou destaque no decorrer das duas últimas décadas, onde os estudos correlatos às áreas de durabilidade, mecânica da fratura e mecânica do dano tiveram substancial avanço.

Na Figura 1 são identificados as principais hipóteses e resultados referentes ao estudo da fadiga no concreto [5–20]. Os tópicos referenciados na linha do tempo foram definidos por meio da análise de resultados de trabalhos de cunho experimental desenvolvidos desde a primeira publicação em 1903 [5], até o presente momento. Ao todo foram avaliados 112 trabalhos, os quais encontram-se disponíveis na literatura. A quantidade de trabalhos, sem fazer distinção do tipo de solicitação cíclica avaliada (compressão, tração, flexão ou tração-compressão), foi determinada por meio de um levantamento bibliográfico realizado em diferentes bancos de dados, os quais são identificados na Figura 1.

No que diz respeito ao desempenho do concreto quando submetido a cargas cíclicas, trabalhos vêm sendo desenvolvidos por estudos teóricos, experimentais e/ou numéricos, e divididos quanto ao tipo de fadiga analisada, fadiga por tração [21, 22], tração-compressão [3], compressão [23–25] e flexão [2, 26–28].

No entanto, ao avaliar os trabalhos disponíveis na literatura, a maior parte deles tem como objetivo a avaliação da fadiga à flexão (Figura 1.20), devido à grande incidência de estruturas de concreto submetidas a este tipo de solicitação, e, principalmente, pelo fato de que os mais variados níveis de carga e frequência são facilmente explorados nos laboratórios, quando comparado aos outros modos de solicitação. Corroborando com tal afirmação, na Figura 2 é apresentada a quantidade de trabalhos desenvolvidos e publicados desde 1903 [5], até o presente momento (a fonte da pesquisa é a mesma indicada na Figura 1), para cada um dos tipos de ações cíclicas investigadas no comportamento à fadiga do concreto.

No Brasil, as pesquisas são prioritariamente relacionadas à fadiga por flexão em vigas ou compressão e flexão em pavimentos de concreto, sendo a maioria de cunho numérico ou teórico-numérico [29–31].

A principal dificuldade encontrada para o estudo experimental do comportamento do concreto à fadiga, no Brasil, remete-se à incipiência de equipamentos capazes de realizar ensaios cíclicos com alta velocidade de carregamento. Medeiros [32], por exemplo, realizou parte de sua pesquisa no exterior, devido a indisponibilidade, na época, de máquinas e equipamentos de laboratório para ensaios de fadiga à compressão. Medeiros [32] analisou experimentalmente o ganho de resistência à fadiga devido à incorporação de fibras na matriz cimentante do concreto, verificando ainda, a influência de distintas frequências de carregamento.

Assim, motivado pela carência de estudos envolvendo a fadiga no concreto, associado à compressão cíclica, este trabalho pretende atingir o estado da arte tanto por investigar e avaliar experimentalmente o comportamento à fadiga do material, como por oferecer novos dados acerca do fenômeno, de modo a subsidiar o desenvolvimento futuro de modelos de vida útil de estruturas de concreto sujeito a ações cíclicas.

A análise experimental foi desenvolvida de modo subsidiar a análise da vida útil à fadiga (VUF) de concretos com três classes de resistência à compressão (30, 50 e 70 MPa). Os concretos foram submetidos a diferentes condições de carregamento, empregando três frequências de carregamento (0,125, 0,25 e 0,5 Hz) e dois níveis de tensão máxima (50% e 70% da resistência à compressão). As análises levaram em consideração o número de ciclos necessário para gerar a ruptura do concreto e a evolução do dano associada ao carregamento.

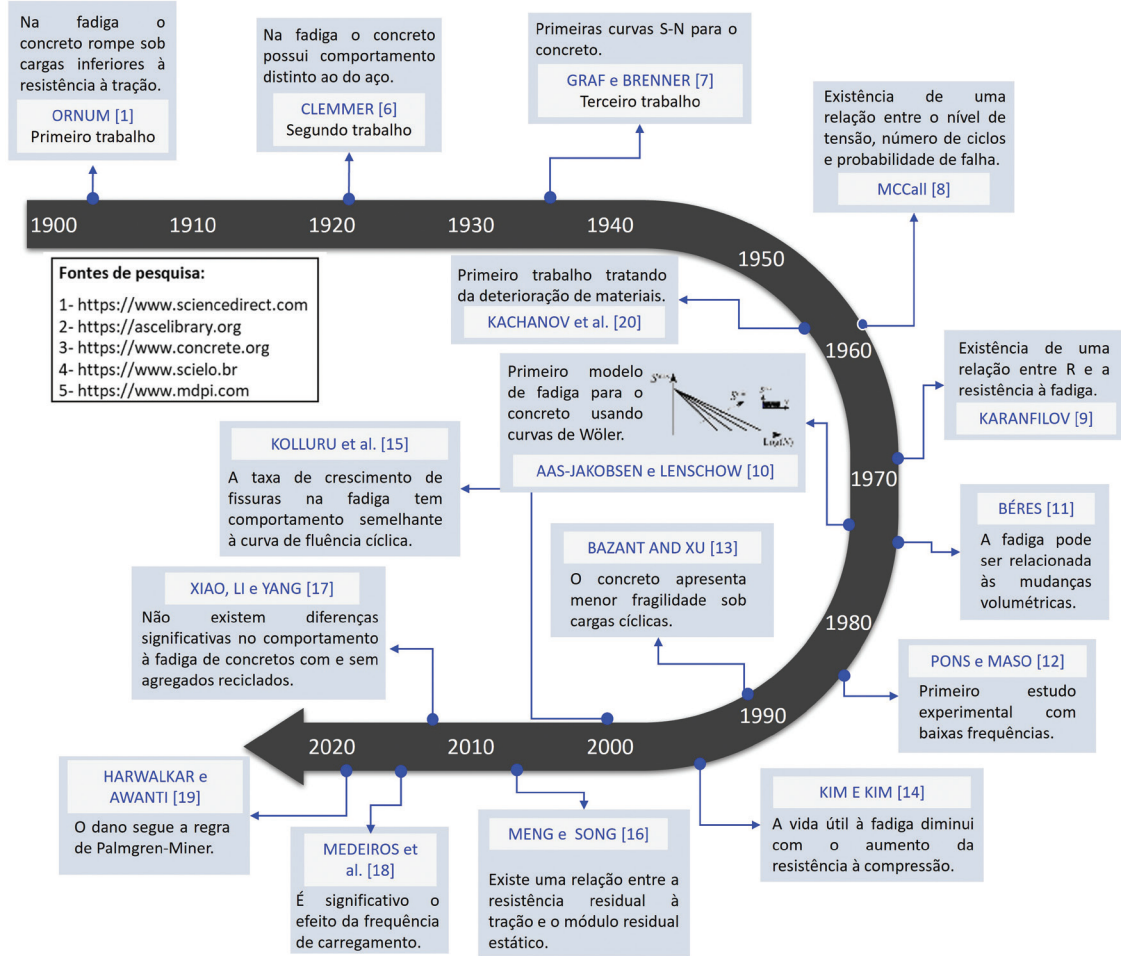


Figura 1: Principais hipóteses levantadas em trabalhos experimentais publicados.

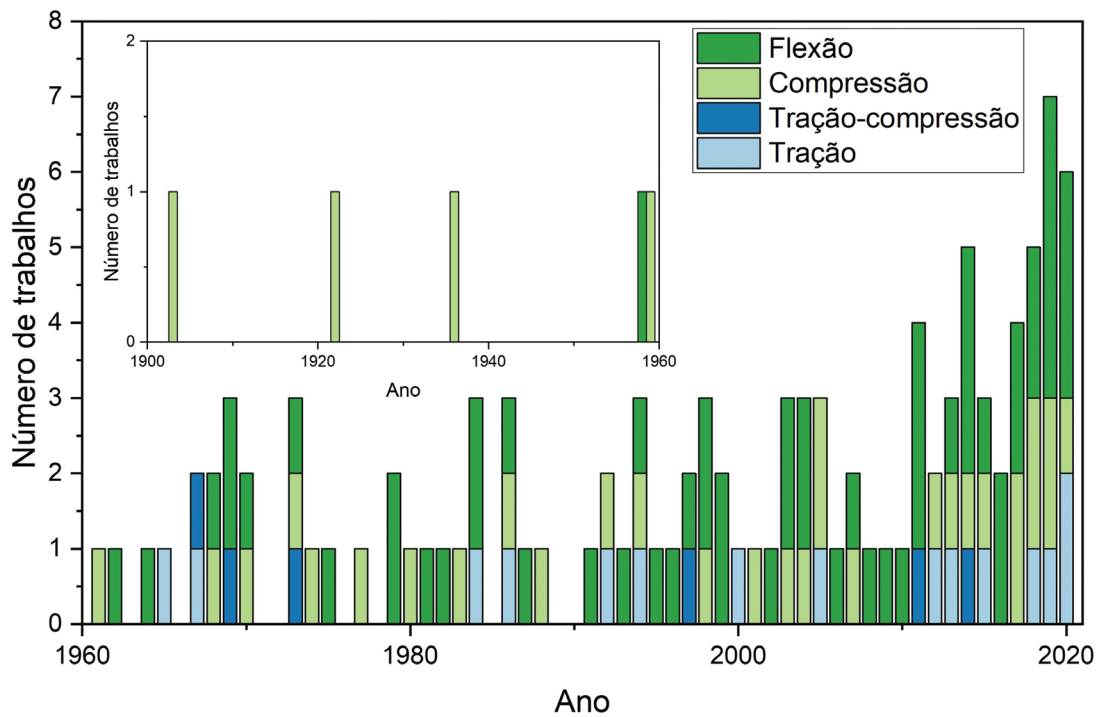


Figura 2: Principais hipóteses levantadas em trabalhos experimentais publicados.

2. COMPORTAMENTO À FADIGA DO CONCRETO

2.1. Deterioração do concreto sob ação de ações cíclicas

Em um sólido submetido a cargas cíclicas, nucleações em nível microscópico são originadas com um baixo número de repetições devido ao efeito da fadiga no material. A progressão das fissuras até a sua observação em nível macroscópico é lenta, se considerada a vida útil à fadiga do sólido, usualmente expressa pelo número de ciclos necessário para causar a falha do material (N_f).

A vida útil à fadiga é geralmente classificada em dois estágios: um referente ao surgimento das nucleações no material e outro à propagação das fissuras. No período de iniciação também é observado o crescimento microestrutural de fissuras, porém em dimensões tão insignificantes que não são consideradas na representação ou quantificação do nível de danificação do material. O período de propagação é geralmente caracterizado pelo instante em que o crescimento das fissuras é observado em nível mesoscópico. Na Figura 3 são apresentadas as diferentes fases representativas da vida útil à fadiga, considerando aspectos relacionados à fissuração dos materiais.

Do surgimento da primeira microfissura até a ruptura do material, o dano por fadiga no concreto pode ser caracterizado por três estágios, de acordo com os níveis de deformação (Figura 4): (i) origem da fissura, que é quando a microfissuras surgem devido à alta concentração de tensões em pontos de descontinuidades na estrutura cristalina ou, em regiões com descontinuidades pré-existentes no material; (ii) propagação da fissura, devido ao acúmulo de energia nas extremidades das fissuras existentes; e (iii) ruptura do material, que ocorre de maneira abrupta, devido à natureza quase-frágil do material.

A fim de prever ou monitorar a vida útil de um elemento de concreto quando sujeito à fadiga, faz-se necessário conhecer o comportamento mecânico do material quando submetido à ciclos de carga e descarga. As propriedades do concreto referentes à fadiga são determinadas a partir de ensaios laboratoriais, e os dados obtidos geralmente são apresentados por meio do gráfico de tensão ou de deformação específica em função do número de ciclos até a ruptura, curva $S-N$ e $\varepsilon-N$, respectivamente.

Existem na literatura diversos modelos de vida útil à fadiga do concreto, sendo alguns apresentados nas Equações (1)–(4). Entretanto, boa parte dos modelos possuem como diretriz as curvas $S-N$ ou $\varepsilon-N$, obtidas em campanhas experimentais, às quais só atendem a um pequeno número de casos, o que inviabiliza o seu emprego de forma generalizada.

$$\frac{S_{max}}{f_{t,f}} = d + e \cdot \log(n) \quad (1)$$

$$\log(N) = 13,275 - 11,39 \cdot \left(\frac{S_{max}}{f_{ck}} \right) \quad (2)$$

$$\frac{S_{max}}{f_{est}} = 1 - 0,0685 \cdot (1 - R) \cdot \log(N) \quad (3)$$

$$\log(N) = -2,66 - 0,94 \cdot \log(\dot{\varepsilon}_{sec}) \quad (4)$$

onde S_{max} é a tensão máxima aplicada, $f_{t,f}$ é a resistência à tração na flexão estática do concreto, N é o número de ciclos para o colapso do material, d e e são parâmetros do material obtido por regressão dos dados, R é a razão entre a tensão mínima e máxima, f_{est} é a resistência característica do concreto, f_{est} é a resistência à compressão (depende da análise a ser feita) ou tração estática do concreto, $\dot{\varepsilon}_{sec}$ é a taxa de deformação específica secundária, ou ainda taxa de fluência secundária.

De acordo com Lee e Barr [33], são muitos os motivos que inviabilizam o uso da curva de Wöhler, Equação (1), de forma generalizada, sendo a principal, a determinação dos parâmetros por meio da regressão de dados, uma vez que existe uma dispersão considerável nos resultados de ensaios de fadiga, considerando corpos de prova do mesmo lote de ensaiados sob o mesmo nível de tensão.

Ortega *et al.* [34] relatam que a grande dispersão nos resultados é decorrente da sensibilidade da resistência à fadiga a uma variedade de parâmetros relacionados ao ensaio e ao material, que são quase impossíveis de serem controlados de maneira precisa, como as condições de moldagem, o alinhamento do corpo de prova no equipamento de ensaio, a imposição das tensões máximas e mínimas, a frequência de carregamento e o posicionamento de extensômetros ou Strain Gauges.

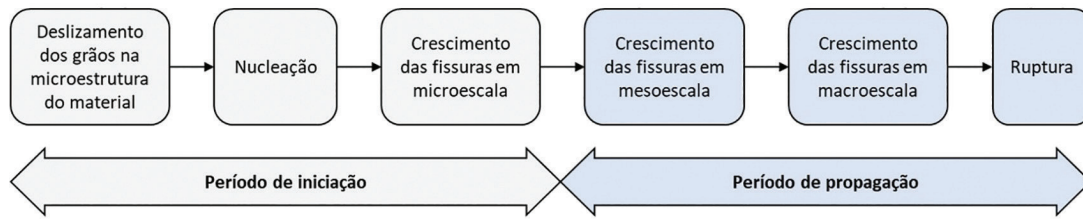


Figura 3: Fases da vida útil à fadiga associadas à fissuração do concreto.

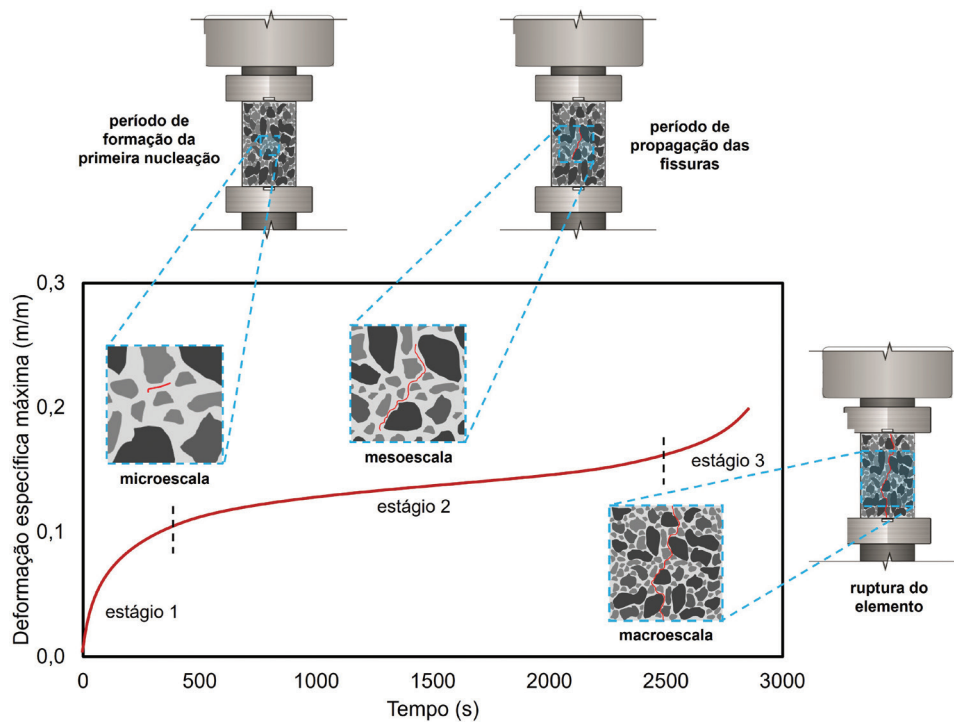


Figura 4: Avanço de fissuras no concreto em função da deformação máxima e tempo de ensaio no concreto sob fadiga.

2.2. Fatores intervenientes na vida útil à fadiga

Ao longo dos últimos cem anos, após a publicação dos primeiros trabalhos, muitos estudos de fadiga no concreto foram desenvolvidos, sendo a maioria (até a década de 90) referentes à determinação de um modelo geral, que considerasse os distintos tipos de ensaios à fadiga: tração direta, tração na flexão, tração por compressão, compressão, e tração-compressão alternada.

De acordo com Medeiros [32], o modo de carregamento influencia o comportamento do concreto à fadiga, uma vez que são distintos os fatores que governam o mecanismo de ruptura do concreto na compressão, tração ou flexão. Ademais, sabe-se que outros parâmetros podem influenciar na resistência à fadiga e vida útil, como os materiais constituintes, condições de umidade, relação entre tensões mínima e máxima (R), frequência de carregamento, entre outras.

Raithby e Galloway [35] analisaram a influência das condições de umidade na determinação do número de ciclos até a ruptura do concreto convencional. Os autores analisaram as condições do concreto saturado, concreto seco ao ar por uma semana (Equação (2)), e concreto seco em forno por uma semana. Os resultados encontrados foram coincidentes com os observados por Cornelissen e Lewis [36], onde o concreto saturado apresenta vida útil inferior ao do concreto seco ao ar, mas praticamente a mesma que o concreto seco em forno.

Tepfers e Kutti [37] propuseram modelos para a determinação da vida útil de concretos submetidos à fadiga por compressão, tração e flexão, verificando por meio de análises estatísticas, que a Equação (3) atende aos diferentes tipos de carregamento. Entretanto, Cornelissen [38] apresentou um estudo demonstrando que o modo de carregamento tem influência no comportamento do concreto à fadiga, e que um único modelo não representaria adequadamente o fenômeno para os diferentes tipos de carregamentos. Ademais, Cornelissen [38]

e Zhang *et al.* [39] verificaram que os ensaios alternados causam maior redução na resistência à fadiga do que aqueles puramente em tração na flexão.

No que se refere aos diferentes materiais que configuram o concreto, ainda não se chegou a um consenso quanto a influência da relação água/cimento (a/c) e do consumo de cimento, os estudos de Tepfers e Kutti [37] e Zhang *et al.* [40] mostram que estes parâmetros são indiferentes ao comportamento do concreto submetido à fadiga por tração ou flexão, afetando apenas a resistência estática do material.

Quanto ao tipo de agregado empregado, Sparks [41] mostrou que existe uma forte correlação entre a taxa de deformação secundária e o número de ciclos até a ruptura do concreto, fazendo com que concretos produzidos com agregado leve tenham uma menor vida útil, quando comparados aos concretos com agregado convencional (agregados de origem basáltica ou granítica). A Equação (4) apresenta a formulação desenvolvida pelo autor, para a vida útil de concretos contendo agregado graúdo convencional, submetidos a carregamento cíclico por compressão.

Por fim, sabe-se que frequência de carregamento (f) pode exercer grande influência no comportamento à fadiga do concreto, e mais, que ao se elevar a frequência, a vida útil à fadiga aumenta. Porém, a maioria dos trabalhos existentes na literatura, que corroboram com essa afirmação, foram desenvolvidos para altas frequências ($f > 1,0$) e para tensões máximas variando entre 75% e 95% da resistência estática [39]. Jansen [42] observou que para tensão máxima menor que 75% da resistência estática do concreto, as frequências entre 1 e 15 Hz apresentam pequena influência na resistência à fadiga, e mais, que uma redução de 100 vezes na frequência resulta numa redução de 10 a 30 vezes no número de ciclos.

3. METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho constitui-se de cinco etapas, conforme apresentado na Figura 5, sendo elas: i) seleção e caracterização dos materiais; ii) dosagem e moldagem dos concretos; iii) ensaios para definição de propriedades mecânicas do material; iv) ensaio de fadiga à compressão; e (v) análise dos resultados obtidos.

3.1. Seleção e caracterização dos materiais

Neste estudo, para a produção dos concretos, empregou-se como aglomerante o cimento Portland CP II Z 32, composto com pozolana e com 32 MPa de resistência à compressão. A massa específica ($3,06 \text{ g/cm}^3$) e a área superficial específica ($3965,00 \text{ cm}^2/\text{g}$) deste cimento foram determinadas de acordo com a NBR NM 23:2001 [43] e com a NBR 16372:2015 [44], respectivamente.

Areia quartzosa e brita 0 de origem basáltica foram empregadas como agregados miúdo e graúdo, respectivamente. Para a caracterização dos agregados (Tabela 1), foram realizados os ensaios de composição granulométrica, massa específica, massa unitária, absorção de água e módulo de finura.

Quanto à composição granulométrica do agregado miúdo, verificou-se que os dois lotes analisados se encaixam dentro dos limites granulométricos recomendados pela NBR 7211 [48] para areia fina. Em relação aos agregados graúdos, os resultados comprovaram a dimensão máxima característica de 9,5 mm, correspondente à brita 0.

Para os concretos de classe C50 e C70, foram necessários empregar aditivos superplastificantes, que são compostos de polímeros orgânicos, comumente empregados como redutores de água, que possibilitam a redução do fator água/cimento e para dispersar partículas de cimento, melhorando assim a fluidez dos traços. O superplastificante utilizado neste trabalho foi o ADVA CAST 585 da Grace.

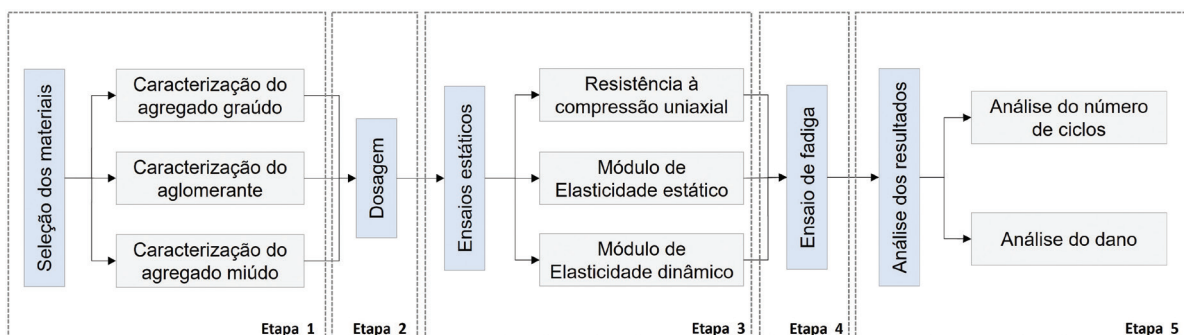


Figura 5: Fluxo de atividades desenvolvidas.

Tabela 1: Caracterização física dos materiais.

PROPRIEDADES	AGREGADO MIÚDO	AGREGADO GRAÚDO	NORMAS UTILIZADAS
Massa unitária (kg/m ³)	1390,00	1401,00	(NBR NM 45: 2006 [45])
Massa específica (kg/m ³)	2520,00	2590,00	(NBR NM 53: 2003 [46])
Absorção (%)	0,22	1,45	(NBR NM 53, 2003 [46])
Módulo de finura	1,46	–	(NBR NM 248 2003 [47])

Tabela 2: Consumo de materiais.

MATERIAL	CONSUMO DE MATERIAL EM kg/m ³		
	C30	C50	C70
Cimento (CP II Z 32)	353,96	395,55	553,43
Agregado miúdo	800,44	1000,76	853,92
Agregado graúdo	1023,68	819,96	826,75
Água	184,19	166,37	168,92
Aditivo	–	2,38	4,41
Relação água/cimento	0,52	0,42	0,30

Comenta-se que em todas as concretagens foi utilizada água potável proveniente da rede de abastecimento local, sendo dispensável o controle de sua aceitação.

3.2. Dosagem e produção dos materiais

Na presente pesquisa foram produzidos concretos considerando três traços, considerando as suas resistências à compressão: 30 MPa (C30); 50 MPa (C50); e 70 MPa (C70). Para a dosagem, fez-se o uso do método da ABCP com abatimento fixado em (120 ± 20) mm. Na Tabela 2 são apresentados os consumos de materiais para cada um dos traços produzidos.

Ao todo, foram produzidos 126 corpos de prova cilíndricos de 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura, sendo 42 corpos de prova para cada um dos três lotes. Os concretos foram moldados em mesa vibratória e submetidos à cura com temperatura e umidade controladas até o instante de realização dos ensaios.

3.3. Ensaio de caracterização

Para os ensaios de caracterização dos concretos com carregamento estático, foram utilizados dezoito corpos de prova, sendo seis empregados nos ensaios de resistência à compressão aos 7 dias, mais seis aos 28 dias, e mais seis para análise da resistência aos 90 dias (período em que ocorreram os ensaios de fadiga) e determinação dos módulos de elasticidade estático e dinâmico. Os ensaios foram conduzidos de acordo com as normas NBR 5739 [49], NBR 8522 [50] e ASTM E1876-15 [51].

O módulo de elasticidade dinâmico foi considerado neste trabalho, por ser uma propriedade que pode indicar melhor o comportamento a fadiga do material, por estar submetido a cargas cíclicas. Os ensaios do módulo de elasticidade dinâmico foram realizados por meio da técnica de excitação por impulso (TEI), uma técnica não destrutiva. Este ensaio foi realizado com o propósito de determinar a variação do módulo de elasticidade, a medida em que o material era submetido à diferentes ciclos de carregamento.

O módulo de elasticidade dinâmico e seu respectivo módulo estático, obtido via formulação de Popovics [52] (Equação (5)), foi obtido em seis corpos de prova antes do início dos ensaios de resistência à compressão aos 90 dias.

$$E_c = 0,107 \cdot E_d^{1,4} \cdot \rho^{-1} \quad (5)$$

onde E_c é o módulo de elasticidade estático (em Pa), ρ é a densidade do concreto (em kg/m^3), E_d é o módulo de elasticidade dinâmico (em Pa).

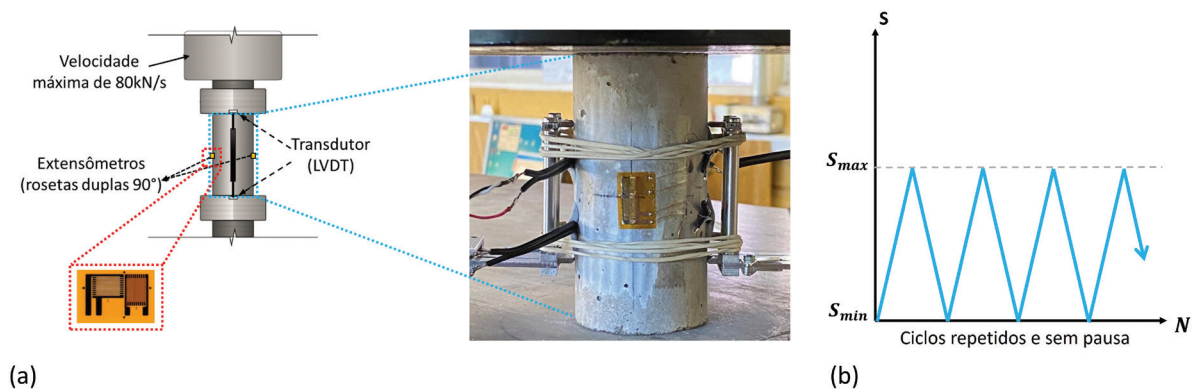


Figura 6: Esquema (a) de instrumentação e (b) do carregamento cíclico.

3.4. Ensaio de fadiga

Para a realização dos ensaios de fadiga, foram utilizados corpos de prova cilíndricos de 10 cm de altura e 5 cm de diâmetro, submetidos à compressão cíclica em uma máquina servo hidráulica Instron 8805 de capacidade máxima de ± 1500 kN. A escolha dos corpos de prova foi realizada buscando uma dimensão com que a velocidade máxima de carregamento usada nos ensaios fosse inferior à velocidade máxima suportada pela máquina (80 kN/s), e que ainda representasse adequadamente o comportamento do material. Como justificativa para a dimensão do corpo de prova, indica-se também o estudo experimental realizado por Saiani e Singh [2], onde foi observado que para a fadiga à compressão, o diâmetro do corpo de prova possui influência superior à relação altura/diâmetro do corpo de prova, e que um diâmetro igual ou superior a 5 cm é suficiente para avaliar e/ou ensaiar corpos de prova de concreto sob compressão cíclica, desde que seja utilizado um corpo de prova que apresente uma relação entre o seu diâmetro e diâmetro máximo do agregado, superior à 5.

A máquina servo-hidráulica utilizada possui controle eletrônico que recebe sinais analógicos de até seis canais diferentes, seja carga, deslocamento ou leitura proveniente de um extensômetro qualquer. A Figura 6.a mostra uma visão geral da posição dos dois extensômetros do tipo roseta dupla (com direções variando em 90°) e dois LVDT, utilizados nos corpos de prova. Já na Figura 6.b é apresentado o esquema de carregamento cíclico empregado.

Os ensaios de fadiga foram configurados por meio do controle de carga. Como apresentado na Figura 6.b, a definição das cargas máximas e mínimas foi realizada considerando duas configurações distintas, uma para a carga máxima de 50% da resistência à compressão (f_c) e outra para 70% de f_c , considerando nos dois casos, uma carga mínima de 0 kN, o que configura uma relação entre tensões mínima e máxima (R) de 0, para os dois casos avaliados.

Ao todo foram analisados quatro corpos de prova, em cada um dos dezoito cenários, para a determinação do número de ciclos médio, necessário para a ruptura por fadiga na compressão. Os dezoito cenários se referem à combinação das três frequências de carregamento (0,125, 0,25 e 0,5 Hz), com os dois níveis de tensão máxima (50% e 70% de f_c) e, as três classes de resistência à compressão (30, 40 e 50 MPa). A fim de resumir todos os cenários investigados experimentalmente, na Figura 7 são apresentados todos os grupos de amostras configurados com os três lotes de concretos (C30, C50 e C70), considerando as diferentes configurações de carregamento investigadas.

Para facilitar a leitura dos resultados, utilizou-se a nomenclatura C#S#F#, onde C# remete à classe de resistência do concreto (30, 50 ou 70 MPa), S# refere-se à tensão máxima adotada (S5 para 50% e S7 para 70%) e F# descreve a frequência do carregamento (F125 para 0,125 Hz, F25 para 0,25 Hz e F5 para 0,5 Hz).

A análise do dano, em função do número de ciclos, foi realizada após a determinação da VUF de cada um dos cenários. O dano foi mensurado em quatro corpos de prova, para cada um dos cenários expostos na Figura 7. Os resultados obtidos pela avaliação das curvas tensão versus deformação (considerando a perda de rigidez) foram comparados com os valores obtidos pela análise via técnica de excitação por impulso.

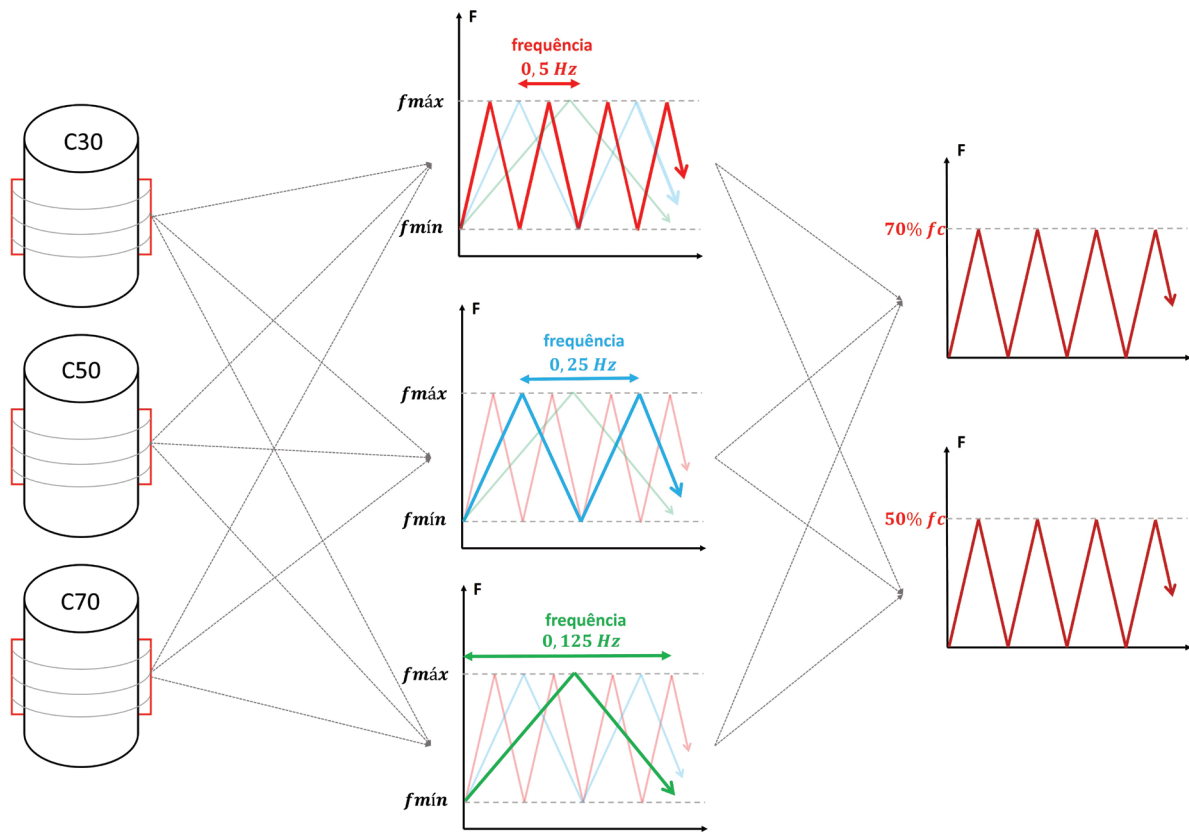


Figura 7: Cenários das configurações de carregamento analisados experimentalmente.

4. RESULTADOS

4.1. Caracterização

A caracterização das propriedades mecânicas dos concretos avaliados no estudo experimental, foi conduzida por meio de ensaios de resistência à compressão do concreto (f_c), e módulo de elasticidade estático (E_c) e módulo de elasticidade dinâmico (E_d).

No que se refere à determinação da resistência à compressão, ensaios de compressão estática foram conduzidos em seis corpos de prova de cada um dos traços (C30, C50 e C70). Os ensaios foram conduzidos aos 7, 28 e 90 dias de vida das amostras, onde os concretos permaneceram em cura com temperatura e umidade controladas em 25°C e 75%, respectivamente. Na Figura 8.a são apresentadas as médias das resistências à compressão dos concretos, considerando os três instantes de tempo avaliados. As áreas sombreadas no gráfico representam a faixa de valores referentes à média \pm o desvio padrão amostral.

Da Figura 8.a é possível inferir que os concretos produzidos apresentam níveis de resistências adequadas às classes aos quais foram dosados, e que as amostras apresentam baixos desvios padrão. Estes resultados apontam a existência de uma baixa variabilidade na propriedade mecânica avaliada, característica que pode vir a contribuir para uma baixa variabilidade na vida útil à fadiga.

Dando continuidade à fase de caracterização dos concretos, as demais propriedades mecânicas foram determinadas no mesmo período em que cada um dos lotes de concreto foi submetido aos testes de fadiga (90 dias). Na Figura 8.b são apresentadas as médias dos resultados obtidos para todas as propriedades mecânicas avaliadas aos 90 dias. Os dados foram dispostos de modo a indicar a resistência à compressão, o módulo de elasticidade estático e o módulo de elasticidade dinâmico. Além disso, são apresentados os desvios padrão das propriedades avaliadas.

Resumidamente, os resultados apresentados nesta seção apontam que os concretos dosados apresentam resistência à compressão média, aos 28 dias, adequada à classe de resistência para o qual foram dosados, sendo as resistências médias de 35,35 MPa para o traço C30, 53,21 MPa para o traço C50 e 73,74 MPa para o traço C70. Ademais, ao considerar todos os resultados, torna-se essencial apontar a baixa variabilidade aferida em

todos os parâmetros avaliados, já que essa característica reduz a imprecisão e variabilidade associada à determinação da vida útil à fadiga, principal objetivo da campanha experimental realizada.

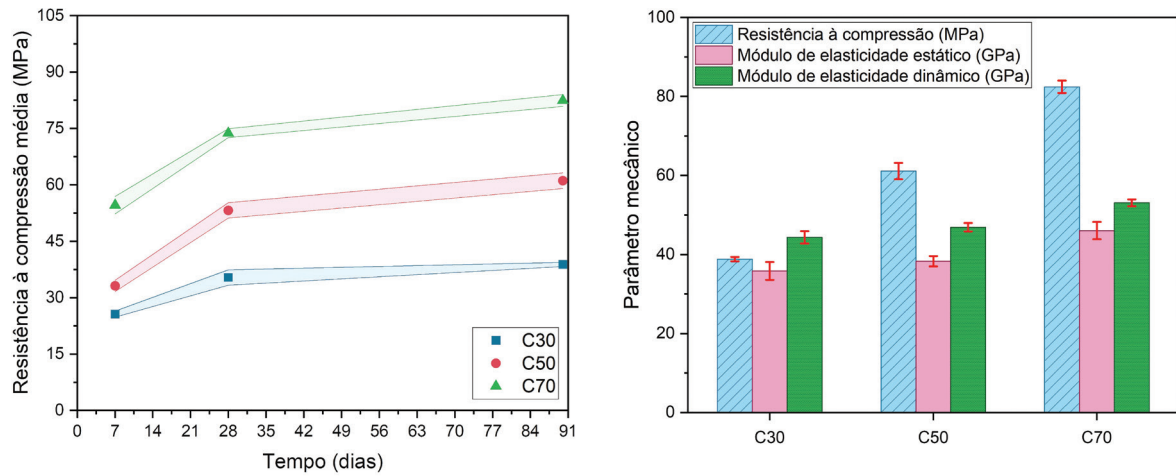


Figura 8: Médias e desvios da (a) resistência à compressão aos 7, 28 e 90 dias, e (b) da resistência à compressão e módulos de elasticidade estático e dinâmico aos 90 dias.

4.2. Vida útil à fadiga

Diante dos diferentes cenários apresentados na Figura 7, e considerando as propriedades mecânicas aferidas e dispostas nas Figuras 8.a e 8.b, nas Figuras 9–11 são apresentados os números de ciclos (VUF) que cada uma das quatro amostras ensaiadas por compressão cíclica, resistiram antes da ruptura. Os resultados foram dispostos de modo a apresentar o número de ciclos necessários para causar a falha de cada um dos quatro corpos de prova, o valor médio da amostra (destacado em vermelho) e a função de distribuição da vida útil à fadiga. Nos gráficos também são representados boxes que indicam as seguintes informações: primeiro e terceiro percentis, mediana e os valores máximo e mínimo de cada cenário amostrado.

Ao avaliar as Figura 9–11, é possível observar que mesmo para baixas frequências ($f < 1,0$), o número de ciclos necessário para levar as amostras à ruptura, decresce à medida em que diminui a frequência de carregamento, comportamento observado também nos trabalhos de Zhang *et al.* [39] e Medeiros [32]. Ademais, observa-se que este comportamento se apresenta independentemente do nível de tensão máxima aplicada (50% ou 70% de f_c), diferente do observado por Jansen [42], onde o autor relata uma pequena ou quase inexistente influência da frequência na vida útil à fadiga de concretos com tensões máximas inferiores à 75% da resistência à compressão. Os gráficos comprovam a existência de uma relação positiva entre a resistência à compressão do concreto e a vida útil à fadiga (uma relação positiva entre duas variáveis indica que ao aumentar o valor de uma, o valor da outra também sofre um acréscimo), sendo essa relação mais evidente quando da avaliação de concretos com resistência superior a 50 MPa, conforme apontado nos trabalhos de Kim e Kim [14].

Al-gadhib *et al.* [53] relatam que para concretos de baixa resistência ($f_c < 50$ MPa), um pequeno acréscimo na resistência do material não gera significativas alterações no comportamento à fadiga do concreto, diferente do que ocorre nos concretos de alta resistência, em que variações da ordem de 10% da resistência à compressão, podem causar variações de 1000 ciclos. No entanto, torna-se importante destacar que na maioria dos trabalhos existentes na literatura, assim como no de Al-gadhib *et al.* [53], os ensaios de fadiga são conduzidos com altas frequências de carregamento, diferente do que foi feito nos ensaios desta pesquisa.

Assim, com o propósito de avaliar a influência da resistência à compressão do concreto conjuntamente com a frequência do carregamento e o nível de tensão máxima na resistência à fadiga do material, na Figura 12 é apresentado um gráfico contendo a diminuição percentual da vida útil à fadiga (VUF) dos concretos dos lotes C50 e C70, em relação à VUF aferida nos concretos de lote C30. A comparação com o lote C30 foi conduzida pelo fato deste lote apresentar os concretos com as menores resistências, tornando possível a visualização da variação da VUF em função do aumento de resistência do material.

Considerando os resultados dispostos na Figura 12 e sabendo que os concretos dos lotes C50 e C70 apresentam, respectivamente, resistências médias superiores a 57,37% e 112,33%, infere-se que a redução da VUF é maior para os concretos submetidos ao maior nível de tensão máxima aplicado (70% de f_c), independente da resistência do material. Ademais, observa-se que as reduções na VUF aumentam com a diminuição da frequência do carregamento adotado.

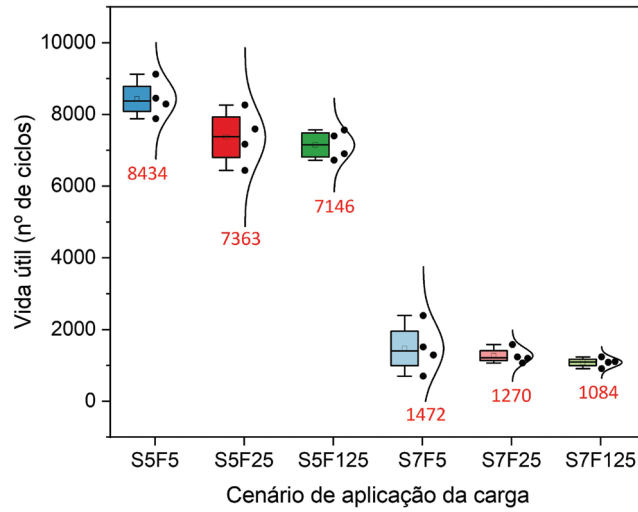


Figura 9: Vida útil à fadiga dos concretos C30.

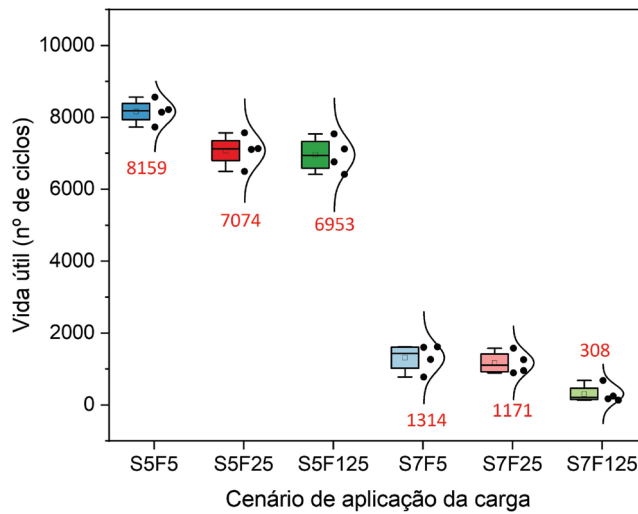


Figura 10: Vida útil à fadiga dos concretos C50.

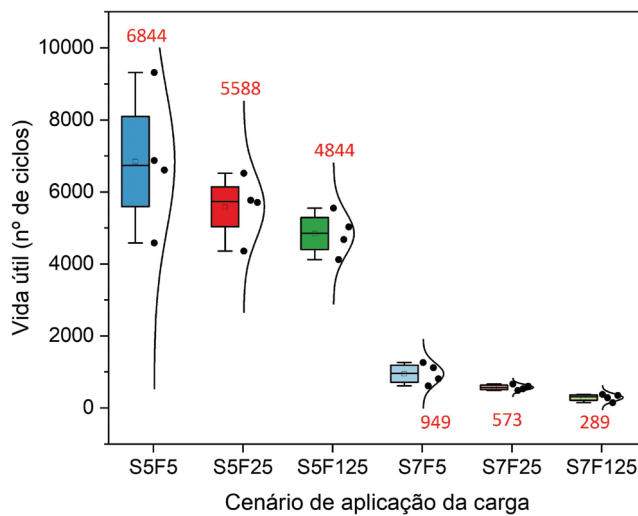


Figura 11: Vida útil à fadiga dos concretos C70.

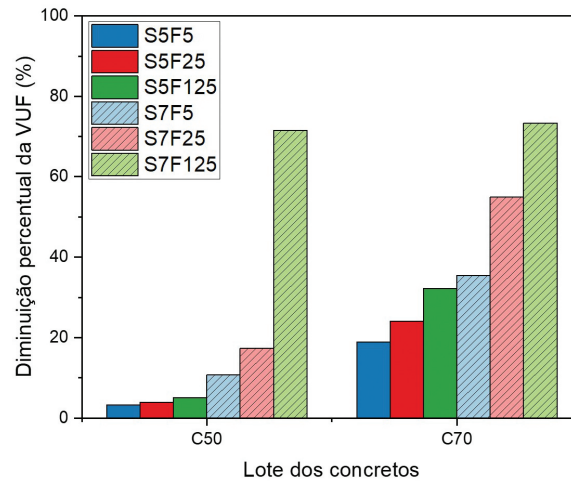


Figura 12: Variação da vida útil à fadiga em relação à resistência à compressão.

Considerando os resultados apresentados na Figura 12, é possível observar a existência de uma redução da vida útil à fadiga na medida em que diminui a frequência de carregamento aplicada no concreto, e que, essa diminuição ocorre independentemente do nível de tensão máxima adotada no ensaio (50% ou 70% de f_c), diferente do observado por Jansen [54], onde o autor relata a existência de uma pequena ou quase inexistente influência da frequência de carregamento na resistência à fadiga de concretos submetidos à tensões máximas inferiores a 75% da resistência à compressão.

A fim de avaliar a evolução do dano em função do número de ciclos, na Figura 13 são dispostos os índices de dano determinados por meio da curva tensão-deformação, aferidos nos ensaios de compressão cíclica, e pela variação do módulo de elasticidade dinâmico determinado pela técnica de excitação por impulso (TEI). Destaca-se que nas análises foram retirados os valores de dano extraídos após o primeiro carregamento, já que estes não estariam diretamente associados ao dano acumulado na fadiga, mas sim ao dano sofrido pelo material sofrer uma solitação.

Os resultados apresentados na Figura 13 apontam uma semelhança entre os índices de dano mensurados pelas duas técnicas empregadas. No entanto, observa-se que maiores diferenças entre os índices coletados pelas duas técnicas são verificadas quando o material se encontra próximo aos 80% da vida útil à fadiga. Este comportamento pode ser explicado pela possível incidência de uma grande quantidade de fissuras no material, acarretando uma maior dificuldade de mensurar corretamente o módulo de elasticidade via técnica de excitação por impulso. Gidrão [55] também verificou por meio de análises experimentais, que a técnica TEI apresenta uma grande dificuldade na obtenção do módulo do concreto quando as amostras possuem muitas fissuras.

Ao avaliar todos os concretos ensaiados, verificou-se que a diferença média entre os índices determinados pelas duas técnicas foi de 7,21%, considerando até 80% da VUF, o que aponta a eficiência da técnica TEI frente a determinação do dano em concretos sujeitos à compressão cíclica. Esta eficiência se torna significativamente maior, se for associada à técnica, a facilidade de determinação do índice de dano frente ao cálculo realizado com as curvas tensão versus deformação.

Observou-se que independente do cenário de aplicação do carregamento, o concreto quando sujeito a cargas cíclicas apresenta uma tendência de perda de rigidez ao longo da aplicação dos ciclos de carga e descarga. Este comportamento está diretamente associado ao desenvolvimento de microfissuras na matriz de argamassa, causando danificação em todo o material.

Com a análise da evolução do dano, verificou-se que é possível utilizar que uma curva do tipo *S* (semelhante à curva de fluência cíclica) pode ser empregada para representar o avanço do dano no concreto em função do número de carregamento. Ademais, constatou-se que o índice de danificação do material cresce em função do nível de tensão máxima aplicada, como esperado, e diminui com o aumento da frequência de carregamento. Este mesmo padrão de comportamento foi observado por Chen *et al.* [22], em ensaios realizados em corpos de prova de concretos submetidos à tração direta cíclica. Para Chen *et al.* [22], a perda de rigidez em função do histórico de carregamento cíclico pode ser expressa considerando os três estágios que descrevem o histórico de deformações máximas do concreto, definindo a curva teórica de fluência cíclica (Figura 4).

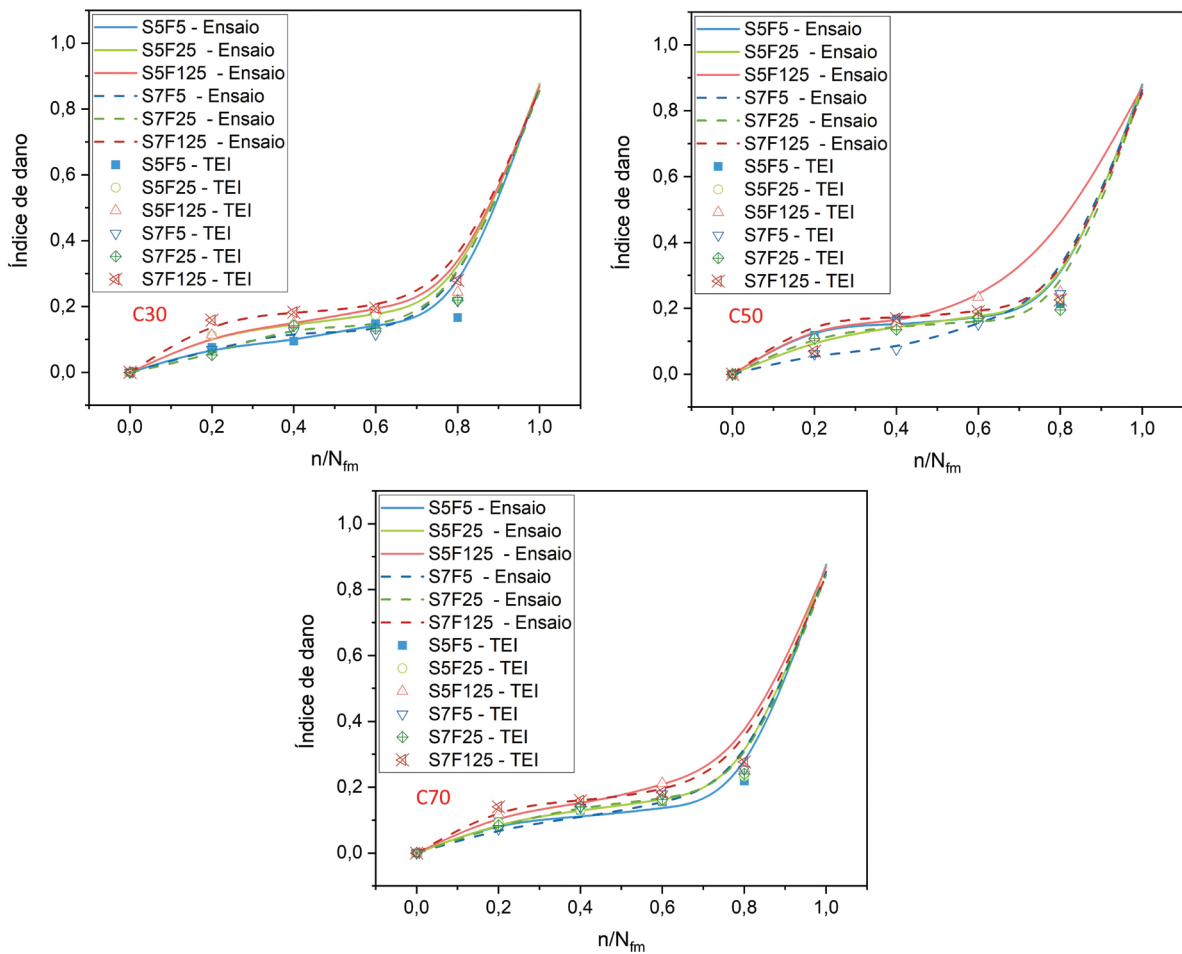


Figura 13: Evolução do dano por fadiga determinado por curvas tensão versus deformação e via TEI.

5. CONCLUSÕES

O comportamento mecânico do concreto submetido à fadiga por compressão foi investigado neste trabalho por meio da avaliação da vida útil à fadiga, considerando concretos de distintas classes de resistência e diferentes condições de carregamento. Como contribuição original, foram avaliados concretos com distintas classes de resistência à compressão (30, 50 e 70 MPa), submetidos à compressão cíclica de baixa frequência ($f < 1$ Hz), onde os resultados obtidos possibilitaram inferir as seguintes considerações:

- A vida útil à fadiga cresce na medida em que aumenta a frequência de carregamento aplicada, desde que mantido o nível de tensão máxima aplicado. Uma plausível razão para este fenômeno se deve ao fato de que para maiores frequências de carregamento, o material passa a ter seu comportamento mecânico governado pelas propriedades dinâmicas, sendo estas em geral superiores às obtidas em ensaios com cargas estáticas;
- Verificou-se que diminui o número de ciclos necessário para levar a amostra à ruptura ao aumentar o nível de tensão de 50 para 70% da resistência à compressão, sendo este fato acompanhado do aumento do nível de dano causado no material, o qual também foi observado no ensaio de compressão estática;
- Observou-se que o índice de danificação do material cresce em função do nível de tensão máxima aplicada, como esperado, e diminui com o aumento da frequência de carregamento;
- Durante o estudo experimental foi observado que, independentemente do nível de tensão aplicado, a propagação de fissuras ocorre dentro de um intervalo médio de 85% do número de ciclos necessários para levar o corpo de prova à ruptura, sendo os valores iniciais e finais dependentes da frequência de carregamento. O intervalo de tempo entre o surgimento das fissuras e o início da ruptura decresce na medida em que diminui a frequência de carregamento e, para uma mesma frequência, o intervalo se mantém fixo para diferentes níveis de tensão máxima, desde que mantida a relação entre as tensões mínima e máxima;
- Por fim, ao considerar a variabilidade do número de ciclos necessário para gerar a ruptura do material (Figuras 9–11), observou-se que a dispersão dos dados em torno da média, decresce na medida em que

diminui a frequência de carregamento, independentemente do nível de tensão máxima empregado. Tal fato indica que o grau de confiabilidade de modelos de estimativa da vida útil de componentes estruturais de concreto sujeitos à fadiga, deve ser dado em função da frequência de carregamento.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo fomento fornecido à pesquisa (CNPq 141078/2018 e CNPq 310564/2018-2). Este trabalho também foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES código 001) e pela PRPPG | UNILA (Edital 80/2019).

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] GUO, Z., *Principles of Reinforced Concrete*. 1 ed. v. 1. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [2] SAINI, B.S., SINGH, S.P., “Flexural fatigue life analysis of self compacting concrete containing 100% coarse recycled concrete aggregates”, *Construction and Building Materials*, v. 253, 119176, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119176>.
- [3] LÜ, P., LI, Q., SONG, Y., “Damage constitutive of concrete under uniaxial alternate tension–compression fatigue loading based on double bounding surfaces”, *International Journal of Solids and Structures*, v. 41, n. 11–12, pp. 3151–3166, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.01.026>.
- [4] DOWLING, N.E., *Mechanical behavior of materials: Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*. 4 ed. v. 1. Hoboken: Practice Hall, 2012.
- [5] VAN ORNUM, J.L., “The fatigue of cement products”, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 51, n. 2, 1903.
- [6] CLEMMER, H.F., “Fatigue of concrete”, *Proceedings, American Society for Testing and Materials*, v. 22, n. 2, pp. 408–419, 1922.
- [7] GRAF, O., BRENNER, E., *Versuche zur Ermittlung des Widerstandsfähigkeit von Beton gegen oftmals wiederholte Druckbelastung*. Berlin: Ernst, 1936.
- [8] MCCALL, J.T., “Probability of fatigue failure of plain concrete”, *Journal Proceedings*, v. 55, n. 8, pp. 233–244, 1958.
- [9] KARANFILOV, T.S., “Effect of range of stress on fatigue strength of waterlogged concrete”, *Hydrotechnical Construction*, v. 3, n. 3, 1969.
- [10] AAS-JAKOBSEN, K., LENSCHOW, R., “Behavior of reinforced columns subjected to fatigue loading”, *Journal Proceedings*, v. 70, n. 3, pp. 199–206, 1973.
- [11] BÉRES, L., “Failure process of concrete under fatigue loading”, *Rheologica Acta*, v. 13, n. 3, pp. 639–643, 1974.
- [12] PONS, G., MASO, J.C., “Microstructure evolution of concrete under low-frequency cyclic loading: determination of the porosity variations”, In: VALLURI, S.R., TAPLIN, D.M.R., RAMA RAO, P. (eds), *Fracture 84: Proceedings of the 6th International Conference on Fracture (ICF6), New Delhi, India, 4–10 December 1984*, Elsevier, 1984.
- [13] BAZANT, Z.P., XU, K., “Size effect in fatigue fracture of concrete”, *ACI Materials Journal*, v. 88, n. 4, pp. 390–399, 1991.
- [14] KIM, J.K., KIM, Y.Y., “Experimental study of the fatigue behavior of high strength concrete”, *Cement and Concrete Research*, v. 26, n. 10, pp. 1513–1523, 1996.
- [15] KOLLURU, S.V., O’NEIL, E.F., POPOVICS, J.S., *et al.*, “Crack propagation in flexural fatigue of concrete”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 126, n. 9, 2000.
- [16] MENG, X., SONG, Y., “Residual tensile strength of plain concrete under tensile fatigue loading”, *Journal of Wuhan University of Technology-Mater. Sci. Ed.*, v. 22, n. 3, 564, 2007.
- [17] XIAO, J., LI, H., YANG, Z., “Fatigue behavior of recycled aggregate concrete under compression and bending cyclic loadings”, *Construction and Building Materials*, v. 38, pp. 681–688, 2013.
- [18] MEDEIROS, A., ZHANG, X., RUIZ, G., *et al.*, “Effect of the loading frequency on the compressive fatigue behavior of plain and fiber reinforced concrete”, *International Journal of Fatigue*, v. 70, pp. 342–350, 2015.
- [19] HARWALKAR, A., AWANTI, S.S., “Flexural fatigue behavior of high volume fly ash concrete under constant amplitude, compound, and variable amplitude loading”, In: *Airfield and Highway Pavements*

- 2019: *Testing and Characterization of Pavement Materials*. Chicago: American Society of Civil Engineers, 2019.
- [20] KACHANOV, L.M., “Rupture time under creep conditions”, *International Journal of Fracture*, v. 97, n. 1/4, pp. 11–18, 1999.
- [21] SUBRAMANIAM, K.V., SHAH, S.P., “Biaxial tension fatigue response of concrete”, *Cement and Concrete Composites*, v. 25, n. 6, pp. 617–623, 2003.
- [22] CHEN, X., BU, J., FAN, X., *et al.*, “Effect of loading frequency and stress level on low cycle fatigue behavior of plain concrete in direct tension”, *Construction and Building Materials*, v. 133, pp. 367–375, 2017.
- [23] XIAO, J., LI, H., YANG, Z., “Fatigue behavior of recycled aggregate concrete under compression and bending cyclic loadings”, *Construction and Building Materials*, v. 38, pp. 681–688, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.09.024>.
- [24] LANTSOGHT, E.O.L., VAN DER VEEN, C., DE BOER, A., “Proposal for the fatigue strength of concrete under cycles of compression”, *Construction and Building Materials*, v. 107, pp. 138–156, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.01.007>.
- [25] JIANG, C., GU, X., HUANG, Q., *et al.*, “Deformation of concrete under high-cycle fatigue loads in uniaxial and eccentric compression”, *Construction and Building Materials*, v. 141, pp. 379–392, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.03.023>.
- [26] KIM, J., YI, C., LEE, S.J., *et al.*, “Flexural fatigue behaviour of concrete under uniaxial and biaxial stress”, *Magazine of Concrete Research*, v. 65, n. 12, pp. 757–764, 2013. <https://doi.org/10.1680/mac.12.00215>.
- [27] ARORA, S., SINGH, S.P., “Analysis of flexural fatigue failure of concrete made with 100% coarse recycled concrete aggregates”, *Construction and Building Materials*, v. 102, pt. 1, pp. 282–291, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.10.098>.
- [28] KASU, S.R., DEB, S., MITRA, N., *et al.*, “Influence of aggregate size on flexural fatigue response of concrete”, *Construction and Building Materials*, v. 229, n. 30, pp. 116922, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116922>.
- [29] BARONI, H.J.M., *Simulação da vida útil de fadiga do concreto em vigas de tabuleiro de pontes em função do fluxo de veículos pesados*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- [30] JUNGES, P., *Análise de fadiga em pontes curtas de concreto armado a partir de dados de sistemas B-WIM*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.
- [31] MASCARENHAS, F.J.R., CARVALHO, R.C., “Vida útil à fadiga da armadura longitudinal de vigas de pontes de concreto armado frente ao tráfego real de veículos pesados”, *Revista ALCONPAT*, v. 9, n. 3, pp. 303–319, 2019. <https://doi.org/10.21041/ra.v9i3.375>.
- [32] MEDEIROS, A., *Estudo do comportamento à fadiga em compressão do concreto com fibras*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.
- [33] LEE, M.K., BARR, B.I.G., “An overview of the fatigue behaviour of plain and fibre reinforced concrete”, *Cement and Concrete Composites*, v. 26, n. 4, pp. 299–305, 2004.
- [34] ORTEGA, J.J., RUIZ, G., YU, R.C., *et al.*, “Number of tests and corresponding error in concrete fatigue”, *International Journal of Fatigue*, v. 116, pp. 210–219, 2018.
- [35] RAITHBY, K.D., GALLOWAY, J.W., “Effects of moisture condition, age, and rate of loading on fatigue of plain concrete”, In: *ABELES Symposium: Fatigue of Concrete*, Detroit, 1974.
- [36] CORNELISSEN, H.A.W., LEEWIS, M., “Fatigue experiments for the design of plain concrete pavements”, In: *Workshop on Theoretical Design of Concrete Pavements*, Epen, 1986.
- [37] TEPFERS, R., KUTTI, T., “Fatigue strength of plain, ordinary and lightweight concrete”, *ACI Journal*, v. 76, n. 5, pp. 635–652, 1979.
- [38] CORNELISSEN, H.A.W., “Fatigue failure of concrete in tension”, *Heron*, v. 29, n. 4, pp. 2–67, 1984.
- [39] ZHANG, B., PHILLIPS, D.V., WU, K., “Effects of loading frequency and stress reversal on fatigue life of plain concrete”, *Magazine of Concrete Research*, v. 48, n. 177, pp. 361–375, 1996. <https://doi.org/10.1680/mac.1996.48.177.361>.
- [40] ZHANG, B., PHILLIPS, D.V., WU, K., “Further research on fatigue properties of plain concrete”, *Magazine of Concrete Research*, v. 49, n. 180, pp. 241–252, 1997. <https://doi.org/10.1680/mac.1997.49.180.241>.

- [41] SPARKS, P.R., “The influence of rate of loading and material variability on the fatigue characteristics of concrete”, *ACI Journal*, v. 75, n. 16, pp. 331–342, 1982.
- [42] JANSEN A., *Research to fatigue behaviour of topping on prefabricated concrete girders*. Dissertação (Mestrado) Delft University of Technology, Holanda, 1996.
- [43] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Cimento portland e outros materiais em pó – Determinação da massa específica*. NBR NM 23. Rio de Janeiro: ABNT, 2001.
- [44] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Cimento Portland e outros materiais em pó – Determinação da finura pelo método de permeabilidade ao ar (método de Blaine)*. NBR 16372. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.
- [45] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Agregados – Determinação da massa unitária e do volume de vazios*. NBR NM 45. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.
- [46] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Agregado graúdo – Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água*. NBR NM 53. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.
- [47] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Agregados – Determinação da composição granulométrica*. NBR NM 248. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- [48] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Agregados para concreto – Especificação*. NBR NM 7211. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.
- [49] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos*. NBR 5739. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.
- [50] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão*. NBR 8522. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.
- [51] ASTM INTERNATIONAL, *ASTM E1876-15: Standard Test Method for Dynamic Young’s Modulus, Shear Modulus, and Poisson’s Ratio by Impulse Excitation of Vibration*. West Conshohocken: ASTM International, 2015.
- [52] POPOVICS, J.S., “A study of static and dynamic modulus of elasticity of concrete”, *ACI-CRC Final Report*. Urbana: University of Illinois, 2008. <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal/m/details/id/51685892>.
- [53] AL-GADHIB, A.H., BALUCH, M.H., SHAALAN, A., *et al.*, “Damage model for monotonic and fatigue response of high strength concrete”, *International Journal of Damage Mechanics*, v. 9, n. 1, pp. 57–78, 2000. <https://doi.org/10.1177/105678950000900105>.
- [54] GIDRÃO, G.M.S., *Propriedades dinâmicas do concreto e relações com sua microestrutura*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.