

SOBRE A DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA INDICATRIZ ÓTICA DE ANIDRITA*

IBRAHIM OCTAVIO ABRAHÃO**
ARARY MARCONI**

RESUMO

Estuda-se a possibilidade da aplicação prática do método analítico na determinação da grandeza da indicatriz ótica de anidrita, cujo desenvolvimento teórico foi realizado por ABRAHÃO e MARCONI (1975).

Os valores de λ e de $\mu\lambda$, necessários à obtenção de N_g , N_m e N_p , foram calculados por diversos processos diferentes e os resultados comparados. Concluiu-se que os valores de λ são muito discrepantes. Quanto a $\mu\lambda = (N_g - N_p)/2$, obtiveram-se resultados praticamente constantes, para todas as vias de cálculo utilizadas.

Os autores concluem, finalmente, que as determinações de N_g , N_m e N_p são inviáveis na prática, em face da extrema precisão que seria exigida das medidas de birrefringência, necessárias ao desenvolvimento do método e impossíveis de serem alcançadas na atualidade.

1. INTRODUÇÃO

Em trabalho anterior (ABRAHÃO e MARCONI, 1975), os autores estudaram a possibilidade teórica do levantamento completo da indicatriz ótica de minerais através do método analítico de CHOMARD. Mostraram que é possível o cálculo de N_p , N_m e N_g através de ângulos de extinção e de birrefringência, medidos na platina universal, intervindo ainda no cálculo a birrefringência máxima, também determinada analiticamente. Como conclusão, sugeriram o emprego do método em caráter experimental, com o fim de se avaliar sua viabilidade prática.

No presente trabalho, o método é aplicado a secções de anidrita, dadas em projeção estereográfica, investigando-se as limitações práticas inerentes à aplicação do procedimento teórico.

2. REVISÃO DE LITERATURA

A literatura sobre o método analítico é escassa. Desenvolvido por CHOMARD (1934), a complicada marcha de cálculo envolvida, impedia que sua aplicação se beneficiasse da simplicidade operacional, limitada a três medições de extinção. Somente a partir de 1968, o método começou a ser pesquisado de maneira sistemática por ABRAHÃO (1968), que o empregou com êxito a plagioclásios, com auxílio da computação eletrônica (ABRAHÃO e GODOY, 1971). Alguns trabalhos publicados mostraram a excelência do método (ABRAHÃO, 1974), como também restrições a que se submete

* Entregue para publicação em 16/7/1975.

** Departamento de Solos e Geologia, ESALQ – USP.

em certos casos (ABRAHÃO, 1971), para plagioclásios. O método permite a determinação da grandeza da indicatriz em função da medição de N_m , mas ABRAHÃO e MARCONI (1975), mostraram ser teoricamente possível a determinação inteiramente analítica dos índices de refração principais, associando-se medições de birrefringência às de extinção, estas suficientes apenas para determinar a orientação da indicatriz, o valor e o sinal ótico de $2V$. O problema se insere, em última análise, na questão de famílias de elipsóides que admitem o mesmo ângulo entre suas secções cíclicas (elipsóides concíclicos), já estudada em seus aspectos teóricos por ABRAHÃO e MARCONI (1974).

3. MÉTODO

3.1. Secção de anidrita e operações de extinção e birrefringência

Trabalhou-se com uma secção hipotética e arbitrária de anidrita (fig. 1) cuja indicatriz ótica tem os seguintes valores (KERR, 1959; BLOSS, 1970): $N_p = 1,570$, $N_m = 1,576$ e $N_g = 1,614$. O mineral é positivo e $2V = 42^\circ$ (KERR, 1959). O valor de $2V$ calculado a partir de N_p , N_m e N_g , todavia, é $2V = 44^\circ 10'$.

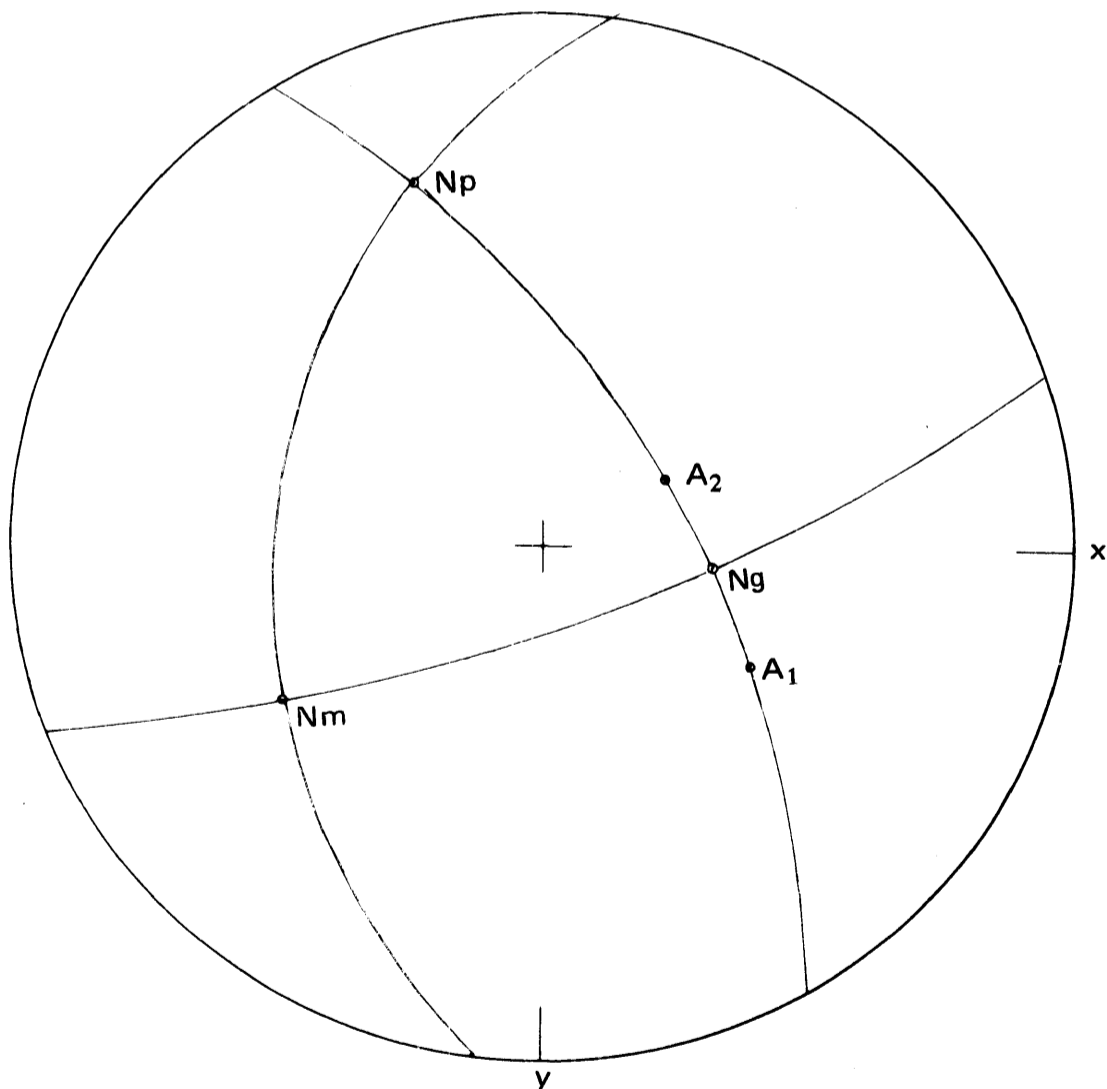


Figura 1 — Orientação da indicatriz ótica de anidrita, de uma secção arbitrária em posição de extinção.

As direções Ox e Oy, tomadas como qualquer posição de extinção da secção, foram obtidas pela construção de Biot-Fresnel. A secção está, pois, na posição de extinção inicial do método.

A partir dessa posição, foram realizadas operações de extinção e birrefringência (φ, θ, Ψ, r), sendo r a birrefringência da secção. As rotações φ e θ são escolhidas. Para $\varphi \neq 0$ ou $\theta \neq 0$, a secção deixa a posição de extinção, restituída pela rotação Ψ , que leva um dos bissetores das novas direções de A_1 e A_2 à coincidência com os traços de Ox (analisador) e Oy (polarizador).

Para cada (φ, θ) determinou-se $r = B \cdot \text{sen } w' \cdot \text{sen } w''$, em que $B = N_g - N_p$ e w' e w'' são os ângulos que a normal à secção faz com A_1 e A_2 .

Foi possível, então, obter os valores de $2V$ e os ângulos diretores $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ e $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ dos eixos óticos de duas maneiras:

- a) lidos, diretamente a partir dos estereogramas;
- b) calculados, mediante a utilização do programa para computador (ABRAHÃO e GODOY, 1971).

Calculou-se o valor Δ que, para os φ múltiplos de 45° assume a forma:

$$\Delta = \frac{t_1 + t_2}{h^2 + t_1 t_2} + \frac{t_3 + t_4}{h^2 + t_3 t_4}, \text{ em que } h = \cos \theta \text{ e } t = \cotg 2\Psi.$$

3.2. Determinação de λ e $\mu\lambda$

Admitindo, com base em resultados já obtidos anteriormente (ABRAHÃO, 1968, 1975), que o método analítico é seguro para determinar $2V$ e os ângulos diretores de A_1 e A_2 , o problema consiste em determinar os valores de N_p, N_m e N_g . Isto implica na determinação de λ , que pode ser determinado diretamente (ABRAHÃO, 1968; ABRAHÃO e MARCONI, 1975) ou através do cálculo de $\mu\lambda$ (ABRAHÃO e MARCONI, 1975), sem a medição de $\mu = N_m$.

No caso presente, estudaram-se:

- a) determinação direta de λ , por meio de duas ou mais equações simultâneas em $\mu\lambda, \mu\lambda^2, \mu\lambda^3, \dots$, já discutida em trabalhos anteriores (CHOMARD, 1934; ABRAHÃO e MARCONI, 1975). Essas equações são do tipo

$$2\mu\lambda(u - v) + 6\mu\lambda^2(u^2 - v^2) + 20\mu\lambda^3(u^3 - v^3) + \dots = r, \text{ em que:}$$

$$u = a^2 jj' + a'^2 mm' + a''^2 nn' + a'a''(mn' + m'n) + aa''(jn' + j'n) + aa'(jm' + j'm)$$

$$v = b^2 jj' + b'^2 mm' + b''^2 nn' + b'b''(mn' + m'n) + bb''(jn' + j'n) + bb'(jm' + j'm)$$

j, m, n e j', m', n' são os co-senos diretores dos eixos óticos A_1 e A_2 .

a, a', a'' e b, b', b'' são constantes de Euler, funções de φ, θ e Ψ .

b) determinação direta de λ , por meio da expressão aproximada

$$\lambda = \frac{3(v^2 - u^2)}{4(u^3 - v^3)}, \text{ deduzida por ABRAHÃO e MARCONI}$$

(1975), que tem a vantagem de prescindir do valor da birrefringência.

c) determinação de $\mu\lambda$ através de uma única operação (φ, θ, Ψ, r). Pode-se usar qualquer operação de extinção e sua respectiva birrefringência, mas quando se toma a mais simples ($\varphi = \theta = \Psi = 0$), tem-se:

$$\mu\lambda = \frac{r}{2(jj' - mm')} = \frac{r}{C}$$

Na secção usada, o valor de $\mu\lambda$ foi determinado por 2 vias:

c₁) diretamente dos determinantes (ABRAHÃO, 1968).

c₂) levando o valor de r (lido ou calculado) à expressão $\mu\lambda = \frac{r}{2(u - v)}$, simplificada para $\mu\lambda = \frac{r}{2(jj' - mm')}$ na posição de extinção inicial.

d) determinação de λ mediante aproximações de N_m . Usa-se $\mu\lambda$ calculado por qualquer via. Para cada valor arbitrário μ' obtém-se em elipsóide de semi-eixos N'_p, N'_m e N'_g , com $2V = 44^\circ 10'$. Obtém-se, assim, infinitos elipsóides concíclicos. O elipsóide procurado (indicatriz ótica da anidrita) é aquele em que $N'_g - N'_p = 0,044 = 2\mu\lambda$.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As operações de extinção e birrefringência foram:

operação 1:	$\theta_1 = 30^\circ$	$\varphi_1 = 45^\circ$	$\Psi_1 = 77^\circ 45'$	$r_1 = -0,0097$
operação 2:	$\theta_2 = 30^\circ$	$\varphi_2 = 135^\circ$	$\Psi_2 = 80^\circ 45'$	$r_2 = -0,0043$
operação 3:	$\theta_3 = 30^\circ$	$\varphi_3 = 225^\circ$	$\Psi_3 = 26^\circ 30'$	$r_3 = -0,0317$
operação 4:	$\theta_4 = 30^\circ$	$\varphi_4 = 315^\circ$	$\Psi_4 = 58^\circ 00'$	$r_4 = 0,0336$

$$\Delta = 0,0197$$

$$r(\varphi = \theta = 0) = 0,0167$$

Os ângulos diretores lidos e calculados analiticamente e os respectivos valores de 2V foram:

	α_1	β_1	γ_1	α_2	β_2	γ_2	C	2V
lido	49,00	67,75	49,25	64,50	-75,50	30,00	—	44,16
45-135-225	49,25	67,45	49,22	64,43	-75,31	30,03	1,3960	41,39
45-135-315	50,28	67,44	48,20	64,48	-75,01	30,17	1,3351	41,19
45-225-315	50,23	67,52	48,19	64,34	-75,00	30,30	1,3301	41,07
135-225-315	49,83	67,84	48,35	64,32	-75,32	30,14	1,3335	40,63
média(calc.)	49,90	67,56	48,49	64,39	-75,16	30,16	1,3296	41,07

Esses dados foram a base para os cálculos e comentários que seguem.

4.1. Cálculo de λ e $\mu\lambda$ através dos determinantes obtidos com 3 operações de extinção

Utilizando as 4 operações de extinção, obtiveram-se:

$$u_1 = -0,1119 \quad u_2 = -0,0002 \quad u_3 = -0,0487 \quad u_4 = 0,6343$$

$$v_1 = 0,1017 \quad v_2 = 0,0966 \quad v_3 = 0,6629 \quad v_4 = -0,1208$$

No cálculo de u e v a teoria prevê que $jm' + j'm = 0$. Obteve-se $jm' + j'm = 0,0022$, o que indica a qualidade satisfatória das leituras de extinção e confirma Δ .

Considerando os 3 primeiros valores de u e v, obtiveram-se as equações em λ :

$$-0,4272 \mu \lambda + 0,0132 \mu \lambda^2 - 0,0500 \mu \lambda^3 = -0,0097$$

$$-0,1936 \mu \lambda - 0,0558 \mu \lambda^2 - 0,0180 \mu \lambda^3 = -0,0043$$

$$-1,4232 \mu \lambda - 2,6226 \mu \lambda^2 - 5,8280 \mu \lambda^3 = -0,0317$$

Os determinantes são, portanto:

$$D = -0,1546$$

$$D' = 0,0035$$

$$D'' = 0,0001$$

$$D''' = -0,00005$$

Aplicando, agora, o procedimento recomendado por ABRAHÃO (1968), obtém-se os seguintes valores para $\mu\lambda$ e λ :

$$\begin{aligned} \mu \lambda &= \frac{D'}{D} = 0,0226 & \lambda &= \frac{D''}{D'} = -0,0394 \\ \mu \lambda^2 &= \frac{D''}{D} = -0,0009 & \lambda &= \frac{D'''}{D''} = -0,3590 \\ \mu \lambda^3 &= \frac{D'''}{D} = 0,0003 \end{aligned}$$

Observa-se, assim, uma grande discrepância nos valores de λ obtidos diretamente das equações, o que se deve, provavelmente, à falta de precisão nas medições, isto é, o método exigiria uma precisão inexequível na prática. Note-se, entretanto, a grande coerência entre o valor de $\mu \lambda = 0,0226$ e o valor da birrefringência máxima, $B = 0,044$.

4.2. Cálculo de λ sem o emprego da birrefringência

A determinação direta de λ através da expressão apresentada por ABRAHÃO e MARCONI, 1975, conduziu aos seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \text{Para } u_1 \text{ e } v_1 &: \lambda = 0,6600 \\ \text{Para } u_2 \text{ e } v_2 &: \lambda = 11,0000 \\ \text{Para } u_3 \text{ e } v_3 &: \lambda = -1,1237 \\ \text{Para } u_4 \text{ e } v_4 &: \lambda = -1,1317 \end{aligned}$$

A discrepância observada nos valores de λ obtidos com diferentes pares u, v indica que as aproximações efetuadas na obtenção da fórmula empregada não podem ser usadas sem que o valor numérico de λ seja seriamente comprometido.

4.3. Cálculo de $\mu \lambda$

Além da determinação a partir das 3 equações de extinção e birrefringência (item 4.1.), o valor de $\mu \lambda$ pode ser determinado a partir da expressão

$$\mu \lambda = \frac{r}{2(u - v)}$$

4.3.1. Diretamente das equações

Obteve-se, como se viu, $\mu \lambda = 0,0226$.

$$4.3.2. \text{ Através de } C = \frac{1}{2(jj' - mm')} , \text{ para } \varphi = \theta = \Psi = 0$$

O valor de C é fornecido diretamente pelo computador. Pelos valores obtidos para C nas 4 combinações de φ , levando em conta que para as 4 combinações $r(\varphi = \theta = 0) = 0,0167$ e que $\mu\lambda = r/C$, obtém-se:

	C	$\mu\lambda$
lido	1,3212	0,0220
45-135-225	1,3196	0,0220
45-135-315	1,3351	0,0223
45-225-315	1,3301	0,0222
135-225-315	1,3296	0,0222

4.3.3. Através de operações de extinção e birrefringência em que $\varphi \neq 0$ e $\theta = 0$

Utilizando-se, para as 4 operações de extinção e birrefringência efetuadas, os respectivos valores de u e v, obtém-se os valores de $\mu\lambda = \frac{r}{2(u - v)}$:

Para	u_1, v_1	:	$\mu\lambda = 0,0227$
Para	u_2, v_2	:	$\mu\lambda = 0,0222$
Para	u_3, v_3	:	$\mu\lambda = 0,0223$
Para	u_4, v_4	:	$\mu\lambda = 0,0222$

Observa-se, dessa forma, que os resultados obtidos para $\mu\lambda$ são muito coerentes, obtendo-se praticamente os mesmos valores, qualquer que seja a operação (φ, θ, Ψ, r) utilizada. Essa observação, aliada ao resultado equivalente obtido diretamente dos determinantes, indica que as aproximações adotadas ou os erros cometidos durante o processamento analítico não afetam o valor de $\mu\lambda$ na dimensão em que o fazem para o cálculo de λ . Observa-se, ainda, que todos os valores de $\mu\lambda$ encontrados praticamente concordam com a birrefringência máxima de anidrita ($B/2 = 0,022$), o que permite concluir que se trata de um parâmetro de grande valor em trabalhos de rotina.

4.4. Cálculo de N_p, N_m e N_g por aproximações de N_m

Tomemos para $\mu\lambda$ e $2V$ a média dos valores obtidos nas diferentes determinações isto é:

$$\mu\lambda = (0,0220 + 0,0223 + 0,0222 + 0,0222 + 0,0227 + 0,0222 + 0,0223 + 0,0222)/8$$

$$2V = (41,39 + 41,18 + 41,07 + 40,63)/4$$

Como $\mu = N_m$ é um índice de refração, tomemos, inicialmente, $\mu = 1,5$ e calculemos N_p e N_g . Façamos, sucessivamente $\mu = 1,52$, $\mu = 1,54$, etc., e calculemos os valores respectivos de N_p e N_g . Obtém-se, assim, um conjunto de elipsóides de mesmo $2V$, pertencentes à família de elipsóides concíclicos de $V = 20,535$. Obviamente, quando se atribuir a N_m o valor $\mu = 1,576$, chega-se à indicatriz ótica de anidrita.

A questão, agora, é a seguinte: dado um conjunto infinito de elipsóides de mesmo $2V$, como identificar o da anidrita? A solução teórica (ABRAHÃO e MARCONI, 1975) está nos valores assumidos pelas respectivas birrefringências máximas, $B = N_g - N_p$. Tem-se, necessariamente, $B_1 \neq B_2 \neq B_3 \dots$. Do conjunto inteiro apenas um elipsóide tem $B = 0,044 = 1,614 - 1,570$. Ora $\mu \lambda = B/2$ é determinado com segurança, como se viu. Ademais, o computador fornece w' e w'' e como r pode ser facilmente medido com um compensador rotativo, tem-se $B = r \cdot \text{sen } w' \cdot \text{sen } w''$. Portanto, o valor de B é conhecido, o que permite, então, identificar o elipsóide de determinado $2V$ que é a indicatriz ótica de anidrita.

Obteve-se, assim, o seguinte conjunto de elipsóides concíclicos, calculados para $\mu \lambda = 0,0222625$, $V = 20,535$, $N_p = N_m(1 + 4\lambda \text{sen}^2 V)^{-1/2}$, $N_g = N_m(1 - 4\lambda \text{cos}^2 V)^{-1/2}$:

$\mu = N_m$	N_p	N_g	B
1,500	0,0148416	1,4945514	0,0460886
1,520	0,0146463	1,5145509	0,0460671
1,540	0,0144561	1,5345506	0,0460462
1,560	0,0142708	1,5545502	0,0460260
1,570	0,0141799	1,5645500	0,0460161
1,575	0,0141349	1,5695500	0,0460110
1,576	0,0141259	1,5705500	0,0460099
1,580	0,0140901	1,5745498	0,0459578
1,600	0,0139140	1,5945495	0,0459868

Observa-se, então, que o elipsóide que corresponde à indicatriz ótica de anidrita é efetivamente encontrado quando se atribuir a N_m o valor 1,576. A sua identificação, entretanto, é impossível na prática uma vez que o valor de B não corresponde ao determinado previamente. Ademais, as diferenças que se manifestam na birrefringência máxima e que permitiriam a identificação somente ocorrem a partir da quinta casa decimal, exigindo um nível de precisão inatingível para os aparelhos atualmente disponíveis. Observe-se, ainda, que de $N_m = 1,500$ a $N_m = 1,600$ o valor de B até a quarta casa decimal permanece inalterado em $B = 0,0460$.

Essas considerações invalidam, na prática, toda a concepção teórica da solução do problema.

5. CONCLUSÕES

O valor de λ calculado é discrepante para qualquer procedimento de cálculo, o que indica um efeito demasiado das aproximações adotadas.

O valor de $\mu\lambda$ é praticamente constante para todos os processos de cálculo empregados e não é afetado pelos erros que causam a discrepância de λ na mesma proporção. Tratando-se de um parâmetro igual à metade da birrefringência máxima, recomenda-se o seu emprego em conexão com o uso do programa para computador do método analítico.

A determinação analítica da grandeza da indicatriz é inviável na prática, dada a precisão extrema que exigiria das determinações de birrefringência. Embora a expectativa teórica fosse confirmada e o valor de $\mu\lambda$ possa ser considerado seguro, o procedimento recomendado teoricamente em trabalho anterior não tem condições de ser usado na prática.

SUMMARY

ON THE ANALYTICAL DETERMINATION OF THE OPTICAL INDICATRIX OF ANHYDRITE

Chomard's analytical method was applied to determine the magnitude of anhydrite optical indicatrix, based on a theoretical development from the authors' earlier paper.

The λ and $\mu\lambda = (N_g - N_p)/2$ values, needed for the calculation of N_p , N_m and N_g were calculated in several different ways. A comparative study of the results led to the following main conclusions: the values are too discrepant, while the $\mu\lambda$ values are practically constant for all the methods of calculation used. Furthermore, the determination of the principal refraction indexes is not feasible, since it requires a precision in the birefringence measurements that is impossible to obtain with the means presently available.

LITERATURA CITADA

- ABRAHÃO, I.O., 1968. Contribuição ao estudo do método analítico de Chomard. Tese de Livre-Docência apresentada à ESALQ, 132 p.
- ABRAHÃO, I.O., 1971. Determinação do ângulo $2V$ de plagioclásios pelo método analítico com valores de φ múltiplos de 90° . Anais da ESALQ, XXVIII:69-81.
- ABRAHÃO, I.O. e GODOY, C.R.M., 1971. Solução para computador do método analítico de Chomard. Anais da ESALQ, XXVIII:227-234.
- ABRAHÃO, I.O., 1974. Determinação do ângulo $2V$ de plagioclásios pelo método analítico com valores de φ múltiplos de 45° . Anais da ESALQ, XXXI: 19-33.
- ABRAHÃO, I.O. e MARCONI, A., 1974. Elipsóides concíclicos. Anais da ESALQ, XXXI: 225-231.

ABRAHÃO, I.O. e MARCONI, A., 1975. Determinação analítica da indicatriz ótica de minerais. *Revista da ESALQ*, vol. XXXII.

CHOMARD, L., 1934. Théorie e Pratique de la Méthode Fedorow. Procédé Classique e Méthode Analytique Général. Dunod, Paris, Annales des Mines, √:153-218.