TEOREMA FUNDAMENTAL DO MÉTODO DOS SEGMENTOS, DE ANSHELES E DOLIVO-DOBROVOLSKI. *

EDUARDO A. SALGADO

E.S.A. "LUIZ DE QUEIROZ"

1. INTRODUÇÃO

A Cristalografia de Boldyrev trata minuciosamente dêste método para determinar símbolos cristalográficos, de autoria dos dois cristalografistas russos acima nomeados.

Boldyrev apresenta uma demonstração geral do teorema fundamental do método, válida para todos os sistemas e devida a Dobrovolski.

Veremos que a projeção gnomônica permite demonstrar o referido teorema, para cada sistema isoladamente, começando pelos sistemas retangulares.

2. DEDUÇÃO

SISTEMA RÔMBICO

Na figura 1, sendo OA=t, Oq=d, OS=p, SX=m, tira-se para símbolo da face X: $1 : \frac{m}{t} : 1$

Tem-se :

$$\frac{m}{p} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{qx} \qquad (1)$$

Da semelhança entre os triângulos OSU e OBu tira-se :

$$\frac{t}{p} = \frac{d}{qu} \qquad (2)$$

De (1) obtem-se :

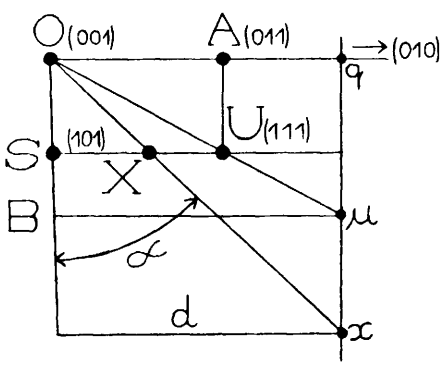

FIGURA 1

* *Recebido para publicação em 17/7/62.*

$$m = \frac{pd}{px} \qquad (3)$$

e de (2) :

$$t = \frac{pd}{qu} \qquad (4) .$$

Dividindo (3) por (4) vem:

$$\frac{m}{t} = \frac{qu}{qx}$$

SISTEMA MONOCLÍNICO

Na figura 2, OA=t, SX=m, qq'= ℓ, O'q=d, ângulo UO'q= Δ , ângulo XO'q= γ , ângulo UOq'= α , ângulo XOq' = β .

Símbolo da face X: 1 : $\frac{m}{t}$: 1

Temos:

$q'u' = d.\,tg\ \alpha$ (1)

$q'x' = d.\,tg\ \beta$ (2)

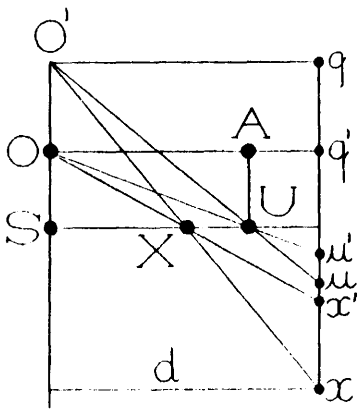

FIGURA 2

$qu = d.\ tg\ \Delta$ (3)

$qx = d.\ tg\ \gamma$ (4)

Dividindo (1) por (2) e (3) por (4) tem-se:

$$\frac{q'u'}{q'x'} = \frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\ (5), \quad \frac{qu}{qx} = \frac{tg\ \Delta}{tg\ \gamma}\ (6)$$

Temos: $tg\,\alpha = \frac{p}{t}$ **e** $tg\ \beta = \frac{p}{m}$.

Levando êstes valôres em (5) , vem: $\frac{q'u'}{q'x'} = \frac{m}{t}$ **(7). Temos ainda:**

$tg \quad = \frac{p+1}{t}$, $tg\ \gamma = \frac{p+1}{m}$.

Levando êstes valôres em (6) obtem-se: $\frac{qu}{qx} = \frac{m}{t}$ **(8).**

Comparando (7) e (8) obtem-se:

$$\frac{qu}{qx} = \frac{q'u'}{q'x'} = \frac{m}{t}$$

Na figura 3, $OA=t$, $OS=p$, $SX'=m$, $O'q=d$, $O'B=x_1$, $BC=p_1$, $BO=CD=y_1$, $DS=y_2$.

Símbolo de X : 1: $\frac{m}{t}$: 1.

No sistema coordenado retangular XO'Y tem-se, para coordenadas de 0 (001) : x_1, y_1; de S (101) : $x_1 + p_1 = n$, $y_1 + y_2 = h$; de U (111) : n, h + t.

Obtem-se, para equação da reta

$$O'U : \frac{x}{y} = \frac{n}{h+t} \qquad (1)$$

e para equação da reta qx , paralela à reta

$$O'S : \frac{y - d}{x} = \frac{h}{n} \qquad (2)$$

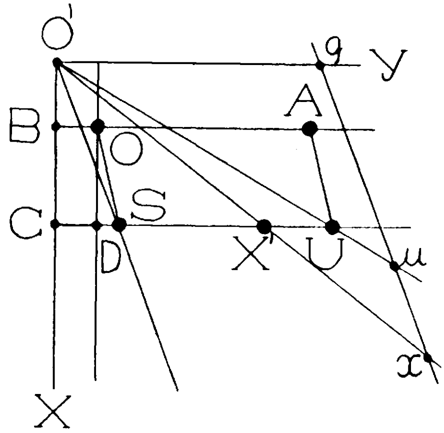

FIGURA 3

De (1) e (2) obtem-se as coordenadas do ponto u , intersecção das retas O'U e qx : $x = \frac{dn}{t}$, $y = \frac{d(h+t)}{t}$.

Determine-se o comprimento de qu. Obtem-se :

$$qu = \frac{d\sqrt{h^2 + n^2}}{t} \qquad (3)$$

Acha-se, para equação da reta O'X': $\frac{y}{x} = \frac{m+h}{n}$ (4)

De (4) e (2) tiram-se as coordenadas do ponto x, intersecção das retas O'X' e qx : $x = \frac{dn}{m}$, $y = \frac{d(h+m)}{m}$. Obtem-se, para o comprimento qx: $\frac{d\sqrt{h^2+n^2}}{m}$ (5). Dividindo (3) por (5) vem, finalmente: $\frac{qu}{qx} = \frac{m}{t}$.

Idêntica demonstração comporta o sistema hexagonal.

3. SUMÁRIO

Por meio da projeção gnomônica, o autor demonstra o teorema fundamental do método dos segmentos, nos diversos sis temas cristalográficos.

4. SUMMARY

By means of the gnomonic projection, the author demon strates the fundamental theorem of the method of the segments in the various crystallographic systems.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BOEKE, H.E. - Die gnomonische Projektion in ihrer Anwen dung auf kristallographische Aufgaben. Berlin, Verlag Gebruder Borntraeger, 1913.

2. BOLDYREV, A.K. - Cristalografia. Trad. para o espanhol de Rafael Candel Vila. Madrid, Editorial Labor, 1934.