

# DETERMINAÇÃO INDIRETA DE COORDENADAS PLANORRETANGULARES UTILIZANDO ESTAÇÃO TOTAL E ESPELHO PLANO

*Indirect determination of topographic coordinates using Total Station and Mirror*

MARIA DE LOURDES DE AQUINO M. GONÇALVES.  
PEDRO LUIS FAGGION  
LUÍS AUGUSTO KOENIG VEIGA

Universidade Federal do Paraná  
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas  
Centro Politécnico – Jardim das Américas  
CEP-81531-990 – Curitiba – PR - Brasil  
mlaquino@gmail.com; faggion@ufpr.br; kngveiga@ufpr.br

## RESUMO

Este trabalho traz a metodologia e resultados obtidos no posicionamento de pontos, em ambiente industrial, que não estejam no campo de visada da estação total. Para tal, foram desenvolvidos métodos e equipamentos, tais como: Espelho plano de precisão e suporte para movimentá-lo na vertical e horizontal, alvos para fixar no espelho e na mira horizontal de invar, procedimentos de calibração da mira horizontal de invar e dos alvos fixados no espelho. Com a aplicação do método foi possível desviar a visada da estação total e com isso determinar coordenadas de pontos fora do campo de visão da estação total. Os resultados demonstram a viabilidade de aplicação do método.

**Palavras-chave:** Posicionamento Tridimensional de Pontos Inacessíveis; Estação Total; Espelho Plano.

## ABSTRACT

This paper presents the methodology and results in the positioning of points in an industrial environment, not in the field of view of the total station. To this end, methods have been developed and equipment, such as a mirror plane of accuracy and support to move it vertically and horizontally, to set targets in the mirror and in the invar sub tense bar, calibration procedures of sub tense bar of Invar and targets set in the mirror. With the application of the method was possible to divert the

target of total station and thereby determine coordinates it points outside the field of view of the total station. The results demonstrated the method feasibility.

**Keywords:** Three-Dimensional Positioning of Inaccessible Points; Total Station; Plain Mirror.

## 1. INTRODUÇÃO

O homem, ao longo do tempo, sempre procurou demarcar sua posição e seu domínio. Inicialmente sem utilizar-se de conceitos que vieram a formar o que hoje conhecemos como topografia, que é a ciência que estuda a representação gráfica de uma parte da superfície terrestre (KAHMEN, H., FAIG, W., 1988). Atualmente em muito tem se utilizado esses conhecimentos e também os conceitos de Geodésia (ciência que trata da medição e representação da Terra, incluindo o seu campo de gravidade, em um espaço tridimensional variável no tempo, VANICEK, KRAKIWSKY, 1986) para, por exemplo, delimitar áreas urbanas ou rurais, localizar obras, apoiar mapeamento.

O método empregado na aquisição de dados tanto dos levantamentos topográficos convencionais como industriais é escolhido de acordo com a possibilidade de obtê-los. Existem diversas dificuldades que envolvem esta coleta, tais como: impossibilidade de medição direta de distância; instabilidade (por vibração do solo) no local do levantamento; impossibilidade de visualização do objeto de estudo.

Com o método proposto objetiva-se a determinação de coordenadas de pontos não acessíveis visualmente a partir da estação total, realizando-se medições de ângulos verticais, direções horizontais e distâncias inclinadas, utilizando-se estação total e um espelho plano para desviar a visada.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1. Propriedade dos Espelhos

Na antiguidade os espelhos eram feitos de metal polido, como o bronze e ouro. Os primeiros espelhos de vidro foram fabricados em Murano, Veneza no final do século XIII. Atualmente são produzidos a partir da deposição de metais, tais como: prata; alumínio; níquel ou cromo, sobre uma face do vidro e protegido por camadas de tinta, sendo o espelho à base de prata, um dos mais difundidos (CEBRACE, 2006).

Atualmente é possível construir espelhos com qualidade óptica. Para tanto, é necessário identificar e adequar às propriedades (planicidade, deslocamento angular do eixo óptico e mecânico, precisão da superfície, energia de irregularidade “power”, rugosidade e refletividade) garantindo o correto desempenho destes. Muitas dessas propriedades são idênticas para todos os modelos de espelhos, porém ainda não existe um controle de qualidade adequado para uma produção em série, sendo necessário testar individualmente cada um (KING II et al 1998).

### 2.1.1. Planicidade

Uma das maneiras de definir um plano é por três pontos não colineares, logo um plano não possui espessura. No entanto, não é possível fabricar uma superfície perfeitamente plana. Em função disso existem tolerâncias adotadas nos pontos externos a este plano ideal. Segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) o campo de tolerância é limitado por dois planos paralelos, com uma distância ( $t$ ) entre eles, estando entre estes a superfície analisada (ABNT<sup>1</sup>, apud MAGALHÃES, 2006).

Em 1993 foi desenvolvida uma definição matemática para tolerâncias geométricas documentadas na norma ANSI Y14.5.1M – “*Draft: Mathematical Definition of Dimensionins and Tolerancing Principle*” esta determina que a zona de planicidade é um volume em que todos os pontos devem satisfazer a condição da Equação (01). (ANSI<sup>2</sup>, apud MAGALHÃES, 2006).

$$\left| \vec{T} * \left( \vec{P}_i - \vec{A} \right) \right| \leq \frac{t}{2} \quad (01)$$

Sendo:

$\vec{T}$  - vetor direção dos planos paralelos;

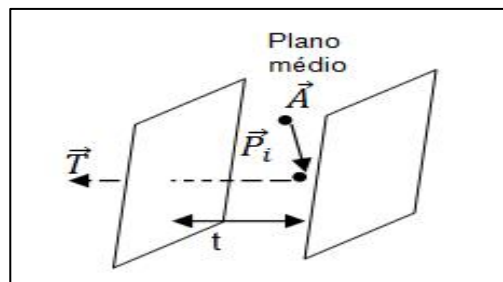
$\vec{P}_i$  - vetor posição localizado no plano médio;

$\vec{A}$  - vetor posição qualquer;

$t$  - distância entre os planos paralelos.

Observando-se a Figura1 é possível visualizar as relações dadas pela equação (01).

Figura 1 – Zona de Planicidade.



Fonte: MAGALHÃES, 2006

<sup>1</sup> ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, P-NB-273, 1980.

<sup>2</sup> ANSI/ASME B89.4.1. Methods for performance evaluation of coordinate measuring machines. (1997)

Nesta ( $\vec{P}_i$ ) é o vetor direção dos planos paralelos que definem a zona de tolerância; ( $\vec{T}$ ) é o vetor posição localizado no plano médio, ( $t$ ) a distância entre os planos paralelos (MAGALHÃES, 2006).

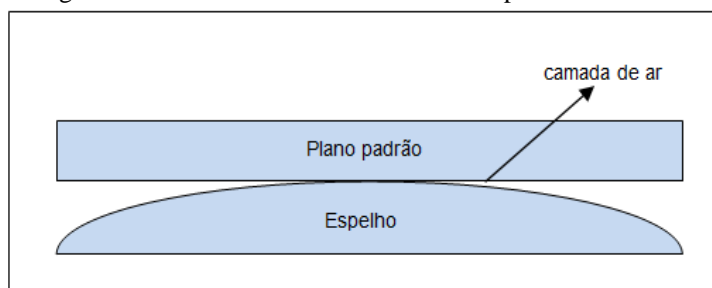
A planicidade é testada em relação a um modelo padrão e encontra-se entre  $1/20$  do comprimento de onda. Este parâmetro é especificado pela distorção da frente de onda da luz refletida. Quanto menor a distorção da frente de onda maior o grau de planicidade. Esta distorção é mensurada pela direção do feixe de um laser e a divisão desta em duas frentes de onda uma de teste e outra de referência (KING II et al, 1998).

A frente de onda de referência e a de teste são inicialmente refletidas sem o uso do espelho a ser testado. O interferômetro mede a interferência entre as duas frentes de onda retornando o valor da distorção da mesma. Este resultado é apresentado em  $(\lambda/n)$ , onde  $(\lambda)$  é o comprimento de onda geralmente especificado como 632,8 nm e  $(n)$  é selecionado como o próximo valor inteiro mais elevado de acordo com a utilização do espelho (KING II et al, 1998).

As bordas dos espelhos não possuem as mesmas especificações do centro, sendo assim a zona de qualidade normalmente compreende 80 a 90% da área central. Logo o paralelismo da luz refletida é afetado pela planicidade da superfície do espelho, sendo mensurado por uma comparação entre as frentes de onda refletida e incidente. Geralmente o paralelismo é especificado por uma tolerância de  $\pm 3$  minutos de arco (KING II et al, 1998).

A planicidade de uma superfície de vidro pode ser testada por meio das franjas de interferência luminosa, para tanto é necessário utilizar um modelo padrão (ópticamente plano) e pressionar sobre a superfície de vidro a ser testada, na Figura 2. De acordo com o caráter de desvios da planicidade aparecem diversos padrões de franjas de interferência, quando a superfície testada é plana as franjas que se formam são linhas retas paralelas entre si.

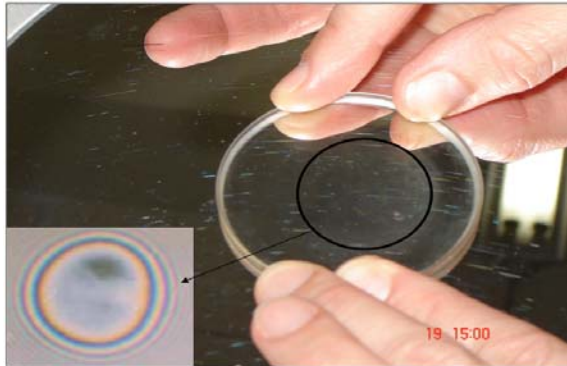
Figura 2 – Teste de Planicidade de Duas Superfícies de Vidro.



Segundo testes realizados por Cordini, 1991, nem mesmo os vidros do tipo cristal, que apresentaram melhores resultados, não possuem a superfície perfeitamente plana.

A Figura 3 apresenta o teste de planicidade realizado, com o espelho utilizado no desenvolvimento deste trabalho, o qual apresentou os anéis de Newton que indicam a não planicidade da mesma.

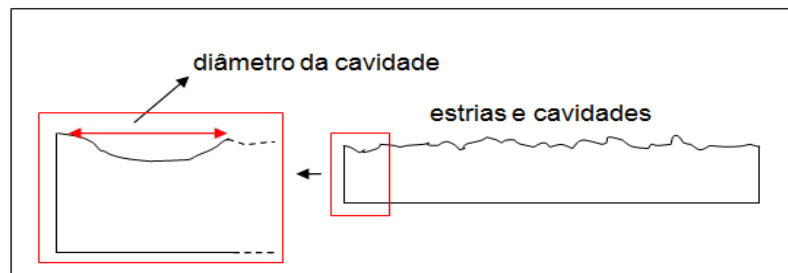
Figura 3 – Teste de Planicidade Realizado com o Espelho.



### 2.1.2. Rugosidade

A qualidade da superfície determina a sua capacidade de reflexão e reprodução da imagem. A tolerância de estrias (*Scratch*) e cavidades (*Dig*) na superfície são especificadas como (*S-D*) onde (*S*) o número máximo de estrias visíveis e (*D*) é o máximo diâmetro das cavidades em nanômetro, sendo o padrão de qualidade 60-40. Ou seja, são visíveis no máximo 60 estrias sendo que a maior possui um diâmetro igual ou menor à 40 nm (KING II et al, 1998). Na Figura 4 apresenta-se o perfil de uma superfície rugosa e o diâmetro de uma cavidade.

Figura 4 – Perfil de uma Superfície Rugosa.



### 2.1.3. Revestimento

Existem diversos tipos de revestimento, que variam de acordo com a utilização do espelho. A propriedade que define o revestimento a ser usado é a refletividade, que é a razão entre os fluxos de energia dos feixes refletidos e incidentes, podendo ser obtida experimentalmente em função do número de onda, que é conhecido utilizando um laser e um medidor de energia. (TRASFERETTI, DAVANZO, 2000; KING II et al, 1998).

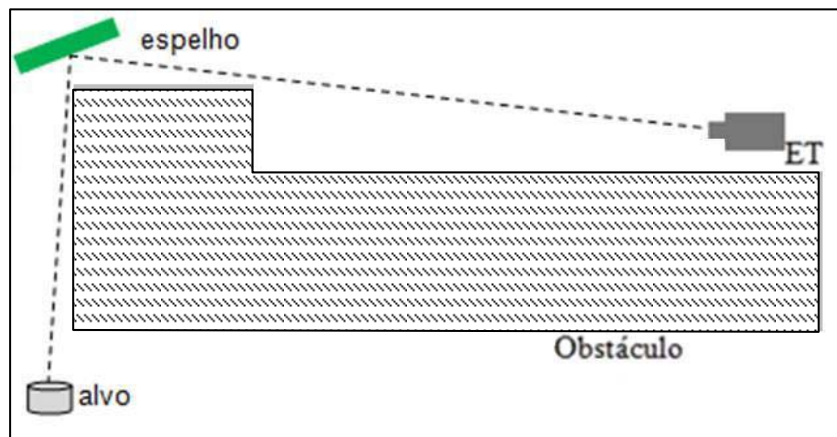
### 2.1.4. Tolerância da Superfície

A tolerância da superfície determina a proximidade que a superfície do espelho tem em relação a uma superfície padrão, sendo usualmente de um décimo de um comprimento de onda. A maioria dos espelhos precisa ter uma abertura de 90% ou maior (KING II et all, 1998).

## 3. METODOLOGIA

O método desenvolvido consiste em utilizar um espelho plano para desviar a visada da estação total e com isso determinar as coordenadas do ponto de interesse. Na Figura 5 apresenta-se esquematicamente o posicionamento da estação total, de um alvo e do espelho buscando contornar a obstrução da visada causada pelo obstáculo.

Figura 5 – Vista em planta do levantamento.



Para viabilizar a aplicação do método proposto foi necessário desenvolver alguns equipamentos e acessórios.

### 3.1. Desenvolvimentos Necessários

#### 3.1.1. Suporte do Espelho

A primeira fase do experimento buscou desenvolver o projeto de uma estrutura rígida que permitisse a fixação do espelho em um tripé. Foram realizados diversos estudos e discussões para determinar quais características seriam essenciais nesta estrutura. O resultado apontou para o desenvolvimento de um suporte com as seguintes características:

- O suporte do espelho deve ser fixado no tripé utilizando uma base nivelante, sendo que para adaptar esta base, ao suporte do espelho, utilizou-se o adaptador com parafuso de rosca que foi projetado exclusivamente para o Laboratório de Instrumentação Geodésica – LAIG;
- Permitir o movimento vertical e horizontal do espelho Figura 6;

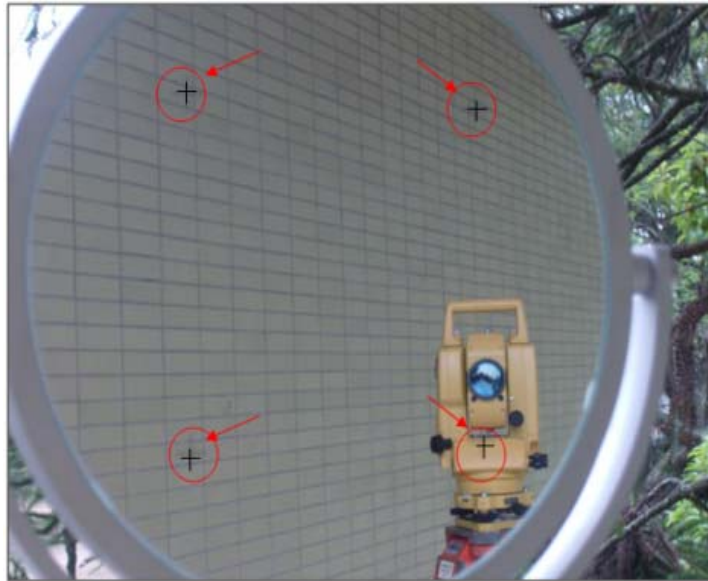
Figura 6 – Suporte do Espelho.



#### 3.1.2. Alvos de Referência

Foram gravados quatro alvos diretamente no espelho, com linhas que se interceptam ortogonalmente no centro produzindo uma imagem bem definida. Estes alvos estão localizados próximos às bordas a uma distância aproximadamente igual entre eles, permitindo o posicionamento do espelho espacialmente, ou seja, determinar sua atitude, Figura 7.

Figura 7 – Alvos Gravados no Espelho.



O processo de gravação dos alvos foi conduzido com o rigor métrico para que os afastamentos entre eles tivessem as menores variações possíveis, independente dos alvos escolhidos para definir o sistema de referência do espelho. Para confirmar a qualidade na gravação destes alvos realizou-se uma calibração, ou seja, a determinação do afastamento entre os eles com precisão micrométrica. Isso foi possível utilizando o interferômetro laser disponível no laboratório de Instrumentação Geodésica - LAIG.

Conhecendo-se com precisão a posição dos alvos no espelho é possível determinar a atitude do espelho. Para tal através da medida das direções horizontais, ângulos verticais e as distâncias entre a origem ocupada pela estação total e o espelho.

### 3.2. Obtenção das Coordenadas dos Alvos

Como referência utilizou-se uma mira horizontal de invar que é um equipamento utilizado para determinar distâncias curtas com precisão na ordem do milímetro. Esta tem dois alvos em suas extremidades, afastados de 2 m. Outros oito alvos foram fixados, entre as extremidades, aumentando assim o número de posições a ser determinadas e conseqüentemente outras informações como afastamento e deslocamento vertical entre outros, Figura 8.



Figura 8 – Mira Horizontal de Invar.



Em função do tamanho da mira horizontal de invar, do diâmetro do espelho e da distância curta entre a estação total-espelho-mira horizontal, não é possível realizar as medições de todos os alvos sem movimentar o espelho. Sabe-se também que para cada movimento do espelho muda sua posição no espaço logo, para associar as observações feitas na primeira posição com a segunda, por exemplo, determinou-se um fator de escala repetindo as medições dos dois últimos alvos na posição 1 e na posição seguinte.

### 3.2.1. Sequência de Cálculos

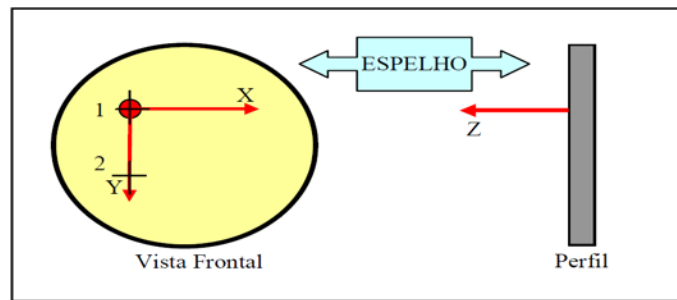
Na determinação das coordenadas dos alvos realizou-se um desenvolvimento matemático baseado na trigonometria, ótica e álgebra vetorial.

A estação ocupada para a coleta dos dados foi definida como origem e tendo as coordenadas atribuídas  $x=100,000$ ;  $y=100,000$  e  $z=100,000$  metros.

- 1) Determinou-se as coordenadas dos alvos de referência do espelho nas posições 1, 2, 3, 4 e do ponto de visada, denominado “esp”;
- 2) As coordenadas virtuais dos alvos da mira horizontal de invar foram determinadas utilizando-se a distância total ( $d_1 + d_2$ ), a distância zenital e direção horizontal do ponto “esp” de cada alvo;
- 3) Determinou-se os parâmetros dos vetores formados pelos alvos 1- 2 e 1 – 3 e a partir destes dados obteve-se os parâmetros do versor normal ao plano do espelho;

Com estas informações definiram-se os eixos  $X'$ ,  $Y'$  e  $Z'$  do sistema do espelho, sendo o eixo  $X$  formado pelo versor perpendicular aos eixos  $Y$  e  $Z$ , o eixo  $Y$  formado pelo vetor 1-2 e o eixo  $Z$  definido como o versor normal ao plano do espelho Figura 9.

Figura 9 – Sistema de Eixos do Espelho.



- 4) Calculou-se as coordenadas no sistema de espelho da estação origem, do ponto “esp” referente a cada alvo da mira horizontal de invar e dos alvos 1, 2, 3 e 4, obtida pela medida algébrica da projeção de um vetor sobre o outro.

#### 4. RESULTADOS

Na Tabela 1 apresenta-se a relação das distâncias entre os alvos da mira horizontal de invar obtida através do espelho e as mesmas distâncias obtidas de forma direta.

Tabela 1 - Distâncias Obtidas pelo Método Direto e Indireto.

	INDIRETO (metros)	Erro Médio Quadrático da Média (mm)	DIRETO (metros)	Erro Médio Quadrático da Média (mm)	dif (mm)
A -> 1	0,264	±0,25	0,263	±0,12	1
1 -> 2	0,157	±0,27	0,157	±0,32	0
2 -> 3	0,184	±0,21	0,184	±0,15	0
3 -> 4	0,176	±0,13	0,176	±0,17	0
4 -> C	0,218	±0,46	0,219	±0,52	-1
C -> 5	0,228	±0,25	0,229	±0,26	-1
5 -> 6	0,180	±0,27	0,180	±0,15	0
6 -> 7	0,185	±0,37	0,185	±0,53	0
7 -> 8	0,180	±0,17	0,180	±0,65	0
8 -> B	0,226	±0,19	0,228	±0,55	-2
A -> B	1,995	±0,12	1,998	±0,21	-3

Na Tabela 2 apresentam-se as distâncias entre os alvos da mira horizontal de invar obtidos através do espelho e a mesma distância obtida através do processo de calibração utilizando o interferômetro de Laser.

Tabela 2 - Distâncias Obtidas por meio do Espelho e por Interferometria.

	Indireto (metros)	Erro Médio Quadrático da Média (mm)	Interferômetro (metros)	Erro Médio Quadrático da Média (mm)	dif (mm)
1 -> 2	0,157	±0,27	0,157	±0,006	0
2 -> 3	0,184	±0,21	0,184	±0,003	0
3 -> 4	0,176	±0,13	0,177	±0,004	-1
4 -> 5	0,443	±0,20	0,445	±0,005	-2
5 -> 6	0,180	±0,27	0,180	±0,003	0
6 -> 7	0,185	±0,37	0,186	±0,007	-1
7 -> 8	0,180	±0,17	0,180	±0,001	0

## 5. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

O espelho utilizado no desenvolvimento do projeto, apesar de ter sido fabricado por um profissional especialista em ótica para lunetas de teodolitos, apresentou pequenas rugosidades na superfície dificultando o desvio da visada.

O suporte para o espelho projetado e desenvolvido para permitir o desvio da visada da estação total e com isso atingir o alvo, apresentou-se eficiente. Porém, algumas adaptações são necessárias para otimizar o levantamento.

A precisão nominal da estação total utilizada é de  $\pm (3\text{mm} + 3\text{ppm})$  linear e angular de  $2''$ . Observa-se que as diferenças obtidas entre os afastamentos comparando-se os três métodos é abaixo de 3 mm, em um caso isolado, nos demais as diferenças foram abaixo de 2 mm, isto demonstra a viabilidade de utilização do método proposto.

Outro fato detectado é que quanto mais próxima a estação total estiver do espelho e os alvos afastados (acima de vinte metros) os resultados são melhores. Atribui-se isso a menor necessidade de mudança da posição do espelho, e com isso minimizar os efeitos da falta de planicidade do mesmo.

Os resultados alcançados demonstram a viabilidade de aplicação do método para a determinação indireta de coordenadas utilizando estação total e espelhos.

## AGRADECIMENTOS

Ao Grupo de Pesquisa Geodésia Aplicada à Engenharia;

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

- CEBRACE, [*Espelho*]. Disponível em: <<http://www.cebrace.com.br/Telas/Produtos/Espelhos.asp>> Acesso em: 20/05/2006.
- CORDINI, J. *Determinação do erro cíclico em distânciômetros eletrônicos*. Curitiba, 1991. 138 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- KAHMEN, H., FAIG, W. *Surveying*. Berlim: Walter Gruyter e Co, 1988.578 p.
- KING II, G., EIKLENBORG, M., VILCHECK, M., IOANNOU, S. *Quality control of high precision optical mirrors*. Engineering 801: Engineering Management – Project 2: Quality Control, 1998. San Francisco State University. Disponível em: <<http://online.sfsu.edu/~gtarakji/engr801/wordoc/quality1.htm>> Acesso em: 19/09/2007
- MAGALHÃES, R. C. A. *Sistema para erro de medição de planicidade*. São Carlos, 2006. 128 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- TRASFERETTI, B.C., DAVANZO, C.U., *Introdução às técnicas de reflexão especular e reflexão-absorção no infravermelho: (1) reflexão especular*. Quimica Nova, volume 24, no. 1, 94-98, 2001< <http://www.scielo.br/pdf/qn/v24n1/4455.pdf>> Acesso em: 05/10/2007.
- VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. *Geodesy: the Concepts*. 2. ed., 6. print. Amsterdam: Elsevier, 1986. xv, 697 p.

(Recebido em novembro de 2009. Aceito em abril de 2010)