ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

# Conexiones matemáticas identificadas en una clase sobre las funciones exponencial y logarítmica

## Mathematical connections identified in a class on exponential and logarithmic functions

Karen Gisel **Campo-Meneses** [*]

ORCID iD 0000-0001-7483-3134

Javier **García-García** [**]

ORCID iD 0000-0003-4487-5303

### Resumen

Se analizaron las conexiones matemáticas que emergieron durante una clase de matemáticas, de cuarto semestre, de un bachillerato mexicano, en la que se abordó como objeto de estudio a las funciones exponencial y logarítmica. El análisis de datos se realizó empleando parte del análisis ontosemiótico, en el que se identificaron las conexiones matemáticas entre los objetos primarios que emergieron en las diferentes prácticas matemáticas realizadas. Las conexiones matemáticas se conciben como un proceso mediante el cual una persona establece una relación verdadera entre dos o más conceptos, definiciones, proposiciones, representaciones etc. Uno de los resultados encontrados es que la conexión de reversibilidad entre las funciones no fue establecida en la clase y que la conexión mayormente evidenciada fue la de representaciones diferentes (entre los registros lenguaje natural, simbólico y gráfico).

**Palabras clave:** Conexiones Matemáticas. Función exponencial. Función logarítmica. Práctica docente. Análisis ontosemiótico.

### Abstract

In this study, we analyzed the mathematical connections that emerged during a fourth-semester math class at a Mexican high school in which the exponential and logarithmic functions were addressed as an object of study. The data analysis was carried out using part of the onto-semiotic analysis, in which the mathematical connections between the primary objects that emerged in the different mathematical practices carried out were identified. Mathematical connections are conceived as a process by which a person establishes a true relationship between two or more concepts, definitions, propositions, representations, etc. One of the results found is that the reversibility connection between the functions was not established in the class and that the most evidenced connection was that of different representations (between the natural, symbolic, and graphic language registers).

**Keywords:** Mathematical Connection. Exponential Function. Logarithmic function. Teaching practice. Ontosemiotic analysis.

[*] Candidata a Doctora en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), Chilpancingo, México. E-mail: karencampo@uagro.mx.

[**] Doctor en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), Chilpancingo, México. Profesor-investigador de tiempo completo en la UAGro, Chilpancingo, México. E-mail: jagarcia@uagro.mx

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

## 1 Introducción

En el campo de la Teoría Ampliada de las Conexiones Matemáticas (por sus siglas en español TAC), se han realizado diversos trabajos que han ido desde estudios exploratorios (ADU-GYAMFI; BOSSÉ; CHANDLER, 2017; CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2020; DOLORES-FLORES; RIVERRA-LÓPEZ; GARCIA-GARCÍA, 2019; ELI; MOHR-SCHROEDER; LEE, 2011) hasta el *networking* entre esta y otras teorías (RODRÍGUEZ-NIETO *et al.,* 2021; RODRÍGUEZ-NIETO; ALSINA, 2022).

Las investigaciones realizadas en torno a las conexiones matemáticas reportan que es importante promover el establecimiento de conexiones en el aula, ya que estas contribuyen al desarrollo de la comprensión de los estudiantes respecto a los diferentes conceptos matemáticos (CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2021; MHLOLO, 2012; RODRÍGUEZ-NIETO *et al.,* 2021); permiten ver las matemáticas como un todo integrado (GARCÍA-GARCÍA, 2019; JAIJAN; LOIPHA, 2012); que los estudiantes le encuentren sentido a las matemáticas al relacionar un concepto con otros, con la vida real y con otras disciplinas (BUSINSKAS, 2008; DOLORES; GARCÍA-GARCÍA, 2017); además ayudan a desarrollar otras habilidades como el razonamiento, la comunicación, la argumentación, entre otras.

Otro aspecto importante es que establecer conexiones matemáticas está incluido, ya sea como habilidad o como proceso, en el currículo de matemáticas de diferentes países, como el de Colombia (MEN, 1998), México (SEP, 2017), Australia (ACARA, 2012), Estados Unidos (NCTM, 2013), entre otros, pues estas tienen una relación directa con el proceso de comprensión matemática. No obstante, es necesario analizar si realmente se establecen conexiones matemáticas en el aula y de qué tipo.

En este sentido, algunas investigaciones han reportado dificultades que evidencian estudiantes o profesores para establecer conexiones matemáticas (CAMPO-MENESES *et al.,* 2021; DOLORES-FLORES; RIVERRA-LÓPEZ; GARCIA-GARCÍA, 2019; ELI; MOHR-SCHROEDER; LEE, 2011; GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2021; RODRÍGUEZ-NIETO; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ; FONT, 2020; RODRÍGUEZ-NIETO; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ; GARCÍA-GARCÍA, 2021; TASNI; SAPUTRA; ADOHAR, 2020) y algunas de ellas se han enfocado directamente en el aula de clase analizando clases presenciales (RODRÍGUEZ-NIETO; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ; FONT, 2020). De manera general, en estas investigaciones se han abordado conceptos como la derivada, la integral, cónicas, ecuaciones cuadráticas, funciones, funciones exponencial y logarítmica etc.

Particularmente en lo que compete a las funciones exponencial y logarítmica, en esta

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

línea de conexiones matemáticas, los trabajos realizados se han centrado en analizar las conexiones que hacen los estudiantes a través de tareas que se les proponen (CAMPO-MENESES *et al.,* 2021; CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2020, 2021) y no específicamente en analizar lo que sucede en el aula. Campo-Meneses y García-García (2020, 2021) han reportado que una de las principales dificultades de los estudiantes al trabajar con estas funciones es el no establecimiento de la conexión matemática de reversibilidad (conexión matemática central), lo cual es consecuencia de las dificultades en el establecimiento de las demás tipologías de conexiones.

Además, desde otros enfoques teóricos también se ha reportado que los estudiantes al resolver tareas relacionadas con estas funciones se les dificulta trabajar con diferentes registros de representación (CASTRO *et al*., 2017; SUREDA; OTERO, 2013); cometen errores a pesar de que realizan cálculos rutinarios (AZIZ; PRAMUDIANI; PURNOMO, 2017; CHUA; WOOD, 2005); no llegan a niveles altos de razonamiento covariacional (FERRARI-ESCOLÁ; MARTÍNEZ-SIERRA; MÉNDEZ-GUEVARA, 2016; TREJO; FERRARI, 2018) ni de la comprensión (CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2021) respecto a estas funciones, entre otras.

Este panorama exige que se analice qué está ocurriendo en el aula cuando se enseñan estas funciones, con el fin de conocer algunas de las posibles causas de estas dificultades. A pesar de que se han realizado investigaciones donde se analiza lo que ocurre en el aula, solo se ha hecho para el caso de la función exponencial y enfocado en la práctica del profesor (CAMPO-MENESES; CRUZ, 2020). Es por ello, por lo que se considera pertinente analizar una o varias clases en las que se enseñen las dos funciones, ya que esto permitirá ampliar el panorama acerca de la enseñanza-aprendizaje relacionado con las funciones exponencial y logarítmica desde la mirada de las conexiones matemáticas. Por tanto, en esta investigación, interesa responder la siguiente pregunta: ¿qué conexiones matemáticas se establecen en una clase de matemáticas (en modalidad virtual) de cuarto semestre de bachillerato en la que se abordan las funciones exponencial y logarítmica?

Para ello, se emplean algunos constructos del EOS, de manera similar como se muestra en Campo-Meneses *et al*. (2021) y Rodríguez-Nieto *et al*. (2021), con el fin de identificar las conexiones matemáticas a través del análisis de prácticas y configuración de objetos primarios. A diferencia de Campo-Meneses *et al*. (2021) y Rodríguez-Nieto *et al*. (2021), en esta investigación solo se usa el análisis ontosemiótico, no la combinación de este con el análisis temático. Esto, porque se pueden identificar conexiones establecidas entre los objetos primarios empleando solo el análisis ontosemiótico, lo cual se considera una vía distinta de analizar

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

conexiones matemáticas.

De acuerdo con lo anterior, se considera que este trabajo es pertinente porque se identifican conexiones matemáticas asociadas a las funciones exponencial y logarítmica, empleando como método el análisis ontosemiótico, y se muestra un panorama, a través de las conexiones matemáticas, de lo que ocurre en el aula cuando se enseñan estas funciones, lo cual permite identificar posibles causas de las dificultades en el aprendizaje de los estudiantes sobre estas funciones, que puede servir como base para futuras investigaciones que se centren en el diseño. Cabe resaltar que las sesiones de clase analizadas se llevaron a cabo en tiempo de pandemia (COVID-19), a través de la enseñanza remota, lo cual también es interesante pues las conexiones identificadas emergieron en este ambiente y, pueden diferir con aquellas que surjan en la enseñanza de manera presencial.

## 2 Marco Teórico

En esta investigación se emplea la TAC y algunos constructos del EOS teniendo en cuenta el *networking* realizado en Rodríguez-Nieto *et al*. (2021).

### 2.1 Teoría Ampliada de Conexiones Matemáticas (TAC)

Las conexiones matemáticas se asumen, de acuerdo con García-García y Dolores-Flores (2018), como un proceso en el que una persona establece relaciones verdaderas entre dos conceptos, definiciones, proposiciones, representaciones etc., entre sí, con la vida real u otras disciplinas. Estas son exteriorizadas mediante los argumentos escritos, orales o gestuales que el sujeto evidencia en el momento en que explica algún tema o resuelve tareas propuestas. Dado que en esta investigación se indaga acerca de las conexiones que establecen tanto el profesor como los estudiantes, se consideran las siguientes tipologías de conexiones matemáticas:

Orientada a la instrucción (OI): emerge cuando A y B son conceptos o habilidades conocidas o por aprender, y se da de dos formas: cuando se relaciona el nuevo conocimiento con el previo o cuando los grupos de conceptos y procedimientos matemáticos conectados entre sí se consideran prerrequisitos para abordar el nuevo tema (BUSINSKAS, 2008).

Característica (C): es la relación establecida entre el concepto matemático y los rasgos invariantes de este que los distinguen de otros o que lo asemejan a otros (ELI; MOHR-SCHROEDER; LEE, 2011; GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Parte-todo (PT): está referida a la relación de generalización (entre casos generales y particulares) o inclusión (un concepto está contenido en otro) entre conceptos matemáticos (BUSINSKAS, 2008; GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Representaciones diferentes (RD): se refiere a la relación entre dos representaciones cada una ubicada en registros diferentes (representaciones alternas) o bien en el mismo registro semiótico (representaciones internas/equivalentes) (BUSINSKAS, 2008; GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Procedimental (P): es de la forma un procedimiento A es utilizado al trabajar con un concepto B. Esta conexión incluye todo medio (cálculos, fórmulas, gráficos…) para llegar a un resultado (EVITTS, 2004; BUSINSKAS, 2008; GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Implicación (I): es la relación lógica entre dos conceptos de la forma *si… entonces* (BUSINSKAS, 2008).

Significado (S): es la relación entre un concepto matemático y el sentido que los estudiantes le atribuyen (que lo hace diferente de otro), lo cual se puede ver de dos formas: como la relación entre el concepto y la definición que el estudiante ha construido para este o como la relación entre el concepto y sus contextos de uso (GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Reversibilidad (R): es la relación bidireccional entre dos conceptos matemáticos, es decir, se puede partir de un concepto A para llegar al B y a su vez invertir el proceso para llegar del B al A (GARCÍA-GARCÍA; DOLORES-FLORES, 2018).

Modelado (M): se refiere a la relación que se establece entre el mundo de las matemáticas y el real (o la vida cotidiana de los estudiantes) y entre las matemáticas y otras ciencias. Particularmente, puede verse como la relación establecida entre el concepto matemático y una tarea en contexto real (que ocurra o pueda ocurrir en la vida real) o una tarea de aplicación en alguna disciplina distinta a las matemáticas, en el que el sujeto partiendo de la tarea construye un modelo matemático para darle solución. Una vez construido el modelo, el sujeto hace uso de diversos conocimientos (matemáticos o no) y ejecuta diversas acciones (algebraicas, gráficas etc.) para llegar a una respuesta coherente a la situación planteada (EVITTS, 2004; DOLORES; GARCÍA-GARCÍA, 2017).

Metafórica (Mt): es la relación establecida entre un dominio de origen (con el que se está familiarizado) y un dominio final (el nuevo o abstracto) (RODRÍGUEZ-NIETO; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ; FONT, 2020).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

## 2.2 Algunos constructos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS)

Del EOS se toma, particularmente, la noción de actividad matemática, práctica matemática, funciones semióticas, objetos primarios y configuración de objetos. En este sentido, en este enfoque se considera que, para describir la actividad matemática desde una perspectiva institucional y personal, es necesario considerar los objetos involucrados en dicha actividad y las relaciones semióticas entre ellos (BORJI, *et al.,* 2018*;* BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017; GODINO; BATANERO; FONT, 2019). Así, la actividad matemática se modela en términos de prácticas matemáticas y configuración de objetos primarios y procesos activados en tales prácticas.

Una práctica matemática se concibe como toda acción o manifestación llevada a cabo en la resolución de tareas matemáticas y en la comunicación de las respectivas soluciones a otras personas, con el objetivo de validarlas y generalizarlas a otros contextos (GODINO; BATANERO, 1994). Los objetos que intervienen en la práctica matemática pueden ser ostensivos (símbolos, gráficos…) y no ostensivos (que son recordados al hacer matemáticas). El término objeto, desde la idea ontológica del EOS, se usa ampliamente para referirse a cualquier entidad que, de alguna manera, esté involucrada en la práctica matemática y que pueda identificarse como una unidad.

De acuerdo con Godino, Batanero y Font (2007) se definen seis objetos primarios: las tareas, que son aquellas en las que surge la actividad matemática (pueden ser tareas extra-matemáticas o intra-matemáticas); representaciones, referidas a las diferentes formas en las que se puede representar la información presentada en una tarea o bien para representar una noción matemática; definiciones, que son aquellos objetos matemáticos que se usan de manera implícita o implícitamente en la actividad matemática y que pueden ser definidos; proposiciones, que son los enunciados acerca de los conceptos; procedimientos, que incluyen algoritmos, operaciones y técnicas de cálculo usados para resolver una tarea y los argumentos, que son las justificaciones usadas para mostrar la validez de una proposición o el desarrollo de tareas (argumentos formales e informales).

Entre los objetos se establecen diferentes relaciones que son llamadas funciones semióticas, en esencia las funciones semióticas (FS) son un instrumento relacional entre los objetos primarios activados en las prácticas matemáticas que se realizan en el aula dentro de un determinado juego de lenguaje (WITTGENSTEIN, 1953). De acuerdo con el *networking* realizado en Rodríguez-Nieto *et al.* (2021), existe una relación entre las funciones semióticas y

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

las conexiones matemáticas, pues estas últimas pueden ser consideradas como casos particulares de las primeras. Cabe señalar que en esta investigación se adopta que las conexiones matemáticas se establecen entre cinco (tarea, procedimientos, representaciones, proposiciones y definiciones) de los seis objetos primarios, ya que los argumentos son los que sustentan el establecimiento de dichas conexiones (CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2021).

## 3 Metodología

La investigación tiene un enfoque cualitativo, específicamente es un estudio de caso, en el que se emplearon quince videograbaciones de clase llevadas a cabo en la enseñanza de las funciones exponencial y logarítmica, para recolectar datos.

### 3.1 Estudio de caso

Para seleccionar el caso se contactaron a cinco profesores de matemáticas que se encontraban trabajando en bachillerato, específicamente que tuvieran a cargo la asignatura de Matemáticas IV, pues es donde se abordan las funciones exponencial y logarítmica según el plan de estudio mexicano. Se les pidió a los profesores que videograbaran las sesiones en las que abordaran estas funciones y, luego, compartieran los vídeos con los investigadores. Del grupo de profesores, solo uno de ellos lo hizo y, por ende, ese profesor y su grupo es el estudio de caso de la presente investigación.

En este sentido, el estudio de caso está compuesto por un grupo de 28 estudiantes y el profesor encargado de la asignatura Matemáticas IV. Los estudiantes se encontraban cursando cuarto semestre de bachillerato (segundo semestre del grado 11) y sus edades oscilaban entre dieciséis y diecisiete años (a los que llamaremos E1, E2… E28). El profesor (P) es Licenciado en Matemáticas y Magister en Matemáticas Aplicadas y, en el momento de la colecta de datos tenía 28 años.

### 3.2 Análisis de los datos

Para analizar los datos se empleó el análisis ontosemiótico propuesto por el EOS, el cual tiene que ver con la identificación de objetos primarios emergentes de las prácticas matemáticas y la relación entre estos (conexiones matemáticas). Para ello, se llevaron a cabo las siguientes fases:

Fase 1. Se organizó la información y se transcribieron las sesiones videograbadas a *Microsoft Word*. Además, se describió qué se hizo en cada sesión.

Por ejemplo, en la sesión 14 el profesor propuso una tarea acerca de caracterizar dos funciones exponenciales de las cuales escribió su representación simbólica. El profesor hizo preguntas a los estudiantes sobre la monotonía, asíntota, dominio, rango y punto característico de la función en estudio. Para ello, algunos estudiantes respondieron estas preguntas y entre todos caracterizaron las funciones. Finalmente, el profesor mostró la gráfica realizada en GeoGebra con sus características.

Fase 2. Se identificaron las prácticas matemáticas realizadas tanto por el profesor como por los estudiantes. Por ejemplo, algunas de las prácticas matemáticas realizadas por el profesor fueron:

- Representa verbal y simbólicamente las funciones $f(x) = 2^{x+1}$ y $f(x) = 2^x$
- Ubica el punto característico y la asíntota de la función $f(x) = 2^x$
- Traza el punto característico, la asíntota y la función
- Caracteriza la función $f(x) = log_4(x-3) + 5$
- Grafica la función $f(x) = log_4(x-3) + 5$

Algunas de las prácticas matemáticas realizadas por el estudiante fueron:

- Caracteriza la función $f(x) = log_{\frac{1}{5}}(x+3) - 1$
- Encuentra el dominio y el rango de $f(x) = log_{\frac{1}{5}}(x+3) - 1$
- Argumenta cuando una función exponencial o logarítmica es creciente de acuerdo con su base.

Fase 3. A partir de las prácticas matemáticas identificadas, se analizaron los objetos primarios (tarea, representaciones, procedimientos, proposiciones, argumentos y definiciones) que emergieron de dichas prácticas.

En el Cuadro 1 tenemos el muestreo de la sesión #14.

| Objetos | |
|---|---|
| Tarea (T) | T1: Caracterizar las funciones logarítmicas $f(x) = log_4(x-3) + 5$ y $g(x) = log_{\frac{1}{5}}(x+3) - 1$ (P) |
| Definiciones (D) | D1: Función, D2: Dominio, D3: Rango, D4: Asíntota D5: Punto característico, D6: Función exponencial; D7: Función logarítmica. (P y E) |
| Representaciones | Simbólica 1: $f(x) = log_4(x-3) + 5$ (P)<br>Simbólica 2: $f(x) = log_{\frac{1}{5}}(x+3) - 1$ (P)<br>Gráfica 1: Gráfica de x=3 (P)<br>Gráfica 2: Gráfica de $f(x) = log_4(x-3) + 5$ (P)<br>Gráfica 3: Gráfica de $f(x) = log_{\frac{1}{5}}(x+3) - 1$ (P) |

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

| | |
|---|---|
| | Lenguaje natural: Función logarítmica (P) |
| Procedimientos (Pr) | Pr1: procedimiento para graficar una función a partir de sus unidades significantes. (P y E) |
| Proposiciones (Pp) | Pp1: Lo primero que se gráfica antes de la función es su asíntota (P)<br>Pp2: La asíntota de la función $f(x)$ es $x = 3$ (P)<br>Pp3: El punto característico es (4,5) (E)<br>Pp4: Para hacer la gráfica necesitamos la monotonía (E)<br>Pp5: La monotonía de la función es creciente (E)<br>Pp6: La función es creciente porque la base es mayor que uno (E)<br>Pp7: El dominio de la función $f(x)$ es desde 3 hasta infinito o los x mayores que 3 (E)<br>Pp9: El rango de $f(x)$ son todos los números reales (E)<br>Pp10: Para graficar la función primero habría que hacer la asíntota que es x igual a menos 2 (E)<br>Pp11: El punto característico de $g(x)$ esta en (-1, -1) (E)<br>Pp12: El dominio de $g(x)$ son los $x$ mayores que menos 2 (E)<br>Pp13: El rango de la función $g(x)$ es desde menos infinito a más infinito (E) |
| Argumentos | Argumento 1: Tesis: Pp 5; Razón: Pp 6 (E) |
| Nota: para identificar lo referido al profesor, a los estudiantes o a ambos, al final de cada objeto primario específico entre paréntesis se ponen las letras P y E, (E) significa que corresponde a los estudiantes, (P), que corresponde al profesor y (P y E) que corresponde a ambos. | |

**Cuadro 1** - Configuración de objetos primarios emergentes en la sesión #14
Fuente: elaborado por los autores

Fase 4. Se analiza la relación establecida, por los participantes, entre los objetos primarios de la configuración, con el fin de identificar la conexión matemática establecida. Y, finalmente, se hace una triangulación por expertos para asegurar la confiabilidad y la validez del análisis. En el Cuadro 2 se ejemplifica cómo se hizo tomando como referente el Cuadro 1.

| Objetos relacionados | Tipo de conexión |
|---|---|
| Simbólica1-Gráfica2; Simbólica1-Gráfica2; Simbólica1-Lenguaje natural 1; Simbólica 2- Lenguaje natural 1 | Representaciones diferentes (P) |
| Simbólica1-Pr; Simbólica2-Pr1 | Procedimental (P y E) |
| Gráfica 2-Pp2; Gráfica2-Pp3; Simbólica1-Pp5; Simbólica1-Pp6; Simbólica1-Pp7; Simbólica 1-Pp9; Gráfica3-Pp10; Simbólica2-Pp12; Simbólica2-Pp13 | Característica (E) |
| Nota: para identificar lo referido al profesor, a los estudiantes o a ambos, al final de cada objeto primario específico entre paréntesis se ponen las letras P y E, (E) significa que corresponde a los estudiantes, (P), que corresponde al profesor y (P y E) que corresponde a ambos. | |

**Cuadro 2** - Conexiones matemáticas a partir de las relaciones establecidas entre los objetos primarios emergentes en la sesión #14
Fuente: elaborado por los autores

## 4 Resultados

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

Para abordar este apartado, primero mostramos las conexiones promovidas en la clase por el profesor y, en un segundo momento, las conexiones matemáticas establecidas por los estudiantes.

### 4.1 Conexiones matemáticas establecidas por el profesor

Una vez realizado el análisis de las quince sesiones de clase se identificaron las siguientes conexiones matemáticas establecidas por el profesor.

#### 4.1.1 Conexión matemática representaciones diferentes

Esta conexión matemática emerge en todas las sesiones de clase, particularmente en la sesión 1 se establece entre la representación lenguaje natural de cada propiedad de los exponentes y su representación simbólica. En las demás sesiones se observa esta conexión entre la representación lenguaje natural y la expresión simbólica de la función exponencial y, entre las representaciones simbólicas de funciones particulares (por ejemplo, $g(x) = 2^x$, $f(x) = x^2$, $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $m(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}$, $n(x) = 4^{x-3} + 5$) y sus respectivas representaciones gráficas.

En la sesión 2, se identifica que el profesor establece esta conexión entre las representaciones simbólicas $g(x) = 2^x$, $f(x) = x^2$, $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ y sus respectivas representaciones tabulares. De manera similar, el profesor establece esta conexión respecto a la función logarítmica, pues relaciona expresiones simbólicas de esta función (por ejemplo: $f(x) = log_7(x + 4)$, $n(x) = log_5 x$, $g(x) = log_2(x + 2)$ , $f(x) = log_6(x - 2) + 3$) con sus respectivas representaciones gráficas. Por ejemplo, en la Figura 1 se muestra lo que el profesor hizo en GeoGebra y, de esta forma, es que relaciona el registro simbólico con el gráfico para casos particulares de la función logarítmica.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

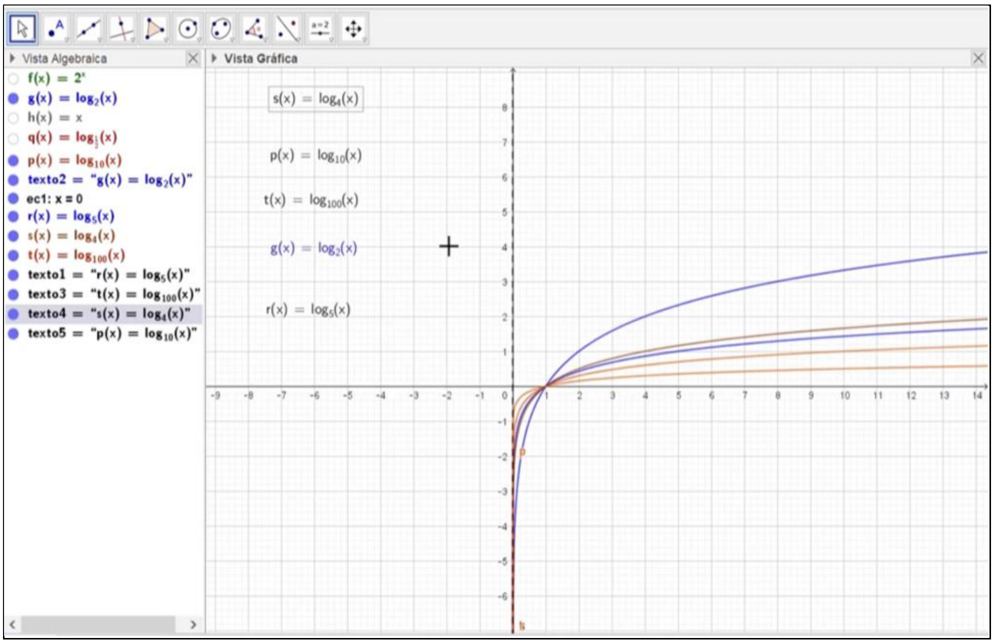
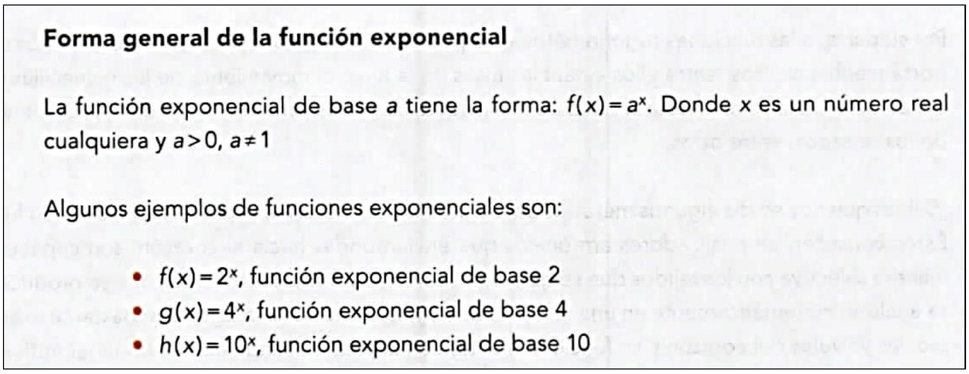



**Figura 1** – Representaciones simbólicas y gráficas de funciones logarítmicas realizadas en GeoGebra por el profesor
Fuente: elaboración del profesor de la clase

### 4.1.2 Conexión matemática de significado

Esta conexión se evidencia en pocas ocasiones, principalmente cuando el profesor propone una definición de la función exponencial y logarítmica, y algunos contextos de uso tomando como referencia el libro de texto de la institución. Por ejemplo, para el caso de la función exponencial el profesor proyecta la definición que se muestra en la Figura 2.



**Forma general de la función exponencial**

La función exponencial de base $a$ tiene la forma: $f(x)=a^x$. Donde $x$ es un número real cualquiera y $a>0$, $a\neq 1$

Algunos ejemplos de funciones exponenciales son:

- $f(x)=2^x$, función exponencial de base 2
- $g(x)=4^x$, función exponencial de base 4
- $h(x)=10^x$, función exponencial de base 10

**Figura 2** - Definición de la función exponencial según un libro de texto
Fuente: Hernández (2020, p.156)

Para la función logarítmica, el profesor proyecta la definición como se muestra en la Figura 3.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

**Forma general de la función logarítmica**

Para $a > 0$ y $a \neq 1$, la función logarítmica con base $a$ se define como:

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

Es decir que, el $\log_a x$ es el exponente al cual la base $a$ debe ser elevada para obtener $x$.

**Figura 3** - Definición de la función logarítmica según un libro de texto
Fuente: Hernández (2020, p.166)

Otra manera de evidenciar esta conexión matemática fue al proponer contextos de uso, tal como se puede observar en el siguiente extracto del discurso del profesor:

> *P: Ahora vamos a ver una aplicación de la función exponencial para que vean algunos ejemplos de dónde esta función exponencial se utiliza, por ejemplo: en un experimento realizado por un equipo de investigadores relacionados con el cultivo de una cepa de bacterias se demostró que éstas se duplican cada hora, o sea cada una hora que pase, el número de bacterias que hay se duplica, eso significa que se hace 2 veces mayor ¿verdad? Si tengo 2 bacterias, al cabo de una hora ¿cuántas voy a tener? cuatro ¿verdad? y así sucesivamente o sea estas bacterias se duplican cada hora. Si al inicio de la prueba existían 20 bacterias ¿cuántas bacterias habrá en t horas? […]* (Discurso del profesor, 2021).

De acuerdo con esto, el profesor establece una relación entre la función exponencial y un contexto de uso referido al crecimiento de bacterias. Sin embargo, es el único ejemplo que trae a colación en la clase y no evidencia ejemplos relacionados con la función logarítmica.

### 4.1.3 Conexión matemática de modelado

La conexión de modelado se evidencia en una sesión, y únicamente cuando el profesor aborda una situación relacionada con el crecimiento de una población de bacterias, como se muestra en el extracto anterior. Para ello, el profesor relaciona la situación extramatemática con un modelo matemático, presenta casos particulares para algunos valores de la variable independiente y los interpreta respecto a la situación.

### 4.1.4 Conexión matemática parte-todo

La conexión parte-todo se evidencia en el discurso del profesor cuando establece una relación entre el procedimiento general para simplificar expresiones donde se usan leyes de los exponentes y el procedimiento empleado de manera particular para expresiones dadas. De manera similar, se identifica en el momento en que el profesor relaciona el procedimiento general para pasar de una representación simbólica a la gráfica de una función, teniendo en

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

cuenta las unidades significantes (aplicando un desplazamiento vertical y horizontal) para aplicarlo a casos particulares de funciones exponenciales y logarítmicas.

Además, esta tipología de conexión se evidencia cuando el profesor propone casos particulares de funciones exponenciales y logarítmicas basándose en la definición, tal como se muestra en la Figura 1 y en el extracto siguiente:

> *P: [...] cuando hablamos de logaritmo debemos pensar en ¿cuál sería el exponente al que yo tengo que elevar mi base para obtener la x?, de ahí que el* $log_2 8 = 3$ *porque* $2^3 = 8$. *Listo, ahora lo mismo con el otro* $log_5 125 = 3$ *porque* $5^3 = 125$ *[...]* (Discurso del profesor, 2021).

#### 4.1.5 Conexión matemática orientada a la instrucción

El profesor establece esta conexión entre el tema leyes de los exponentes y la función exponencial y entre las funciones algebraicas y la función exponencial. Esto se evidencia en la primera y segunda sesión, cuando afirma que, antes de abordar la función exponencial, es necesario repasar las leyes de los exponentes que los estudiantes han trabajado en cursos previos, pues este es prerrequisito para abordar esta función. Además, cuando afirma que la función exponencial se comporta de manera diferente a las funciones trabajadas, tal como se muestra en el siguiente extracto:

> *P: [...] bueno como hemos estado trabajando las diferentes funciones ya trabajamos la lineal, la cuadrática, la cúbica, entre otras, hoy vamos a trabajar una función que se comporta diferente a las que ya hemos trabajado y que tiene que ver con la clase anterior, y se llama función exponencial [...]* (Discurso del profesor, 2021).

Asimismo, cuando el profesor introduce la función logarítmica conecta esta con la exponencial, afirmando que en las sesiones pasadas trabajaron la función exponencial y que ahora abordarán la función logarítmica que es la inversa de la exponencial, sin embargo, no ahonda en cómo se relacionan los dominios, rangos, gráficas, expresiones de ambas funciones.

#### 4.1.6 Conexión matemática procedimental

Esta conexión matemática es establecida por el profesor entre las representaciones simbólicas de las propiedades de los exponentes y su procedimiento general para usarlas. Además, entre cada expresión simbólica particular y el procedimiento usando las propiedades para simplificarla. Un ejemplo de esto se encuentra en el siguiente extracto, cuando el profesor explica, en la sesión 1, una propiedad de los exponentes:

> *P: Entonces la primera propiedad dice que si tenemos la multiplicación de 2 potencias y sus bases son iguales entonces el resultado del producto de esas potencias es igual a la misma base elevada a la suma de los exponentes [en la pantalla aparece:* $(a^r)(a^s) = a^{r+s}$*]. O sea, que, si*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

*tenemos 5 elevado a la 7, por 5 elevado a la 2, la respuesta es 5 elevado a las 7 + 2, y eso es igual a 5 a la 9 [*$(5^7)(5^2) = 5^{7+2} = 5^9$*]* (Discurso del profesor, 2021).

Así también, esta conexión matemática es establecida por el profesor entre la definición de desplazamiento horizontal/vertical y el procedimiento para aplicarlo a una determinada función, a partir de la gráfica de las funciones de la forma $f(x) = a^x$ y $g(x) = log_a x$ para obtener otras funciones de la forma $f(x) = a^{x+b} + c$ y $g(x) = log_a(x + b) + c$. Para ello, el profesor explica cómo influye el número que se le suma a la variable o a la función, en la gráfica partiendo de una función que él le llama *base* (se refiere a la expresión más sencilla de una función exponencial y logarítmica).

### 4.1.7 Conexión matemática característica

La conexión matemática característica emerge en diferentes momentos de cada sesión. Inicialmente, se logra evidenciar cuando el profesor establece relaciones entre la expresión simbólica de la función exponencial general $f(x) = a^x$ y diferentes proposiciones como: en la expresión $f(x) = a^x$, *x* es cualquier número real y, el valor de *a* es mayor a cero y diferente de 1. También se identifica que esta conexión es establecida por el profesor entre la función exponencial y la proposiciones: las funciones exponenciales tienen un crecimiento o decrecimiento súper rápido; la variable independiente se encuentra en el exponente; el dominio de una función exponencial es el conjunto de todos los números reales; el rango de una función exponencial son los y mayores a cero; si la base es mayor que 1 la función es creciente y, si la base está entre 0 y 1 la función es decreciente.

Además de esto, el profesor también relaciona la función exponencial y la función cuadrática a través de la proposición: *la función exponencial va a crecer mucho más rápido que la función cuadrática*, lo cual es evidencia de que la característica relacionada con la monotonía es clave para diferenciarla de una función cuadrática en este caso. De manera particular, se relaciona la expresión simbólica $g(x) = 2^x$ y la proposición *para el caso de la función exponencial* $g(x) = 2^x$ *los datos se van duplicando*.

También, se establece esta conexión entre las funciones exponenciales y las proposiciones: el dominio de una función exponencial es el conjunto de todos los números reales; el rango de una función exponencial son los y mayores a cero; si la base es mayor que 1 la función es creciente y si la base está entre cero y 1 la función es decreciente; entre otras relacionadas con el punto característico, asíntota y monotonía.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

### 4.1.8 Conexión matemática metafórica

En la sesión 2, se establece la relación entre la definición de continuidad de una función exponencial y la proposición: *las gráficas de las funciones exponenciales son curvas sin saltos*, la cual hace alusión a que la gráfica de una función es un camino. Además, en la mayoría de las sesiones, cuando el profesor hace referencia a la asíntota de una función establece una relación entre el concepto de asíntota y la proposición: *la asíntota es la recta a la cual la función por más de que se acerca no la toca* y, finalmente, cuando el profesor relaciona una gráfica a partir de otra, refiriéndose a que las gráficas de las funciones cambian de posición, lo cual hace parecer que éstas fueran objetos. Las metáforas establecidas por el profesor, en su mayoría, son comunes en el discurso de un profesor, y quizá no generan confusión, sin embargo, la referida al desplazamiento podría ocasionar que los estudiantes crean que es la misma función que se va moviendo por el plano.

### 4.1.9 Conexión matemática de implicación

Esta conexión se evidencia cuando el profesor realiza la gráfica de las funciones a partir de las unidades significantes y, para ello, relaciona diferentes proposiciones. Por ejemplo, en el siguiente extracto se observa que el profesor relaciona la proposición *la función* $g(x) = 2^x + 1$*, es la función original [*$f(x) = 2^x$*] a la cual se le ha sumado una unidad*, y la proposición *la función [*$g(x) = 2^x + 1$*] se ha desplazado una unidad hacia arriba… respecto a* $f(x) = 2^x$.

> *P: […] ahora miremos que tenemos que graficar la otra función* $g(x) = 2^x + 1$*, qué es la función original [*$f(x) = 2^x$*] a la cual se le ha sumado una unidad, eso quiere decir que se ha desplazado una unidad hacia arriba, la asíntota, el punto característico y la misma función o todos los puntos de la función se han desplazado una unidad hacia arriba quedando la siguiente gráfica […]* (Discurso del profesor, 2021).

En la mayoría de las sesiones, se evidencia la conexión de implicación de manera similar en que se observa en el extracto anterior, donde el profesor relaciona dos proposiciones afirmando frases como: si a la variable *x* o a la función se le suma un valor, entonces la gráfica de dicha función se desplaza horizontal o verticalmente respectivamente.

## 4.2 Conexiones matemáticas establecidas por los estudiantes

Las conexiones matemáticas establecidas por los estudiantes en la clase son de tipo:

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

procedimental, característica e implicación. Estas se ejemplifican a continuación.

### 4.2.1 Conexión matemática procedimental

Esta conexión se evidencia cuando los estudiantes relacionan la gráfica de una función exponencial o logarítmica con el procedimiento para realizar la gráfica de otra función del mismo tipo. Y emerge a través de las preguntas, que propone el profesor en la clase, relacionadas con la caracterización de funciones exponenciales y logarítmicas.

### 4.2.2 Conexión matemática característica

Esta conexión es establecida por los estudiantes en diferentes sesiones cuando el profesor les pregunta acerca de las gráficas de las funciones en estudio. Las relaciones establecidas se dan entre una función exponencial o logarítmica y proposiciones acerca de la asíntota, dominio, rango, crecimiento, punto característico y puntos de corte con los ejes. Por ejemplo, en el siguiente extracto se observa que algunos estudiantes relacionan la expresión simbólica $f(x) = log_4 x$ con las proposiciones: la asíntota de $f(x)$ es $x = 0$, el punto característico de f($x$) es (1,0) y, la función f(x) es creciente.

> *P: ¿cuál es la asíntota de la función $f(x) = log_4 x$?*
> *E1: equis igual a cero*
> *P: excelente x igual a cero sería la asíntota, que coincide en este caso con el eje y, voy a hacer la recta sería una línea discontinua y ¿dónde estaría entonces mi punto característico?*
> *E2: uno coma cero [(1,0)]*
> *P: muy bien gracias E2 en uno punto y coma cero, sería mi punto característico ¿quién me dice la monotonía? cuando digo monotonía chicos me refiero a si es creciente o decreciente.*
> *E3: creciente*
> *P: muy bien E3 ¿por qué es creciente?*
> *E3: porque la base es mayor que uno* (Diálogo entre el profesor y estudiantes, 2021).

### 4.2.3 Conexión matemática de implicación

Esta conexión emerge cuando los estudiantes argumentan sus respuestas relacionadas con la monotonía de las funciones, el dominio, punto característico y asíntota. Por ejemplo, en el extracto anterior la estudiante E3 afirma que como la base de la función $f(x)$ es mayor que uno, entonces la función es creciente, de manera similar ocurre en el siguiente extracto con E4 al afirmar que si la asíntota de $g(x)$ es $x = 0$ entonces el dominio de la función son los $x$ mayores que cero.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

*P: ¿Cuál es el dominio de la función* $g(x) = log_{\frac{1}{5}}x$*?*
*E4: los x mayores a cero*
*P: ajá muy bien x mayores a cero ¿por qué lo sabes?*
*E4: porque es desde la asíntota hacia adelante y la asíntota es igual a cero* (Diálogo entre el profesor y el estudiante, 2021).

En estos casos mencionados se establece una relación entre dos proposiciones.

## 5 Discusión y conclusiones

Esta investigación tenía como objetivo analizar las conexiones matemáticas que se establecen en una clase de matemáticas en la que se abordan las funciones exponencial y logarítmica, empleando el análisis ontosemiótico. Si bien, en otras investigaciones este se ha usado junto con el análisis temático para identificar conexiones matemáticas, en este estudio se empleó solo, pues se consideró viable a la hora de analizar el establecimiento de conexiones matemáticas entre los objetos primarios que emergieron en la clase. Del uso de este análisis se concluye que, es una alternativa para identificar conexiones matemáticas que establece un sujeto, y su uso permite organizar cuáles son los objetos implicados en la práctica y qué relaciones establece el sujeto entre estos, lo cual contribuye a identificar qué tipología de conexión está en juego.

Los resultados de esta investigación muestran que el profesor establece las diferentes tipologías de conexiones matemáticas abordadas en el marco teórico, lo cual es consistente con los resultados de Hatisaru (2022) respecto al tema de funciones en general y Rodríguez-Nieto *et al.* (2023), aunque ellos consideraron el estudio de otro concepto matemático. Así también, los resultados indicaron que las conexiones matemáticas más empleadas por el profesor objeto de estudio, fueron las de tipo representaciones diferentes, procedimental y característica y las menos evidenciadas fueron las tipologías de modelado y de significado, ya que estas solo se identificaron en una sola sesión.

Particularmente la conexión de reversibilidad, la cual es la conexión central, no se observó en la clase, el profesor solo se limitó a afirmar que la función logarítmica es la inversa de la exponencial, pero no estableció dicha conexión entre las características de las funciones. Esto es consistente con los resultados de Rodríguez-Nieto, Rodríguez-Vásquez y Font (2020) que, reporta que esta conexión no se evidencia en el discurso del profesor.

Este panorama muestra que el profesor enseña las funciones por separado. Sin embargo, consideramos que, si promoviera la conexión de reversibilidad, esto influiría en la comprensión de estas funciones por parte de los estudiantes, tal como se muestra en Campo-Meneses y

García-García (2021). Además, los resultados indicaron que el profesor no propone situaciones donde se empleen estas funciones para contribuir con la emergencia de conexiones extra-matemáticas. Esto es un problema en la comprensión de los estudiantes, ya que estos caracterizan cada función dependiendo del contexto y el tipo de problema en el que se aborde, tal como se plantea en Silva y Almeida (2018) respecto a la función exponencial.

Añadido a esto, en el salón de clases no se abordan diferentes registros de representación por el profesor objeto de estudio y, por ende, la relaciones entre estos, lo que puede generar que los estudiantes cuando piensen en funciones solo se remitan a pensar en las representaciones simbólica y gráfica. Esto es un problema que se ha reportado en investigaciones que, aunque no abordan directamente el enfoque de conexiones matemáticas, trabajan el vínculo entre las diferentes formas de representar las funciones, como se observa en Castro *et al.* (2017) respecto a la función exponencial y, en Mpofu y Mudaly (2020) respecto al trabajo con funciones en general. En este sentido, Mpofu y Mudaly (2020) sugieren ponerle atención a este problema, promoviendo el vínculo de estas representaciones en clase, siendo conscientes que los estudiantes tienen la capacidad de establecer dichas relaciones.

Las explicaciones del profesor carecen de establecer relaciones entre cada función y su comportamiento, lo cual es clave para diferenciarlas de otros tipos de funciones. Ahora bien, a pesar de que el profesor establece las diferentes conexiones que se reportan en el marco (cada una en diferente medida), los estudiantes solo evidencian establecer las conexiones de tipo implicación, procedimental y característica. Estas conexiones identificadas son pocas comparadas con las reportadas en investigaciones sobre las conexiones establecidas por estudiantes respecto a las funciones exponencial y logarítmica (CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA 2020; CAMPO-MENESES *et al.,* 2021), y otros conceptos matemáticos (DANS-MORENO; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ; GARCÍA-GARCÍA, 2022; DOLORES-FLORES; RIVERA-LÓPEZ; GARCÍA-GARCÍA, 2019). Las dos últimas coinciden con las conexiones mayormente evidenciadas en el discurso del profesor.

La dinámica de las sesiones, en general, estuvo enfocada en una enseñanza de tipo magistral con algunos espacios donde el profesor planteaba preguntas a los estudiantes, con el fin de realizar alguna tarea entre todos. El profesor insistía a los estudiantes en que participaran, pues ellos solían quedarse callados cuando él les hacía preguntas y, eran pocos los estudiantes que aportaban. El hecho de que la clase se diera en un ambiente virtual dificultó al profesor conocer realmente lo que los estudiantes estaban realizando, lo cual impidió que él se diera cuenta si los estudiantes estaban comprendiendo o no.

Las preguntas realizadas por el profesor en todas las sesiones eran similares y estaban relacionadas con la identificación del punto característico, asíntota, dominio y rango y en cómo era la monotonía de la función que se iba a graficar. No se evidenciaron preguntas en las que se discutiera algún resultado, sobre definiciones, análisis de gráficas, relación entre las dos funciones, entre otras cosas que permitieran a los estudiantes analizar estas funciones en las diferentes representaciones y contextos de uso.

Dada la dinámica de la clase, no se logra evidenciar si los estudiantes reconocen cuándo se habla de un comportamiento logarítmico y cuándo de uno exponencial, además, no se logra identificar si ellos reconocen que las funciones son inversas y lo que esto implica en sus características; si son capaces de resolver tareas que impliquen el establecimiento de conexiones más complejas como la conexión de significado, reversibilidad y modelado, y si realmente lograron comprender estas funciones. De acuerdo con esto, se puede afirmar que la forma en que el profesor enfoque la clase determinará las tipologías de conexiones que los estudiantes establecerán y esto influirá en su nivel de comprensión respecto a las funciones.

El no establecimiento de la conexión de reversibilidad es una dificultad evidenciada por estudiantes de nivel medio y superior reportada en la literatura (CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, 2020; CAMPO-MENESES *et al.*, 2021), y ésta es evidencia de la falta de comprensión. Así que una causa de las dificultades reportadas en la literatura es el enfoque de la clase, si la clase se centra en aprender procedimientos, limitará la comprensión de los estudiantes y evitará que se fomente prácticas matemáticas ricas en las que se promuevan diferentes procesos cognitivos, como es el caso de las conexiones matemáticas. Si bien, algunos estudiantes lograron caracterizar diferentes funciones, no se les dio la oportunidad de discutir, analizar y resolver diferentes tipos de tareas, que involucraran contextos diversos asociados con las funciones exponencial y logarítmica.

La discusión se torna compleja cuando se trabaja en este nivel educativo de manera virtual, ya que el profesor no puede ver, exactamente, qué están haciendo los estudiantes y cómo es el proceso de aprendizaje, pues lo limita el hecho de que los estudiantes no quieran participar ni encender su cámara.

Esta investigación muestra que las conexiones que haga el profesor influyen en las que puede llegar a establecer el estudiante, sin embargo, eso no quiere decir que todas las conexiones que el profesor establezca los estudiantes también las evidenciarán, pues dependerá de las estrategias que use para enseñar y del tipo de tareas que proponga en clase, ya que estas pueden permitir u obstaculizar la emergencia de conexiones matemáticas.

Por lo tanto, es necesario que los profesores brinden a los estudiantes oportunidades para conectar lo que están aprendiendo con lo que ya saben, de manera que se facilite el proceso

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

de construcción y reconstrucción del aprendizaje (DE LA FUENTE; DEULOFEU, 2022) y que aborden tareas ricas en conexiones matemáticas que permitan el desarrollo de diferentes procesos cognitivos, dejando de privilegiar el enseñar procesos de forma mecánica a la hora de abordar estas funciones. Cabe señalar que es importante que las funciones se dejen de enseñar por separado y solo se mencione que una es inversa de la otra, sino que se use esta característica principal y se establezca la conexión de reversibilidad entre los elementos de ambas funciones y se use para resolver diferentes tareas.

Los resultados de esta investigación no se pueden generalizar, pues es un estudio de caso en el que participó un profesor de matemáticas y su respectivo grupo de estudiantes. No obstante, esta investigación aporta, por un lado, el uso del análisis ontosemiótico para identificar conexiones matemáticas y, por otro lado, un panorama que muestra una posible causa de las dificultades reportadas en la literatura, que los estudiantes han presentado a la hora de resolver tareas asociadas a las funciones exponencial y logarítmica. Esto porque la mayoría de las investigaciones asociadas al aprendizaje de estas funciones se han centrado en analizar lo que sucede en una muestra de estudiantes fuera del aula, lo cual hace diferente a esta investigación en la que se analizaron las videograbaciones de las clases empleadas por un profesor para enseñar estos conceptos y, así, ver lo que ocurría en un ambiente de aula (modalidad virtual).

Finalmente, los resultados pueden servir para que futuras investigaciones diseñen planes de aula o tareas que el profesor pueda llevar al aula, con el fin de que se promueva la comprensión de los estudiantes mediante el establecimiento de conexiones matemáticas. También, para comparar lo que sucedió en esta clase con lo que suceda en otras en la que participen diferentes profesores y estudiantes, incluso comparar las conexiones matemáticas que emergieron en una clase en modalidad virtual y las que ocurran en una clase en modalidad presencial y, así, poder indagar acerca de otras posibles causas de las dificultades, en tanto que esto ha sido poco estudiado.

## Referencias

ADU-GYAMFI, K., BOSSÉ, M. J.; CHANDLER, K. Student Connections between Algebraic and Graphical Polynomial Representations in the Context of a Polynomial Relation. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 15, n. 5, p. 915-938, 2017.

AUSTRALIAN CURRICULUM ASSESSMENT – ACARA. **Australian Curriculum**: **Mathematics**. Sydney: ACARA, 2012. Disponible en: https://www.australiancurriculum.edu.au Acceso en: 23 junio 2023.

AZIZ, T. A.; PRAMUDIANI, P.; PURNOMO, Y. W. How do college students solve logarithm questions? **International Journal on Emerging Mathematics Education**, Yogyakarta, v. 1, n. 1, p. 25-40, 2017

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

BORJI, V.; FONT, V.; ALAMOLHODAEI, H.; SÁNCHEZ, A. Application of the complementarities of two theories, APOS and OSA, for the analysis of the university students' understanding on the graph of the function and its derivative. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education,** Belgrado, v. 14, n. 6, p. 2301-2315, 2018.

BREDA, A.; PINO-FAN, L.; FONT, V. Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers : Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. **Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education,** Belgrado, v. 13, n. 6, p. 1983–1918, 2017.

BUSINSKAS, A**. Conversations About Connections:** how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. 2008. 183f. Thesis (Doctor of Philosophy) - Faculty of Education, Simon Fraser University, Burnaby, 2008.

CAMPO-MENESES, K. G.; CRUZ, G. A. Caracterización de la práctica de una profesora al implementar un diseño sobre la función exponencial que integra GeoGebra. **Paradigma,** Maracay, v. XLI, p. 125-146, 2020. Disponible en: https://orcid.org/0000-0001-7483-3134https://orcid.org/0000-0001-7391-9462

CAMPO-MENESES, K. G.; FONT, V.; GARCÍA-GARCÍA, J.; SÁNCHEZ, A. Mathematical connections activated in high school students' practice solving tasks on the exponential and logarithmic functions. **Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education**, Belgrado, v. 17, n. 9, p. 2–14, 2021.

CAMPO-MENESES; GARCÍA-GARCÍA, J. Explorando las conexiones matemáticas asociadas a la función exponencial y logarítmica en estudiantes universitarios colombianos. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 32, n. 3, p. 209-240, 2020.

CAMPO-MENESES, K. G.; GARCÍA-GARCÍA, J. La comprensión de las funciones exponencial y logarítmica: una mirada desde las Conexiones Matemáticas y el Enfoque Ontosemiótico. **PNA**, Granada, v. 16, n. 1, p. 25–56, 2021.

CASTRO, M.; GONZÁLES, M.; FLORES, S.; RAMIREZ, O., CRUZ, M.; FUENTES, M. Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. **Parte I. Entreciencias:** Diálogos en la Sociedad del Conocimiento, León, v. 5, n. 13, p. 1-12, 2017.

CHUA, B. L.; WOOD, E. Working with logarithms: students' misconceptions and errors. **Association of The Mathematics Educator**, Singapur, v. 8, n. 2, p. 53-70, 2005.

DANS-MORENO, E., RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ, F. M. Y GARCÍA-GARCÍA, J. Conexiones matemáticas asociadas a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. **PNA**, Granada, v. 17, n. 1, p. 25-50, 2022.

DE LA FUENTE, A.; DEULOFEU, J. Uso de las conexiones entre representaciones por parte del profesor en la construcción del lenguaje algebraico. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 72, p.389-410, jun-abr. 2022.

DOLORES, C.; GARCÍA-GARCÍA, J. Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: Un estudio de casos en el nivel superior. **Bolema,** Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 158-180, 2017.

DOLORES-FLORES, C.; RIVERA-LÓPEZ, M. I.; GARCÍA-GARCÍA, J. Exploring mathematical connections of pre-university students through tasks involving rates of change. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v.40, n. 3, p. 369-389, 2019.

ELI, J. A., MOHR-SCHROEDER, M. J.; LEE, C. W. Exploring mathematical connections of

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. **Mathematics Education Research Journal,** Melbourne, v. 23, n. 3, p. 297-319, 2011.

EVITTS, T. **Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula**. 2004. 308f. Tese (Doctorate in philosophy: Education) – Faculty of Education, State University College of Education, Tallahassee, 2004.

FERRARI-ESCOLÁ, M.; MARTÍNEZ-SIERRA, G.; MÉNDEZ-GUEVARA, M. E. M. "Multiply by adding": Development of logarithmic-exponential covariational reasoning in high school students. **The Journal of Mathematical Behavior**, Amsterdam, v. 42, p. 92-108, 2016.

GARCÍA-GARCÍA, J. Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. **Números**, San Cristóbal de la Laguna, v. 100, p. 129-133, 2019.

GARCÍA-GARCÍA, J.; DOLORES-FLORES, C. Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus task. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** Philadelphia, v. 49, n. 2, p. 227-252, 2018

GARCÍA-GARCÍA, J.; DOLORES-FLORES, C. Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. **Mathematics Education Research Journal,** Melbourne, v. 33, n. 1, p. 1-22, 2021.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. **For the Learning of Mathematics**, Canada, v. 39, n. 1, p. 37- 42. 2019.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 14, n. 3, p. 325-355. 1994

GODINO, J. D.; BATANERO, C; & FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM Mathematics Education**, Heidelberg, v. 39 n. 1, p.127-135. 2007.

HATISARU, V. Mathematical connections established in the teaching of functions. **Teaching Mathematics and its Applications:** An International Journal of the IMA, Oxford, p. 1-21, 2022

HERNÁNDEZ, M. **Matemáticas IV.** Ciudad de México: Klik Soluciones Educativas S.A. de C.V, 2020.

JAIJAN, W.; LOIPHA, S. Making mathematical connections with transformations using open approach. **HRD Journal**, Saensook, v. 3, n. 1, p. 91-100, 2012

MHLOLO, M. K. Mathematical connections of a higher cognitive level: A tool we may use to identify these in practice. **African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education**, Philadelphia, v. 16, n. 2, p. 176-191, 2012.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL – MEN. **Lineamientos curriculares**. Bogotá: MEN, 1998.

MPOFU, S.; MUDALY, V. Grade 11 rural learners understanding of functions: a commognition perspective, **African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education,** Philadelphia, v. 24, n. 2, p. 156-168, 2020.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS - NCTM. **Connecting the NCTM process standards and the CCSSM practices**. Reston: NCTM, 2013

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a22

RODRÍGUEZ-NIETO, C.; ALSINA, Á. Networking between Ethnomathematics, STEAM education, and the globalized approach to analyze mathematical connections in daily practices. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, Belgrado, v. 18, n. 3, p. 1-22, 2022.

RODRÍGUEZ-NIETO, C.; FONT, V.; BORJI, V.; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ, F. M. Mathematical connections from a networking of theories between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** Philadelphia, p. 1-27 2021.

RODRÍGUEZ-NIETO, C.; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ, F. M.; FONT, V. A new view about connections: the mathematical connections established by a teacher when teaching the derivative. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** Philadelphia, p. 1-26, 2020.

RODRÍGUEZ-NIETO, C.; RODRÍGUEZ-VÁSQUEZ, F. M.; GARCÍA-GARCÍA, J. Pre-service math teachers' mathematical connections in the context of problem-solving about the derivative. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,** Ankara, v. 12, n. 1, p. 202-220, 2021**.**

RODRÍGUEZ-NIETO, C.; ESCOBAR-RAMÍREZ, Y. C.; FONT, V; AROCA, A. Ethnomathematical and Mathematical Connections Activated by a Teacher in Mathematical Problems Posing and Solving**. Acta Scientiae**, Canoas, v. 25, n. 1, p. 86-121, 2023

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA – SEP. **Programa de estudios del componente básico del marco curricular común de la educación media superior**. Asignatura: Cálculo diferencial. Ciudad de México: SEP, 2017.

SILVA, K.A.P.; ALMEIDA, L.M.W. The exponential function meaning in mathematical modeling activities: A semiotic approach. **REDIMAT –** Journal of Research in Mathematics Education, Barcelona, v. 7, n. 2, p. 195-215, 2018

SUREDA, P.; OTERO, M. R. Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial. **Educación Matemática,** Ciudad de México, v. 25, n. 2, p. 89-118, 2013.

TASNI, N.; SAPUTRA, A.; ADOHAR, O. Students' difficulties in productive connective thinking to solve mathematical problems. **Beta:** Jurnal Tadris Matematika, Mataram, v. 13, n. 1, p. 33-48, 2020.

TREJO, M.; FERRARI, M. Desarrollo del razonamiento covariacional en estudiantes de nivel medio superior. El caso de la función exponencial. **Investigación e Innovación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 3, n. 1, p. 35-58, 2018.

WITTGENSTEIN, L. **Investigaciones filosóficas**. Barcelona: Crítica, 1988.

**Submetido em 11 de Novembro de 2022.**
**Aprovado em 25 de Janeiro de 2023.**