ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

O Entrelaçar do Desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos Alunos e da Constituição Profissional Docente: revelações da narrativa pedagógica de uma professora-pesquisadora

The intertwining of the students' Algebraic Thinking development and the teacher's professional constitution: revelations of the pedagogical narrative of a teacher-researcher

Kátia Gabriela **Moreira**[*]

ORCID iD 0000-0001-7676-3491

Adair Mendes **Nacarato**[**]

ORCID iD 0000-0001-6724-2125

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir processos do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental entrelaçado aos processos de constituição profissional da professora-pesquisadora, que tomou como foco de estudo a pesquisa na/da própria prática e as aprendizagens docente e discentes. A presente discussão faz parte de uma pesquisa de doutorado, de abordagem qualitativa, com apoio financeiro da Capes[1]. O cenário de investigação pertencia à rede municipal de uma cidade do interior de São Paulo, uma sala de aula composta por 26 alunos. As reflexões teóricas pautam-se na perspectiva histórico-cultural, nos estudos sobre Pensamento Algébrico e nas narrativas pedagógicas como dispositivo de autoformação e desenvolvimento profissional. Para a análise, apresenta-se uma narrativa pedagógica sobre uma tarefa que aborda uma sequência com padrão recursivo e objetiva a percepção da regularidade e o desenvolvimento de estratégias de generalização. A escrita e a análise narrativa, no contexto da pesquisa na/da própria prática, revelam indícios da constituição profissional da professora, bem como mostram que os alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, engajados numa cultura social de sala de aula de Matemática pautada na problematização, foram capazes de generalizar o padrão de sequências por meio da linguagem materna.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Narrativa Pedagógica. Perspectiva Histórico-Cultural. Percepção de Regularidades. Pesquisa na/da própria prática.

Abstract

This article aims to discuss the development processes of Algebraic Thinking of students in the first year of Elementary School, intertwined with the processes of professional constitution of the teacher-researcher, who focused on the research in/from their own practice and the teaching and student learning. This discussion is part

[*] Doutora em Educação pela Universidade São Francisco (USF). Professora de Educação Básica I na Secretaria Municipal de Educação (SMEC), Campinas, São Paulo, Brasil. E-mail: ktiagabriela@hotmail.com .
[**] Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Docente do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco (USF), Itatiba, São Paulo, Brasil. E-mail: ada.nacarato@gmail.com.
[1] O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), Código de Financiamento 001.

of a doctoral research, with a qualitative approach, with financial support from Capes[2], which focused on research in/from the practice itself and teaching learning intertwined with student learning. The investigation scenario belonged to the municipal network of a city in the countryside of São Paulo, a classroom composed of 26 students. The theoretical reflections are based on the historical-cultural perspective, on studies on Algebraic Thinking and on pedagogical narratives as a device for self-education and professional development. For the analysis, a pedagogical narrative is presented about a task that addresses a sequence with a recursive pattern and aims at the perception of regularity and the development of generalization strategies. The writing and narrative analysis, in the context of research in/of the practice itself, reveal evidence of the teacher's professional development, as well as show that students in the first year of Elementary School, engaged in a social classroom culture of Mathematics class based on problematization, were able to generalize the pattern of sequences through their mother tongue.

Keywords: Algebraic thinking. Pedagogical Narrative. Historical-cultural perspective. Perception of Regularities. Research in/from the Practice Itself.

Para Começar…

Este estudo faz parte de uma pesquisa de doutorado (MOREIRA, 2020) que analisa narrativamente minha[3] própria prática e buscou desenvolver o Pensamento Algébrico (PA) de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Para isso, tomo como foco de estudo a pesquisa na/da própria prática (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999; LIMA, NACARATO, 2009; PONTE, 2002) e minhas aprendizagens — enquanto professora —, entrelaçadas com as aprendizagens de meus alunos a partir de narrativas pedagógicas (PRADO; FERREIRA; FERNANDES, 2011).

A partir da aproximação da perspectiva de autores como Analúcia Schliemann, Barbara Brizuela, David Carraher, Hélia Oliveira, Isabel Vale, James Kaput, John Mason, Luis Radford e Márcia Cyrino, procurei olhar para a introdução da Álgebra nos Anos Iniciais e para as implicações pedagógicas sugeridas por eles; para, a partir desse embasamento teórico, investigar caminhos para o trabalho com meus alunos. Nas discussões dos pesquisadores, embora com algumas variações em suas concepções, é consensual a potencialidade e a necessidade da introdução do trabalho com o desenvolvimento do PA já nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse cenário, entendi que minha pesquisa não deveria se centrar na investigação da potencialidade do trabalho com o PA com crianças pequenas, já que havia um vasto campo de discussão que apontava para essa potencialidade — ainda que a maior parte dessa área estivesse em âmbito internacional.

Entendia que minha pesquisa deveria focalizar nas implicações pedagógicas, no "como"

---

[2] This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), Finance Code 001

[3] O uso da primeira pessoa do singular no decorrer deste trabalho expressa a ideia da experiência narrativa da primeira autora, que realizou a pesquisa na/da própria prática. Mas o texto se constrói a partir do olhar das duas autoras deste artigo, sendo a segunda autora orientadora da pesquisa. Tomo o "eu" a partir de uma perspectiva bakhtiniana, que o permeia do outro, formando um "eu" que entrecruza muitas vozes.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

favorecer o desenvolvimento do PA nos Anos Iniciais. Esse sim seria um campo desafiador, sobretudo, no âmbito nacional, pois nós, pedagogos que atuamos no ensino de Matemática, possuímos uma formação matemática deficitária, que, por si só, não fornece subsídios para o ensino da Álgebra.

Por isso, ao longo do ano letivo de 2017, envolvi meus 26 alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, de uma sala de aula que pertencia a uma rede municipal de ensino localizada no interior de São Paulo, no trabalho com uma sequência de tarefas englobando a percepção de regularidades e generalizações. Minhas aulas destinadas à pesquisa foram videogravadas e, posteriormente, transcritas, e serviram de apoio para a escrita de narrativas pedagógicas; nelas, utilizei os pressupostos da análise microgenética (GÓES, 2000) para interpretar os episódios e me aproximar dos processos referentes ao desenvolvimento do PA dos alunos.

Os trabalhos de Cochran-Smith e Lytle (1999), Ponte (2002) e Lima e Nacarato (2009) subsidiaram minha compreensão sobre a investigação da própria prática. Partilho das ideias de Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 321, tradução nossa) quando apontam a pesquisa da própria prática enquanto "[...] um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola [...]"; ele é sistemático, por demandar formas de registro e documentação dos movimentos que ocorrem na sala de aula, e intencionado, por referenciar uma ação planejada intencionalmente pela professora-pesquisadora. Para as autoras, essa modalidade de pesquisa favorece o desenvolvimento do "conhecimento da prática", caracterizado por ser um "conhecimento em ação" que integra teoria e prática, bem como é construído localmente, o que possibilita o movimento entre o singular de cada professor-pesquisador e o plural da comunidade de professores que investigam a própria prática.

Concordo com Ponte (2002), quando afirma que a investigação da própria prática contribui para o desenvolvimento profissional, gerando "[...] um importante conhecimento sobre os processos educativos, útil para outros professores, para os educadores acadêmicos e para a comunidade em geral [...]" (PONTE, 2002, p. 3). O desenvolvimento profissional é evidenciado nos estudos de Lima e Nacarato (2009), ao discutirem a investigação da própria prática enquanto possibilidade de reflexão e mobilização de saberes por parte da professora-pesquisadora. As autoras apontam ainda os desafios com relação à justaposição de papéis: professora e pesquisadora. Se, de um lado, há a preocupação com a apropriação de conceitos e desenvolvimentos dos alunos; de outro, a atenção se volta à produção e análise de dados para a pesquisa.

Enquanto professora-pesquisadora, tomo minha prática como foco de investigação,

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

revelando minha relação particular com o foco de estudo, este, por sua vez, não é um foco qualquer, mas um aspecto de minha prática profissional. Utilizo a expressão *na própria prática* (com a preposição na), pois minha sala de aula é o centro de minha pesquisa. Mas esse *foco* de estudo não é estático; ele é movimento; ele é interação (eu, meus alunos, nossas intencionalidades, dúvidas, alegrias, tristezas, a teoria e tudo mais que carrego e que se relaciona com a investigação).

Meu interesse reside sobre aquilo que é próprio da sala de aula, sobre as propostas de ensino e de aprendizagem, sobre o movimento dos alunos; também volto meu olhar para o que acontece na sala de aula (no percurso da aula, no “acontecer” dos fatos), nesse ambiente dialógico e complexo, sob a perspectiva de uma professora-pesquisadora que estuda um aspecto de sua prática profissional, mas que também faz parte dele. Assumo, dessa forma, a expressão *pesquisa na/da própria prática*; meu estudo acontece no próprio movimento de minha aula (na), mas também na reflexão sobre o que aconteceu em minha aula.

Ao fazer essa alternância, assumo ambas as perspectivas de conhecimento do professor discutidas por Cochran-Smith e Lytle (1999): “conhecimento na prática” e “conhecimento da prática”. Para elas, o professor aprende quando analisa e reflete sobre o conhecimento mobilizado na prática e precisa contar com o apoio dos pares ou de comunidades de professores. Esse é o meu caso, visto que, durante todo o processo de produção do material empírico, contei com a colaboração dos colegas dos grupos de pesquisa dos quais participo (Grupo Colaborativo em Matemática-Grucomat e Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática-Hifopem)[4], os quais foram leitores críticos do trabalho e possibilitaram um olhar externo a meu processo de análise dos dados, ou seja, um excedente de visão[5], na perspectiva de Bakhtin (1992).

No presente estudo, apresento a narrativa pedagógica “Continuando com palitos ou triângulos” para discutir o processo de desenvolvimento do PA atrelado aos processos de desenvolvimento profissional da professora-pesquisadora. Meu texto está organizado em quatro momentos: (1) “O desenvolvimento do PA de alunos dos Anos Iniciais na Perspectiva Histórico-Cultural”; (2) “Caminhos metodológicos”; (3) “Narrativa pedagógica: tarefa com palitos ou com triângulos?”; (4) “A narrativa pedagógica documentando a pesquisa na/da própria prática:

[4] Ambos os grupos são certificados junto ao Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq e vinculados ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da USF.

[5] Para Bakhtin (1992), o excedente de visão refere-se à interação social ativa e responsiva da participação do outro na constituição do eu. O olhar de fora do outro, constituído por tempo, espaço e valores diferenciados, possibilita uma visão excedente, mais ampla. Ele vê mais do que o eu é capaz de ver. Contudo, ao entrar em contato com o texto, esse outro também produz novos sentidos para si, encontrando um olhar nunca antes tido — movimento dialético referenciado por Bakhtin (1992, p. 36) a partir do conceito de exotopia. Portanto, o excedente de visão possibilitado pela leitura do outro, dá acabamento à visão do eu e vice-versa, tratando-se de trocas recíprocas.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

os indícios acerca da aula de Matemática, dos alunos e da professora".

1 O desenvolvimento do PA de alunos dos Anos Iniciais na Perspectiva Histórico-Cultural

As discussões sobre o desenvolvimento do PA no início da escolarização no Brasil começaram a tomar uma maior proporção em 2012, quando o Ministério da Educação divulgou o documento[6] no qual a área de Matemática aparece organizada em cinco eixos, dentre os quais se incluiu o *Pensamento Algébrico*. A partir disso, os documentos curriculares passaram a contemplar o eixo do PA desde o início da escolarização dos alunos. Anteriormente a essa publicação, o ensino da Álgebra se inseria no currículo a ser trabalhado somente a partir do sétimo ano, atendendo alunos de 12 a 13 anos de idade. Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento curricular mais recente publicado no Brasil, cuja versão final foi aprovada em 2017, a Matemática está organizada em cinco unidades temáticas: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra e Probabilidade, e Estatística (BRASIL, 2017). Assim, a expressão *Pensamento Algébrico* do documento de 2012 foi substituída simplesmente por *Álgebra* na BNCC.

A Álgebra e o PA são apresentados por Squalli (2000) como conceitos complementares e indissociáveis. Ele entende a Álgebra como um "[...] tipo de atividade matemática e o PA como um conjunto de habilidades intelectuais que intervém nessas atividades [...]" (SQUALLI, 2000, p. 277), constituído por três componentes: (1) construção e interpretação de modelos algébricos; (2) manipulação de expressões algébricas a partir de regras pré-estabelecidas; (3) elaboração e aplicação de estruturas e procedimentos algébricos. Já o PA é constituído por habilidades que possibilitam pensar analiticamente sobre os componentes da Álgebra. A partir desse pensamento, os alunos generalizam e abstraem relações, regras e estruturas e manipulam a linguagem algébrica. Assim, enquanto a Álgebra pode ser concebida como um tipo particular da atividade matemática, o PA é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à Álgebra (SQUALLI, 2000).

Squalli (2000) defende que a introdução da Álgebra no início da escolarização deve ser compreendida como o desenvolvimento de um modo de pensar que antecede o uso da linguagem algébrica. Ao encontro dessas ideias, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103, grifos das autoras) entendem "[...] o termo *Pensamento Algébrico* como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e

[6] Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1°, 2° e 3° anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos [...]”. Amparada pelos estudos teóricos, percebo a relação dialética entre pensamento e linguagem e, por isso, assumo o uso da denominação *Pensamento Algébrico* para o trabalho envolvendo a Álgebra nos Anos Iniciais. Aqui noto o entrelace e a coerência com a Perspectiva Histórico-Cultural, a qual ampara meu fazer pedagógico e investigativo. Além disso, outros autores do campo da Matemática discutem o PA partindo desse ponto de vista, a exemplo de Mason (2007) e Radford (2013).

Radford (2013), pautando-se nas relações entre pensamento e linguagem discutidas por Lev Vygotski, considera que o desenvolvimento do pensamento requer que se leve em conta “[...] os vários componentes que nele intervêm (por exemplo, percepção, gestos, fala, artefatos e símbolos). Também é imperativo investigar a maneira pela qual cada um desses componentes significa e se transforma à medida que novos complexos de significado surgem e evoluem [...]” (RADFORD, 2013, p. 121, tradução nossa). O desenvolvimento da percepção é da mesma natureza do gesto ou da atividade simbólica e eles se articulam em sua formação. O pensamento pode ser considerado “[...] uma prática social materializada no corpo (como ações cinestésicas, gestos, percepção, visualização), no uso de signos (exemplo, símbolos matemáticos, gráficos, palavras escritas e faladas) e artefatos de tipos diferentes (regras, calculadoras, etc.) [...]” (RADFORD, 2013, p. 120, tradução nossa). Para o autor, portanto, o pensamento é uma unidade sistêmica que inclui múltiplas linguagens e formas cultural e historicamente constituídas e, por meio de mediações semióticas, pode ser desenvolvido em sala de aula.

Mason (2007) aponta a importância da generalização na aprendizagem da Matemática, ressaltando a relação entre a palavra (linguagem)[7] e o PA, visto que ela é fundamental para a generalização. Para o autor, os alunos, já no início da escolarização, são capazes de generalizar a partir de casos particulares, uma vez que essa ação se apresenta como uma ferramenta que o ser humano usa para atribuir sentido ao mundo que o cerca. Por isso, é necessário que os alunos estejam envolvidos em contextos que possibilitem a construção de significados para que haja a generalização, ou seja, contextos em que possam expressar suas ideias, fortalecendo e ampliando essa capacidade de generalização.

As crianças, estando inseridas na generalização, por meio da palavra e de seu significado, estão imersas — o tempo todo — em contextos de busca pelo particular no geral e pelo geral no particular. Para Mason (2007), os seres humanos produzem sentidos para suas experiências e usam suas capacidades para coletar, classificar e até mesmo rejeitar sensações, sejam elas físicas ou imaginárias. Com isso, a imaginação e as imagens são significadas no

[7] Este e outros conceitos da Perspectiva Histórico-Cultural serão aprofundados mais adiante.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

processo do desenvolvimento humano, o que permitirá que as figuras, os diagramas ou os símbolos atuem como mediadores da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos. No entanto, essa capacidade de imaginação precisa ser estimulada por meio dos diferentes contextos, sobretudo o da sala de aula, possibilitando a expressão de regularidades e o estabelecimento de relações (MASON, 2007).

Entendo a importância do trabalho com a generalização nas aulas de Matemática enquanto um aspecto fundamental do ensino, sobretudo, nos Anos Iniciais. Com isso, um dos maiores desafios da ação pedagógica é a elaboração desses conceitos matemáticos de modo que os alunos sejam capazes de comunicar, representar e estabelecer conexões matemáticas. Uma forma de desenvolver a capacidade de generalização é sensibilizar as crianças para a distinção entre *o olhar para e o olhar através*, conjugando-se este último como a capacidade de ver a generalização a partir do particular. Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução nossa) caracterizam o PA como um "[...] processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma simbólica apropriada a sua idade."

A generalização pode ser expressa de diversas formas. Inicialmente, as crianças podem revelar as generalizações que observam no mundo com palavras e, gradualmente, com formas mais simbólicas. No entanto, o trabalho com o desenvolvimento do PA desde os primeiros anos da escolarização não focaliza uma linguagem formal por meio da manipulação de símbolos, mas sim as formas de pensamento de uma produção significativa para o aluno. Cyrino e Oliveira (2011, p. 102) ressaltam que, "[...] dependendo do nível de experiência dos alunos, estas generalizações podem ser expressas por palavras ou por símbolos, baseados na observação de padrões ou em relações funcionais."

Portanto, adoto a concepção de trabalho com o desenvolvimento do PA nos Anos Iniciais como um processo pelo qual os alunos são envolvidos na elaboração de formas particulares de pensar que possibilitem a análise de relações entre os objetos matemáticos: a identificação de estruturas; a resolução de problemas; e a comunicação de ideias. O objetivo é que todos esses aspectos caminhem para a generalização de ideias matemáticas. Para isso, defendo um trabalho a partir de um ambiente de investigação em que os alunos tenham a oportunidade de expor suas ideias, negociar significados e ser envolvidos progressivamente nesses processos.

Para Carraher, Martinez e Schliemann (2008, p. 3, tradução nossa), as "[...] generalizações precisam surgir em atividades associadas à vivência em situações ricas [...]". Ou seja, é importante que os alunos estejam envolvidos em contextos de utilização da linguagem

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

natural e de representações. O docente, por meio de sua intervenção, pode colaborar para a criação e a efetivação desse ambiente.

Para Hiebert *et al*. (1997) o professor é o responsável por articular a construção de uma cultura social de aula de Matemática que favoreça o desenvolvimento dos alunos. O trabalho intencional do professor — norteado pelo processo reflexivo acerca de sua prática, possibilitando um ambiente de problematização — pode favorecer o desenvolvimento do PA dos alunos. Entendo o “ambiente de problematização” como todo o movimento possibilitado pela resolução de problemas, ou seja, como a circulação de significados no trabalho com os alunos. Isso implica interações, diálogo, troca de ideias, trabalho compartilhado e intervenção da docente, evidenciando a necessidade de produzir questionamentos das atividades dos alunos, estimulando-os como investigadores e construtores de seu próprio conhecimento (BAGNE, 2012). Com isso, acredito na potencialidade do trabalho com a resolução de problemas enquanto um caminho importante para a promoção de momentos de problematização nas aulas de Matemática, visando ao desenvolvimento do PA. Esse tipo de prática é capaz de estimular a elaboração conceitual.

2 Caminhos metodológicos

Minha investigação, a qual caracterizo como pesquisa na/da própria prática (COCHRAN-SMITH; LYTLE 1999; LIMA; NACARATO, 2009; PONTE, 2002), foi realizada ao longo do ano letivo de 2017, em minha própria sala de aula, um primeiro ano do Ensino Fundamental, composta por 26 alunos, em uma escola pública no interior de São Paulo. As aulas destinadas à pesquisa foram videogravadas, posteriormente, transcritas, e serviram de apoio para a escrita das narrativas pedagógicas.

Prado, Ferreira e Fernandes (2011, p. 143) definem narrativas pedagógicas como “[...] textos predominantemente narrativos e autobiográficos, escritos para compartilhar lições aprendidas a partir da experiência, da reflexão sobre a experiência, da observação da prática dos pares, da discussão coletiva, da leitura, do estudo e da pesquisa [...]”. Os autores destacam alguns gêneros discursivos que podem ser considerados narrativa pedagógica: memoriais de formação, cartas pedagógicas, crônicas do cotidiano, depoimentos, diários, relatos de experiência e de pesquisa. Esses gêneros discursivos se apresentam como dispositivos para que “[...] os educadores documentem o que fazem, o que pensam, o que pensam sobre o que fazem, assim como suas inquietações, dificuldades, conquistas, sua produção intelectual [...]” (PRADO; FERREIRA; FERNANDES, 2011, p. 143).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

Por meio de minha narrativa pedagógica, busco a análise dos processos relacionados ao desenvolvimento do PA de meus alunos. Para isso, tomo os pressupostos da Perspectiva Histórico-Cultural para a análise de momentos vivenciados em sala de aula. Utilizo, portanto, a análise microgenética, caracterizada por Góes (2000, p. 9) como uma forma de construção de dados "[...] orientada para minúcias, detalhes e ocorrências residuais, como indícios, pistas, signos de aspectos relevantes de um processo em curso; que elege episódios típicos ou atípicos [...]", que permite uma interpretação centrada na intersubjetividade e no funcionamento enunciativo-discursivo dos sujeitos e se guia por uma visão indicial e interpretativo-conjectural.

Minhas análises, com foco na microgênese dos processos observados, buscam minúcias de transformações e de desenvolvimentos nas relações intersubjetivas que se estabelecem na sala de aula. Para a escrita de minhas narrativas pedagógicas, seleciono episódios que evidenciem os indícios de desenvolvimento do PA dos alunos e tudo mais que a ele se relaciona — as interações, os cenários socioculturais, as relações entre microeventos e as condições macrossociais, focalizando aspectos intersubjetivos e dialógicos.

O presente estudo focaliza a narrativa pedagógica "Tarefa dos Palitos ou tarefa dos triângulos", que discute uma tarefa desenvolvida com os alunos na segunda quinzena do mês de novembro de 2017, ou seja, no final do ano letivo, quando eles já haviam vivenciado uma série de tarefas que envolviam contextos de sequências com padrões repetitivos e recursivos. Trabalhada em dois dias consecutivos, com uma sequência com padrão recursivo, a proposta objetivava a percepção da regularidade por parte dos alunos e, a partir dela, o desenvolvimento de estratégias de generalização.

A seguir, apresento a narrativa pedagógica[8], em que são destacados episódios de sala de aula organizados por turnos (T), seguidos da numeração, de acordo com a sequência em que aparecem na narrativa. Para preservar a identidade dos estudantes, utilizo nomes fictícios (atendendo ao processo do Comitê de Ética), minhas falas como professora da turma aparecem com a inicial P.

3 Narrativa Pedagógica: Tarefa com palitos ou triângulos?

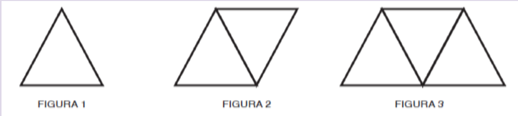
Para dar início à aula, organizei as crianças em duplas e trio, entreguei uma folha de sulfite com a cópia do enunciado da tarefa (Figura 1) e 15 palitos de sorvete para que reproduzissem a sequência recursiva sugerida na proposta.

[8] A narrativa completa encontra-se no texto da tese (MOREIRA, 2020), visto que alguns recortes foram necessários para a análise deste estudo.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

TAREFA 2: CONTINUANDO COM TRIÂNGULOS

OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:



1. COM OS PALITOS DISTRIBUÍDOS POR SEU PROFESSOR, REPRODUZA A SEQUÊNCIA DADA.

2. AGORA RESPONDA:

a. COMO VOCÊ PODE OBSERVAR, NESSA SEQUÊNCIA HÁ UM PADRÃO. CONTE A RESPEITO DO QUE DESCOBRIU.

b. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA DA SEQUÊNCIA? COMO VOCÊ SABE DISSO? DESENHE ESSA FIGURA.

c. QUANTOS TRIÂNGULOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 10ª FIGURA? EXPLIQUE COMO VOCÊ CHEGOU A ESSA CONCLUSÃO.

d. QUANTOS TRIÂNGULOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 27ª FIGURA? EXPLIQUE COMO VOCÊ CHEGOU A ESSA CONCLUSÃO.

Figura 1 – Continuando com triângulos
Fonte: Acervo do grupo de pesquisa (2017)

A expectativa era a de que os alunos se envolvessem na análise do padrão de crescimento e fizessem generalizações. Seria importante que percebessem que o número de triângulos é o mesmo que representa a posição da figura (questão 2A). Logo, a próxima figura da sequência é representada por 4 triângulos (questão 2B). Considerando a sequência de triângulos, a 10ª figura da sequência tem 10 triângulos (questão 2C); já a 27ª figura, 27 triângulos (questão 2D). Mas e se, em vez de triângulos, os alunos considerassem os palitos? Centrando a análise nos palitos, a 10ª figura tem 21 palitos; a 27ª figura, 55. Essa ambiguidade proposta pela tarefa e por meus encaminhamentos só foi percebida na análise dos episódios desta narrativa.

Assim que receberam o material, as crianças já apontaram indícios de que buscavam regularidades na sequência. Acredito que essa procura "imediata" se apresenta como uma operação intelectual (de análise)[9], conforme visto em Fontana (2006), mediada pelo enunciado da tarefa e ancorada pelos resíduos[10] (HIEBERT *et al*., 1997) deixados pelas tarefas anteriores, nas quais também foram desafiadas a encontrar regularidades nas sequências. Esse processo é destacado no episódio abaixo:

Episódio 1 – Está pulando de 2 em 2?
T01 Pedro: Oh, Prô, agora eu já lembrei um negócio. É igual àquela lá, olha: [aponta para a

[9] A partir dos pressupostos da teoria histórico-cultural, Fontana (2006) defende que envolver os alunos em elaboração da análise diante de objetos e situações de sua realidade possibilita a apropriação de um novo modo de relação cognitiva, que dá início a uma transformação na estrutura de seus conceitos. Logo, à medida que a visualização da criança se estabelece a partir de um foco, sua atenção é reorganizada para novas operações intelectuais; a atividade passa a ser a análise.

[10] Com base nos estudos de Hiebert *et al*. (1997), Moreira (2015, p. 39) define que "resíduos são caracterizados pelas aprendizagens que os alunos levam consigo resolvendo problemas. Sendo assim, entendemos que resíduos são as contribuições importantes que ficam de uma tarefa, ou seja, os entendimentos, as significações que ficaram para os alunos de uma tarefa que realizaram e que poderão ser utilizados em novas tarefas. Tais entendimentos e significações dizem respeito à construção do conhecimento, que faz parte de um processo no qual os alunos devem estabelecer, a todo o momento relações e conexões para que, de fato, dominem os conteúdos que estão sendo trabalhados."

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

primeira figura da sequência] *aqui tem 1* [aponta para a segunda figura]*; aqui têm 2* [aponta para a terceira figura]*; aqui têm 3.*

T02 P: O quê? Um o quê?

T03 Pedro: 1, 2, 3... Daí, olha... Espera aí...[pensativo] *Está aumentando! Aqui* [aponta para a primeira figura] *têm 3. Aqui vai formando 1, 2, 3, 4, 5. Vai formando!* [aponta para a segunda figura] *Aqui,* [aponta para a terceira figura] *vai formando 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vai formando o 7! Vai pulando em 3* [aponta para a primeira figura] *em 2* [aponta para a segunda figura] *e em... 2* [aponta para a terceira figura].

T04 P: Como assim pulando de 2?

T05 Pedro: 3, em 2 e em 2 [aponta para a primeira, a segunda e a terceira figura, sucessivamente].

T06 P: Qual seria o próximo?

T07 Pedro: Eu pintava assim: 1, 2, 3... 9!

T08 P: E o próximo? [aponta para o espaço fora da sequência]

T09 Pedro: 11!

T10 P: E o próximo?

T11 Pedro: 13!

T12 P: O que você descobriu, Pedro?

T13 Pedro: Eu descobri que esse daqui [primeira figura] *ia em 3. Depois cada um ia em 2, em 2, em 2... mais 2!*

T14 P: E a posição 20? Quanto vai ser?

T15 Pedro: Aí, nós vamos ter que pegar todos esses palitos [enquanto fala, tira os palitos da primeira figura e integra à segunda figura, assim faz com os outros até utilizar todos os palitos para compor uma só figura. Ao final, conta os palitos até o 15 e continua a contagem para 16, 17, 18, 19...]*, e aí precisa de mais 1.*

(Acervo da pesquisadora, 2017).

O episódio destaca o movimento do aluno Pedro, que, assim como a maioria dos alunos envolvidos na busca da regularidade da sequência, ora considerava a quantidade de palitos, ora levava em conta a quantidade de triângulos. Em sua primeira manifestação (T01), há indícios de que Pedro lançou mão de resíduos (HIEBERT *et al*., 1997), visto que fez referência a um conhecimento adquirido em uma tarefa anterior, em que o número da figura da sequência apresentava uma relação de dependência com o termo: "*É igual àquela lá, olha*". Ao questioná-lo, "*Um o quê?*" (T02), busquei entender qual era o aspecto da sequência a que o aluno se referia. Não bastava fazer a referência, ele precisava explicitar qual era a relação que estabeleceu. Em uma análise rápida, acreditava que o aluno se referia à quantidade de "elementos" em cada figura; no caso dessa sequência, um triângulo na figura 1, dois triângulos na figura 2 e assim por diante. Logo, ao mesmo passo que buscava me certificar de seu entendimento, tentava envolvê-lo na análise de seu próprio pensamento e, como se tratava de uma socialização coletiva, também procurava inserir as outras crianças na discussão.

Pedro buscou um argumento para sua fala: "*1, 2, 3... Daí, olha... Espera aí* [pensativo] *está aumentando.... Aqui* [aponta para a primeira figura] *têm 3. Aqui vai formando 1, 2, 3, 4... 5. Vai formando 5* [...]." (T03). Ao retomar a sequência, ele estabeleceu novamente uma operação intelectual de análise em que sua atenção foi reorganizada e resultou na seguinte percepção: "*Espera aí, está aumentando...*" (T03). A partir daí, passou a considerar a quantidade

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

de palitos em cada triângulo. A necessidade de comunicação sobre seu raciocínio fez com que a estratégia inicial de Pedro tomasse outro rumo. Para essa comunicação, ele lançou mão da sequência registrada no sulfite, por meio da leitura das figuras e da contagem dos palitos, revelando a importância desses elementos figurativos para seu processo de análise e apropriação da sequência.

Até então, não tinha me atentado para a forma como a tarefa foi proposta, por meio da qual possibilitava a análise de duas regularidades na representação figurativa: o número de triângulos, que era o objetivo da tarefa, e o de palitos, que aumentava de uma figura para outra. Pedro identificou que a primeira figura era composta por 3 palitos, e que, a partir de então, as figuras "aumentavam" de 2 em 2 palitos. Com essa percepção, foi definindo quantos palitos teriam as próximas figuras: "*9*" (T07); "*11*" (T09); "*13*" (T11). Entendo que ele estava envolto num processo de generalização.

Para entender esse processo, retomo os estudos de Vale (2013) que apontam que as sequências com padrões em contextos figurativos envolvem dois tipos de generalizações: a generalização próxima, que está relacionada à definição do termo seguinte; e a generalização distante, que implica a definição do padrão, exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais. Mas, no caso de meus alunos, essa generalização nem sempre é expressa a partir da linguagem matemática. Pedro realizou uma generalização próxima, visto que se baseou no termo anterior para determinar o próximo; sua estratégia estabeleceu uma relação de dependência com o último termo da sequência.

A estratégia de Pedro me possibilitou pensar em figuras que não aparecem na sequência inicial? Pedro provou que sim, pois pensou sobre as figuras 4, 5 e 6. Mas, a partir de sua estratégia, é possível pensar em qualquer figura? Não, a menos que ele conhecesse a quantidade de palitos da figura anterior à solicitada. Tendo essa percepção e querendo colocar o aluno no movimento de "generalização distante" (VALE, 2013), questionei: "*E a posição 20? Quanto vai ser?*" — sugerindo, então, uma nova reorganização de sua análise. Como resposta, Pedro considerou a quantia de 20 palitos, como se minha pergunta tivesse sido: "Qual figura eu consigo formar com 20 palitos?"

Preocupava-me com as "confusões" apontadas pelas crianças. Contudo, ao analisar os episódios para a escrita da narrativa, percebo que era natural que os alunos apresentassem tais confusões, visto que, na tarefa que realizaram anteriormente, a regularidade associava-se à quantificação e não a uma imagem, como na sequência atual, representada por triângulos; os alunos buscavam uma quantidade de palitos relacionados a uma regularidade da sequência.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

Nesse momento, reflito sobre os possíveis equívocos no encaminhamento da tarefa. Mas entendia a necessidade de discussão das duas hipóteses levantadas pelos alunos.

Episódio 2 – Considerando a sequência de palitos
T01 P: Nós temos a figura 1 [registra na lousa].
T02 Pedro: Oh, Prô, não parece uma pirâmide?
T03 P: Parece, né, Pedro? Depois nós temos [dando continuidade ao registro na lousa].
T04 Pedro: A pirâmide 2...
T05 P: [risos] *Figura 2, figura 3...* [registra na lousa]
T06 Pedro: Oh, Prô, agora nós vamos pra figura 10, aí a gente vai ter que usar quase todas, olha... [vai até a lousa e inicia a contagem dos palitos] *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10... Olha, vamos usar até aqui* [aponta para os dois primeiros palitos da figura 3].
T07 P: Oh, Pedro, mas será que é na figura 1, 1 palito; figura 2, 2 palitos... figura 10, 10 palitos?
T08 Antônio: Não!
T09 Pedro: Não, você tem que juntar. Você junta alguns!
T10 P: Hum... tem que juntar o quê?
T11 Pedro: Você tem que juntar a 1 com a 2, e essa parte dá 3 [aponta para os dois primeiros palitos da figura 3].
T12 P: Olha o que o Pedro está falando... Na figura 2, o que aconteceu?
T13 Pedro: Ficou com 2 peças [referindo-se à quantidade de triângulos].
T14 P: Juntou a 1 e a 2. E a 3?
T15 Pedro: Juntou a 1, 2 e a 3. Olha: 1, 2, 3... [conta os triângulos da figura 3]
T16 Lucas: Isso aqui parece uma pirâmide [figura 1], *isso aqui parece...*
T17 Antônio: Uma esmeralda!
T18 Pedro: Uma pipa!
T19 Lucas: É, uma pipa, e isso aqui parece aqueles cubos de ouro.
T20 P: Entendi... a Jade vai falar algo!
T21 Jade: [vai até a lousa] *A figura 1 tem 1; a figura 2 tem 2; a 3 tem 3* [enquanto fala, aponta para as figuras correspondentes].
T22 P: [repete a fala da aluna] *E na 4?*
T23 Jade: Vai ter 4 figuras 1.
(Acervo da pesquisadora, 2017).

Buscavam regularidades, relacionando figuras conhecidas (pirâmides, esmeraldas, pipas, cubos de ouro), triângulos, palitos... A complexidade da relação de ensino também é revelada pelo modo variado com o qual as crianças dão sentido às tarefas propostas pelo professor. Penso que não poderia ser diferente, pois cada criança é um ser individual que pensa, sente, enxerga e significa de maneira única. Concordo com Smolka *et al*. (2007, p. 33) quando afirmam que "[...] trabalhar com um conceito em sala de aula é, ao mesmo tempo, circunscrevê-lo, restringindo seu sentido, e relacioná-lo a inúmeros outros numa trama de significações (que transcende aquilo que é imediatamente dito, apontado, observado) [...]". Eu, como professora, preciso buscar o equilíbrio entre esse individual — que, ao mesmo tempo, é coletivo — e minha intencionalidade pedagógica, promover intervenções entre o que eles enxergam e o que, a partir da tarefa, buscava que enxergassem. Smolka *et al*. (2007, p. 33) apontam ainda que, "[...] se a professora tem clareza dos conceitos a serem ensinados, ela não tem controle dos sentidos que vão sendo produzidos nas relações (e que são afetadas pelas condições concretas e históricas de

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

vida dos sujeitos em interação).”

Mason (2007) aponta para diferentes desdobramentos que a intervenção do professor pode tomar: reafirmar aquilo que os alunos já sabem; complementar ou colaborar com um saber do qual eles ainda não estavam cientes; promover o afastamento de uma experiência de generalização; ou, ainda, não provocar nenhum resultado. E, de certo modo, não há como prever ou mesmo controlar os desdobramentos das intervenções com os alunos, pois minha intervenção, apesar de importante, por si só não é determinante no processo de apropriação das crianças; esta, mesmo tendo sua origem no social, de passar pelo “outro”, é um processo interno, individual (VYGOTSKI, 2009).

Por outro lado, percebo o quanto as crianças também assumem um importante papel de intervenção no contexto da sala de aula. Esta ocorre, principalmente, quando a busca, a análise ou mesmo a estratégia é comunicada, compartilhada com os pares, visto que esse compartilhamento pode tornar o que antes era a busca do outro em minha própria busca, num processo de apropriação. A exemplo disso, percebo que, no início das discussões, Pedro comparou a figura da sequência à pirâmide (T02); depois, Lucas também entrou no movimento de comparações (T16), seguido de Antônio (T17).

Além disso, observo que Pedro (T06), embora tenha afirmado “*nós vamos para figura 10*”, apontou indícios de que considerava a quantia de 10 palitos — Que figura eu consigo formar com 10 palitos? —, em vez de levar em conta o número 10 referente à posição da figura, o que, portanto, fazia com que fosse necessário pensar na quantidade de 21 palitos. Ora, se ele já havia realizado tarefas nas quais o número da figura relacionava-se diretamente ao de elementos, inclusive uma tarefa (anterior) envolvendo palitos — “Algo que deu certo lá atrás, pode me ajudar nessa situação” —, lançou mão dessa experiência passada para lidar com o desafio daquele momento! E agora? Como contribuir para a percepção de que a estratégia não seria válida para essa situação? Minha tentativa foi buscar auxiliar na (re)organização de sua análise acerca da estratégia que estava sugerindo (T07) — quantidade de palitos relacionada ao número da figura.

O que não era perceptível para mim, naquele momento, era que os alunos tinham outra razão em apontar essa estratégia: meus encaminhamentos! Ora, o título da tarefa já anunciava algo importante — “Continuando com triângulos” —, já apontava para uma sequência de triângulos e não, como sugeri ao entregar os palitos de sorvete, uma sequência de palitos. Durante a elaboração da tarefa, não pensamos[11] nos delineamentos que a disponibilização de palitos poderia causar. Só tomei consciência disso quando me dediquei à escrita da narrativa

[11] Aqui me refiro aos colegas do Grucomat quando, juntos, elaboramos a tarefa.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

pedagógica. No momento em que estava imersa na dinâmica da sala de aula, não tive a percepção de que havia traçado dois caminhos para essa sequência: considerar o padrão dos triângulos e/ou o padrão dos palitos. Isso se tornou um grande desafio para as crianças e para mim, visto que, sem entender a raiz do problema, não sabia como encaminhar as problematizações.

As análises das crianças e minhas problematizações oscilavam, consideravam ora os palitos, ora os triângulos. Quando, ao tentar responder sobre a 10ª figura (T09, T11), Pedro apontou para a necessidade de "juntar" as figuras — "*Você tem que juntar a 1 com a 2, e essa parte dá 3*" —, entendo que ele estava "juntando" os palitos, ou seja, os 3 palitos da 1ª figura mais os 5 palitos da 2ª, mais os 2 (dos 7) palitos da 3ª, totalizando 10 palitos. Contudo, a partir do momento em que problematizei essa estratégia e pedi para que falasse novamente o que aconteceu na 2ª figura (T12), o aluno, dando indícios de um movimento de (re)significação de sua fala anterior, passou a considerar a quantidade de triângulos: "*Ficou com duas peças.*" (T13). Quando questionei sobre como ficaria a 3ª figura, ele respondeu: "*Juntou a 1, 2 e a 3. Olha: 1, 2, 3...* [conta os triângulos da figura 3]."

Como visto, Pedro voltou a considerar os triângulos. É possível que ele tenha disparado o entendimento de Jade, pois, na mesma abordagem, a fala da colega (T21) foi determinante para considerar a quantidade de triângulos, bem como os processos de generalização da sequência. Ela associou a quantidade de triângulos ao número da figura e, quando questionada sobre a 4ª figura, generalizou: "*Vai ter 4 figuras 1.*"

Destaco o importante papel das problematizações diante do movimento do Pedro. Ainda que elas apareçam um tanto tumultuadas, tendo em vista o foco da proposta, entendo que, como as crianças se apropriavam do conceito de sequência, da identificação de regularidades, e buscavam generalizações, elas — assim como eu — ainda não possuíam ideias formadas diante das questões que envolviam a tarefa, por isso, enquanto integravam discussões, apropriavam-se da proposta e dos conceitos que ali estavam imersos, bem como da fala do colega, reorganizando seu próprio pensamento. Pedro, desafiado a falar novamente sobre o que pensou, teve uma nova oportunidade de olhar para a sequência, interpretá-la e estabelecer novas (re)significações, tanto que ele reformulou sua ideia inicial.

Continuando as discussões, a aluna Jade respondeu à questão *C*, que fazia referência à quantidade de triângulos necessários para a construção da 10ª figura:

Episódio 3 – Considerando a sequência de triângulos
T01 Jade: [dirige-se até a lousa] *Você não está vendo aqui, olha.* [aponta para as figuras]. *Aqui não tem 1 triângulo, 2 triângulos, 3 triângulos, 4 triângulos, 5 triângulos...?* [toma distância do final da sequência e afirma], *na 10, vai ter 10 triângulos.*
T02 P: Então, o número da figura...

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

T03 Jade: Vai se repetir...
T04 P: Que vai determinar a quantidade de triângulos?!
T05 Jade: É, olha, [aponta para a figura 4] *aqui tem 4* [conta termo a termo] *1, 2, 3, 4... triângulos!*
T06 P: Então, vamos registrar a figura 10 aí na folha?!
T07 Jonatas: Oh, Prô, ali [aponta para figura 4]*, se colocar mais 4, fica a 8.*
T08 P: Olha que legal que o Jonatas falou: se colocar mais 4 aqui na figura 4, vai ficar a 8. E depois?
T09 Jonatas: 9...
T10 P: [apontando para a figura 8] *Aqui faltam 2 para o 10...*
T11 Jonatas: É!
T12 P: Então, quer dizer que o 4 ajuda a gente a pensar como é que vai ficar o 10?
T13 Jonatas: É mais 6!
T14 Pedro: A 5 também... [sinaliza com os dedos]
T15 P: Ah... 5 mais 5...
T16 Jonatas: Faltam 5!
(Acervo da pesquisadora, 2017).

Em resposta ao próprio enunciado da questão — "Quantos triângulos são necessários para construir a figura 10?" —, as crianças passaram a considerar a quantidade de triângulos enquanto regularidade da sequência. Para me aproximar do movimento de Jade, retomei os turnos em que ela se manifestou. Chama-me a atenção a forma pela qual a aluna se expressou. Dirigiu-se até lousa; tomou o modelo da sequência para apoiar seu modo de pensar; buscou uma (re)orientação de minha atenção para o foco de análise que ela definiu: "*Você não está vendo aqui, olha* [aponta para as figuras]." Além da linguagem oral e da escrita (registro da sequência), lançou mão de sua expressão corporal "[toma distância do final da sequência e afirma...]", "apontando" de modo implícito que a figura 10 não se tratava da figura imediata do modelo em que se baseava. Ela utilizou o movimento do corpo para "tomar a distância" necessária para explicitar sua ideia na sequência; ela validou, figura a figura, sua estratégia: "*Aqui não tem 1 triângulo, 2 triângulos, 3 triângulos, 4 triângulos, 5 triângulos...? Na 10, vai ter 10 triângulos.*"

Entendo que o "modo de comunicação" de Jade envolveu uma apropriação dos discursos que circulam na sala de aula; observo indícios de uma apropriação da forma como conduzo as discussões na sala de aula, como sugiro a análise da sequência, da busca pela (re)organização da atenção dos alunos, das gesticulações, da entonação de voz. Minha prática era uma referência importante para o modo de comunicação de Jade. Concordo com Vygotski (2009) quando aponta que não se cria a partir do "nada"; a criação ocorre a partir de referências, de experiências. Percebo ainda, quando a aluna afirmou "*Vai se repetir*" (T03), que ela indicou seu processo de generalização. Sua estratégia poderia ser atribuída a qualquer figura, visto que o número da figura se relacionava diretamente à quantidade de triângulos.

Jonatas, por sua vez, percebeu a possibilidade de lidar com a soma de figuras já

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

conhecidas para obter figuras desconhecidas. Assim, apontando para a figura 4, afirmou que, se colocássemos mais 4, ficaria 8 (T07). "Ficaria 8? Figura 8 ou 8 triângulos? Qual era o sentido atribuído pelo aluno?" — ao me dedicar à análise do episódio, dou-me conta de que, no momento das discussões, não tive condições de refletir sobre qual era o sentido atribuído pelo aluno, sequer tinha em mente essas possibilidades. O episódio revela que, naquele momento, entendi que ele se referia à figura: "[...] *se colocar mais um 4 aqui na figura 4, vai ficar a 8* [...]." (T08). Quando fiz a intervenção, partindo do 8 para pensar no 10 (T10), continuei: "*Então, quer dizer que o 4 ajuda a gente a pensar como é que vai ficar o 10?*" E Jonatas afirmou: "*É mais 6!*" Penso que, ao envolver as somas dos triângulos, passei a direcionar as discussões para o campo da Aritmética, em vez de fazer uma abordagem da figura em si. Pedro retomou a ideia de adicionar os números iguais quando afirmou: "*A do 5 também.*" (T14).

Na dinâmica das discussões e nas confusões estabelecidas pela própria tarefa, não tive condições de pensar sobre a fala dos alunos. Agora, com um olhar mais reflexivo e em busca de entender os movimentos vivenciados, percebo que poderia ter proporcionado boas discussões se tivesse um olhar mais cuidadoso ou mesmo uma escuta mais ativa diante da colocação do aluno Jonatas. Considerar a estratégia de adição das figuras só daria certo com os números pares. Meu entendimento veio junto com o "pesar" de ter perdido essa oportunidade em sala de aula. Munida dessa percepção, poderia problematizar a fala de Jonatas e Pedro.

Após essas discussões coletivas, as duplas/trio realizaram seus registros, enquanto eu percorria a sala realizando intervenções e buscava me apropriar de suas ideias e resoluções como fontes importantes para o momento das discussões finais. Caminhando para o fechamento da tarefa, propus a socialização. Nela, novamente envolvi as crianças na análise da tarefa e na reflexão sobre a sequência:

Episódio 4 – Generalização da sequência
T01 P: *É uma sequência! Qual é o padrão?*
T02 Jade: [vai até a lousa] *Aqui nós não estamos usando três palitos?* [figura 1]. *Aqui, 3 + 2* [figura 2]...
T03 P: *Posso anotar o que você está falando?*
T04 Jade: [concorda]
T05 P: *E aqui?* [aponta para a figura 3]
T06 Antônio: *2 + 3...*
T07 Jade: *3 + 2 + 2.*
T08 Antônio: *3 + 4.*
T09 P: *É 3 + 2 + 2 ou 3 + 4?*
T10 Antônio: *3 + 4*!
T11 Jade: *Não, tem que seguir olha: aqui não tem 3 + 2? Aqui 3 + 2 + 2.*
T12 P: *Ah, a Jade está falando que tem que seguir...*
T13 Jade: *É, olha: aqui não tem 3?* [aponta para a operação da figura 1] *3 e 3? É a família do 3! Você "imprimiu" a família do três!*
T14 P: *Que legal que a Jade observou. E aqui?* [aponta para a figura 4]
T15 Jade: *Vai ficar 3 + 4... Não... 3 + 3. Vai ser em ordem.*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

T16 P: *Gente, vejam que legal que a Jade observou. Aqui é 3* [aponta para a figura 1]. *Aqui é 3 + 2* [enquanto fala, mostra os dois palitos da adição 2] *3 + 2 + 2.*
(Acervo da Pesquisadora, 2017).

O episódio aponta o processo de generalização baseado na percepção de que, a cada figura, aumentavam-se dois palitos. Esse movimento foi desencadeado pela fala da aluna Jade (T02) e foi acompanhado pelo aluno Antônio (T06, T08, T10). Os estudantes evidenciaram um novo processo de generalização da sequência ao perceberem a regularidade e ao buscarem, a partir de uma linguagem aritmética, sua representação — a abdução e a indução possibilitando a generalização; o criar, o verificar e o explicar (RIVERA; BECKER, 2005).

Entendo que Jade e Antônio estavam envolvidos na generalização; no entanto, quando Antônio indicou a soma "*3 + 4*", evidenciou uma abordagem que conduz à generalização aritmética; já Jade se baseou em uma abordagem que conduz à generalização algébrica, na qual a ideia do "*3 + 2 + 2*" pode ser transformada em *3 + (n-1)* x *2*; nesta expressão, *n* seria o número da figura. Por outro lado, apesar de não ter discutido em sala de aula, entendo que a estratégia utilizada por Antônio foi bastante interessante por originar a sequência *3, 3 + 2, 3 + 4, 3 + 6, 3 + 8* — uma sequência recursiva em outra perspectiva, tomando como ponto de partida sempre o primeiro elemento —, que possibilitou outras discussões com os alunos. Considero que essa diversidade proporciona uma riqueza inestimável à tarefa.

Envolvida nas discussões, percebo que o registro escrito das contribuições de Jade, poderia favorecer o envolvimento de mais crianças na generalização da sequência, por isso questionei: "*Posso anotar o que você está falando?*" (T03). E, em busca de novas percepções, novas oportunidades de (re)significação, retomei as discussões da sequência para a construção de uma tabela, possibilitando uma nova oportunidade de apropriação da generalização encontrada pelo grupo e, consequentemente, buscando favorecer as discussões da construção de uma lei de formação para a sequência.

Após a discussão, envolvi os alunos na construção de uma tabela que, em sua primeira coluna, considerava a figura (figura 1, figura 2, figura 3 e figura 4) e, na segunda, o total de palitos em cada figura (3; 3 + 2; 3 + 2 + 2; 3 + 2 + 2 + 2). Diante da produção, o aluno Pedro se manifestou:

Episódio 6 – Buscando o uso da tabela
T01 Pedro: Eu percebi uma coisa [vai até a lousa] *aqui está aumentando* [aponta para a coluna da direita].
T02 P: O 3 muda?
T03 Alunos: Não.
T04 P: O que está aumentando?
T05 Alunos: O 2!
T06 P: Eu ainda não fiz a figura número 5. Será que dá pra gente pensar em quantos palitos?
T07 Pedro: [vai até a lousa e aponta para a figura 4] *Dá: 3 + 2 + 2 + 2 + 2.*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

T08 P: [registra na tabela os dados da figura 5]
T09 Pedro: Parece uma pirâmide. Acabei de pensar em uma coisa [vai até a lousa e aponta para a coluna de palitos da tabela e conta a quantidade de soma do número 2] *aqui tem 3, 2, 1, 0.*
T10 P: Legal. A gente fez até o 5 [registra reticências na tabela representando a continuidade], *eu queria pensar no número 10. Quantos palitos tem a figura 10?*
T11 Pedro: [corre para a lousa e aponta para a figura 4, como se estivesse desenhando os outros palitos] *Aqui, 3 + 2 + 2 + 2 + 2... Oh, aqui tem 4, 2* [aponta para a tabela]*, aumenta mais 6.*
T12 P: Por que aumenta mais 6?
T13 Pedro: Porque 10 é 5 + 5.
T14 P: Mas você está pensando em 10 palitos ou na figura 10?
T15 Pedro: 10 palitos.
T16 Jade: Prô, é só você fazer a 5, a 6, a 7, a 8... 9 e 10!
T17 P: Eu não quero fazer todas elas! Eu quero ver se a gente descobre uma maneira de descobrir sem ter que fazer todas elas. Será que, se a gente olhar para o número da figura e a quantidade de palitos que usamos nessas daqui, ajuda?
(Acervo da pesquisadora, 2017).

"*Eu percebi uma coisa...*" (T01). "*Acabei de pensar uma coisa...*" (T09). Parece-me que as crianças, umas mais que outras, foram ganhando certo "empoderamento", certa "liberdade" para falar e expor suas ideias, para participar, para buscar regularidades. Penso que esse é o resultado de diversos fatores, dentre os quais destacam-se: a sequência de tarefas, que possibilita um repertório de situações, de experiências; e a construção de um ambiente de colaboração e de aprendizagem compartilhada na sala de aula, um ambiente seguro para falar, questionar, duvidar e criar. Meu papel, enquanto professora, era criar um ambiente que favorecesse a percepção de regularidades por parte das crianças, de modo que elas conseguissem comunicá-las de maneira adequada e avançassem para a generalização. Por isso, chamava a atenção dos estudantes: "*O 3 muda?*" (T02); "*Então, o que está aumentando?*" (T04). E lancei o desafio de pensar em figuras que não estavam registradas na tabela, com o intuito de provocar a necessidade do uso desse instrumento (T06), tomando-o como um dispositivo contribuinte para a generalização da sequência.

Minhas intervenções revelam minha intencionalidade: "*Será que, se a gente olhar para o número da figura e a quantidade de palitos que usamos nessa daqui, ajuda?*" (T17). Penso que não poderia ser diferente, pois acredito que a prática do professor é sustentada e legitimada a partir de sua intencionalidade pedagógica. Era isso que norteava minhas ações com a turma. Minha pergunta buscou chamar a atenção dos alunos para uma possível generalização, pois indicava uma regularidade. O número da figura sinalizava a quantidade de números *2* a ser escrita, só que menos um. Assim, a figura 5 seria 2 + 2 + 2 + 2 (4); a figura 6, 2 + 2 + 2 + 2 + 2 (5); e a figura 10, 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2.

A tabela possibilitava que as crianças identificassem a regularidade do aumento da

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

quantidade *2* em cada figura. Logo, entendo-a como um instrumento técnico-semiótico que possibilita a mediação (VYGOTSKI, 2009), bem como uma ferramenta matemática potencializadora da percepção de regularidades. Com o intuito de que os alunos estabelecessem uma estratégia para identificar qualquer figura, sem recorrer ao uso da tabela, adicionei mais uma coluna, intitulada “Quantos ‘2’ usamos?” para que as crianças tivessem outras visualizações da regularidade da sequência. A tabela possibilitou a organização dos dados e de nossas ações na tarefa. À medida que as crianças são imersas nessas discussões, elas entram no movimento de elaboração conceitual. Esse processo é mediado pelos diferentes instrumentos técnico-semióticos disponíveis na atividade (textos, discussões, trocas).

Como saber o que foi conceitualmente aprendido pelos alunos? Não era esperado que todos eles tivessem se apropriado dessa forma de pensar, ainda que encontrasse pistas nas falas das próprias crianças, não teria elementos para responder a essa pergunta a partir de uma única tarefa em que buscamos a elaboração de uma lei de formação para a sequência generalizada. No entanto, na análise da situação, observo o quanto o ambiente de comunicação, de circulação de ideias, das trocas e da interação, possibilitou a elaboração coletiva de conhecimento. Retomo as palavras de Vygotski (2007, p. 113) quando aponta que “[...] aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje, será o nível de desenvolvimento real amanhã — ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã [...]”. Assim, o aprendizado deve se orientar para o nível de desenvolvimento que ainda não ocorreu, mas que está prestes a ocorrer, tendo em vista que “[...] o ‘bom aprendizado’ é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento [...]” (VYGOTSKI; LURIA; LEONTIEV, 1988, p. 117).

Novamente, percebo a importância de um planejamento e de um trabalho intencional na sala de aula, visto que, por meio de todo esse processo, as crianças revelam indícios de apropriações significativas entre uma tarefa e outra. Logo, quando penso na prática com o desenvolvimento do PA, não penso em tarefas ou sequências aleatórias, mas sim em um trabalho planejado sistemática e intencionalmente, que possibilite boas significações aos alunos. Para que isso ocorra, há que se usar tarefas que privilegiem “[...] a comunicação como forma de explicitar o modo de pensar e justificar os raciocínios recorrendo a diferentes representações (materiais concretos, tabelas, diagramas, desenhos, símbolos, expressões, ...) [...]” (VALE, 2013, p. 5).

4 A narrativa pedagógica documentando a pesquisa da/na própria prática: os indícios acerca da aula de Matemática, dos alunos e da professora

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

Minha narrativa pedagógica revela indícios de *uma aula de Matemática que pode favorecer o desenvolvimento do PA dos alunos*. Como visto, não é qualquer aula de Matemática! Ela ocorreu a partir de um ambiente de investigação voltado à resolução de problemas — ambiente de problematização, defendido por Bagne (2012) — em que os alunos participaram, dialogaram, e suas ideias foram confrontadas; em que as ideias matemáticas circulavam — uma cultura social de sala de aula favorável ao desenvolvimento conceitual dos alunos, como apontam os estudos de Hiebert *et al*. (1997); em que a tarefa possibilitou trocas e discussões, e não era uma tarefa isolada, ela fazia parte de uma sequência mais ampla, que permitia idas e vindas, retomadas e apropriações — atividades associadas à vivência de situações ricas, como apontam Carraher, Martinez e Schliemann (2008); em que múltiplas linguagens foram utilizadas (oral, escrita, gestual, figural) — de acordo com os estudos de Vygotski (2007; 2009) e de pesquisadores que se apropriaram de suas ideias, como Mason (2007) e Radford (2013); em que diferentes ferramentas foram disponibilizadas e utilizadas para apropriações importantes (tabelas, materiais manipulativos, registros escritos, gestos etc.) — a potencialidade do uso de mediadores de aprendizagens como apontam os estudos de Hiebert *et al*. (1997), Mason (2007) e Radford (2013); em que os discentes foram protagonistas do próprio processo de aprendizagem .

Minhas escritas e análises narrativas revelam indícios *das apropriações, percepções e generalizações dos alunos*. Apontam o quanto, desde o início da escolarização, eles são capazes de fazer generalizações por meio da linguagem materna. Contudo, a partir da narrativa pedagógica, não só me aproximo dos processos relacionados ao desenvolvimento do PA dos alunos, mas também me acerco de *minha autoformação*. Logo, reconheço a narrativa como um dispositivo de (auto)formação docente, visto que escrevo e aprendo sobre minha experiência como uma professora que buscou desenvolver o PA de seus alunos. Os dilemas, os desafios e as limitações que se fazem presentes na narrativa, para além de mostrar, acusar ou denunciar as lacunas em meu conhecimento, revelam possibilidades de desenvolvimento profissional. Esse desenvolvimento também foi possibilitado pelo excedente de visão (BAKHTIN, 1992) de meus pares nos grupos de pesquisa dos quais participo e dos avaliadores que participaram de minhas bancas de qualificação e defesa de tese; constituo-me no e pelo outro; as múltiplas contribuições foram essenciais para meu processo de aprendizagem.

Ao escrever sobre minha experiência, ao realizar uma *pesquisa na/da própria prática*, enfatizo o papel do professor enquanto protagonista de sua autoformação, concordando com as ideias defendidas por Ponte (2002) quando se refere ao desenvolvimento profissional. Revelo o protagonismo da pesquisa na/para a sala de aula, em que as condições são favoráveis para a tomada de consciência da própria prática, para a reflexão sobre ela e para a transformação dela no decorrer do processo narrativo. Defendo que minha pesquisa pode trazer contribuições à comunidade de Educação Matemática, ao entrelaçar a pesquisa na/da própria prática, o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental – considerando que a unidade temática álgebra é recente nos currículos brasileiros – e o uso de narrativas pedagógicas como prática de autoformação.

Referências

BAGNE, J. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2° ano do ensino fundamental**: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula. 2012. 205 f. Dissertação (Mestrado em Educação) − Universidade São Francisco, Itatiba, 2012.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. Tradução de Ermantine Galvão. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. Brasília: MEC, 2017.

______. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília: SEB/MEC, 2012.

CARRAHER, D. W.; MARTINEZ, M. V.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and a mathematical generalization. **ZDM Mathematics Education**, [S. l.], v. 40, p. 3-22, 2008.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, Washington v. 24, p. 249-305, 1999.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

FONTANA, R. A. C. A elaboração conceitual: A dinâmica das interlocuções na sala de aula. *In*: SMOLKA, A. L.; GÓES, M. C. R. (org.). **A linguagem e o outro no espaço escolar**: Vygotsky e a construção do conhecimento. Campinas: Papirus, 2006. p. 121-151.

GÓES, M. C. R. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedes**, Campinas, n. 50, p. 9-25, 2000.

HIEBERT, J. *et al*. **Making sense**: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

LIMA, C. N. M. F.; NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 25, n. 2, p. 241-265, 2009.

MASON, J. Making use of children powers to produce algebraic thinking. In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a13

Erlbaum Associates: NCTM, 2007. p. 57-94.

MOREIRA, Kátia Gabriela. **Investigação na/da própria prática**: o entrelaçar do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental com os processos de autoformação docente. 2020. 274 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2020.

______. **A sala de aula de Matemática de um 1° ano do Ensino Fundamental**: contexto de problematização e produção de significados. 2015. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação) − Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

PONTE, J. P. Investigar a nossa prática. *In*: GRUPO DE TRABALHO E INVESTIGAÇÃO. **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: Associação de professores de Matemática, 2002. p. 5-55.

PRADO, G. V. T.; FERREIRA, C. R.; FERNANDES, C. H.. Narrativa pedagógica e memoriais de formação: escrita dos profissionais da educação? **Revista Teias**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 26, p. 143-153, set./dez. 2011.

RADFORD, L. En torno a tres problemas de la generalización. *In*: RICO, L *et al*. (ed.). **Investigación en Didáctica de la Matemática**: homenaje a Encarnación Castro. Granada: Editorial Comares, 2013. p. 3-12.

RIVERA, F.; BECKER, J. Figural and numerical modes of generalization in Algebra. **Mathematics Teaching in the middle school**, Reston, v. 11, n. 4, p. 198-203, 2005.

SMOLKA, A. L. B. *et al*. Relações de ensino. *In*: RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação (org.). **Multieducação**. Rio de Janeiro: SME, 2007.

SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction/Université Laval, 2000.

VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 8, n. 2, p. 64-81, 2013.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKI, L. S. **Imaginação e criação na infância**: ensaio psicológico: livro para professores. Apresentação e comentários de Ana Luiza Smolka. Tradução de Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009.

VYGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de Maria da Penha Villalobos. 3. ed. São Paulo: Ícone - Editora da Universidade de São Paulo, 1988.

Submetido em 19 de Janeiro de 2022.
Aprovado em 20 de Dezembro de 2022.