

## ARTÍCULO

# Modelización Matemática como *Puente* entre el Aula de Secundaria y la Vida Real: aportes para pensar la producción de significado

Mathematical modeling as a *bridge* between the high school classroom and real life: contributions to think about the production of meaning

Yésica Donnet\*

© ORCID iD 0000-0002-7290-1575

Sara Scaglia\*\*

© ORCID iD 0000-0002-4935-2379

María Florencia Cruz\*\*\*

© ORCID iD 0000-0002-9184-6292

#### Resumen

En este artículo analizamos significados producidos por estudiantes de educación secundaria durante el desarrollo de un escenario de investigación que ha implicado la inmersión en las distintas fases de un proceso de modelización matemática. El problema abordado se relaciona con el tránsito vehicular entre dos ciudades argentinas, y focalizamos en los aspectos que se vinculan con el desarrollo de una ciudadanía crítica, desde una perspectiva socio-crítica de la modelización. Apelamos a una metodología cualitativa de estudio de casos. El escenario ha resultado adecuado para proporcionar la oportunidad de que el estudiantado reflexione en torno al problema del mundo real. La familiaridad con la situación facilitó su conexión con los antecedentes de los estudiantes, que, a partir de establecer una intencionalidad, lograron ver significado en las acciones llevadas a cabo y aprender con otros. Consideramos que el estudiantado asume una actitud crítica, dado que presta atención y reacciona ante una situación que genera dificultades en las ciudades en las que reside. Para abordar su resolución, piensa de modo autónomo y toma decisiones equilibradas que son discutidas y justificadas en el seno de los grupos pequeños y también del curso completo. Señalamos como limitación del escenario montado que el debate generado en torno a las nociones matemáticas involucradas resultó insuficiente.

Palabras clave: Modelización Matemática. Producción de Significado. Escenario de Investigación. Sujeto Político.

\_

<sup>\*</sup> Profesora en Matemática por la Universidad Nacional del Litoral (UNL). Jefe de Trabajos Prácticos de la Universidad Nacional del Litoral (UNL), Santa Fe, Santa Fe, Argentina. E-mail: yesica.donnet24@gmail.com.

<sup>\*\*</sup> Doctora en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada (UGR). Profesora Titular de la Universidad Nacional del Litoral (UNL), Santa Fe, Santa Fe, Argentina. E-mail: sbscaglia@gmail.com.

<sup>\*\*\*</sup> Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Córdoba (UNC). Profesora Adjunta de la Universidad Nacional del Litoral (UNL), Santa Fe, Santa Fe, Argentina. E-mail: mfcruz@fhuc.unl.edu.ar.



#### **Abstract**

In this article, we analyze meanings produced by high school students during the development of a landscape of investigation that involved immersion in the different phases of a mathematical modeling process. The problem addressed here is related to vehicular traffic between two Argentinian cities, and we focus on the aspects that are linked to the development of critical citizenship from a socio-critical perspective of modeling. We used a qualitative case study methodology. The scenario proved to be adequate for allowing students to reflect on the real-world problem. Familiarity with the situation facilitated its connection with the students' background, who, by developing an intentional mindset, were able to see meaning in the actions carried out and learn with others. We consider that the students assume a critical attitude, given that they pay attention and react to a situation that generates difficulties in the cities where they live. In order to address its resolution, they think autonomously and make balanced decisions that are discussed and justified within small groups as well as with the whole class. We point out, as a limitation of the scenario set up for this study, that the debate generated around the mathematical notions involved turned out to be insufficient.

Keywords: Mathematical Modelling. Production of Meaning. Landscape of investigation. Political Subject.

#### 1 Introducción

En este artículo presentamos un escenario de investigación (Skovsmose, 2012a) desarrollado en un curso de educación secundaria en el marco de un proyecto de investigación más amplio cuyo objetivo general es explorar vínculos entre modelización matemática (MM) y producción de significado en el aula de matemática para promover la formación de una ciudadanía crítica. Asumimos el compromiso de pensar en clases de matemática que apunten al desarrollo de una ciudadanía crítica y responsable, que sustente valores democráticos. Por esa razón, nos situamos en la perspectiva socio-crítica y sociocultural (Blomhøj, 2009; Kaiser, 2020) de la MM, que promueve las metas de comprender críticamente el mundo que nos rodea, reconocer la dependencia socio-cultural de las actividades de modelización y posicionar a los estudiantes como ciudadanos autónomos e independientes.

En los diseños curriculares para la educación secundaria vigentes en Argentina se otorga a la modelización un rol preponderante, por considerarla "un aspecto esencial de la práctica matemática" (Ministerio de Educación, 2012, p.14). En los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios se caracteriza el trabajo de modelización en los siguientes términos:

[...] supone identificar las relaciones relevantes y las variables sobre las que se va a operar, las representaciones que se van a utilizar, las propiedades que permiten justificar los procedimientos puestos en juego, el análisis de la pertinencia del modelo y la reinterpretación de los resultados a la luz del problema planteado inicialmente. (Ministerio de Educación, 2012, p. 14)

Las acciones señaladas en esta cita se realizan a partir de la identificación y/o definición de un problema, cuya resolución requiere la puesta en marcha de un proceso de MM. En particular, nos interesa explorar la resolución de problemas de la vida real que otorgan la posibilidad de pensar de modo crítico en sintonía con Kaiser (2020, p. 554), que sostiene que



la capacidad y voluntad de resolver problemas del mundo real utilizando matemáticas constituye una meta central de la educación matemática, "especialmente si [esta última] persigue el propósito de promover ciudadanía responsable". La autora considera que aún en la actualidad resulta escasa la evidencia empírica sobre los efectos de la implementación de la MM en la práctica escolar.

En la comunidad de investigación en educación matemática el interés por la MM es creciente. Mencionamos la inclusión de grupos de discusión en torno a esta problemática en las sucesivas ediciones del Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME). En particular, para el ICME 15 (Sidney, Australia, 2024) está prevista la realización del grupo de discusión *3.4 Mathematical applications and modelling in mathematics education*. A nivel internacional, Stillman, Kaiser y Lamper (2020) discuten el valor de la producción de sentido/significado al modelizar, haciendo evidente la vacancia con relación a esta temática en el ámbito de la investigación. Villa-Ochoa y Alencar (2019) presentan un panorama de investigaciones sobre MM en Colombia y Brasil y reconocen el interés por consolidar la modelación¹ como dominio de investigación en estos países y en otras regiones del mundo. En Argentina es posible reconocer interesantes aportes en la problemática (Cruz; Esteley; Scaglia, 2020; Esteley, 2014; Magallanes; Esteley, 2019; Villarreal; Mina, 2013, 2020, entre otros).

En relación con la perspectiva socio-crítica de la MM, reconocemos aportes de Aravena y Caamaño (2009), Caldeira (2009), Araújo (2012), Borba, Villarreal y Soares (2016) y Villarreal, Esteley y Smith (2019) que desarrollamos brevemente en el siguiente apartado. Estos trabajos ponen de manifiesto que es posible abordar, mediante la MM, discusiones de interés para reflexionar en la clase de matemática sobre cuestiones que afectan a la vida de las personas. El aporte que esperamos realizar en este trabajo es discutir desde algunos constructos propios de la Educación Matemática Crítica (EMC) (Skovsmose, 1999) la producción de significado durante las acciones de estudiantes inmersos en procesos de MM.

En el marco de estas consideraciones, nos proponemos como objetivos específicos del proyecto de investigación más amplio diseñar escenarios de investigación (Skovsmose, 2012a) que permitan estudiar la producción de significado en el marco de procesos de MM, caracterizar los significados producidos por el estudiantado y describir limitaciones y potencialidades de los escenarios diseñados para promover la producción de significado y el desarrollo de una ciudadanía crítica. Con respecto a esta última, no la concebimos como el desarrollo de ciertas

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Notamos que estos autores utilizan el término *modelación* en lugar de *modelización*. En este artículo adoptamos el segundo término, siguiendo la nomenclatura adoptada por autoras argentinas, por ejemplo, Villarreal y Mina (2020).



habilidades específicas (en nuestro caso, matemáticas), sino que la pensamos vinculada con la siguiente caracterización de Skovsmose (1999, p. 28):

La educación crítica debe luchar contra las restricciones ideológicas, debe reaccionar a los conflictos y a la diferenciación de oportunidades que la sociedad encarga a las escuelas y debe otorgar competencias que capaciten a la gente para confrontar la naturaleza crítica de la sociedad.

En este artículo nos proponemos estudiar significados producidos por estudiantes de educación secundaria durante el desarrollo de un escenario de investigación que ha implicado la inmersión en las distintas fases de un proceso de MM en torno a la problemática del tránsito vehicular entre dos ciudades argentinas, focalizando en los aspectos que se vinculan con el desarrollo de una ciudadanía crítica.

#### 2 Antecedentes

En relación con la perspectiva socio-crítica y sociocultural de MM (Kaiser, 2020) adoptada en el presente estudio, encontramos diversas producciones en el ámbito internacional que focalizan en aspectos diferentes. Específicamente, esta perspectiva tiene un gran desarrollo en Brasil y otras regiones de América Latina (Blomhøj, 2009).

Blomhøj (2009) señala que desde esta perspectiva se persigue promover en el estudiantado la utilización de modelos matemáticos para reflexionar de modo crítico sobre cuestiones sociales y sobre procesos de modelización y aplicaciones específicas en situaciones de la vida real. Este autor afirma que los aportes tempranos de Skovsmose en el estudio del papel de los modelos matemáticos y de sus aplicaciones en la transformación y conformación de aspectos importantes de la vida social, así como sus consecuencias para la educación matemática, se encuentran en la base de esta perspectiva.

En Argentina, Villarreal, Esteley y Smith (2019) describen experiencias realizadas en el marco de escenarios de MM en un curso de futuras profesoras de matemática y destacan aspectos de la perspectiva socio-crítica que se evidencian en los proyectos desarrollados. En particular, un proyecto involucró una temática ecológica en torno a la basura y a la recolección de residuos reciclables y "promovió reflexiones acerca de la matemática en sí misma, de los modelos creados y del rol social de la matemática" (Villarreal; Esteley; Smith, 2019, p. 79), propósitos vinculados con la perspectiva socio-crítica (Blomhøj, 2009).

Autoras/es del ámbito brasileño y argentino en colaboración (Borba; Villarreal; Soares, 2016) realizan una investigación con el objetivo de reflexionar sobre las posibilidades e implicaciones del uso de datos, información o imágenes disponibles en Internet en la enseñanza



de las matemáticas, cuando se trabaja con proyectos de MM con estudiantes de secundaria de Argentina. En particular, un grupo de estudiantes desarrolla un tema relacionado con el deshielo de los glaciares. En el artículo se señala que cuando el estudiantado elige un tema, y a partir de él plantea un problema y lo resuelve, asume un papel activo al involucrarse con la temática, desarrollando creatividad y asegurando la comprensión.

Otro reconocido ejemplo del ámbito nacional argentino se encuentra en Magallanes y Esteley (2019) que realizan un estudio en el que el estudiantado selecciona una temática y formula una problemática a desarrollar en el marco de un escenario de MM que se vincula con el análisis de la contaminación del agua. La experiencia con problemáticas propias resulta propicia para el desarrollo del sentido del trabajo estadístico, así como el trabajo con otras áreas e incluso el uso con sentido de tecnologías digitales, potenciando la visión crítica.

Caldeira (2009), desde una perspectiva socio-crítica, describe y analiza una práctica en la formación inicial de docentes en la que se identifican problemas ambientales graves en la zona geográfica brasileña en la que viven. El autor afirma que la MM resulta un medio para potenciar reflexiones y críticas en torno a las problemáticas medioambientales en estudio y a la gestión social realizada en relación con las mismas.

Aravena y Caamaño (2009), en Chile, realizan una investigación en la que el estudiantado propone una temática y problemática a abordar a través de MM con el objetivo de identificar características de la experiencia, relacionada con la alta frecuencia del cáncer de mama en la población femenina. Al concluir, establecen que la experiencia resulta adecuada para el desarrollo de habilidades cognitivas, metacognitivas y de formación transversal y pone en juego conceptos y procesos matemáticos y no matemáticos.

Araújo (2012) realiza una investigación en la que focaliza en el desarrollo de un grupo de estudiantes de geografía en el marco de un proyecto de MM desde una perspectiva crítica. Durante la experiencia, el estudiantado reagrupa los datos de la situación real con la finalidad de que se ajusten a un modelo (función periódica) seleccionado de antemano. La autora reflexiona acerca de la posibilidad que ofrece la situación para discutir sobre el poder que tiene la matemática para formatear la realidad.

En relación con estos estudios previos, nuestra investigación en el contexto de la educación secundaria argentina resulta un aporte relevante para contrastar con los resultados de colegas identificando, específicamente, producción de significado en el aula de matemática para promover la formación de una ciudadanía crítica desde aportes de la EMC.

#### 3 Constructos teóricos



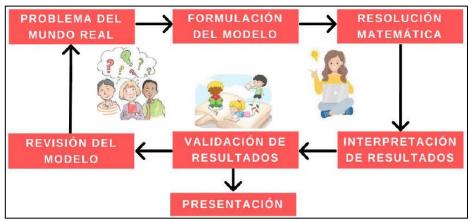
Para abordar el objetivo de investigación propuesto en este artículo, recurrimos a cuestiones teóricas relacionadas con MM, en particular el modo de entender las fases que intervienen en un proceso de MM y a la noción de significado desde una perspectiva crítica.

## 3.1 Modelización matemática: escenario de investigación y fases

El escenario de investigación (Skovsmose, 2012a) diseñado se enmarca en un proceso de MM en el que se establecen relaciones entre la matemática y el mundo real (Blomhøj, 2004). Adoptamos una perspectiva amplia para entender la expresión mundo real que incluye fenómenos sociales, naturales, o incluso, de la propia matemática.

Con respecto a la implementación de la MM en la cotidianidad escolar, Villa-Ochoa, Castrillón -Yepes y Sánchez-Cardona (2017, p. 220) señalan que "el uso de la modelización matemática [...] posibilita la motivación por el estudio de las matemáticas y la constitución de una imagen adecuada de las matemáticas en relación con su rol en la sociedad y en la cultura" (2017, p. 220). Específicamente, en esta investigación empleamos la MM como contenido en el aula de secundaria en términos de Julie y Mudaly (2007). Esto implica la construcción de modelos matemáticos por parte del estudiantado para abordar fenómenos naturales y sociales, sin prever los contenidos matemáticos que se pondrán en juego (Julie; Mudaly, 2007).

Para comprender el proceso de MM, apelamos a un esquema que representa un ciclo en el que intervienen diferentes fases, como el que se observa en la Figura 1.



**Figura 1** – Esquema de MM modificado de Kaiser (2020) Fuente: elaboración propia

Si bien reconocemos el uso de diversos esquemas en el campo de la educación matemática (Doerr; Ärlebäck; Misfeldt, 2017; Kaiser, 2020) que ponen de manifiesto las fases de transición en el proceso de MM, seleccionamos el de la Figura 1 que fue utilizado con el



estudiantado durante la investigación. Asumimos que permite abordar, clara y sucintamente, la descripción del proceso con estudiantes de educación secundaria.

Los fenómenos reales observados admiten aproximaciones y lecturas diversas, desde distintas disciplinas y con objetivos diferentes. En el ámbito de la clase de matemática, y desde una perspectiva atravesada por la MM, "se conectan ideas, hechos y actividades matemáticas que van modificándose sin seguir un orden lineal sino acorde a los productos alcanzados en cada momento del proceso" (Esteley, 2014, p. 54). Kaiser (2020) señala que en el esquema se enfatiza la necesidad de informar sobre los resultados del proceso y la puesta en juego del perfeccionamiento del modelo. Específicamente, en el esquema identificamos siete fases descritas a continuación:

- Problema del mundo real: consiste en plantear una problemática abierta y recoger datos
  e información que resulten relevantes para responderla. Cabe mencionar, que el
  problema del mundo real surge a partir de la selección de un tema de interés
  (Bassanezi, 2002).
- Formulación del modelo: implica seleccionar los factores más relevantes y las variables esenciales con el fin de formular un modelo matemático que permita dar respuesta al problema del mundo real.
- Resolución matemática: radica en utilizar la matemática para encontrar modelos que permitan abordar el problema del mundo real formulado, los cuales pueden adoptar diversas formas, por ejemplo: algebraico, gráfico, entre otros.
- Interpretación de resultados: consiste en interpretar lo obtenido en función de la pertinencia del modelo, atendiendo los factores que influyen en el problema del mundo real.
- Validación de resultados: implica analizar el modelo teniendo en cuenta datos disponibles, datos obtenidos en el desarrollo del proceso de MM, propiedades, definiciones, entre otros.
- Revisión del modelo: se da en caso de que el modelo no se considere satisfactorio en la interpretación y/o validación, por lo cual se debe reformular, para esto se pueden realizar todos los cambios que se consideren necesarios.
- Presentación: se produce al alcanzar y comunicar un modelo satisfactorio que permite dar respuesta al problema.



Esteley (2014), cuando indaga en torno a los vínculos entre modelización, aplicación y resolución de problemas en el contexto educativo, identifica distintas opciones respecto de las relaciones que se establecen entre las aplicaciones, la realidad y la modelización, a saber:

1) aplicar un modelo conocido o recién enseñado, 2) mostrar un problema real para motivar la enseñanza del conocimiento que permite resolver el problema, 3) trabajar con proyectos en los que el profesor elige un tema de la vida real y formula el problema y 4) trabajar con temas elegidos por los alumnos quienes luego formulan un problema y se involucran en un proceso de modelización. En cada una de estas opciones, alumnos, docentes y conocimiento juegan roles diferentes y por lo tanto los escenarios educativos que se puedan montar difieren sustancialmente (Esteley, 2014, p. 55).

Sostenemos que en la opción 3 el/la docente puede elegir un tema asociado a un contenido matemático que desee abordar. Sin embargo, tanto la opción 3 como la 4, podrían emplearse sin un reconocimiento estricto de las nociones matemáticas que se utilizarán para resolver el problema del mundo real, dado que éstas podrían depender de la información obtenida, las variables seleccionadas, las relaciones establecidas, en definitiva, de las decisiones que toma quien modeliza. Asimismo, como señalan Villarreal y Mina (2013, p. 3-4), en estas dos últimas opciones:

[...] la preocupación central es con el mundo real, enfatizando una dimensión interdisciplinaria y promoviendo una visión no internalista de la matemática. Los objetivos educacionales trascienden la mera aplicación de contenidos matemáticos, enfatizando, especialmente en el último caso, la participación significativa de los estudiantes en sus clases de matemática como "formuladores de problemas" y "diseñadores de proyectos", de acuerdo a sus propios intereses.

## 3.2 Significado desde una perspectiva crítica

En relación con las perspectivas adoptadas para entender los procesos de MM, nos interesa abordar la discusión en torno al significado en el marco de la EMC (Skovsmose, 1999, 2005), dado que esta teoría habilita nuevas visiones sobre la concepción de las matemáticas escolares, que sostienen una preocupación en torno al desarrollo de una ciudadanía crítica (Valero, 1999).

Skovsmose (2005, p. 89) muestra su desacuerdo con la posición predominante en educación matemática, que centra la indagación sobre *el significado de los conceptos matemáticos*. Prefiere hablar del significado de la acción que lleva adelante el sujeto, puesto que considera que todo aprendizaje supone algún tipo de acción. El tipo de aprendizaje que presupone esta posición interesa al autor porque "puede convertirse en aprendizaje crítico".

La acción que se vincula con el aprendizaje requiere dos condiciones: 1) "La persona que actúa debe estar en una situación donde la elección es posible", y 2) "La persona que actúa



también debe tener alguna idea acerca de las metas que persigue y las razones para hacerlo" (Skovsmose, 2005, p. 89). Esto supone alejarse de las acciones que constituyen conductas mecánicas.

Las acciones de las personas son definidas por sus intenciones. Éstas, a su vez, surgen de las disposiciones, que se componen de los antecedentes y del porvenir. Interesa señalar que Skovsmose (2012b) alude a la expresión "producción de significado" antes que "construcción de significado", y considera que el porvenir del estudiantado es un recurso muy importante para ello. Define como *porvenir* a "las oportunidades que las situaciones social, política y cultural proporcionan a una persona". Pero no se trata de una interpretación objetiva, sino subjetiva, porque son "las oportunidades como las percibe una persona" (Skovsmose, 2012b, p. 138). Postula que los porvenires, tal como los interpretan las personas, establecen tanto las condiciones para *comprometerse con* como para *resistirse a* las matemáticas.

Como se ha indicado, los antecedentes también intervienen en las disposiciones. Para Skovsmose (2012b, p. 138), los antecedentes "refieren a lo que la persona ha hecho y experimentado (como las situaciones en que ha estado involucrada, el contexto cultural, sociopolítico y las tradiciones familiares)". Interesa destacar que las disposiciones se remodelan y modifican continuamente, y que es posible hablar de disposiciones de un grupo de personas "con antecedentes y porvenires compartidos" (p.139).

Resulta pertinente, en este punto, conocer la relación que establece el autor entre estos constructos con las nociones de significado y de aprendizaje:

Puesto que la intención-en-acción es un elemento definitorio de la acción, el aprendizaje como acción presupone que los estudiantes establezcan una intencionalidad, más precisamente, unas intenciones-en-aprendizaje. Esto es, los estudiantes ven significado en lo que están haciendo. Incluso, puede ser mejor pensar en el aprendizaje como inter-acción: aprender significa hacer cosas con otros. (Skovsmose, 2012b, p.140)

Esta caracterización supone por tanto una participación activa del estudiantado en su proceso de aprendizaje (Skovsmose, 2012b). Para promover esta participación resulta de interés la propuesta de montar un escenario de investigación, que refiere a "una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación" (Skovsmose, 2012a, p. 111) por parte del estudiantado.

En el marco de nuestro trabajo, reconocemos de vital importancia habilitar un escenario de investigación que permita promover el ejercicio de una ciudadanía crítica. Siguiendo a Skovsmose (1999, p. 16), asumimos que una actitud crítica implica "prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella". Para este autor, un constituyente central de la ciudadanía crítica es la capacidad para hablar por sí



mismo y tomar decisiones equilibradas. Resume su posición con la frase "no educar 'seguidores" (Skovsmose, 1999, p.46)

En relación con estas últimas afirmaciones, nos situamos desde la perspectiva de Valero (2002), que discute dos posiciones en la investigación en educación matemática: estudiantes como *sujetos cognitivos* vs estudiantes como *sujetos políticos*. En la primera, el interés investigativo está puesto en la relación del estudiantado con el conocimiento matemático. Sin embargo, nuestros/as estudiantes "no son solamente 'cabezas' — léase sujetos cognitivos — sino que son seres con una existencia física y temporal, con sentimientos, con múltiples razones para involucrarse (o no) en el aprendizaje de las matemáticas" (Valero, 2002, p. 55). Estas personas, concebidas como sujetos políticos, tienen una vida que trasciende los límites del aula y de la escuela:

Los sujetos políticos no solamente actúan en el mundo en términos de su dimensión cognitiva-psicológica, es decir, no sólo piensan en el vacío; sino que fundamentalmente participan en [el] mundo social-económico-político-histórico-cultural, y a través de esta participación piensan, conocen, producen y se involucran con el mundo (Valero, 2002, p.56)

La producción de significado en términos de determinadas acciones que llevan adelante los sujetos, enmarcadas y sostenidas sobre sus antecedentes y porvenires (Skovsmose, 2005), conecta con la posición de Valero (2002). La consideración de cada estudiante como sujeto cognitivo, en el marco de investigaciones del campo de la educación matemática, enfatiza en el desarrollo de pensamiento matemático de alto nivel y desconoce o relega el hecho de que sus intervenciones en el aula están determinadas también por su naturaleza social. Interpretamos que la expresión de la autora respecto de que los estudiantes "no sólo piensan en el vacío" (Valero, 2002, p. 56), refiere a reconocer las múltiples dimensiones que intervienen en la constitución de los sujetos y de sus acciones durante el aprendizaje de la matemática en la escuela.

En el marco de estas consideraciones teóricas, diseñamos un escenario de investigación que implica un proceso de MM con el objetivo de identificar limitaciones y potencialidades del mismo para promover la producción de significado y el desarrollo de ciudadanía crítica.

## 4 Metodología y contexto

La investigación se enmarca en la modalidad cualitativa interactiva, caracterizada por el empleo de técnicas para recoger información en escenarios naturales (Mcmillan; Schumacher, 2005). Esta información está expresada en palabras, frases y afirmaciones antes



que en datos numéricos. No obstante, un empleo cuidadoso proporcionará resultados replicables e información válida de los fenómenos estudiados (Mc Knight *et al.*, 2000).

Apelamos, en el marco de la investigación interactiva, al trabajo con estudio de casos (Mcmillan; Schumacher, 2005), con los que se espera examinar sistemas definidos empleando múltiples fuentes de datos. Asumiendo la caracterización propuesta por Creswell (2013), el caso se constituye como la experiencia educativa llevada adelante con un curso de estudiantes de educación secundaria en Argentina en la que se busca estudiar la producción de significado desde el punto de vista de la EMC en el marco de procesos de MM. Según Stake (2007, p. 16), nos posicionamos en el estudio instrumental de casos, ya que investigamos una cuestión de nuestro interés y "consideramos que podemos entender la cuestión mediante el estudio de un caso particular".

## 4.1 Procedimientos metodológicos

Con el fin de producir información a partir de la cual abordar el objetivo de investigación, diseñamos un escenario de investigación a implementar con un grupo de estudiantes de educación secundaria, seleccionado por su accesibilidad y por contar con la aceptación de la profesora del curso. Inicialmente, tuvimos diversos encuentros con esta profesora que implementa, junto a las investigadoras, dicho escenario, promueve reflexiones y propone modificaciones como conocedora del estudiantado que participa del mismo.

Durante la puesta en juego del escenario las investigadoras, asumimos el rol de observadoras participantes y realizamos un seguimiento sistemático de la información producida. En particular, grabamos los intercambios al interior de cada grupo de estudiantes y de los debates colectivos, recolectamos registros escritos del estudiantado, fotografías de los escritos producidos en el pizarrón presentaciones en *PowerPoint* e informes en *Word*. En el Cuadro 1, presentamos los códigos utilizados para referenciar la información (oral o escrita) recolectada durante el trabajo de campo, que se transcribe haciendo uso de cursiva.

CÓDIGO	FUENTE	EJEMPLO	
TIC#	Transcripción de intervenciones durante la puesta en común en la clase #	TIC2 corresponde a información obtenida de la transcripción de la clase 2.	
PPC#:	Proyección de pantalla de computadora en la pizarra durante la clase #	PPC1 corresponde a imágenes proyectadas en la clase 1.	
IEG#	Transcripción de frase, párrafo textual o imagen correspondiente al informe escrito presentado por el grupo #	IEG1 corresponde a una transcripción de frase, párrafo o imagen perteneciente al informe presentado por el Grupo 1.	

**Cuadro 1** – Códigos utilizados para identificar la información Fuente: elaboración propia



Durante el análisis de la información se estudian los significados producidos por el estudiantado durante las acciones llevadas a cabo en el marco del proceso de MM. Estas acciones de las personas pueden conducir a aprendizajes siempre que cumplan con dos condiciones (Skovsmose, 2005): que persigan un propósito conocido y que puedan hacer elecciones y tomar decisiones. Las acciones se implementan durante el tránsito por el proceso de MM. Por esa razón, describimos decisiones y elecciones realizadas durante las distintas fases del mismo. Se espera, además, reconocer una actitud crítica en la identificación de situaciones en las que el estudiantado tome decisiones autónomas y equilibradas (Skovsmose, 1999), consensuadas en cada grupo de trabajo y discutidas durante las puestas en común de la clase completa.

## 4. 2 Participantes y momentos relevantes del escenario de investigación

El escenario se implementa en un curso de cuarenta estudiantes de 3° año (edad promedio quince años) de una escuela pública de gestión privada confesional de la ciudad de Santa Fe (capital de la provincia del mismo nombre) a lo largo de cuatro clases. El estudiantado se organiza en cinco grupos de ocho integrantes cada uno. En la institución, el alumnado tiene acceso durante las clases al uso de una *notebook* y de teléfonos celulares. Esta circunstancia favorece la búsqueda de información durante la resolución de las consignas² propuestas. En el Cuadro 2 se resumen los encuentros desarrollados.

	FECHA	DURACIÓN (en minutos)	ACTIVIDAD
CLASE 1	22/04/22	80	Trabajo en torno a la formulación del problema del mundo real, análisis y descripción del esquema de MM y presentación de consignas para el trabajo grupal.
CLASE 2	06/05/22	80	Trabajo en grupos en torno a las consignas presentadas.
CLASE 3	27/05/22	40	Trabajo en grupos en torno a las consignas presentadas. Intercambios sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego durante la resolución.
CLASE 4	13/06/22	40	Presentación del trabajo realizado por cada grupo.

**Cuadro 2** – Resumen de las clases que conforman el escenario estudiado Fuente: elaboración propia

El diseño del escenario se constituye a partir de dos momentos fundamentales que delinean el trabajo desarrollado. Durante el primero (clase 1) se aborda la temática, se presenta a la clase el proceso de MM y se formula el problema de la vida real (primera fase del proceso

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Siguiendo a Rodríguez (2016), con el término consignas aludimos a enunciados que conforman la tarea a llevar a cabo, ya sea en modalidad individual y/o grupal.



de MM). Durante el segundo momento (clases 2, 3 y 4) se recorren las restantes fases del proceso de MM con el fin de resolver el problema planteado.

Descripción del primer momento

Como tarea previa a la clase, el estudiantado realiza la lectura de un artículo (NOVAK, 2022) que incluye información sobre la historia y características del puente Carretero que une, actualmente, las ciudades de Santa Fe y Santo Tomé sobre el río Salado (ubicadas en la zona central de Argentina, en la provincia de Santa Fe) y manifiesta la necesidad de construcción de un nuevo puente. La propuesta de lectura se acompaña con las siguientes consignas (Cuadro 3).

Les proponemos la lectura del siguiente artículo: <a href="https://www.lanacion.com.ar/revista-lugares/la-historia-del-puente-carretero-que-une-santa-fe-y-santo-tome-nid15032022/">https://www.lanacion.com.ar/revista-lugares/la-historia-del-puente-carretero-que-une-santa-fe-y-santo-tome-nid15032022/</a>. A partir del mismo esperamos que reflexionen en torno a:

- ¿Qué problemática/s se plantea/n?
- Cómo se podría/n solucionar la/s misma/s? Para responder esta cuestión pueden realizar algún recorrido sobre información adicional que les parezca relevante. Registren qué información consultaron.

**Cuadro 3** – Consignas para la tarea previa Fuente: elaboración propia

La clase comienza con intercambios en torno a las preguntas del Cuadro 3. Como el estudiantado no había tenido experiencias previas de trabajo con MM, luego de estos intercambios se presenta una breve reseña del proceso de MM, teniendo en cuenta que proponemos el abordaje de la MM como contenido en el aula de secundaria (Julie; Mudaly, 2007). Esta tarea es realizada por la primera autora del artículo que presenta el esquema de la Figura 1 acompañado de una breve descripción de cada fase del proceso. Además, hace referencia al interés por discernir el papel que tienen la matemática y la educación matemática en el desarrollo de una sociedad más justa y equitativa que contemple, por ejemplo, el cuidado del medioambiente. A partir de esta información, se propone la formulación de un problema por parte del estudiantado que se vincule con la problemática planteada en el artículo.

Descripción del segundo momento

Luego de que el estudiantado formula el problema de la vida real se propone su abordaje a los grupos de estudiantes. Las consignas para el trabajo grupal se apoyan en un *Flyer* (Ver Figura 2) que exhibe una convocatoria (ficticia) para el diseño de un nuevo puente sobre el río Salado que una las dos ciudades. Para participar en la misma se debe presentar la descripción del diseño y fotos de una maqueta construida a partir del mismo.

La lectura inicial del artículo sobre el puente Carretero, el *Flyer* y la intervención de un estudiante universitario que comenta su experiencia en la construcción de una maqueta forman parte del *montaje del escenario* en el sentido de Skovsmose (1999, p. 155), que ofrece un marco para la producción de significado a partir de las tareas realizadas y permite encarnar el tema en



la sociedad. El escenario proporciona "una riqueza semántica que [ofrece] puertas de entrada para que ingrese al aula un lenguaje de reflexión que la terminología matemática sola no conlleva".



**Figura 2** – *Flyer* de la convocatoria Fuente: elaboración propia

La noción de aprendizaje asumida y la intención de promover una discusión en torno al ejercicio de ciudadanía crítica se ponen de manifiesto en algunas características del escenario montado (por ejemplo, la inclusión de ecologistas en el jurado que seleccionará el diseño del puente ganador en la convocatoria) y de las consignas (incluidas en el Cuadro 4).

Para responder a la convocatoria, les proponemos las siguientes actividades con el objetivo de diseñar y producir una maqueta del nuevo puente que conecte las ciudades de Santa Fe y Santo Tomé. Prestar atención a quienes integran el jurado de la convocatoria ya que estarán muy atentos a las consideraciones que tengan en cuenta para el diseño.

- a) Seleccionar un lugar que consideren pertinente para la construcción del nuevo puente sobre el río Salado, que una las ciudades de Santa Fe y Santo Tomé. Justificar detalladamente el porqué de esta ubicación.
- b) Diseñar el puente que conecte ambas ciudades atendiendo a las variables que consideren pertinentes. Enunciar las variables puestas en juego y fundamentar su elección.
- c) Justificar y describir los conocimientos matemáticos (figuras geométricas, cálculos realizados, representaciones, entre otros) puestos en juego en el diseño. Explicar con qué objetivos fueron utilizados estos conocimientos.
- d) Elaborar una maqueta representativa del diseño y tomar fotos de la misma.
- e) Producir una narrativa en la que se expongan qué problemáticas relacionadas con las mejoras en las condiciones de vida de la sociedad actual y del planeta se tuvieron en cuenta en la formulación del proyecto.
- f) Elaborar una presentación del trabajo realizado para la clase del día 27/05/2022. En la misma se debe mostrar la maqueta construida. Para guiar esta presentación deben realizar un escrito que contenga la información más relevante, en relación con el trabajo realizado, que deseen compartir con el resto de la clase. El mismo no debe superar las dos páginas.
- g) Enviar al correo electrónico (<u>puente.stafe.stotome@gmail.com</u>) de la convocatoria un informe que contemple las respuestas del [grupo]. Colocar en la carátula del informe el nombre que le colocarían al puente y el del [grupo].



**Cuadro 4** – Consignas para el trabajo grupal Fuente: elaboración propia

Se espera que la consecución de estas consignas conduzca al estudiantado a atravesar por las restantes fases del proceso de MM. Interesa destacar el énfasis puesto en generar una reflexión vinculada con el ejercicio de una ciudadanía crítica desde una perspectiva sociocrítica. Esto es así por distintas razones:

- Llevarán a cabo acciones que pueden conducir a aprendizajes (Skovsmose, 2005), puesto que persiguen una meta (proponer una solución al problema planteado relacionado con la mejora del tránsito vehicular y peatonal entre las ciudades en que residen), deberán realizar elecciones y tomar decisiones (decidir la ubicación del puente y su diseño).
- Se ofrece la posibilidad de usar modelos para reflexionar críticamente sobre cuestiones sociales en una situación de la vida real (Blomhøj, 2009). En particular, se solicita (en el inciso e) explicitar las problemáticas relacionadas con las mejoras en las condiciones de vida y del planeta consideradas en el diseño del puente.

La consigna f) se presenta con la intención de promover el desarrollo de la fase de *presentación* del proceso de MM. Durante la última clase todos los grupos presentan a sus compañeros y a otros cursos de la escuela sus maquetas. Además, asiste a la presentación el padre de un estudiante del curso, que es ingeniero civil y participa, junto a otros profesionales, de las acciones implementadas por el gobierno provincial con el fin de diseñar y construir un nuevo puente sobre el río Salado que una las dos ciudades. Además de escuchar atentamente las intervenciones de los grupos, realiza una breve exposición en la que explicita las variables consideradas y los conocimientos matemáticos puestos en juego en torno a estas tareas.

#### 5 Resultados

Esta descripción se organiza en dos partes. En la primera se describe el trabajo desarrollado para formular el problema del mundo real. El curso completo discute en torno a preguntas que formulan las investigadoras. En la segunda parte se estudia, en detalle, la producción desarrollada por dos grupos. Cabe señalar que, de los cinco grupos, dos realizan reformas sobre el puente actual y tres construyen un nuevo puente en otra ubicación. Por limitaciones de extensión, no es posible analizar las producciones de todos los grupos, razón por la cual seleccionamos una resolución de cada tipo.



## 5.1 La formulación del problema del mundo real

Durante la primera clase tuvo lugar la primera fase del proceso de MM, el planteo del problema del mundo real. La clase empezó con una discusión en torno a la lectura realizada en forma previa del artículo de Novak (2022) sobre el puente Carretero y continuó con una puesta en común acerca del tema abordado, incluyendo referencias al aumento del tránsito vehicular, los frecuentes embotellamientos y la necesidad de construcción de un nuevo puente. A continuación, transcribimos frases de estudiantes durante los intercambios realizados, que luego son considerados en la formulación del problema:

- 1. Es un problema tener que ir a Santo Tomé a las 12 del mediodía.
- 2. El problema es que cada vez hay más tránsito, habría que solucionar pensando en la cantidad de autos que van a transitar en un futuro.
- 3. Se podría construir uno nuevo, renovar o reforzar el actual.
- 4. Si construir un nuevo puente, sería construir otro además de este, tipo renovarlo o reforzarlo, en este caso. Yo que muchas veces paso, es un problema para muchas personas, es un problema de pérdida de tiempo, que te hace llegar tarde a cualquier parte. (...) construir un nuevo puente sería una buena solución para todos.
- 5. En horas pico se demora una hora (...) aparte hay gente que cruza en otras horas y se atrasa siempre, o sea, todo el día.
- 6. Pensar en algo que dure muchos años (...), pensar en algo que sea estable.
- 7. Tener en cuenta que, si se modifica el puente que está ahora, algunas partes se van a tener que demoler y que los desechos no caigan al río (TIC1, 2022)

El intercambio grupal es conducido por las investigadoras. En estas afirmaciones observamos que el estudiantado se involucra con un problema del mundo real, como es el embotellamiento del puente, y lo reconoce como propio. Esto se evidencia, en particular, en la afirmación de una estudiante (Ver intervención 4) que reside en Santo Tomé y utiliza el puente Carretero para asistir a la escuela, que destaca las dificultades que se suscitan diariamente, dando cuenta de su apropiación del tema. En las intervenciones comienzan a esbozarse aspectos que podrían ser considerados en el diseño de un nuevo puente, por ejemplo, la ubicación (en la intervención 3 se hace referencia a construir uno nuevo, renovar o reforzar el actual, lo que implicaría, en el primer caso, decidir una nueva ubicación sobre el río o bien mantener la ubicación del puente actual) así como el cuidado medioambiental (en la intervención 7 se muestra la preocupación por los desechos que caen al río si se decide demoler el puente Carretero).

Luego de que se presenta el proceso de MM al estudiantado, las investigadoras proponen la tarea de enunciar el problema del mundo real que se abordará y toman nota de las afirmaciones propuestas en una *notebook*. Lo escrito se proyecta en la pantalla para toda la clase. El problema resulta formulado en los siguientes términos:



Encontrar la manera en que el tránsito entre Santo Tomé y Santa Fe sea más fluido, teniendo en cuenta factores económicos, la resistencia, tipos de vehículos y controles, tipo de materiales, mantenimiento, dimensiones, disminuir uso de autos, subidas del río, ubicación, estable, sustentable, tiempo que dure la obra, inconvenientes que genera su construcción, cuidado ambiental (PPC1, 2022).

El problema se expresa en términos de mejorar la fluidez del tránsito. Esto puede lograrse mediante distintas soluciones (como, por ejemplo, proponer horarios de tránsito vehicular según algún criterio definido por las patentes). Sin embargo, otras expresiones como resistencia, tipo de materiales, dimensiones, tiempo que dure la obra, inconvenientes que genera su construcción permiten reconocer que se asume como solución la construcción de un nuevo puente. Esto guarda coherencia con la intención de las investigadoras, que han montado un escenario con ese objetivo a partir de la selección del artículo, la mediación en las discusiones, la participación de un estudiante universitario que comenta su experiencia en la construcción de una maqueta y las consignas propuestas para el trabajo grupal.

Luego de la formulación del problema, se presenta el *Flyer* de la convocatoria y un estudiante avanzado de Licenciatura en Higiene y Seguridad comenta su experiencia aludiendo a las nociones de resistencia, inercia y estructura. Menciona diferentes materiales de construcción y muestra distintas técnicas para la elaboración de reticulados<sup>3</sup>. La posibilidad que otorga la MM de establecer relaciones con el mundo real requiere establecer contacto con profesiones y especialidades que permitan dar cuenta de aspectos específicos de otras disciplinas, que trascienden los conocimientos matemáticos (Biembengut; Hein, 2004).

## 5.2 La resolución del problema de la vida real por el grupo 1

El grupo de estudiantes realiza una búsqueda de imágenes en Internet de diferentes puentes, con el objetivo de familiarizarse con distintos diseños. La primera decisión adoptada, consensuada por sus integrantes, es construir el puente en la misma ubicación en la que se encuentra el puente Carretero. En el Informe presentado para dar respuesta al ítem g, en primer lugar, consideran la posibilidad de agregar al puente actual carriles con *forma de rulo* como se observa en la Figura 3, pero la misma fue descartada *ya que esta forma aumentaría el tiempo de construcción y materiales* (IEG1, 2022).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Un reticulado es una estructura compuesta por barras rectas interconectadas entre sí en nudos, formando un conjunto rígido y resistente.





**Figura 3** – Imagen de puente con accesos en "forma de rulo" Fuente: IEG1 (2022)

En esta fase de *formulación del modelo*, tienen lugar acciones que se podrían considerar propias de la fase de *revisión del modelo*: el grupo propone una primera aproximación a la resolución del problema, agregando carriles a los costados del puente actual a los que se accedería mediante *rulos*. Esta primera idea se evalúa y luego se descarta.

El puente de la Figura 4 es tomado como referencia para gestar una nueva idea:

[...] sin embargo la idea de agregar carriles siguió vigente pero esta vez con un modelo que pasaría por arriba del puente actual (IEG1, 2022).

Para acceder a la parte superior del puente deciden incluir cuatro rampas:

[...] dos rampas para subir desde Santo Tomé y las otras para bajar desde Santa Fe". (TIC2, 2022)



**Figura 4** – Imagen de puente con dos pisos usada como referencia Fuente: PPC4 (2022)

En un intercambio realizado con las investigadoras y la profesora, un estudiante del grupo justifica esta decisión:

Estudiante: nosotros estamos pensando en cómo resolver el problema del tráfico y que no se use tanto material. Porque por ahí hacer un puente entero nuevo hace que lleve más tiempo y material, un gasto mayor. Entonces lo que hicimos fue hacer otro arriba, para el tráfico liviano, entonces aguantaba más y no necesitaba ser tan resistente y de esa manera, dejamos el puente de abajo, más libre, para el tránsito pesado (TIC3, 2022).

De esta manera la elección de la ubicación y el diseño se ven estrechamente vinculados a las variables que el grupo decide tener en cuenta: el gasto, el tiempo, la cantidad de material y la resistencia. En el informe realizado hacen un listado de los *aspectos* considerados en la fase



de *formulación del modelo*, los cuales están en consonancia con las ideas expresadas en los intercambios y que se transcriben a continuación:

- El gasto económico
- La contaminación ambiental
- El embotellamiento continuo
- Un modelo que no lleve mucho tiempo de construcción para que no quede inhabilitado el puente por mucho tiempo
- La resistencia del puente para aguantar mucho peso
- Ciclo hidrológico del río Salado (para que su construcción sea en tiempos seguros) (IEG1, 2022)

Si bien no se discute con el estudiantado sobre el alcance de la noción de variable durante el desarrollo del escenario, algunos de estos aspectos son asumidos como variables y se discuten durante los intercambios producidos en las distintas clases. El grupo plantea la inquietud de atender el gasto, pues intenta disminuir la cantidad de materiales requeridos para la construcción de un nuevo puente. Dado que durante la construcción el puente Carretero estaría inhabilitado para el tránsito, el grupo manifiesta la importancia de que se realice en el menor tiempo posible. Si bien no se menciona en qué momento se realizaría la obra, se expresa la intención de considerar los ciclos hidrológicos del agua para brindar mayor seguridad en la construcción. Con respecto a la resistencia, en el informe se indica:

Instrucciones del Informe: el último cambio sugerido fue el de agregar más vigas de apoyo debido a que el peso del puente de arriba se distribuiría en el actual, comprometiendo la resistencia del modelo (IEG1, 2022).

Esta última decisión se incorpora a partir de un intercambio con toda la clase, cuando se discuten las cuestiones que quedan por resolver. El grupo plantea la problemática de la resistencia de los soportes del puente en los siguientes términos:

- E1. Nosotros en la parte del puente que va arriba, porque todos los puentes, es como que ninguno es la plataforma donde van los autos y ya está, es como que tienen por ejemplo el puente colgante tiene..., bueno, el puente Oroño sí es la plataforma sola, pero la parte de arriba, ¿puede ser la plataforma sola o tiene que tener por ejemplo un arco o algo que digamos que sostenga? (frase inaudible)
- I. Qué opinan el resto de los grupos? ¿Qué responderían al compañero para aportarles de su producción?
- E2. Y algo que sostenga tiene que tener, pero no necesariamente...
- E3. Puede ser...

[...]

- E4. Capaz que sí necesita algo que vaya para arriba, porque el Oroño es muy cortito en comparación a la distancia entre Santa Fe y Santo Tomé. [...]
- E1. Escuchá, está el puente, ¿no?, está el otro puente arriba, y, las vigas pasan desde el puente de arriba directo hasta el piso, no apoyadas en el puente.
- E5. ¡Ah...!¡Es más ancho el de arriba!
- E3. Claro.
- P. Ah, ¿es más ancho que el de abajo?
- E1. Poquito para que lleguen las vigas.
- I. Claro es como un techo, o sea los dos, es como un puente construido sobre el otro.



E6. Bueno.

E7. ¡Es genial!

E7. Por el viejo pasan los del tránsito...

(Intercambios inaudibles)

E3. Habría que tener cuidado con... en el caso de que sea por arriba y que las columnas estén bien afuera, hay que tener cuidado también con el peso del medio digamos, que no se derrumba. I. Chicos, ¿lo escucharon, la recomendación acá del compañero?

E5. Porque si están muy en las puntas las vigas, digamos, tienen que tener cuidado con el peso en el medio, de que no se derrumba.

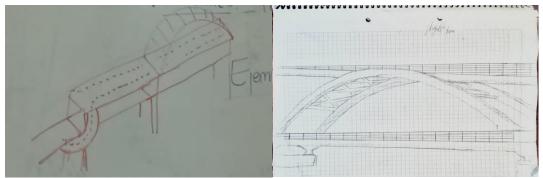
E3. Sí, íbamos a hacer alternadas (TIC3, 2022)<sup>4</sup>.

Otros aspectos considerados son la contaminación ambiental y el embotellamiento continuo. Con respecto al primero, una estudiante afirma:

[...] tuvimos en cuenta el hecho ambiental que, si nosotros teníamos que demoler ese puente y construirlo desde cero, iba a tener un impacto fuerte porque los desechos iban a caer en el agua (TIC2, 2022).

Con respecto al segundo, el grupo decide construir un puente sobre el original, que será destinado solo al tránsito liviano. De este modo, el grupo propone para la mejora del tránsito (es decir, como solución del problema planteado) la construcción de un puente sobre el Carretero y destinar el piso superior para el tránsito liviano y el inferior para el pesado.

En el Informe escrito, el grupo incluye bocetos elaborados durante la etapa de diseño (ver Figura 5).



**Figura 5** – Bosquejos del puente realizados por el grupo Fuente: IEG1 (2022)

Con respecto a la fase correspondiente a la *resolución matemática* del proceso de MM, en el informe escrito el grupo afirma:

Nosotros sabíamos que la longitud del puente es de 1320 metros y el ancho de 9 metros y este fue el dato crucial para la escala, calculamos una posibilidad la cual concluyó en que el largo del puente se vería representado en 65 cm pero el ancho quedaba de 0,44 cm.

Así que hablamos con los profesores sobre escoger ciertas partes del puente, pero el ancho a representar seguía siendo angosto/muy pequeño.

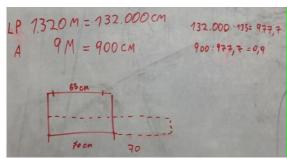
Así que finalmente optamos hacer una escala de 1 m=1 cm y el ancho concluyente es de 9 cm y escogimos cierto largo del puente representado en 65m (desde la orilla de Santa Fe hasta Santo Tomé) (IEG1, 2022).

\_\_\_

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> En el diálogo transcripto se identifica cada estudiante con el código E# (por ejemplo, E2 corresponde a Estudiante 2), a la profesora con P y a la investigadora que interviene en estos intercambios con I.



La dificultad planteada en este relato surge porque el equipo de investigación decide, de acuerdo con la profesora del curso, proporcionar a todos los grupos una base de cartón prensado de forma rectangular, de 50 cm x 70 cm para que se utilice como base de la maqueta que construirá cada grupo. Cuando un integrante del grupo aplica proporcionalidad para calcular las dimensiones de la maqueta (para que quepa sobre la base fijada), resulta que el largo del puente sería de 65 cm y el ancho no llegaría a 0,44 cm, dimensiones muy inconvenientes para su construcción. El grupo discute esta dificultad con la profesora y las investigadoras, y acuerda representar en la maqueta solo un tramo del puente.



**Figura 6** – Cálculos y bosquejos elaborados sobre la pizarra por un estudiante del grupo Fuente: IEG1 (2022)

En la Figura 6 se muestran los cálculos realizados en el pizarrón por el estudiante E1 del grupo 1. Los cálculos exhibidos resultan de analizar una opción discutida en ese momento con la profesora y las investigadoras, que luego el grupo decide no poner en práctica, con el fin de salvar en parte la dificultad para construir sobre la base de cartón rectangular donde la razón entre largo y ancho es igual a 1,4 (70/50), una maqueta de un puente donde esta razón es igual a 146,6 (1320/9). La opción consiste en cortar por la mitad el rectángulo y armar una nueva base con las dos mitades. La base pasaría a tener así 140 cm (70cmx2) de largo x 25 cm (50cm:2) de ancho. Para determinar las medidas de la maqueta del puente, el estudiante E1 considera que el largo sería de 135 cm (para dejar un borde de poco más de 2 cm en cada extremo de la base) y aplica proporcionalidad para determinar que, en ese caso, el ancho resulta de 0,9 cm. De nuevo, se trata de dimensiones poco convenientes para la construcción de una maqueta por la medida del ancho.

A partir de estos intercambios, en el grupo se decide que la maqueta a construir representará una parte del puente, que dé cuenta de la forma en que se ensambla el puente Carretero actual con el nuevo puente diseñado (ver la fotografía de la maqueta en Figura 7). Cabe señalar que en la misma no se representan los arcos que tiene el puente Carretero original. Eso se debe a que el grupo decide representar el extremo del puente que comienza en Santa Fe,



y la distancia entre este extremo y el primer arco es de 630 m, en tanto que en la maqueta solo se representan los primeros 65 m del puente.



**Figura 7** – Fotografía de la maqueta construida por el grupo 1 Fuente: datos de la investigación

Durante la última clase el grupo presenta al resto del curso y a otros cursos de la escuela su maqueta, lo cual constituye la fase de *presentación* del proceso de MM.

En el proceso de MM implementado, el modelo que el grupo desarrolla para la resolución del problema planteado inicialmente es la maqueta del puente, en la que se han puesto en juego conocimientos matemáticos relacionados con la proporcionalidad directa (principalmente).

Cabe señalar que la fase de *validación de resultados*, consistente en el análisis del modelo, se produce en el momento de constatar (y explicitar) durante la presentación que la maqueta resultante reúne las características discutidas en los intercambios que tuvieron lugar en distintas oportunidades a lo largo del escenario, en los momentos en los que el grupo justifica las razones de las decisiones tomadas, como ser: ubicación del puente sobre el actual puente Carretero (para minimizar la variable gasto), utilización de este último para el tránsito pesado y el piso superior para el liviano (para resolver el problema de fluidez del tránsito), las dimensiones del puente superior (más ancho que el inferior) sostenido sobre pilotes añadidos (respecto de los que ya tiene el puente Carretero original), con el fin de atender la variable resistencia, la forma de los accesos vehiculares al puente superior (descartando la forma de rulo), la representación en la maqueta de una parte del puente (que corresponde al tramo que sale de la ciudad de Santa Fe, razón por la cual no se incluyen los arcos que tiene el puente original).

Estas decisiones, como fundamentaron en distintos momentos a lo largo del escenario, se mostraron en consonancia con las variables y aspectos considerados durante la elaboración del modelo. Asimismo, cabe señalar que el reticulado que figura en la maqueta entre las partes inferior y superior del puente no fue objeto de consideración durante el escenario.



## 5.3 La resolución del problema de la vida real por el grupo 2

Con el fin de responder a las consignas planteadas, el grupo comienza explorando en forma individual, en Internet, diferentes infraestructuras utilizadas para la construcción de puentes y cada integrante del grupo realiza un posible diseño.

Luego, durante una clase, expusimos nuestros posibles modelos, sus pros y contras. Analizamos y opinamos sobre los demás puentes y creamos uno nuevo, extrayendo los puntos positivos de los modelos antiguos (IEG2, 2022).

Las primeras discusiones para consensuar características del potencial modelo involucran el material a emplear para su construcción, la disposición y el sentido de los carriles y la incorporación de una bicisenda. En esta línea, el grupo atraviesa la fase *formulación del modelo*, en la que se genera el siguiente intercambio:

- E1. Yo haría este, dos carriles para ir, dos para volver y bicisenda, bicisenda.
- E2. No, dos bicisendas es mucho.
- E3. ¡Acá! Para mí, esto sería como un boulevard de dos metros más o menos, y que por ahí pase la gente (...).
- E4. ¿Quién va a ir por el boulevard?
- E3. Los peatones.
- E2. Para mí es que se separe un poco está calle de esta calle y allá pilares.
- E3. ¿Vos querés con tensores?
- E2. Si, me da lo mismo.
- E3. Igual creo que en algunos lugares vamos a tener que poner pilares.
- E2. Podemos poner dos así, y uno en el medio, tipo una H.
- El. Acá están los pilares, y que los tensores conecten así, no sé si se puede.
- El. Habría dos pilares y un tensor acá y con los otros tensores enganchados al de arriba.
- E2. Tiene 1500 metros, para mi faltan tensores.
- E4. A ver ¿cuánto mide el Colgante<sup>5</sup>?, para mi mide menos, ese es el problema.
- E2. Si, mide como un cuarto de lo que mide el otro.
- E2. Así decía la base yo, del puente al piso, si esto es hormigón, que sea curvo.
- E1. ¿Por qué así el hormigón? Que sea recto, para que vas a gastar más hormigón en hacer uno así y una así si lo podés hacer así.
- E2. Hacemos un pilar así, otro así, y uno acá. ¿Así les gusta?
- E1. Este es un puente tipo de Venecia.
- E3. A mí me gusta ese, yo lo vi y le había sacado captura (TIC2, 2022).

En este intercambio se observa que, dentro de la fase *formulación del modelo*, atraviesan también por las fases de *interpretación* y *validación de resultados*, pues contrastan y analizan los datos recolectados. Por ejemplo, determinan que necesitan construir un puente de 1500 metros de largo y que el mismo se sostiene por tensores, a partir del empleo de datos reales, es decir, comparando con la longitud del puente Colgante (295 metros). Así mismo, se observa

-

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> El puente Colgante se encuentra en la ciudad de Santa Fe y une las márgenes este y oeste de la laguna Setúbal. Constituye un emblema de la ciudad. En el siguiente link se amplía la información: https://es.wikipedia.org/wiki/Puente\_Colgante\_de\_Santa\_Fe



cómo el grupo delimita variables que tendrá en cuenta para producir el modelo, entre ellas, cantidad de material (pretenden utilizar la menor cantidad de hormigón posible), la resistencia del puente (distribución de pilares y tensores) y aspectos tales como la preocupación por disminuir la contaminación ambiental a partir de la reducción de transporte vehicular (mediante la incorporación de una bicisenda).

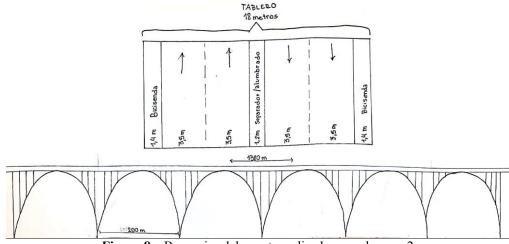
En un intercambio el grupo comparte con los otros grupos su primer modelo:

La ubicación que pensamos es (...) buscando la menor distancia entre Santa Fe y Santo Tomé y pensamos en hacer un puente aparte, con dos manos de ida y dos de vuelta y la bicisenda en el medio, y pensamos que sea con arcos, sin tensores y con algún reticulado que los sostenga y por acá solo transitarán los vehículos livianos, y el otro quedaría para el tránsito pesado (TIC2, 2022).

A partir de su propuesta hubo un debate en torno a la distribución de los pesos sobre el puente, en el que se cuestionó si sería conveniente que el tránsito de bicicletas pase por el centro o por los laterales. La profesora aconsejó explorar acerca de qué recomienda la seguridad vial en estos casos. Luego del debate generado, el grupo recibió las sugerencias y pasó a la fase de *revisión del modelo*, ya que, como reconocido en el informe escrito:

En busca de innovar, quisimos situar la bicisenda en el centro del puente, pero luego analizamos la resistencia, estática, y la tensión generada en los distintos puntos del puente y modificamos su posición, la reubicamos a los lados del puente (IEG2, 2022).

De esta manera, diseñaron un nuevo puente de 1380 metros de largo y 18 metros de ancho, compuesto por cuatro carriles de 3,5 metros cada uno, dos con sentido Santa Fe – Santo Tomé y dos con sentido contrario. Entre los carriles que cambian el sentido situaron un separador de 1,2 metros para colocar el alumbrado público y a cada lado del puente una bicisenda de 1,4 metros (Ver Figura 8).



**Figura 8** – Bosquejos del puente realizados por el grupo 2 Fuente: datos de la investigación

Una vez que el grupo consideró que su diseño estaba adecuado, se abocó a la selección



de su ubicación. Para ello realizan una búsqueda en *Google Maps* y, atendiendo a la variable cantidad de material, buscaron que la distancia entre las costas fuese la menor posible para emplear menos material durante la construcción. En el informe escrito mencionaron:

Lo situamos a 100 metros hacia el sur del puente Carretero, buscando la menor distancia posible entre costas, iniciando luego de la intersección entre 9 de julio y San Juan, Santo Tomé, y desembocando en calle 10 de junio, Santa Fe (IEG2, 2022).

Cuando el grupo define la ubicación y diseño, como expresado en el informe elaborado para responder a la consigna g, al representar el mismo en la base de cartón otorgada para la maqueta se encuentran envueltos en un nuevo desafío, pues

[...] a la hora de realizar a escala el modelo que diseñamos, son muy distintas las longitudes de largo y ancho del puente y no entraban en la plancha, por lo que optamos por representar una porción del puente (IEG2, 2022).

Para tomar esta decisión el grupo lleva adelante la fase de *resolución matemática*, pues se ponen en juego nociones de medida y proporcionalidad, además se utiliza, por las dimensiones de la base de cartón

[...] una escala para el largo y otra para el ancho y alto (TIC4, 2022).

Por último, en la *presentación* del modelo señalaron su simplicidad y eficiencia (TIC4) ya que siempre usa la menor cantidad de materiales, pero que el mismo sea resistente y solucione el problema del embotellamiento, atendiendo a las variables cantidad de materiales y resistencia. Además, aclararon que el actual puente Carretero sería destinado como ruta exclusiva de tránsito pesado y el nuevo puente

[...] servirá para aliviar el embotellamiento del tránsito liviano en horas pico entre la ciudad de Santa Fe y la de Santo Tomé (IEG2, 2022).



**Figura 9** – Fotografía de la maqueta construida por el grupo 2 Fuente: datos de la investigación

Para la construcción de la maqueta (ver Figura 9), utilizaron palitos de helado en los carriles y palitos de brocheta para afirmar el puente con los arcos, representados los pilares



planteados en el diseño. Para los arcos utilizaron cartón corrugado, lo cual origina el nombre que decide el grupo para denominar al puente: *Corrugado*.

#### 6 Discusión de resultados

La experiencia se enmarca en un proceso de MM, en particular en la perspectiva sociocrítica (Kaiser, 2020; Blomhøj, 2009), pues el estudiantado formula un problema que hace referencia a la realidad, atendiendo una diversidad de factores que se vinculan con la sociedad y la búsqueda de una mejor calidad de vida. Invitamos al alumnado a investigar, explorar y resolver un problema del mundo real que lo interpela. Además, deberían interpretar información y analizarla en función de las variables que considerasen pertinentes para la construcción y ubicación del nuevo puente. Desarrollaron un proceso de MM, que permite vincular la matemática con la vida real y reconocer la aplicabilidad de conceptos matemáticos en la sociedad (Blomhøj, 2004).

Dentro de las opciones planteadas por Esteley (2014) con respecto al modo en que se relacionan la modelización, las aplicaciones y la realidad, la experiencia reúne características de la tercera de las opciones propuestas, pues supone trabajar con un proyecto en torno a un tema de la vida real seleccionado por la profesora y las investigadoras. Sin embargo, también se observan rasgos de la cuarta, dado que el estudiantado formuló el problema del mundo real, en términos de mejorar el tránsito vehicular entre las dos ciudades. Si bien el tema es seleccionado por la profesora y las investigadoras, el estudiantado asumió un papel activo durante el planteo del problema y desarrolló creatividad durante su resolución, tal como sucede en la experiencia descripta por Borba, Villarreal y Soares (2016).

Como señalamos en el marco teórico, Skovsmose (2005, 2012b) hace referencia a la producción de significado de las acciones que llevan adelante las personas. Estas acciones se producen en el marco de las distintas fases del proceso de MM, como se identificó oportunamente en las resoluciones de los grupos, y por tanto están vinculadas con los propósitos de cada una de ellas. Esa identificación permitió organizar el análisis de las producciones del estudiantado y reconocer el avance en el proceso de MM y en la producción de significado desde una perspectiva crítica. Las acciones se vinculan con dos condiciones que plantea el autor para dar lugar a un aprendizaje crítico que explicitamos a continuación.

En efecto, el estudiantado actúa y toma decisiones en base a criterios que propone y elige qué consideraciones y prioridades darle a cada una. De esta manera, es *posible la elección* (Skovsmose, 2005), ya que la misma no está predeterminada por la actividad que se resuelve,



y esto se observa en todas las decisiones asumidas. Por ejemplo, los dos grupos analizados deciden buscar imágenes con diversas formas de puentes para usarlas como referencia, la elección de las mismas es exclusiva del estudiantado y no se encuentra sesgada por la profesora o por la tarea que se propone. Lo mismo ocurre cuando el grupo 1 descarta el diseño del acceso vehicular al puente en forma de rulo porque elige priorizar la variable gasto y el tiempo de construcción. El grupo 2 adopta un diseño para el puente a partir de intercambios y acuerdos entre sus integrantes, seleccionando de los diseños individuales los rasgos que consideran más adecuados.

En cuanto a la segunda condición planteada, *las acciones están estrechamente* vinculadas con las metas que persiguen (Skovsmose, 2005). Esto último es evidente, por ejemplo, cuando los grupos deciden la ubicación que tendrá el nuevo puente. El grupo 1, al situarlo sobre el actual puede aprovechar parte de la estructura para economizar los gastos, teniendo como meta solucionar el problema del mundo real y atender a las variables que se propusieron, principalmente, el gasto económico y el tiempo. El grupo 2 define la ubicación a partir de identificar en *Google Maps* la menor distancia posible entre las dos orillas, con el fin de economizar material. Claramente, esto supone que el estudiantado lleva a cabo acciones que no constituyen conductas mecánicas, sino que responden a intenciones.

Según Skovsmose (2005), las intenciones se basan en las disposiciones, que a su vez descansan sobre los antecedentes y el porvenir de las personas. Interpretamos que la apropiación del tema por parte del estudiantado, desde la formulación del problema del mundo real, permite hablar de las disposiciones de un grupo de personas que comparten antecedentes y porvenires (Skovsmose, 2012b). Como se trata de ciudades pequeñas, el estudiantado ubica geográficamente el puente Carretero y tiene información sobre las dificultades que se generan durante el tránsito vehicular por el mismo. En particular, una de las estudiantes del grupo 1 que reside en la ciudad de Santo Tomé da cuenta de situaciones particulares que le ha tocado experimentar durante el cruce del puente (que debe realizar a diario para asistir a la escuela). El grupo 2, por su parte, toma decisiones durante el diseño del puente a partir de conocimientos vinculados con un puente (el Colgante) emblemático de la ciudad de Santa Fe.

Como señalan Magallanes y Esteley (2019) la experiencia con problemáticas propias resulta propicia para la producción de sentido en torno a las nociones puestas en juego. En nuestro caso, la proporcionalidad directa es imprescindible para la determinación de las dimensiones del modelo (en función de las dimensiones resultantes del puente diseñado), y posteriormente para tomar decisiones respecto del modo de salvar la dificultad surgida por la necesidad de adaptar a la base de cartón las dimensiones de la maqueta.



El escenario montado (Skovsmose, 1999) en torno a un tema conocido por los estudiantes favorece su actuación y participación no solo en términos de la dimensión cognitiva-psicológica, sino que también son reconocidos como sujetos políticos que "piensan, conocen, producen y se involucran con el mundo" social-económico-político-histórico-cultural (Valero, 2002, p. 56). Consideramos que la experiencia proporciona la oportunidad al estudiantado de asumir una actitud crítica (Skovsmose, 1999), dado que prestan atención y reaccionan ante una situación que genera dificultades en las ciudades en las que residen (el embotellamiento en el puente que las une). Para abordar su resolución, piensan de modo autónomo y toman decisiones equilibradas que son discutidas y justificadas en el seno de los grupos pequeños y también del curso completo.

#### 7 Reflexiones finales

La propuesta se enmarca en la perspectiva de la EMC, en efecto, posibilita al estudiantado observar nuevas visiones sobre la concepción de las matemáticas escolares y sostener una preocupación en torno al desarrollo de una ciudadanía crítica (Valero, 1999). La experiencia ha perseguido la intención de pensar la educación matemática "como una actividad sociopolítica que se crea y recrea en múltiples esferas de acción social que van desde el microcontexto del aula hasta el macrocontexto de las estructuras sociales, económicas, políticas y culturales donde el aula se inscribe" (Valero, 2002, p. 57).

Como potencialidad del escenario de investigación diseñado para la producción de significado y el desarrollo de una ciudadanía crítica, reconocemos que resulta adecuado para proporcionar la oportunidad de que el estudiantado reflexione en torno a un problema del mundo real (Valero, 2002). La familiaridad con el mismo facilitó su conexión con los antecedentes del estudiantado que, a partir de establecer una intencionalidad, logra ver significado en las acciones implementadas y aprender con otros (Skovsmose, 2012b) en sintonía con los aportes de la EMC. La construcción de una maqueta de un puente habilitó el establecimiento de un puente entre la matemática y la vida real, aspecto que se destaca en el trabajo con MM (Blomhøj, 2004). Con la intención de resaltar este doble sentido para el término puente se coloca en cursiva en el título.

En particular, el escenario permite reflexionar de modo crítico sobre cuestiones sociales y sobre procesos de modelización en una situación de la vida real, en consonancia con una perspectiva socio-crítica de la MM. Estos rasgos son comunes a las experiencias presentadas en algunos de los antecedentes citados (Aravena; Caamaño, 2009; Caldeira, 2009; Villarreal;



Esteley; Smith, 2019). Señalamos como aportes de nuestro estudio la interpretación de las acciones del estudiantado durante las fases del proceso de MM en términos de acciones que conducen a aprendizajes y a la promoción de una ciudadanía crítica (Skovsmose, 1999, 2005).

Con respecto al tipo de reflexiones en torno a la mejora de las condiciones medioambientales, en el grupo 1 se constató la preocupación por evitar la contaminación del río. En el grupo 2 se observó la inclusión de ciclovías, dado que en el puente actual el espacio para la circulación de bicicletas es reducido y compartido con el paso peatonal. Estos grupos pensaron en modos de promover la circulación entre estas ciudades por medios más respetuosos del medioambiente.

Como limitación del escenario diseñado, señalamos que, si bien el foco no estuvo puesto en la discusión en torno a la producción de conocimientos matemáticos, el debate en torno a aspectos vinculados con el proceso de MM y de las nociones matemáticas involucradas resultó insuficiente. Por ejemplo, durante la presentación de las maquetas y la descripción de los aspectos considerados por cada grupo para su diseño, no se discutió la noción de variable. En particular, el grupo 1 incluye un listado de cuestiones consideradas en la resolución propuesta (explicitadas como *aspectos*), situación propicia para reflexionar acerca de esta noción.

Durante la tercera clase se destinó un momento de los intercambios para que los grupos explicitasen las nociones matemáticas puestas en juego, y reconocieron, principalmente, la proporcionalidad. Ante la insistencia de las investigadoras, mencionaron algunas nociones geométricas (ángulo, circunferencia), sin embargo, las mismas no fueron explicitadas en los informes escritos y en la presentación final. Los bosquejos elaborados a mano alzada no dan cuenta de un uso explícito o reconocido de figuras geométricas.

Esta situación repercute negativamente en la posibilidad de reconocer el rol que podrían tener las matemáticas en la creación de dispositivos tecnológicos conceptualizados (al menos parcialmente) mediante las matemáticas, que se hacen realidad mediante una construcción real (Skovsmose, 2004). A *posteriori* del escenario, consideramos que el añadido de una consigna relacionada con representar con un *software* (geométrico, por ejemplo, *GeoGebra*; o de diseño, como *Sketch Up*) el diseño del puente elaborado por cada grupo podría promover el empleo de conceptos geométricos de modo más explícito.

Con respecto a la dificultad observada en los dos grupos para definir las dimensiones de las maquetas debido a la necesidad de adaptarla a una base de cartón dada, nos detenemos en algunas consideraciones. La dificultad es consecuencia de una imprevisión durante la planificación del escenario, cuando se toma la decisión de entregar a cada grupo una base de cartón para la maqueta sin tener en cuenta las dimensiones del posible puente a diseñar. Sin



embargo, generó un desafío y promovió en los grupos una discusión interesante. Permitió hacer uso intensivo de la noción de proporcionalidad para su resolución y desplegar distintas alternativas para su superación (como se puso de manifiesto en ambos grupos). Sin duda, se ponen en juego acciones que conducen a aprendizajes en el sentido de Skovsmose (2005).

Señalamos como tarea en el marco del proyecto de investigación continuar con la búsqueda y el diseño de escenarios que favorezcan la reflexión en el aula sobre el papel del conocimiento matemático en la conformación de una sociedad más justa, equitativa y respetuosa del medioambiente.

## Agradecimientos

El trabajo se realiza en el marco del proyecto CAI+D 2020 PI Nº 50520190100123LI (UNL). Las autoras agradecen a la Prof. Silvana Grisetti la posibilidad de trabajar con sus estudiantes.

#### Referencias

ARAÚJO, J. de L. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Bolema**, Río Claro, v. 26, n. 43, p. 839-859, ago. 2012.

ARAVENA, M.; CAAMAÑO. C. Mathematical models in the secondary Chilean education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings ...** Roskilde: Roskilde Universitet, 2009. p.159-176. Disponible en https://rucforsk.ruc.dk/ws/portalfiles/portal/3820977/IMFUFA 461.pdf

BASSANEZI, R. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 16, n. 2, p. 105-125, ago. 2004.

BLOMHØJ, M. Mathematical modelling. A theory for practice. *In*: CLARKE, B.; CLARKE, D. EMANUELSSON, G.; JOHNANSSON, B.; LAMBDIN, D.; LESTER, F.; WALBY, A.; WALBY, K. (ed.), **International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics**. Gothenburg: NCM, 2004. p. 145-159.

BLOMHØJ, M. Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling - Categorising the TSG21 papers. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings ...** Roskilde: Roskilde Universitet, 2009. p.1-17. Disponible en https://rucforsk.ruc.dk/ws/portalfiles/portal/3820977/IMFUFA 461.pdf

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.; SOARES, D. S. Modeling using data available on the internet. *In:* HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. (eds.), **Mathematical modeling and modeling mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 143–152.



CALDEIRA, A. Mathematical modelling and environmental education. *In:* INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings ...** Roskilde: Roskilde Universitet, 2009. p. 145-158.Disponible en https://rucforsk.ruc.dk/ws/portalfiles/portal/3820977/IMFUFA\_461.pdf

CRESWELL, J.W. **Qualitative Inquiry & Research Design.** Choosing Among Five Approaches 3. ed. Thousand Oaks: SAGE, 2013.

CRUZ, M.F.; ESTELEY, C.; SCAGLIA, S. Una experiencia de formación para futuros profesores: producir matemática en un contexto de modelización matemática vinculada con fenómenos geométricos. **Educación Matemática**, Ciudad de México, v. 32, n. 1, p. 193-220, abr. 2020.

DOERR, H.M.; ÄRLEBÄCK, J.B.; MISFELDT, M. Representations of Modelling in Mathematics Education. *In:* STILLMAN, G. S; BLUM, W.; KAISER, G. (eds.). **Mathematical Modelling and Applications.** Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education. Cham: Springer, 2017. p. 71-81.

ESTELEY, C. **Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática:** Voces y Sentidos. Tesis (Doctorado en Ciencias de la Educación) — Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, 2014.

JULIE, C.; MUDALY, V. Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. *In*: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN,H.; NISS, M. (eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. New York: Springer, 2007. p. 503-510.

KAISER, G. Mathematical Modelling and Applications in Education. *In:* LERMAN, S. (ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education Second Edition**. Cham: Springer, 2020. p. 553-561.

MAGALLANES, A. N.; ESTELEY, C. B. Un proyecto interdisciplinario en el marco de una educación estadística activa. *In:* CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA, 3., 2019, Granada. Actas... Granada: UGR, 2019. p. 1-10. Disponible en: https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55050/magallanes.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acceso en: 25 mar. 2024.

MC KNIGHT C.; MAGID, A.; MURPHY, T.; MCKNIGT, M. **Mathematics Education Research:** A Guide for the Research Mathematician. Rhode Island: American Mathematical Society, 2000.

MCMILLAN, J.H.; SCHUMACHER, S. **Investigación educativa**. 5. ed. Madrid: Pearson. Addison Wesley, 2005.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.** Campo de Formación General. Ciclo Orientado Educación Secundaria. Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Educación y Consejo Federal de Educación, 2012. Disponible en: https://backend.educ.ar/refactor\_resource/getattachment/22425\_Acceso en: 10 sep. 2022.

NOVAK, J. I. La historia del puente Carretero que une Santa Fe y Santo Tomé. **La Nación,** Buenos Aires, 18 de octubre de 2022, Lugares. Disponible en: https://www.lanacion.com.ar/revista-lugares/la-historia-del-puente-carretero-que-une-santa-fe-y-santo-tome-nid15032022/ Acceso en: 1 abr. 2022.

RODRÍGUEZ, M. (coord.). **Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática**. Los Polvorines: Ediciones UNGS, 2016.

SKOVSMOSE, O. **Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.** Bogotá: Una Empresa Docente, 1999.



SKOVSMOSE, O. Mathematics in Action. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, Exeter, v. 18, 2004.

SKOVSMOSE, O. Meaning in Mathematics Education. *In:* KILPATRICK, J.; HOYKLES, C.; SKOVSMOSE, O. (eds.), **Meaning in Mathematics Education**. New York: Springer, 2005. p. 83-104.

SKOVSMOSE, O. Escenarios de investigación. *In:* VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (eds.), **Educación matemática crítica.** Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: Una Empresa Docente, 2012a. p. 109-130.

SKOVSMOSE, O. Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. *In:* VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (eds.), **Educación matemática crítica.** Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: Una Empresa Docente, 2012b. p. 131-147.

STAKE, R.E. Investigación con estudio de casos. 4. ed. Madrid: Ediciones Morata, S.L., 2007.

STILLMAN, G.; KAISER, G.; LAMPEN, C. (eds.) Mathematical Modelling Education and Sensemaking. Cham: Springer, 2020.

VALERO, P. Prefacio a la versión en español: La educación matemática crítica en contexto. *In:* SKOVSMOSE, O. (ed.), **Hacia una filosofía de la educación Matemática Crítica.** Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los andes, 1999. p. VII-XXV.

VALERO, P. Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. **Quadrante**, Lisboa, v. 11, n.1, p. 29-59, jun. 2002.

VILLA-OCHOA, J.; CASTRILLÓN-YEPES, A.; SÁNCHEZ-CARDONA, J. Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, v. 18, n.36, p. 219-251, ene.-jun. 2017.

VILLA-OCHOA, J.A.; ALENCAR, E.S. Un panorama de investigaciones sobre Modelación Matemática en Colombia y Brasil. **Revista de Educação Matemática**, Guarulhos, v.16, n. 21, p. 18-37, ene.-abr. 2019.

VILLARREAL, M.; MINA, M. Modelización en la formación inicial de profesores de matemática. *In:* CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. **Anais...** Santa María, 2013, 1-16. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/263083171\_MODELIZACION\_EN\_LA\_FORMACION\_IN ICIAL\_DE\_PROFESORES\_DE\_MATEMATICA. Acceso en: 6 may. 2024.

VILLARREAL, M.; MINA, M. Actividades experimentales con tecnologías en escenarios de modelización matemática. **Bolema**, Río Claro, v. 34, n. 67, p. 786-824, ago. 2020.

VILLARREAL, M.E.; ESTELEY, C.B.; SMITH, S. Experiencias de futuros profesores de matemática que producen proyectos de modelización desde una perspectiva socio-crítica. **Contextos de Educación**, Río Cuarto, v. 19, n. 26, p. 72-82, 2019.

Submetido em 13 de Fevereiro de 2023. Aprovado em 11 de Dezembro de 2023.