ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico

Learning to Solve Problems in the 2nd Grade of Elementary School

Cristina Sousa[*]

Fátima Mendes[**]

Resumo

Este artigo tem como propósito compreender o modo como alunos do 2.º ano resolvem problemas. Discute-se a importância da resolução de problemas na aprendizagem da Matemática, o entendimento de problema, as etapas do processo de resolução de problemas e as principais estratégias de resolução A investigação subjacente foi realizada em Portugal, numa turma do 2.º ano de uma escola dos arredores de um meio urbano. A pesquisa seguiu uma metodologia qualitativa e a recolha de dados incluiu observação de aulas da turma do 2.º ano e recolha documental a propósito da resolução de seis problemas. Neste artigo são analisadas as resoluções de um dos alunos da turma, Daniel, caracterizando as estratégias que usa, as dificuldades que manifesta e as etapas de resolução por que passa. Os resultados salientam que usa diferentes estratégias, suportadas por representações icónicas e simbólicas. Manifesta dificuldades relacionadas com a interpretação do problema, a utilização de conteúdos matemáticos e o uso da estratégia trabalhar do fim para o princípio. Nem sempre é possível compreender se Daniel percorreu todas as etapas de resolução de problemas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico. Estratégias de Resolução de Problemas. Etapas de Resolução de Problemas. Dificuldades dos Alunos na Resolução de Problemas.

Abstract

This paper aims to understand how 2nd grade students solve problems. We present an overview about the importance of problem solving in the learning of Mathematics, what is understood as a problem, the phases of problem solving and the main problem-solving strategies. The research was developed in a 2nd grade class of a school situated in Portugal on the outskirts of a city. The research that underlies this paper follows a qualitative methodology. Data collection was carried out by participant observation in a 2nd grade class and document collection about students' problem solving. This article analyses Daniel problem-solving that includes: the characterization of his strategies, the difficulties that he reveals and the phases of problem solving that he goes through. The results show that Daniel uses different strategies supported by iconic and symbolic representations. He has some difficulties related with the interpretation of the problem, the use of mathematical content and the use of work backward strategy. It is not always possible to understand if Daniel went through all the phases of problem solving.

Keywords: Problem-Solving in a 2nd grade class. Problem-Solving Strategies. Phases of Problem-Solving. Difficulties of Students in Problem-Solving.

[*] Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico pela Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal (ESE/IPS). Educadora de Infância em Lisboa, Portugal. Endereço para correspondência: Rua Fernando Farinha, n.º 10 3ºA, Vialonga, 2625-709, Cabo Vialonga, Lisboa, Portugal. *E-mail*: chriz.leb.b@gmail.com.

[**] Doutora em Educação, especialidade de Didática da Matemática pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IEUL). Professora adjunta da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal, Portugal. Endereço para correspondência: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, Campus do IPS, Estefanilha, 2910-761, Setúbal, Portugal. *E-mail*: fatima.mendes@ese.ips.pt.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

1 Introdução

A resolução de problemas tem sido assumida, ao longo das últimas décadas, como uma das finalidades principais do ensino da Matemática (NCTM, 1994, 2007). A importância da resolução de problemas é, igualmente, salientada no documento de natureza curricular *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through grade 8 – Mathematics* que refere que esta deve sustentar a abordagem dos diferentes conteúdos nos vários anos de escolaridade: “É essencial que estes pontos focais sejam abordados em contextos que promovam a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação, o estabelecimento de conexões e a construção e análise de diferentes representações” (NCTM, 2006, p. 14). Ao nível de Portugal, o Programa de Matemática do 1.º Ciclo de 1990 (ME, 1990) assume a resolução de problemas como o eixo orientador de todo o trabalho a realizar no âmbito desta disciplina e, mais recentemente, a resolução de problemas é encarada como uma capacidade transversal, a ser desenvolvida por todos os alunos, a par do raciocínio e da comunicação (ME, 2007).

Este artigo tem por base uma investigação mais ampla, realizada pela primeira autora do artigo (SOUSA, 2015), num contexto de Estágio, cujo propósito principal era compreender o modo como os alunos do 2.º ano de escolaridade resolvem problemas. A investigação decorreu em Portugal, numa escola localizada nos arredores de um grande centro urbano, cuja população tem um nível socioeconómico baixo. Após um breve enquadramento teórico, apresenta-se a metodologia utilizada na investigação e descreve-se, brevemente, o modo como foram explorados os seis problemas na sala de aula do 2.º ano. Em seguida analisam-se as resoluções de um aluno, Daniel, caracterizando as estratégias que usa, as dificuldades que manifesta e as etapas de resolução por que passa, na perspetiva de Pólya (2003).

2 Resolução de problemas

A resolução de problemas, a par da formulação de problemas, é considerada “uma componente essencial de fazer Matemática e permite o contacto com ideias matemáticas significativas” (BOAVIDA et al., 2008, p. 14), implícitas em todo o processo para chegar à solução. Além disso, promove o desenvolvimento de capacidades básicas e de “determinados comportamentos e atitudes (autoconfiança), que apontam para níveis cognitivos elevados (compreensão, aplicação)” (DUARTE, 2000, p. 99).

A resolução de problemas, para além de permitir a contextualização dos conteúdos matemáticos, tal como é referido pelo NCTM (2006), permite, também, abordar questões

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

relacionadas com o dia-a-dia, sendo considerada como “a atividade que mais se aproxima do fundamental do pensamento quotidiano” (PÓLYA, 1967 apud GUIMARÃES, 2014, p. 47).

Considerando que, durante a resolução de um problema, é necessário procurar e construir formas de chegar a uma solução, essa atividade desenvolve, nos alunos, a capacidade de criar estratégias de resolução e fomenta a sua criatividade (MARQUES et al., 2013).

Ensinar Matemática através da resolução de problemas significa proporcionar um contexto de aprendizagem aos alunos através do qual poderão ser abordados novos conceitos ou aprofundados e aplicados conceitos já introduzidos (BOAVIDA et al., 2008). As mesmas autoras elencam, ainda, um conjunto de razões para fomentar a resolução de problemas na sala de aula: propicia o uso de diferentes representações, incentiva a comunicação matemática, desenvolve o raciocínio e a justificação, permite o estabelecimento de conexões entre diferentes temas da Matemática e entre esta e outras áreas curriculares e, finalmente, mostra a utilidade da Matemática na vida de todos os dias.

Quando se fala em resolução de problemas, um dos aspetos que é essencial discutir é o que se entende por problema. De facto, tal como referem Ponte e Serrazina (2000, p. 52), “Uma questão pode ser um exercício ou um problema para um certo aluno, dependendo dos seus conhecimentos prévios”, ou seja, o ser ou não ser problema depende do indivíduo e dos seus conhecimentos prévios (PÓLYA, 2003). Uma das definições de problema mais usada e consensual é a que refere que um aluno está perante um problema “quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta, ou com uma situação que não sabe resolver, usando os conhecimentos imediatamente disponíveis” (KANTOWSKI, 1977 apud LOPES et al., 1990, p. 8). No mesmo sentido, Lester (1983) acrescenta ainda que um problema é uma tarefa para a qual não existe um procedimento acessível que garanta ou determine, completamente, a solução.

Considerando o que foi referido anteriormente, quando um aluno ao resolver uma tarefa, consegue obter a sua solução de imediato, utilizando, por exemplo, um procedimento mecanizado ou um algoritmo já aprendido, significa que está perante um exercício e não um problema. Quando é necessário construir um caminho, não rotineiro, que envolva a utilização de estratégias que conduzam à solução, então o aluno está perante um problema.

3 Etapas de resolução de problemas

A resolução de um problema é considerada um processo sequencial onde se estabelecem diversas etapas que ajudam a sistematizar e a organizar o que é necessário fazer para chegar à solução. Vários investigadores sugeriram diferentes modelos de resolução, contudo, foi o de George Pólya que serviu de base para todos os outros (LOPES et al., 1990).

O autor definiu quatro etapas para a resolução de um problema: (i) compreensão do problema; (ii) estabelecimento de um plano; (iii) realização do plano; e (iv) análise retrospetiva (PÓLYA, 2003). De facto, para resolver um problema é preciso primeiro compreendê-lo, identificar os dados e relacioná-los com o que se quer saber. Depois, é necessário estabelecer e realizar um plano para chegar à solução e, finalmente, examinar a solução encontrada, no sentido de perceber se esta se adequa ao que foi solicitado inicialmente.

A primeira fase é a mais importante pois, como refere Pólya (2003, p. 28) "É uma tolice responder a uma pergunta que não se tenha compreendido". Nos primeiros anos de escolaridade é necessário que os alunos comecem por realizar uma leitura cuidada do enunciado (ou ouvir ler) com o objetivo de perceber o que é pedido para resolver. Além disso, podem reescrever o que é pedido, utilizando suas próprias palavras, facilitando, assim, a sua interpretação ao longo da resolução do problema, uma vez que há momentos em que é necessário voltar ao enunciado. Ainda, nessa fase é importante que os alunos e o professor coloquem questões sobre o enunciado, uma vez que "ouvir o que os outros pensam, irá reforçar a capacidade de identificar a questão" (O' CONNELL, 2007, p. 16).

Na segunda fase é necessário escolher como se vai proceder para encontrar a solução, pois muitas vezes existe mais do que uma forma para resolver um mesmo problema. Sendo necessário perceber qual a estratégia que melhor se adequa a um problema, é importante que os alunos conheçam diversas estratégias pois, frequentemente, têm a ideia errónea de que "há só uma maneira de resolver qualquer problema" (DUARTE, 2000, p. 99).

Nem sempre é fácil distinguir a segunda da terceira fase, uma vez que, por vezes, à medida que os alunos vão delineando o plano vão, ao mesmo tempo, desenvolvendo-o. Ainda assim, na terceira fase os alunos têm oportunidade de realizar a estratégia delineada anteriormente, com o objetivo de chegar à solução pretendida. Porém, é importante perceber que esta pode não ser a mais correta e, como tal, é necessário que o aluno avalie cada passo do seu plano. "Reconhecer que uma estratégia não foi bem-sucedida e decidir sobre uma estratégia alternativa são competências importantes na construção de bons resolvedores de problemas (O' CONNELL, 2007, p. 17).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Na quarta e última fase, depois de chegarem a uma solução é necessário perceber se esta se adequa ao que é solicitado no problema, ou seja, é importante que os alunos reflitam e se questionem a si próprios: "Esta resposta faz sentido? Ou, alguma coisa não está correta?" (O' CONNELL, 2007, p. 17). Apesar do cuidado e atenção necessários na realização das etapas anteriores, é sempre possível cometer erros, tanto na escolha da estratégia como na sua execução. Por isso, torna-se imprescindível que os alunos se habituem a verificar os passos dados ao longo da resolução do problema e a solução obtida. Além disso, ao examinarem a solução, poderão começar de novo e perceber se existe outra estratégia que se adeque ao mesmo problema.

Considerar essas etapas no momento de resolução dos problemas não significa que cada aluno pense da mesma maneira sobre cada uma, mas ter consciência delas ajuda-os a resolver o problema do início até ao fim. Por isso, é fundamental que, desde os primeiros anos de escolaridade, o professor ajude os alunos a refletir sobre as etapas de resolução de problemas, permitindo que os alunos identifiquem "um ponto de partida e os passos a dar a seguir para chegar à solução, de forma a tornar possível a resolução do problema" (O'CONNELL, 2007, p. 15).

4 Estratégias de resolução de problemas

Vários investigadores (BOAVIDA et al., 2008; O'CONNELL, 2007; VALE et al., 2006) e, em particular, Pólya identificaram um conjunto de estratégias gerais, também denominadas por heurísticas (PÓLYA, 2003), que podem ajudar os alunos a iniciar a resolução de um problema e a caminhar no sentido da procura da solução pretendida. Considerando os autores mencionados, as principais estratégias que podem ser usadas por alunos do ensino básico são: (i) fazer uma simulação/dramatização/experimentação; (ii) fazer tentativas; (iii) reduzir a um problema mais simples; (iv) descobrir um padrão; (v) fazer uma lista organizada; (vi) fazer uma tabela; e (vii) trabalhar do fim para o princípio.

A primeira estratégia diz respeito à utilização de objetos, à criação de um modelo ou à elaboração de uma dramatização que "traduza o problema a ser resolvido" (Vale et al., 2006, p. 7), ou seja, é feita uma, ou mais, representação da situação problemática que ajude o aluno a compreendê-la melhor e a resolvê-la.

A segunda estratégia corresponde a fazer tentativas. Muitas vezes, os alunos são confrontados com problemas em que não sabem por onde começar para os resolver e vão fazendo tentativas, experimentando de várias maneiras, tentando resolver o problema. Ao

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

usarem essa estratégia as crianças têm de “adivinhar a solução para o problema” (VALE et al., 2006, p. 5) e experimentar para verificar se é adequada. Existem, assim, situações em que a primeira tentativa não é correta, não conduz à solução e, por isso, o aluno tem de fazer sucessivas tentativas.

A estratégia *Reduzir a um problema mais simples*, tal como indica a sua denominação, corresponde a transformar o problema proposto num mais simples. Desse modo, é possível resolver facilmente o problema e, além disso, compreender melhor o problema inicial.

Descobrir um padrão diz respeito a “generalizações de soluções específicas” (VALE et al., 2006, p. 5) ou seja, seguindo os passos do problema, o aluno identifica um padrão e vai continuando, até compreender como generalizar o mesmo.

Segundo O’ Connell (2007, p. 69) os alunos que, num problema, são capazes de selecionar os dados e organizá-los de forma sistematizada, “estão mais aptos para controlar a informação e determinar todas as possibilidades”. Por exemplo, numa situação em que é necessário determinar possíveis combinações para a resolver, uma das estratégias mais indicada é a de *fazer uma lista organizada*. Esta permite “representar, organizar e guardar informação” (VALE et al., 2006, p. 8), ao mesmo tempo que ajuda o aluno a chegar à resposta. Tal como a estratégia anterior, *fazer uma tabela* também pressupõe uma capacidade de organização por parte da criança. Porém, apesar de a tabela também permitir encontrar possíveis combinações, a sua utilização pressupõe uma forma de reconhecer padrões e relações entre a informação dada e, ao mesmo tempo, perceber se há dados em falta e quais são.

Trabalhar do fim para o princípio está associada a problemas onde se conhece a situação final e quer-se conhecer a inicial. Por outras palavras, quando trabalhamos do fim para o início estamos a inverter o raciocínio apresentado no enunciado do problema.

Ao longo da escolaridade, os alunos deparam-se com tipos de problemas distintos em que é preciso usar estratégias diferentes para os resolver. Por isso, “devem tomar consciência dessas estratégias, à medida que vai surgindo a necessidade de as utilizar” (NCTM, 2007, p. 59), uma vez que existem estratégias mais eficazes que outras para resolver determinado tipo de problemas.

5 Dificuldades na resolução de problemas

Na área da Matemática, a resolução de problemas é a temática na qual os alunos revelam mais dificuldades (ALMEIDA, 2006; LEITÃO, 2002). Essas dificuldades aparecem

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

associadas a diferentes aspetos, tais como a interpretação e compreensão dos enunciados, o contexto do problema e as estratégias de resolução (LEITÃO, 2002). Além dos aspetos mencionados, podem também ser identificadas dificuldades ao nível dos conteúdos matemáticos implícitos. No entanto, alguns estudos (GAROFALO; LESTER, 1985; SCHOENFELD, 1987 apud NCTM, 2007) mostram que, frequentemente, o insucesso dos alunos na resolução de problemas "não se deve à falta de conhecimentos matemáticos mas antes à deficiente utilização dos mesmos" (NCTM, 2007, p. 60).

O desempenho dos alunos na resolução de problemas, além de estar relacionado com as suas competências matemáticas, depende "essencialmente das competências manifestadas na Língua Portuguesa" (COSTA; FONSECA, 2009, p. 7). Ou seja, as suas dificuldades ao nível da língua materna podem influenciar a compreensão e interpretação dos enunciados e a justificação e explicação dos raciocínios efetuados.

Nos momentos de estabelecimento e realização do plano podem, também, surgir dificuldades relacionadas com as estratégias de resolução que, apesar de decorrerem dos raciocínios dos alunos, não são simples (O'CONNELL, 2007). Essas dificuldades podem estar associadas à seleção da estratégia a usar e ao desenvolvimento de relações entre os diferentes raciocínios que vão sendo realizados (COSTA; FONSECA, 2009). Diretamente ligadas ao uso de determinadas estratégias estão, também, identificadas dificuldades de crianças desde o pré-escolar até ao 2.º ano, relacionadas com a aplicação da estratégia *Trabalhar do fim para o princípio* (O'CONNELL, 2007).

6 Metodologia

Tal como foi referido na introdução, este artigo enquadra-se numa investigação mais alargada, de natureza qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994), sobre resolução de problemas, realizada pela primeira autora numa turma de 2.º ano. Mais concretamente, pretendia-se responder à seguinte questão de partida: *Como é que os alunos do 2.º ano resolvem problemas, que estratégias usam e que dificuldades manifestam?* No contexto de Estágio, no primeiro período do ano letivo, ao longo de seis semanas foram propostos e explorados seis problemas com todos os alunos da turma. No âmbito da pesquisa, foram estudadas em profundidade apenas as produções de quatro alunos, os quais foram selecionados de acordo com os seguintes critérios: (i) que fossem bons informantes; (ii) que apresentassem diferentes ritmos de aprendizagem e trabalho; (iii) que participassem nos momentos de apresentação e discussão do mesmo e (iv) que apresentassem uma diversidade de estratégias entre eles, para

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

o mesmo problema, e entre os problemas realizados por cada um. Assim, de acordo com esses critérios, foram selecionados Marta, Daniel, Letícia e Tomás.

Os seis problemas resolvidos têm natureza diversa – o primeiro constituiu-se como problema diagnóstico, os quatro seguintes tinham subjacentes diferentes estratégias que poderiam ser usadas pelos alunos e o último tinha como objetivo perceber se os alunos eram capazes de usar alguma das estratégias, trabalhadas anteriormente, na sua resolução.

As aulas organizaram-se em três etapas distintas: (i) a introdução do problema, com a discussão do enunciado por parte dos alunos e da professora, (ii) a exploração individual do mesmo e (iii) a discussão coletiva orquestrada pela professora, em que os alunos selecionados apresentavam a sua estratégia à turma.

Na discussão coletiva associada ao primeiro problema, além de apresentarem as diferentes estratégias usadas, os alunos identificaram, com a ajuda da professora, as etapas de resolução de problemas, tendo sido criado um cartaz (Figura 1) para ser exposto na sala de aula. Esse cartaz tinha como objetivo ajudá-los a estruturar o seu raciocínio na resolução de cada problema.

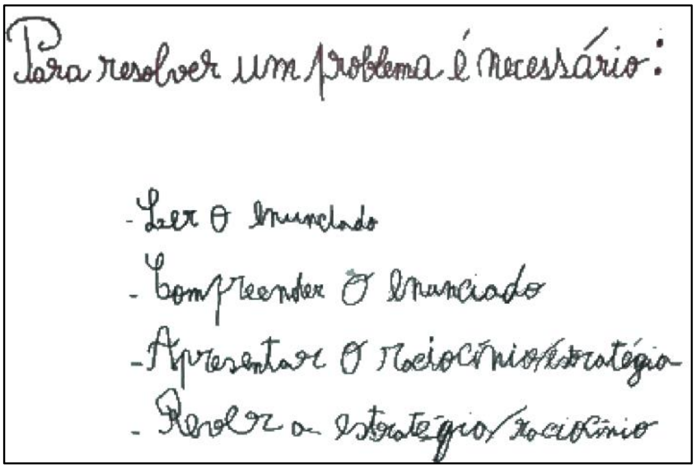

Figura 1 - Cartaz com as etapas de resolução de problemas
Fonte: SOUSA (2015)

Nas discussões coletivas associadas aos quatro problemas seguintes, após alguns alunos terem apresentado o seu raciocínio, a professora introduziu o nome da estratégia, ou estratégias utilizadas, explicando as suas características principais. À medida que estas iam sendo apresentadas o seu nome ia sendo incorporado num cartaz exposto na sala de aula (Figura 2).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

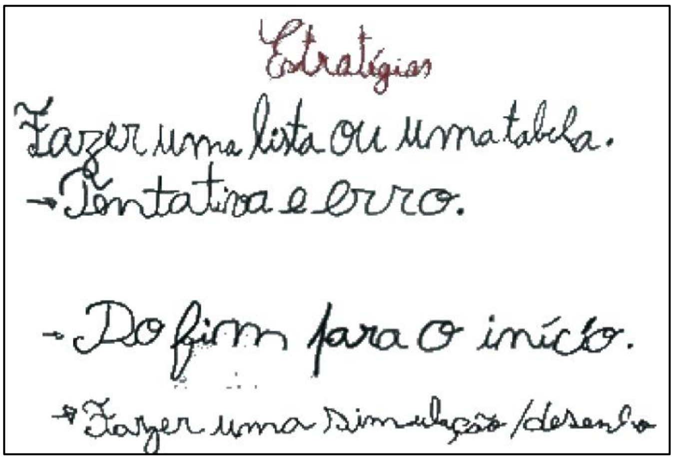

Figura 2 - Cartaz com as estratégias de resolução de problemas exploradas em sala de aula
Fonte: SOUSA (2015)

A recolha de dados foi realizada pela primeira autora, que era, ao mesmo tempo, professora e investigadora através da observação participante e da recolha documental. As aulas foram videogravadas, foram elaboradas notas de campo e recolhidas as produções dos alunos selecionados no âmbito da resolução de problemas. A partir da transcrição das aulas, das notas de campo e das produções escritas dos alunos foi efetuada a análise relativa às resoluções dos quatro alunos selecionados.

A análise dos dados decorreu em duas fases. A primeira aconteceu ao longo da investigação, uma vez que os problemas apresentados em cada semana decorriam de uma análise e reflexão sobre a resolução dos problemas anteriores. A segunda fase realizou-se após a recolha de dados e teve como objetivos organizar, interpretar, refletir e atribuir significado às produções dos alunos. Foi realizada, então, uma análise de conteúdo (COUTINHO, 2011), que resultou na elaboração de textos e diferentes quadros-síntese. Essa análise incidiu, em cada problema, na caracterização das estratégias usadas, das dificuldades manifestadas e, ainda, na identificação das etapas de resolução que, eventualmente, os alunos percorreram.

Este artigo analisa, em profundidade, as produções de Daniel na resolução dos seis problemas propostos. Nas secções seguintes, problema a problema, são caracterizadas as estratégias de resolução usadas, as dificuldades manifestadas e as etapas de resolução de problemas que parece ter percorrido.

7 As resoluções de Daniel

Daniel tinha sete anos, à data da recolha de dados, e era uma criança meiga, que gostava de pedir atenção e carinho aos adultos presentes na sala. Como aluno não evidenciava, de forma explícita, interesse pela escola e pelas atividades escolares, apesar de estar sempre

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

pronto a realizá-las e a partilhá-las com os colegas de mesa. Especialmente na disciplina de Matemática, Daniel gostava de resolver as tarefas que lhe eram propostas, embora mostrasse, por vezes, medo de errar.

7.1 Problema 1 – O problema do Tomé

A Figura 3 apresenta o enunciado do problema:

O Tomé queria comprar uma escova de dentes com pasta dentária que custava 37€. Tem andado a guardar no seu mealheiro o dinheiro que o pai lhe dá quando se porta bem. Reparou que já tem 18€. Quanto dinheiro lhe falta para poder comprar a escova de dentes e a pasta dentária?

Figura 3 - O problema do Tomé
Fonte: SOUSA (2015)

Para resolver esse problema, Daniel parece ter recorrido às operações adição e subtração e à reta numérica como apoio ao cálculo (Figura 4).

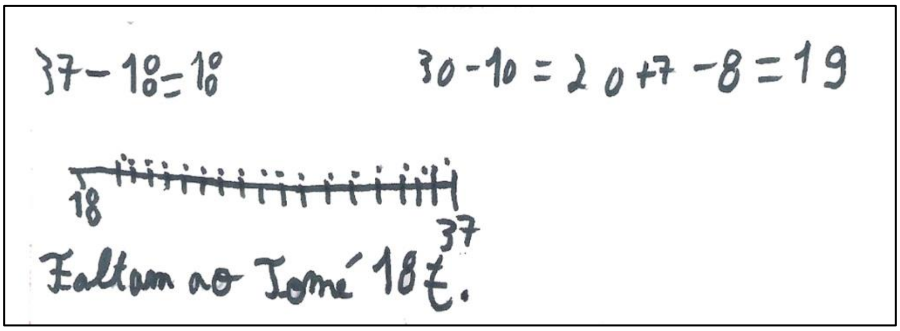

Figura 4 - Resolução de Daniel do problema 1
Fonte: SOUSA (2015)

A análise da resolução de Daniel permite perceber que o aluno começa por subtrair diretamente dois valores (37-18) mas, não obtendo um resultado correto, recorre a uma estratégia de subtração, decompondo ordem a ordem. Subtrai, primeiro, as dezenas e ao resto obtido subtrai os algarismos das unidades, escrevendo uma igualdade incorreta, do ponto de vista matemático. Questionado sobre o raciocínio efetuado, o aluno explica como procedeu:

> *Daniel: Primeiro fiz esta conta [aponta para a operação 37-18] e depois fiz 30-10.*
> *Investigadora: Porque fizeste 30-10?*
> *Daniel: Porque é o 30 dos 37 e 18 é o 8+10. (...) Depois juntei ao 20 o 7 e depois juntei 8 para dar 19* (Notas de campo, 18-novembro-2014).

Após os cálculos mencionados anteriormente, a análise dos registos mostra que o aluno representa uma reta numérica, onde parece ter assinalado os números 37 e 18, desenhado e contado os riscos (representando os números um a um) que os separam, chegando ao resultado. Não é possível dizer se a representação na reta o ajudou a obter ou a confirmar o resultado, embora pareça ser uma estratégia de verificação.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Em síntese, Daniel evidencia ter dificuldade na subtração com *grandes números* (considerando que está no primeiro período escolar do 2.º ano), sentindo necessidade de realizar outros cálculos que parecem tê-lo ajudado a confirmar a solução. É de realçar que apesar de o aluno, aparentemente, ter passado por todas as etapas de resolução de problemas, escreve uma resposta incorreta.

7.2 Problema 2 – O problema da Senhora Redondinha

A Figura 5 apresenta o enunciado do problema da Senhora Redondinha:

> O autocarro onde ia a Senhora Redondinha partiu da estação com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cino passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Figura 5 - O problema da senhora Redondinha
Fonte: SOUSA (2015)

Nesse segundo problema, os registos de Daniel mostram que recorre à adição, utilizando representações icónicas para apoiar os seus cálculos.

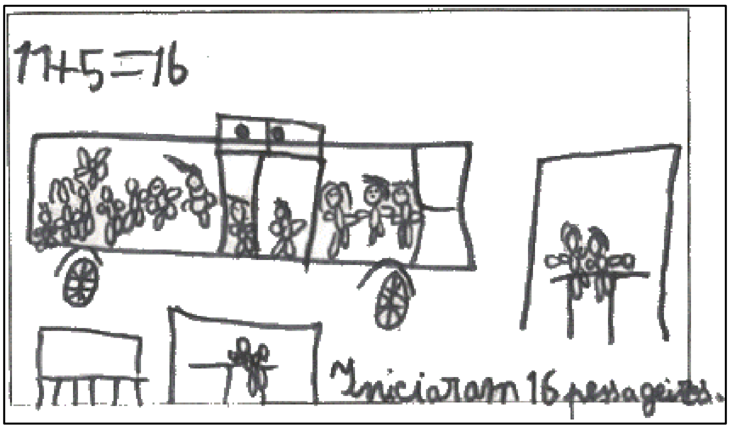

Figura 6 - Resolução de Daniel do problema 2
Fonte: SOUSA (2015)

A análise dos registos de Daniel permite perceber que o aluno representa uma adição, onde uma das parcelas é o número cinco, que parece corresponder ao número de passageiros que saíram na segunda paragem. Apesar de não haver nenhum dado relativo ao número onze, ao adicioná-lo com o número de passageiros que saiu (cinco), significa que Daniel considera que o onze corresponde ao número de passageiros que estavam no autocarro antes de saírem cinco. O seu raciocínio parece seguir, assim, uma estratégia do fim para o princípio, embora o número 16 corresponda a um valor intermédio e não à solução do problema.

Após o registo da operação 11+5=16, o aluno elabora representações icónicas que parecem ter como finalidade auxiliar e completar os seus cálculos. Nestas, é possível identificar um autocarro que parece dizer respeito à chegada ao destino, uma vez que dentro estão doze representações de figuras humanas, e três paragens diferentes, que parecem representar as paragens que o autocarro fez. Entre as representações das paragens, existe uma que não tem qualquer pessoa desenhada, não sendo possível compreender a que situação do problema corresponde.

As representações icónicas parecem ter ajudado Daniel a descobrir o valor onze utilizado na adição. Ao desenhar uma paragem com uma pessoa, o aluno parece ter considerado o momento em que o passageiro não tinha ainda entrado, ou seja, em que havia menos um passageiro do que os que chegaram ao destino (12-1=11). Relativamente à paragem com duas pessoas, o aluno não parece necessitar dela durante a resolução do problema.

Em síntese, Daniel recorre a representações icónicas e simbólicas que o auxiliam no seu raciocínio, contudo não usa todos os dados nos cálculos que efetua, revelando algumas dificuldades na interpretação da situação. As dificuldades evidenciadas parecem também estar associadas ao uso da estratégia subjacente ao problema, *trabalhar do fim para o princípio*. Relativamente às etapas de resolução de problemas, o aluno não parece ter verificado a solução obtida, uma vez que chegou a uma solução incorreta, não percorrendo, assim, a última etapa.

7.3 Problema 3 – Os biscoitos de Natal

A Figura 7 apresenta o enunciado do problema sobre os biscoitos de Natal:

Com a proximidade do Natal, Jéssica preparou alguns biscoitos para oferecer aos seus amigos da turma B. Quando chegou deu 8 às suas amigas e no intervalo deu 6 a alguns rapazes da turma do primeiro ano. Quando chegou a casa tinha 6 biscoitos. Quantos biscoitos tinha levado a Jéssica para a escola?

Figura 7 - Problema *Os biscoitos de Natal*
Fonte: SOUSA (2015)

Para resolver esse problema Daniel recorre à adição e subtração e a representações icónicas e simbólicas para justificar os seus cálculos, como mostra a Figura 8.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

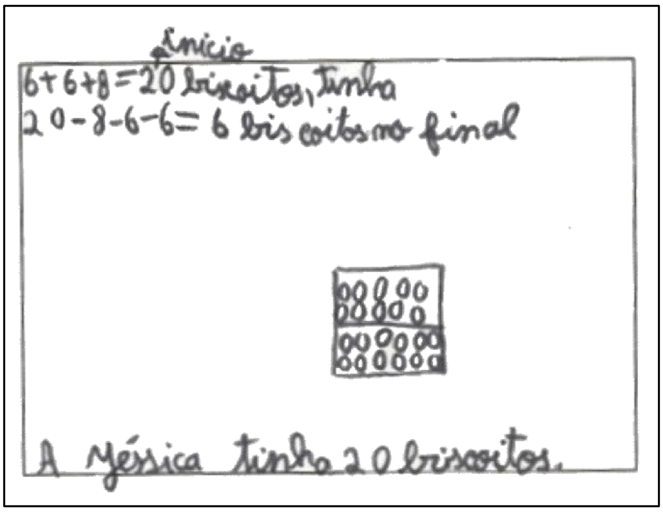

Figura 8 - Resolução de Daniel do problema 3
Fonte: SOUSA (2015)

A análise dos registos do aluno permite perceber que este começa por adicionar duas vezes o número seis com o número oito. O primeiro algarismo seis parece representar os biscoitos com que Jéssica ficou no final e o seis seguinte e o oito representam as duas vezes que Jéssica deu biscoitos aos amigos. Assim, o total corresponde ao número inicial de biscoitos. Este raciocínio é explicado pelo aluno no momento da discussão coletiva:

Daniel: Fiz seis mais seis.
Investigadora: Porquê?
Daniel: Porque quando ela no final ficou com seis, ela tinha dado seis na outra parte e na primeira parte deu oito. Então pus 6+6+8.
Investigadora: Então o primeiro seis é o quê?
Daniel: É o que deu no total, depois de dar aos colegas.
Investigadora: (...) O segundo seis é o quê Daniel?
Daniel: O segundo seis foi o que ela deu.
Investigadora: Então e este oito que está aqui?
Daniel: Foram os biscoitos que deu às suas amigas.
Investigadora: (...) Porque somaste?
Daniel: Porque eu queria fazer primeiro o total de biscoitos que ela tinha antes (Diálogo videogravado, 1-dezembro-2014).

Considerando as suas respostas orais, é possível compreender que o aluno realizou um raciocínio do fim para o princípio, iniciando o cálculo com o número de biscoitos com que Jéssica ficou no final. O total corresponde ao número de biscoitos que a personagem tinha no início, tal como escreve nos seus registos. O facto de o aluno ter realizado uma adição, parece mostrar que compreende que a personagem tinha mais biscoitos antes de dar aos colegas.

Seguidamente o aluno realiza a operação inversa, ou seja, começa do princípio para o final, iniciando os cálculos com o resultado obtido anteriormente. Apesar de o registo escrito não estar correto do ponto de vista matemático, pois 20-8-6-6=0, Daniel parece querer confirmar que o vinte era a solução do problema. Possivelmente, enganou-se a registar esses cálculos realizados mentalmente, uma vez que tanto a primeira igualdade como as suas respostas, escrita e oral, estão corretas.

Após realizar os cálculos, o aluno desenha um retângulo dividido em dois com círculos inseridos no mesmo, que parecem representar os biscoitos de Jéssica. Contudo o número de círculos não corresponde a vinte, mas, sim, a vinte e dois. No momento de discussão coletiva o aluno explica oralmente a sua representação, desenhando os retângulos no quadro, mas dessa vez, com vinte círculos:

> *Daniel: Eu fui rever a minha estratégia fazendo uma caixa de biscoitos. Eu fiz uma caixa com 10 biscoitos em cada sítio e deu 20, eu contei. (...) São os biscoitos de Jéssica.*
> *Investigadora: O que fizeste com esses biscoitos?*
> *Daniel: Eu pensei em tirar seis biscoitos [desenha um traço por cima de seis círculos]. A seguir tirei outros seis [desenha mais traços em cima de seis círculos]. A seguir foi oito que deu ao 2.º ano [faz um traço por cima dos restantes círculos].*
> *Investigadora: E assim? Podes dizer que esta tinha 20 biscoitos antes?*
> *Daniel: Sim (Diálogo videogravado, 1-dezembro-2014).*

A sua explicação revela que o aluno verificou a sua resposta e a sua estratégia, cometendo, no entanto, pequenas incorreções.

Em síntese, Daniel parece ter compreendido o problema, recorrendo a uma estratégia do fim para o princípio para o resolver. Ao chegar ao resultado, tentou confirmá-lo, usando representações simbólicas e icónicas e cometendo algumas incorreções. A análise dos registos escritos e do diálogo permitem afirmar que percorreu todas as etapas de resolução.

7.4 Problema 4 – Os abraços

A Figura 9 apresenta o enunciado do Problema 4 – Os abraços:

O Pai Natal resolveu fazer uma festa em sua casa para comemorar a chegada do Natal. Convidou três amigos, a rena Rudolfo, o duende Miguel e o coelho Vasco. Quando chegaram cumprimentaram-se todos uns aos outros com um abraço. Quantos abraços foram dados?

Figura 9 - Problema *Os abraços*
Fonte: SOUSA (2015)

Para resolver esse problema, Daniel recorre à operação adição e a representações icónicas para apoiar os seus cálculos (Figura 10).

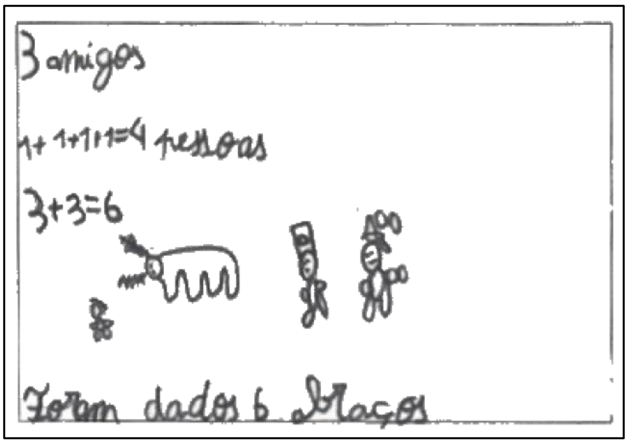

Figura 10 - Resolução de Daniel do problema 4
Fonte: SOUSA (2015)

A análise dos registos de Daniel permite perceber que, ao contrário das restantes resoluções, o aluno começa por apresentar os dados do problema, nomeadamente o número de amigos e o número de pessoas que se vão cumprimentar com um abraço. Este último dado encontra-se na forma de uma adição, em que o total é registado como o número de pessoas envolvidas no problema. Seguidamente o aluno apresenta outro cálculo em adiciona duas vezes o número três, parecendo corresponder ao número de abraços que é possível dar em dois momentos. Ou seja, um dos amigos dá três abraços e depois só se dão mais três de modo a não haver repetições.

Por baixo da expressão 3+3=6, Daniel representa ainda as personagens implícitas no problema o que, possivelmente, o ajudou na realização dos cálculos apresentados. Os registos permitem também referir que o aluno possivelmente recorreu a mais do que uma estratégia para chegar à solução que considerou correta, uma vez que parece ter apagado os registos correspondentes às primeiras tentativas. Embora o aluno tenha resolvido corretamente o problema, não é possível perceber, através dos registos, se verificou a solução obtida.

7.5 Problema 5 – As sandes dos Reis Magos

A Figura 11 apresenta o enunciado do Problema 5 – As sandes dos Reis Magos:

> Os Reis Magos vão preparar a sua viagem para festejar as Janeiras com o 2.º B e pensaram em preparar sandes, pois podem ter fome pelo caminho. Têm dois tipos de pão: pão de trigo e pão integral e têm três ingredientes: queijo, fiambre e manteiga. Quantas sandes diferentes podem os Reis Magos fazer com apenas um ingrediente em cada uma?

Figura 11 - Problema *As sandes dos Reis Magos*
Fonte: SOUSA (2015)

Nesse problema, Daniel recorre a representações icónicas para apoiar o seu raciocínio.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

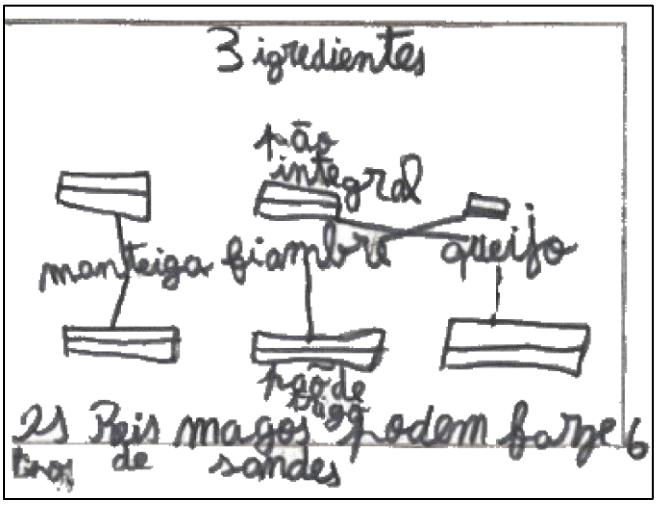

Figura 12 - Resolução de Daniel do problema n.º 5
Fonte: SOUSA (2015)

Analisando os registos de Daniel é possível perceber que o aluno tenta elaborar um esquema para resolver o problema. Assim, desenha na parte superior, lado a lado, três representações retangulares que identifica como sendo as sandes de pão integral. Mais abaixo desenha novamente três representações retangulares, identificando-as como sendo as sandes de pão de trigo. Entre as representações do tipo de pão, o aluno recorre à linguagem natural para identificar os ingredientes que pode utilizar para fazer cada uma das sandes: manteiga, fiambre e queijo. Cada uma das representações dos tipos de pão é ligada diretamente apenas a um ingrediente, existindo seis ligações, valor que regista como solução do problema.

Considerando os aspetos anteriormente descritos, numa primeira fase, o aluno compreendeu o problema, parecendo preocupar-se depois com a seleção e construção de uma estratégia que permitisse chegar à solução. E, embora esta esteja correta, os registos não permitem perceber se a solução foi verificada. No que diz respeito à estratégia de resolução, o aluno recorre a uma das estratégias subjacentes a este problema, a elaboração de um esquema.

7.6 Problema 6 – O lanche da Andreia

A Figura 13 apresenta o enunciado do problema 6 – O lanche da Andreia:

A Andreia fez 12 queques para o lanche dos amigos. Ela distribui-os, igualmente, por todos os amigos. Se não sobrar nenhum queque e se a Andreia não comer, quantos amigos é que a Andreia pode ter a lanchar?

Figura 13 - Problema *O lanche da Andreia*
Fonte: SOUSA (2015)

Na resolução desse problema de divisão Daniel recorre a representações simbólicas e icónicas para apoiar os seus cálculos.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

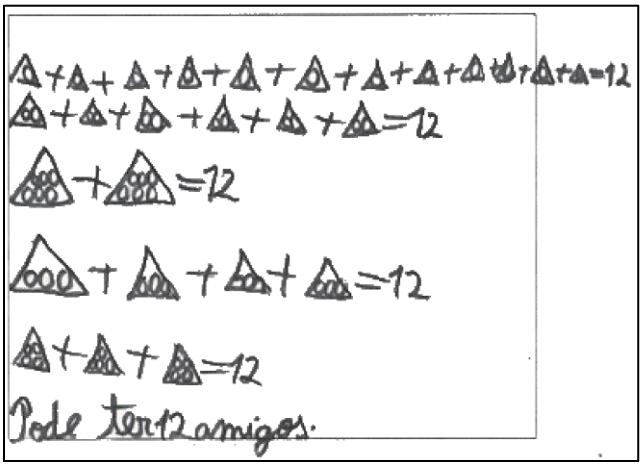

Figura 14 - Resolução de Daniel do problema 6
Fonte: SOUSA (2015)

A análise dos registos de Daniel mostra que usa representações icónicas, nomeadamente triângulos com círculos no seu interior, para simular as várias situações possíveis de distribuir doze queques por um número diferente de amigos. Entre as representações do número diferente de queques, o aluno usa o símbolo de adição, igualando depois cada conjunto de representações ao número 12 (número total de queques).

Na primeira *igualdade* Daniel adiciona doze vezes um queque, e na segunda adiciona seis vezes dois queques. Na terceira representa seis mais seis queques, na quarta quatro vezes três queques e, por fim, representa a adição de três conjuntos de quatro queques. Ou seja, os registos evidenciam a descoberta de cinco hipóteses diferentes de distribuir doze queques, embora na resposta final o aluno só tenha referido uma delas, a primeira que encontrou.

Quando questionado sobre o que simbolizam os triângulos e os círculos, Daniel refere que "Os triângulos são os amigos e os círculos os queques" (Notas de campo, 5-fevereiro-2015). Considerando a sua resposta oral e a análise dos seus registos escritos, é possível dizer que o aluno altera o número de queques por pessoa, aumentando e diminuindo o número de pessoas mas mantendo sempre o mesmo total de queques referidos no enunciado.

No momento de discussão coletiva do problema, Daniel explica o seu raciocínio:

Daniel: Eu fiz de quatro maneiras diferentes. De um em um, depois dois em dois, de seis em seis, de três em três e de quatro em quatro. Todos dão o mesmo resultado só que de maneiras diferentes. Podem ser dois amigos, seis amigos, quatro amigos e três amigos.
Investigadora: Porquê?
Daniel: Porque há quatro formas diferentes.
Investigadora: Quatro formas diferentes de quê…
Daniel: Há cinco.
Investigadora: (…) Então há cinco formas de quê?
Daniel: De fazer… Para dar doze. [aponta para a primeira expressão] Aqui os amigos comem um queque, [aponta para a segunda expressão] aqui dois queques, [aponta para a terceira expressão] aqui comem seis queques, [aponta para a quarta expressão] aqui comem três e aqui [aponta para a quinta expressão] comem quatro.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Investigadora: Quatro queques? Cada pessoa?
Daniel: Sim (Diálogo videogravado, 5-fevereiro-2015).

As respostas orais do aluno confirmam que este compreende o problema, recorrendo à simulação das várias situações possíveis. Contudo, apesar de a sua resposta oral e do seu registo escrito confirmarem que Daniel identifica que o problema tem mais do que uma solução, na resposta final apenas refere uma das soluções. Esse aspeto parece evidenciar que, possivelmente, o aluno não examinou a solução nem verificou a resposta, apesar de os registos não permitirem confirmar esta suposição.

8 As estratégias usadas por Daniel

A análise das produções de Daniel permitem concluir que recorre a diferentes estratégias de resolução de problemas, auxiliando e/ou verificando os seus cálculos com representações icónicas e simbólicas. Nas resoluções dos problemas 2, 3 e 5, o aluno recorre às estratégias subjacentes ao mesmos, nomeadamente, *trabalhar do fim para o princípio* (problemas 2 e 3) e *fazer um esquema* (problema 5). É de realçar que, no problema 2, o aluno não consegue encontrar a solução correta. Nos problemas 1 e 4, Daniel parece ter recorrido a estratégias relacionadas com as operações subtração e adição, respetivamente, auxiliando os seus cálculos com representações icónicas. Para resolver o problema 6, o aluno parece ter optado por simular a situação proposta recorrendo, mais uma vez, a uma representação icónica para apoiar os cálculos que efetua. É importante salientar que Daniel usa estratégias de resolução antes de estas serem abordadas e discutidas na sala de aula, nomeadamente a estratégia *trabalhar do fim para o princípio*.

9 Dificuldades apresentadas por Daniel

As dificuldades evidenciadas por Daniel na resolução de alguns problemas estão relacionadas, maioritariamente, com a interpretação do problema, com a utilização de conteúdos matemáticos e com a estratégia subjacente.

Na resolução do problema 1, o aluno mostra algumas dificuldades na subtração com *grandes números* (considerando que frequenta o início do 2.º ano), operação necessária para resolver e verificar a solução do problema. No problema 6, Daniel não consegue encontrar todas as soluções do problema e apresenta algumas dificuldades ao nível da linguagem natural no momento da inventariação das situações possíveis. Relativamente ao problema 2, o aluno

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

não usa todos os dados na sua resolução, efetuando cálculos incompletos e encontrando uma solução menos correta. A dificuldade na resolução deste problema pode estar associada ao uso da estratégia subjacente *trabalhar do fim para o princípio*.

10 Etapas de resolução de problemas percorridas por Daniel

A análise das produções de Daniel evidencia que o aluno parece compreender as etapas de resolução de problemas de Pólya, passando por quase todas quando resolve os problemas propostos. Contudo, não é possível confirmar, em alguns dos seus registos, se examinou a solução obtida. Apenas nas resoluções dos problemas 1 e 3 é possível dizer que o aluno passou por todas as etapas de resolução.

11 Considerações finais

A análise dos dados relativos às resoluções dos problemas permite afirmar que Daniel recorre a diferentes estratégias de resolução de problemas, tendo sido, ou não, abordadas anteriormente em sala de aula, considerando que as estratégias derivam dos processos de raciocínio dos alunos (BOAVIDA et al., 2008).

Uma das estratégias utilizadas pelo aluno, que não havia sido explorada anteriormente, foi a estratégia *trabalhar do fim para o princípio*, na resolução do problema 2. Embora a tenha tentado, não conseguiu chegar à solução pretendida, o que parece evidenciar que, apesar de compreender que era a estratégia mais indicada para resolver o problema, teve dificuldade ao usá-la. Essa dificuldade é apontada por O' Connell (2007), que considera essa estratégia como uma das mais complexas para crianças entre o Pré-escolar e o 2.º ano do Ensino Básico, uma vez que é necessário reverter os passos do problema para o conseguir resolver.

Considerando a dificuldade associada ao uso da estratégia *trabalhar do fim para o princípio*, manifestada por vários alunos, para além de Daniel, a professora propôs a resolução de outro problema com essa estratégia subjacente, para que pudessem voltar a explorá-la depois de ter sido abordada no momento de discussão coletiva. Tal opção deveu-se ao facto de "nenhuma estratégia [ser] aprendida definitivamente; as estratégias são aprendidas ao longo do tempo […]" (NCTM, 2007, pp. 59-60). Assim, no problema 3, Daniel, tal como outros alunos da turma, voltou a recorrer à mesma estratégia, conseguindo, dessa vez, chegar à solução correta.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Tal como referido anteriormente, cada problema tinha uma estratégia subjacente, contudo, não era obrigatório que esta fosse usada para resolvê-lo, visto que, apesar de alguns problemas terem características que levem ao uso de uma determinada estratégia, é possível recorrer a outras para o resolver (PONTE; SERRAZINA, 2000). Como tal, Daniel recorreu às estratégias subjacentes para resolver os problemas 2, 3 e 5, enquanto nos restantes optou por estratégias diferentes que o levaram, ou não, à solução correta. No último caso, o que aconteceu nos problemas 1 e 4, as estratégias usadas podiam já ter sido exploradas noutros problemas (PÓLYA, 2003) e o aluno poderia sentir-se mais à vontade na sua utilização.

É importante, ainda, salientar que em todos os registos escritos de Daniel se verifica o uso de representações icónicas que parecem auxiliar o seu raciocínio. Esse aspeto relaciona-se com o referido por Araújo (2014) e por Pinto e Canavarro (2012) que destacam o recurso a representações icónicas para interpretar e expor as ideias de alunos nessa faixa etária. No mesmo sentido, também o NCTM (2007) menciona o uso de representações icónicas como um aspeto essencial à compreensão dos conceitos e das relações matemáticas.

Na resolução do problema 1 foram identificadas dificuldades relacionadas com a operação de subtração. Ao efetuar o cálculo e obter um resultado incorreto, o aluno opta por simplificá-la, decompondo os números por ordens. Uma vez que optou por essa estratégia, a sua dificuldade pode estar relacionada com a falta de conhecimento sobre os números, considerando que frequenta o 2.º ano de escolaridade.

Após a resolução de alguns dos problemas, Daniel deslocou-se ao quadro para explicar o seu raciocínio. Para que o aluno conseguisse fazer a sua apresentação de modo percetível para os colegas foi necessário colocar questões que o auxiliassem a estruturar o seu discurso usando a linguagem natural. Comparando as apresentações e discussões que realiza, é no problema 6 que o aluno parece ter maior dificuldade em descrever, oralmente, as situações possíveis. Tal dificuldade parece relacionar-se, sobretudo, com a organização e clarificação do pensamento (BOAVIDA et al., 2008) que devem ser trabalhadas continuamente, por serem aspetos difíceis e exigentes para os alunos, embora contribuam para o desenvolvimento da comunicação mais formal na Matemática.

As etapas de resolução de problemas pelas quais Daniel passa mostraram-se o aspeto mais difícil de analisar, uma vez que o aluno não regista por escrito algumas das etapas pelas quais teve de passar quando resolveu o problema. Isto verifica-se, principalmente, nas duas primeiras etapas, que correspondem ao modo como compreende e interpreta o problema e delineia a sua estratégia, pois, segundo a observação em sala de aula e a análise dos registos escritos, são ambos momentos realizados mentalmente.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

Contudo, é possível referir que o aluno passa, maioritariamente, pelas três primeiras etapas de resolução de problemas, nomeadamente *compreender o problema*, *escolher o plano* e *realizar o plano*. Para conseguir realizar o plano, é obrigatório passar pelas duas primeiras etapas pois só conseguimos responder a uma pergunta se a tivermos compreendido, tal como refere Pólya (2003). Além disso, o mesmo autor refere, ainda, que, só é possível prosseguir na resolução de um problema, se estivermos seguros que o compreendemos e que pensámos numa ou mais formas para o resolver. Assim, podemos justificar a passagem por essas três etapas nas resoluções de Daniel.

Relativamente à quarta fase - *examinar a solução* - apenas foi possível confirmar que o aluno passou pela mesma na resolução de dois problemas. Não haver registos que comprovem que passou pela última fase, ou não ter passado mesmo por essa fase, pode estar relacionado com o facto de os alunos não se questionarem ou não serem questionados sobre a solução obtida, pensando de imediato que o primeiro resultado é a resposta correta.

Tal como refere Pólya (2003, p. 35), “Até mesmo alunos razoavelmente bons, uma vez chegados à solução do problema e posta por escrito a sua resolução, fecham os livros e passam a outro assunto”. Ou seja, na sala de aula, durante as discussões coletivas sobre a resolução de um problema, o professor deve questionar os alunos sobre a solução obtida. Desse modo, estes aprendem a questionar-se a si próprios, durante o processo de resolução de problemas, sobre se um determinado resultado corresponde, ou não, à solução correta.

Referências

ALMEIDA, C. S. **Dificuldades de Aprendizagem em Matemática e a Percepção dos Professores em Relação a Fatores Associados ao Insucesso nesta Área**. 2006. 13 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática) - Universidade Católica da Brasília, Brasília, 2006.

ARAÚJO, D. R. **As Representações Usadas por Alunos do 2.º ano na Resolução de Problemas**. Relatório de Projeto de Investigação (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico) - Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação, Setúbal, 2014. 83 p.

BOAVIDA, A. M. et al. **A Experiência Matemática no Ensino Básico**. 1.ª ed. Lisboa: DGIDC, 2008. 133 p.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. 1.ª ed. Porto: Porto Editora, 1994. 336 p.

COSTA, A. M.; FONSECA, L. Os números na interface da Língua Portuguesa e da Matemática. ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19., 2009, Vila Real. **Actas do XIXEIEM**. Vila Real: SPIEM, 2009. p. 1-11.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

COUTINHO, C. P. **Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática**.1.ª ed. Coimbra: Almedina, 2011, 412 p.

DUARTE, J. A resolução de problemas no ensino da matemática. **Educação & Comunicação**, São Paulo, v. 4, p. 97-100, 2000.

GAROFALO, J.; LESTER, F. K. Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, USA, n. 16, p. 163-176, 1985.

GUIMARÃES, H. M. O ensino por meio de problemas. **Educação e Matemática**, Lisboa, v. 130, p. 45-50, 2014.

LEITÃO, A. P. **As Dificuldades dos Slunos do 6.º Ano na Resolução de Problemas**. 2002. 136 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Educacional) - Instituto Superior de Psicologia Aplicada, Lisboa, 2002.

LESTER, F. K. Trends and issues in mathematical problem solving research. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Ed: Academic Press, 1983. p. 229-261.

LOPES, A. V. et al. **Atividades Matemáticas na Sala de Aula**. 1.ª. ed. Lisboa: Texto Editora, 1990. 128 p.

MARQUES, A. B. et al. O lugar da resolução de problemas nas aulas de matemática. CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Actas do VII CIBEM**, Montevideo: Cibem, 2013. p. 3221-3228.

NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. 1.ª. ed. Lisboa: APM, 1994. 304 p.

NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. **Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics**.1.ª ed. Reston: NCTM, 2006. 41 p.

NATIONAL COUNCIL of TEACHERS of MATHEMATICS. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**.1.ª ed. Lisboa: APM, 2007. 466 p.

O'CONNELL, S. **Introduction to Problem Solving**: grades Prek-2. 1.ª ed. Portsmouth: Heinemann, 2007. 162 p.

PINTO, M. E.; CANAVARRO, A. P. O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In: MAGALHÃES, O.; FOLQUE, A. (Org.). **Práticas de Investigação em Educação**. Évora: Ed. Universidade de Évora, 2012. p. 1-17.

PÓLYA, G. **Como Resolver Problemas**: um aspecto novo do método matemático. 1. ed. Lisboa: Gradiva, 2003. 264 p.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. D. **Didáctica da Matemática do 1º Ciclo**. 4.ª ed. Lisboa: Universidade Aberta, 2000. 256 p.

PORTUGAL. Ministério da Educação. DGEBS. **Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.º Ciclo**. Lisboa: Ministério da Educação, 1990.

PORTUGAL. Ministério da Educação. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2007. Disponível em: <http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf>. Acesso em: 6 out. 2015.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a12

SOUSA, C. **Aprender a resolver problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridad**e. Relatório de Projeto de Investigação (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico) - Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação, Setúbal, 2015. 139 p.

VALE, I. et al. **Matemática no 1º Ciclo**: propostas para a sala de aula.1.ª. ed. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, 2006. 128 p.

VEIA, L. A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática no 1.º ciclo do Ensino Básico. In: PONTE, J. et al. (Ed.). In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 1996, Lisboa. **Actas do IV Encontro de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: SPIEM, 1996. p.117-130.

Submetido em Junho de 2016.
Aprovado em Outubro de 2016.