ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

Promoviendo el Pensamiento Creativo en la Clase de Matemática: dos casos de estudio en aulas de primaria

Promoting Creative Thinking in Mathematics Classes: two case studies in primary classrooms

Paulina **Araya**[*]

ORCID iD 0000-0001-6629-6906

Resumen

La manera en que el aula de matemática puede contribuir al desarrollo de la creatividad de los estudiantes es un problema de gran interés en los últimos años. Este artículo se propuso comprender la forma en que las prácticas docentes, caracterizadas a partir del modelo de análisis de entornos didácticos, actuaron posibilitando o inhibiendo la emergencia del pensamiento matemático creativo en el aula. Se realizó un estudio de casos con dos cursos de 5º grado de primaria de escuelas chilenas: un curso caracterizado como entorno didáctico *activo* y otro caracterizado como *reproductivo.* Los casos se analizaron a partir de categorías *a priori* que describieron las prácticas docentes y las producciones creativas de los estudiantes. Se encontró que las dimensiones del aula estudiadas actuaban de forma integrada para propiciar o limitar el pensamiento creativo en la clase de matemática. En específico, la implementación de tareas desafiantes seguidas de tiempo suficiente para la resolución, una institucionalización centrada en las ideas de los estudiantes, validaciones que promuevan una disposición activa y la comunicación entre pares y con el profesor actúan, conjuntamente, para favorecer el surgimiento de ideas matemáticas creativas en el aula.

Palabras clave: Creatividad matemática. Educación primaria. Enseñanza.

Abstract

The way in which the mathematics classroom can contribute to the development of students' creativity has been a problem of great interest in recent years. This article set out to understand the way that teaching practices, characterized from the analysis model of didactic environments, acted enabling or inhibiting the emergence of creative mathematical thinking in the classroom. A case study was carried out with two 5th grade courses in Chilean schools: one course characterized as an active didactic environment, and another characterized as reproductive. The cases were analyzed from a priori categories that described the teaching practices and creative productions of the students. The dimensions of the classroom studied were found to act in an integrated way to encourage or limit creative thinking in math class. Specifically, the implementation of challenging tasks followed by sufficient time for resolution, an institutionalization focused on students' ideas, validations that promote an active disposition, and communication between peers and with the teacher all act together to favor the emergence of creative mathematical ideas in the classroom.

Keywords: Mathematical creativity. Primary education. Teaching.

[*] Doctora en Educación de la Universidad Diego Portales (UDP) y la Universidad Alberto Hurtado (UAH). Investigadora Postdoctoral del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile (UCH), Santiago, Región Metropolitana, Chile. E-mail: pau.araya.e@gmail.com.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

1 Introducción

Tanto matemáticos como investigadores en educación coinciden en el papel esencial que tiene la creatividad en el quehacer matemático (BARQUERO *et al.*, 2014). Sin embargo, las formas de enseñanza típicamente impartidas en las escuelas, con objetos matemáticos poco relacionados entre sí y estrategias de resolución rígidas, tienen pocas posibilidades de permitir la creatividad (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 1997). Considerando esta problemática, distintas investigaciones, en las últimas cuatro décadas, han estudiado la forma en que distintos factores escolares pueden favorecer la creatividad (LEIKIN; PITTA-PANTAZZI, 2013; SINGER; SHEFFIELD; LEIKIN, 2017).

Hace algunos años, la creatividad matemática fue considerada como una cualidad innata, sinónimo de genialidad o virtuosismo (SILVER, 1997). En la actualidad se cuenta con evidencia robusta que muestra que la creatividad, así como otros rasgos psicológicos, corresponde a un atributo plástico cuyo desarrollo está influenciado por distintos factores (JANKOWSKA; KARWOWSKI, 2019; SHEFFIELD, 2017). Por ejemplo, Singh (2006) mostró que estudiantes provenientes de distintas castas de la India obtenían puntajes en test de creatividad matemática que correlacionaban con sus castas de origen, siendo los estudiantes provenientes de castas con mejores condiciones económicas y sociales quienes obtuvieron mayores puntajes.

Dai *et al.* (2012) obtuvieron resultados similares para pruebas de creatividad general, sin embargo, afirmaron que las diferencias encontradas no se debían a factores estáticos como el nivel socioeconómico, sino que involucraban componentes dinámicos como el apoyo de la familia, el tipo de estímulo hacia el aprendizaje y la forma en que incorporaban las ideas de los niños, lo que podía estar influenciado por el nivel educativo de los padres.

Jankowska y Karwowski (2019) examinaron la influencia del nivel socioeconómico en la creatividad de preescolares polacos, mostrando que, si bien esta explicaba los puntajes iniciales de creatividad, no lograba explicar los distintos aumentos de creatividad en un test posterior a la entrada del colegio, sugiriendo examinar la influencia de factores ambientales como la escuela. Respecto a los factores asociados a los ambientes escolares, varias investigaciones han mostrado la influencia del aula sobre la creatividad matemática (KANHAI; SINGH, 2016; SARRAZY; NOVOTNÁ, 2013; TABACH; FRIEDLANYER, 2013).

Sin embargo, como sostienen Beguetto y Kaufman (2014, p. 53), “Una cosa es reconocer que el entorno del aula impacta el desarrollo del potencial creativo, y otra muy distinta es comprender lo que se necesita para desarrollar un entorno de aprendizaje que brinde

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

un apoyo óptimo”. En este sentido, un gran número de investigaciones se han enfocado en identificar y desarrollar metodologías de aula que contribuyan al desarrollo creativo.

Actualmente, hay un relativo consenso sobre metodologías que favorecen el desarrollo de pensamiento creativo, a saber, actividades de resolución de problemas abiertos (FREIMAN, 2018; KWON; PARK; PARK, 2006), actividades de modelado (COXBILL; CHAMBERLIN; WEATHERFORD, 2013), e invención de problemas (VOICA; SINGER, 2013). Estos estudios definen herramientas concretas que los profesores pueden implementar en clases. Sin embargo, algunos estudios señalan que el hecho de incorporar este tipo de actividades no es suficiente para generar un ambiente de aula favorecedor, por ejemplo, Hershkovitz (2009) menciona que un mismo problema abierto puede ser implementado de formas muy distintas, y que las creencias y formas de gestionar el aula de los profesores pueden transformar una buena estrategia en una clase común. Por lo tanto, resulta necesario indagar en el modo en que los profesores gestionan el aula y cómo estas estrategias son implementadas.

Algunos estudios han explorado la influencia de distintos tipos de entornos de aula sobre los desempeños en pruebas que evalúan creatividad matemática, encontrando que los alumnos que han estado inmersos en entornos caracterizados por darles mayor participación en la construcción de ideas, obtienen puntajes mayores en test de creatividad (SARRAZY; NOVOTNÁ, 2013; ARAYA; GIACONI; MARTÍNEZ, 2019). La influencia de entornos didácticos más activos sobre la creatividad ha sido identificada a partir de métodos cuantitativos, sin embargo, no hay suficientes estudios descriptivos que profundicen en la manera en que las prácticas docentes favorecen el surgimiento de la creatividad en el aula.

A partir de esta problemática, la presente investigación se propuso comprender la forma que las distintas dimensiones presentes en los entornos didácticos actuaron, posibilitando o inhibiendo la emergencia del pensamiento matemático creativo de los estudiantes en el aula.

2 Marco conceptual

2.1 Creatividad matemática

Si bien no hay una definición ampliamente aceptada sobre el concepto de creatividad, distintos autores la definen como una habilidad que permite la creación de ideas nuevas que modifican o incrementan lo conocido (CSIKSZENTMIHALYI, 2000; TORRANCE, 1972). La *creatividad matemática* consiste en la capacidad de generar nuevas relaciones y preguntas que tienen en cuenta la naturaleza lógica del dominio (LEIKIN, 2013). Constituye una de las

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

características más complejas del pensamiento matemático, que se refleja en la capacidad de formular nuevos objetos y encontrar relaciones entre ellos (ERVYNCK, 1991; LITHNER, 2008).

Evidentemente, la capacidad creativa que puede darse en el contexto escolar difiere de la de los matemáticos profesionales (LEIKIN, 2009). Liljedahl y Sriraman (2006) distinguen entre la creatividad que tiene lugar dentro de la comunidad académica y la creatividad a nivel escolar, donde los aportes consisten en ideas que resultan novedosas desde la perspectiva de los estudiantes. Este segundo nivel es definido como: "el proceso que da como resultado soluciones inusuales (nuevas) y/o perspicaces a un problema dado, y/o la formulación de nuevas preguntas y/o posibilidades que permiten considerar un viejo problema desde un nuevo ángulo" (LILJEDAHL; SRIRAMAN, 2006, p. 19).

Sternberg (2004) sostiene que los procesos mentales que inciden en la creatividad a nivel escolar y profesional son equivalentes desde un punto de vista psicológico, y su diferencia radica en la interacción entre el resultado del proceso creativo y el contexto. Efectivamente, los estudiantes pueden experimentar procesos creativos aun cuando sus resultados no extiendan el campo de las matemáticas.

A su vez, Schoevers *et al.* (2019) extienden la definición dada por Liljedahl a las *producciones creativas en el aula*, definiéndolas como el acto cognitivo de combinar conceptos conocidos de una manera adecuada y nueva para el alumno, aumentando o ampliando su comprensión de las matemáticas, lo que puede observarse en elementos como el diseño de estrategias nuevas de solución, el planteamiento de nuevas preguntas o el establecimiento de relaciones entre dos o más conceptos, donde al menos uno de ellos es un concepto matemático.

2.2 Entornos didácticos

Los *entornos didácticos* corresponden a las prácticas docentes descritas a partir de las variables didácticas que configuran el perfil de acciones del profesor (SARRAZY; NOVOTNÁ, 2013). Constituye un modelo de análisis basado en la *teoría de situaciones didácticas* (BROUSSEAU, 1986). Esta teoría sobre la enseñanza busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos. En ella se buscan *situaciones* de enseñanza organizadas de manera tal que el conocimiento al que se apunta sea necesario para la resolución de la situación (BROUSSEAU, 2007).

En la primera fase, denominada a-didáctica, el alumno se enfrenta de manera autónoma a un medio resistente cuyo núcleo es un problema que debe resolver, sin que el profesor revele

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

los conocimientos que se deben construir (MARGOLINAS, 1993). Posteriormente, en lo que se denomina institucionalización, el profesor conecta las ideas de los estudiantes con la matemática. Al respecto, señala Brousseau (1986, p. 37): “la institucionalización, define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones ‘libres’ del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de estas actividades y les da un status”.

Por otro lado, estas fases están atravesadas por un *contrato didáctico* que contribuye a explicar la relación de autonomía/dependencia de los alumnos con el saber del profesor. El contrato didáctico corresponde a las normas implícitas y explícitas que regulan la relación entre aprendices, maestro y saber matemático. Como producto de la fuerza de estas normas, los estudiantes no se relacionan únicamente con el saber, sino que con lo que creen que sus profesores esperan de ellos (BROUSSEAU, 2007). En consecuencia, intentan cumplir las expectativas de los maestros, y no necesariamente intentan generar ideas novedosas.

Basándose en este *corpus* teórico, Sarrazy y Novotná (2013) desarrollaron un modelo de análisis de los entornos didácticos, donde, a partir de cinco dimensiones asociadas a aspectos didácticos y organizacionales del aula, se describen las dinámicas en una clase de matemática. Estas dimensiones son:

Complejidad de las tareas: las tareas que el profesor selecciona condicionan las acciones de los estudiantes y marcan el curso de la clase. El nivel de complejidad de las tareas y el sentido que estas tienen fijan la actividad matemática que los estudiantes experimentarán en el aula. Estas pueden estar orientadas a ejercicios memorísticos de recordar conceptos o fórmulas, pueden requerir la reproducción y ejercitación de algoritmos, o pueden corresponder a un problema, donde la solución o el método de solución no es conocido, *a priori*, por quien resuelve, con un objetivo de análisis más detenido que apunte a la conexión de contenidos o la elaboración de estrategias propias.

Institucionalización: como anticipamos, en la teoría de situaciones didácticas la institucionalización responde al momento donde el profesor sintetiza las ideas o conclusiones que han logrado construir sus estudiantes y las conecta con la matemática formal (BROUSSEAU, 2007). Esta dimensión describe la manera en que se abordan los conocimientos de la clase, capturando si las ideas matemáticas son elaboradas en conjunto y se formalizan al final de la clase, o si el profesor las presenta de manera expositiva, sin incorporar las ideas de los estudiantes.

Modos de validación de las producciones: según Brousseau (2007), en la situación a-didáctica el maestro debe *devolver* al alumno la responsabilidad de llevar a cabo la resolución

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

del problema que se le ha propuesto. Perrin-Glorian (1993) añade que la devolución consiste en un proceso de negociación con el alumno, que está estrechamente imbricado con la institucionalización. Recogiendo este aspecto, esta dimensión aborda la manera en que el profesor reacciona frente a las producciones de sus alumnos, capturando la forma en que sitúa la responsabilidad de los estudiantes en la construcción del saber. Las validaciones pueden ser directas, respondiendo las preguntas o revelando si una afirmación es o no correcta; o pueden ser devolutivas, solicitando justificaciones, reestructurando preguntas o gatillando reflexiones a partir de una pregunta o idea. Una variante es lo que Brousseau (2007) consideró un efecto del contrato didáctico denominado *efecto Topaze* que ocurre cuando, ante la incapacidad del alumno para responder correctamente, el profesor añade informaciones que le ayuden a encontrar la respuesta. Finalmente, esta respuesta, aunque sea correcta, se encuentra desprovista del sentido que gatillaba el problema original[1].

Posibilidad de comunicación: Esta dimensión captura las posibilidades que los estudiantes tienen de discutir ideas matemáticas con los distintos actores de la sala de clases, describiendo la forma en que ocurre la comunicación. Atiende a la manera en que interactúan profesor y estudiantes, o estudiantes entre sí, apreciando la calidad de esa comunicación en cuanto a si esta es efectiva, es decir, si los estudiantes pueden expresar sus ideas o sus dudas, y si estas son escuchadas por el resto de los actores de la clase, y cómo el profesor gestiona esta comunicación.

3 Metodología

Se realizó un estudio de casos, un tipo de investigación cualitativa que busca comprender cómo determinados fenómenos ocurren y dar luces de los procesos que se desarrollan en los fenómenos de interés (YIN, 1989). El propósito de este estudio de casos fue describir las dinámicas en cuanto a la emergencia del pensamiento creativo al interior de dos cursos que representaron entornos didácticos *activos* y *reproductivos.*

Esta caracterización fue realizada en un estudio previo de corte cuantitativo[2] (ARAYA; GIACONI; MARTÍNEZ, 2019). Por un lado, analizamos las prácticas docentes a partir de las

---

[1] Para ver otros efectos del contrato didáctico, como el deslizamiento metacognitivo o efecto Jourdain ver, por ejemplo, Brousseau (2007).

[2] En ese estudio se examinaron 21 cursos y se codificaron sus clases según las variables del modelo de Sarrazy y Novotná (2013). Para cada una de estas variables se asignó un puntaje de entre 0 y 1. Un puntaje más cercano a 1 indicó un mayor involucramiento del estudiante en la construcción del saber. Se realizó un análisis de *clusters* que separó los cursos en dos grupos diferentes entre sí y parecidos al interior de cada grupo. El grupo que obtuvo

dimensiones del modelo de análisis de los entornos didácticos y, por otro lado, analizamos las producciones creativas de los estudiantes en el aula. Esto con el fin de comprender la forma en que las producciones creativas de los estudiantes estuvieron relacionadas con las prácticas de los profesores en ambos casos.

3.1 Selección de los casos

Como se mencionó, los casos se seleccionaron de los cursos participantes en el estudio cuantitativo previo. El propósito de la selección de los casos fue identificar diferencias en cuanto a aspectos didácticos, por lo tanto, otros aspectos como el nivel socioeconómico del colegio y el número de estudiantes por curso se mantuvieron con la mayor similitud posible. Por otro lado, los profesores participantes en el estudio realizaron clases normales, según sus planificaciones, sin ninguna intervención de parte del equipo investigador, por lo tanto, para seleccionar los casos se procuró que los profesores trabajaran en la enseñanza del mismo contenido en clases. Considerando lo anterior, se seleccionaron dos cursos de 5º grado de primaria pertenecientes a colegios tradicionales de nivel socioeconómico alto[3], ubicados en sectores urbanos de Santiago de Chile. Cada curso tenía alrededor de 25 estudiantes. Ambos cursos trabajaron la enseñanza de fracciones. Llamaremos Aldo[4] al profesor representante de los entornos didácticos *reproductivos*, y Pedro al profesor representante de los entornos *activos*.

3.2 Recolección de datos

Se filmaron dos clases consecutivas a cada curso participante. Cada clase tuvo una duración de 90 minutos. Los investigadores no influyeron en la elección de los contenidos ni de las metodologías implementadas en la clase, solo estuvieron presentes filmando la clase. La filmación registró el grupo completo en las discusiones grupales y siguió al profesor cuando este se acercaba a los estudiantes, por lo que se registraron algunas de sus producciones escritas en esos momentos. Posteriormente, los videos fueron transcritos registrando tanto los diálogos

promedios menores en todas las dimensiones fue denominado *entornos reproductivos*. El grupo que obtuvo promedios mayores en todas las dimensiones fue denominado *entornos activos*.

[3] Pese a que en la muestra había profesores de nivel socioeconómico medio y bajo, no se contaba con dos profesores que fueran comparables en cuanto a otros criterios como igual contenido trabajado y número de estudiantes. Solo por esto se eligieron profesores de nivel socioeconómico alto.

[4] Nombres ficticios para resguardar la confidencialidad de los participantes.

como descripciones de las acciones no verbalizadas, así como las producciones escritas observadas en la filmación.

3.3 Análisis

Se analizaron las transcripciones de las clases de ambos cursos, realizando un análisis cualitativo por categorías. Este consiste en la distinción, separación y priorización de elementos de los discursos, estableciendo diferencias a partir de categorías que resulten explicativas del objeto estudiado (ECHEVERRÍA, 2005). Se analizaron dos aspectos: los entornos didácticos y las producciones creativas de los estudiantes en el aula. Los entornos didácticos fueron analizados a partir de las dimensiones del modelo propuesto por Sarrazy y Novotná (2013), estas dimensiones son: dificultad de las tareas, institucionalización, posibilidades de comunicación y validación de las producciones. Esta última categoría fue dividida en dos subcategorías: validación de afirmaciones correctas o preguntas y validación en el caso de producciones que contuvieran errores. Lo anterior, con el fin describir la forma de validación en producciones de distinta naturaleza y examinar si se observan variaciones en cuanto a la gestión que realiza el profesor en cada caso.

Por otro lado, para analizar las producciones creativas de los estudiantes, se empleó la operacionalización de creatividad en el aula realizada por Schoevers *et al.* (2019), quienes identificaron las producciones de los estudiantes como producciones creativas si respondían a alguna de las siguientes caracterizaciones: a) estrategias de solución: el alumno plantea una estrategia de solución que no ha sido previamente establecida, b) preguntas nuevas: el alumno plantea una pregunta que apunta a conectar los conceptos desde un nuevo ángulo, c) relación entre conceptos: el alumno plantea una idea que relaciona dos o más conceptos, donde al menos uno de ellos es un concepto matemático.

Las categorías se resumen en el cuadro 1.

Entornos didácticos	Producciones creativas de los estudiantes
a) Dificultad de las tareas	a) Estrategias de solución
b) Institucionalización	b) Preguntas nuevas
c) Validación de las producciones c.1. Validación de producciones correctas o preguntas. c.2. Validación de los errores	c) Relación entre conceptos
d) Posibilidades de comunicación	

Cuadro 1 – Categorías de análisis
Fuente: elaboración propia

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

4 Resultados

4.1 Entornos didácticos

Se describen, a continuación, las prácticas docentes en cada una de las dimensiones del modelo de Entornos didácticos. A modo general, en las clases del profesor Pedro, perteneciente al grupo de *entornos didácticos activos*, se trabajó en la comparación de fracciones. El profesor organizó las clases en torno al trabajo en grupos con materiales concretos (cajas fraccionarias[5]). Planteó preguntas y actividades sin anticipar su solución, y permitió que los estudiantes formularan sus propias estrategias. El desarrollo y comunicación de ideas matemáticas por parte de los estudiantes estuvo presente la mayor parte del tiempo. Por otro lado, en las clases del profesor Aldo, perteneciente al grupo de *entornos didácticos reproductivos*, se trabajó en comparación, adición y sustracción de fracciones. Los estudiantes estuvieron sentados de forma individual o de a pares, mirando hacia adelante. La estructura de las clases fue de exposición-ejemplos-ejercicios. El trabajo en clases fue individual, mirando al profesor y con escaso uso de ideas de los estudiantes.

Respecto a la categoría *dificultad de las tareas*, en las clases de Pedro las tareas presentaron distintos tipos de desafíos. La principal tarea consistió en demostrar visualmente, usando el material concreto, si dos fracciones dadas por el profesor eran iguales o una era mayor que otra. A lo largo de la clase, el profesor eligió fracciones que fueron aumentando los niveles de dificultad. Si bien en un principio la comparación visual era sencilla y solo requería que los estudiantes eligieran las piezas correctas, en las tareas posteriores la comparación de las fracciones requirió una serie de estrategias como, por ejemplo, el reemplazo de la pieza que representaba la fracción un cuarto por dos piezas que representaban un octavo. Las últimas preguntas que el profesor planteó apuntaron a que los estudiantes identificaran relaciones de equivalencia prescindiendo del material concreto.

Cuando el profesor Pedro presentaba las tareas a la clase, daba tiempo suficiente para el trabajo individual y para la discusión al interior de los grupos. Luego, las tareas se discutieron colectivamente una vez que todos los grupos habían llegado a algún resultado. De esta forma,

[5] Las cajas fraccionarias corresponden a un material didáctico, que consiste en una caja de base cuadrada, que en su interior contiene piezas que representan distintas particiones del cuadrado: dos mitades del cuadrado con forma de triángulos, tres rectángulos para representar los tercios, nueve cuadrados para representar los novenos, etc. Las piezas no tienen nada escrito y tienen colores según la fracción que representan.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

la gestión de las tareas involucraba que los estudiantes hallaran una respuesta, la discutieran con su grupo y participan en el análisis colectivo.

En las clases del profesor Aldo las tareas consistieron en aplicar dos métodos distintos para la adición de fracciones. En cada caso, el método fue explicado paso a paso antes de presentar los ejercicios, por lo que las tareas consistieron en recordar los pasos a seguir y aplicar correctamente los métodos antes enseñados. En ciertos momentos de la clase hubo preguntas desafiantes, por ejemplo, *¿cómo se puede sumar dos fracciones cuando el denominador es distinto?*. Sin embargo, el profesor respondió la pregunta de forma inmediata y los estudiantes no tuvieron tiempo para pensar en la respuesta.

Respecto a la categoría *Institucionalización,* en las clases de Pedro hubo varios momentos en donde se conectó aspectos de la matemática con las producciones de los estudiantes. Si bien, estos no llegaron a establecer, de manera formal, las reglas de amplificación y simplificación, surgieron discusiones sobre los significados que los estudiantes daban a que dos fracciones fueran iguales, así como la utilidad de los materiales o de otras representaciones. El siguiente diálogo ocurrió al final de la segunda clase, cuando los estudiantes acababan de concluir en una discusión grupal que 2/3 es igual a 4/6 usando el material concreto.

> *Profesor: Pregunta. Si no tuviera el material, así como en concreto, ¿puedo saber yo que 2/3 es igual a 4/6?*
> *Micaela: sí, Porque dos es la mitad de cuatro y la mitad de 6 sería 3.*
> *Profesor: Ya. Mikaela dijo lo siguiente. Porque si el 4 lo divido en 2, me da 2 y si el 6 lo divido en 3, dijiste, también me da 2. Ya. ¿Están de acuerdo o no?*
> *Varios alumnos: ¡Siiiii!*
> *Profesor: ¿Sofi?*
> *Sofi: Es como parecido pero diferente.*
> *Vicente: Lo contrario*
> *Profesor: ¿cómo sería lo contrario? ¿Vicente?*
> *Vicente: Multiplicando*
> *Profesor: Multiplicando, ¿cierto? Antonia, cómo sería esa multiplicación entonces*
> *Antonia: (Habla muy bajo, no se escucha en la grabación)*
> *Profesor: La Antonia dice, de aquí puedo convertir esta fracción (4/6) en esta (2/3) dividiendo. Ya. La Sofia y el Vicente me dicen que puedo hacer lo mismo al revés. Multiplicando. Por cuánto.*
> *Antonia: por 2*
> *Profesor: Por 2 ¿cierto? Eso. Por lo tanto, ahora. Si yo les pidiera que todos me dijeran (escribe 3/9 y 1/3 en la pizarra) cual es mayor. ¿Pueden hacerlo sin el material?*
> *Varios alumnos: Sí*
> *Josefina: yo lo dibujé (profesor le ofrece un plumón, niña sale a la pizarra, dibuja cuadrado dividido en 3x3) si este es el entero… los novenos serian estos. Y tres novenos sería un tercio. Y ese tercio, sería lo mismo que 3/9.*
> *Arturo: Pero dibujó los materiales.*
> *Profesor: súper. Gracias. Arturo ¿opinión?*
> *Arturo: mi opinión es que está bien.*
> *Profesor: Pero tú dijiste algo.*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

> *Arturo: Que eso es un material*
> *Profesor: Ya. La Jose, si bien es cierto que la Jose no tiene en sus manos los tercios y los novenos para hacer eso, pero está haciendo la representación pictórica del material. Dale. Por lo tanto, está llegando a la conclusión correcta, me parece excelente. Pero no está cumpliendo la condición que pedí, que es sin el material, sin el dibujo en el fondo*
> (Diálogo en la clase de Pedro, 2018).

En esta escena puede observarse que, si bien, no se llegó a establecer de manera formal las reglas de amplificación y simplificación, los estudiantes habían comenzado a identificarlas. Por otro lado, establecieron varias conclusiones, por ejemplo, pudieron representar la igualdad entre 1/3 y 3/9 gráficamente, reconociendo su limitación.

En la clase del profesor Aldo la *institucionalización* ocurrió al principio. Esta consistió en que el profesor describió métodos para realizar distintas operaciones con fracciones: amplificar, simplificar, sumar, restar. Pese a que el profesor hacía preguntas sobre los pasos de los algoritmos para incorporar la participación de los estudiantes, estas preguntas resultaban triviales y no involucraban los conceptos centrales. Las explicaciones del profesor se remitían a los pasos y no tanto a su justificación, por ejemplo, explicó que para amplificar la fracción ½ se multiplica *arriba y abajo por el mismo número*, pese a que incluyó imágenes de pizzas divididas en distintas partes iguales y realizó preguntas como – *si me como ½ y me como 2/4 ¿comí lo mismo?* – los estudiantes mostraron confusión sobre el sentido de esta multiplicación. La siguiente escena ejemplifica esta categoría:

> *Profesor: A ver, dice: Adición y sustracción con igual denominador (aparece proyectada una diapositiva) Título, título, todos a escribir. Vamos, escriba, escriba. No te voy a esperar Franco.*
> *(uno de los alumnos que no entendía la amplificación, señala algo al profesor que no se escucha)*
> *Profesor: Ya, yo te lo tengo que explicar, te lo voy a explicar sí o sí en otro momento, pero acá necesito que pongas mucha atención, porque recuerde que será un recordatorio de todo lo que ya aprendimos. Veamos… ¡Pizzas! Yo sé que es desayuno, pero a mí me encanta la piza para el desayuno. Si tengo cinco octavos, ya, tengo cinco. No, antes. Si tengo una pizza y la dividido en cuántos pedazos*
> *Alumno: ¡en 8 partes!*
> *Profesor: 8 partes. Después tengo, tengo otra pizza de otro sabor, bueno en estas fotos son del mismo sabor, y que también la divido en ocho partes, pero de la primera pizza me como 5 y de la segunda pizza me como un pedazo.*
> *Alumna: no profe, se comió 7 y de la otra 3*
> *Profesor: ah, ustedes lo quieren hacer al revés, ya. Entonces déjenme cambiar la frase. Yo no me comí 5 pedazos, a mí me sobraron 5 pedazos, y de la otra piza me sobró 1 pedazo. ¿Cuántos pedazos me sobraron?*
> *Martín: 6*
> *Profesor: Me sobran 6 pedazos de ⅛ de pizza. O sea, 6/8. Y lo que hacemos es lo que dijo Martín. Miren, mantengo el denominador y sumó los numeradores, en palabras más sencillas, mantengo el número de abajo y sumo los de arriba. ¿por qué debo mantener los números de abajo?*
> *Alumno: porque se repiten*
> *Profesor: porque ambas pizzas están divididas en…*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

Alumna: en lo mismo
Profesor: lo mismo, por tanto, son el mismo denominador. Insisto, solo puedo sumar de esta forma cuando tengo igual denominador
(Diálogo en la clase de Aldo, 2018).

En esta escena se puede observar un ejemplo de efecto *Topaze*. Es decir, los estudiantes participaron respondiendo a las preguntas, sin embargo, estas preguntas abordaban cuestiones triviales y no los conceptos centrales del tema tratado. Al preguntar *¿cuántos pedazos me sobraron?*, los estudiantes podían responder usando números naturales, sin incorporar el significado de la fracción.

Sobre la categoría *Validación de las producciones*, específicamente en cuanto a afirmaciones correctas o preguntas, Pedro se caracterizó por realizar devoluciones, impulsando a los estudiantes a justificar, a precisar o a generalizar sus ideas. Cuando los estudiantes daban una respuesta, el profesor pidió justificarla. Además, dado que los grupos debían establecer consensos o discrepancias, el profesor pedía a todos los integrantes mencionar si estaban en acuerdo o en desacuerdo con una idea, y explicar por qué. Por otro lado, el profesor no dio respuestas ni mostró procedimientos para responder a los problemas sino hasta que los estudiantes desarrollaron algunas estrategias exitosas. La siguiente escena ejemplifica la forma en que el profesor gestionó la discrepancia en las soluciones de un grupo:

El profesor se acerca a un grupo que intenta comparar 3/5 con 4/9 utilizando las cajas fraccionarias. Al representar estas fracciones, las sobreponen en la caja fraccionaria como muestra la Figura 1:

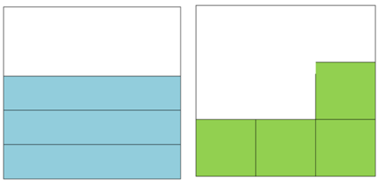

Figura 1 – Representación de 3/5 y 4/9 con los materiales
Fuente: Elaboración propia.

Profesor: ¿Qué pensaron?
Arturo: es mayor el celeste.
Profesor: ¿Sigue siendo mayor el celeste?
Carlos: Sí, pero mire, es que con Arturo seguimos pensando otra cosa. Nosotros dos pensamos que es mayor este (apunta piezas celestes) pero ellos creen que es mayor este (apunta piezas verdes).
Profesor: Ya, a ver, expliquemos, probemos.
Arturo: Para mí, este lado es igual a los sobrantes de este, y si lo movemos este lado para este, es mayor el celeste.
Profesor: ¿qué opinas Julián? ¿Max?
Carlos: ¿qué cree usted?
Profesor: No importa lo que yo creo, importa lo que ustedes creen. Max, ¿qué crees tú? ¿te convence la explicación de Arturo? Que en el fondo este pedacito que está aquí está como aquí y aquí dos veces (apuntando piezas verdes) así que uno, dos y todavía sobra del celeste. Eso dijiste tú (Arturo asiente) ¿Qué crees Max?
Max: Que esta calza

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

Profesor: y tú crees que esa parte calza acá y acá. Ya, ¿Julián?
Julián: yo igual creo que calza
Profesor: Ya, perfecto. Me parece interesante ¿No les parece interesante? Pero no les voy a decir la respuesta, por si acaso
(Diálogo en la clase de Pedro, 2018).

Para responder la duda de este grupo, resultaba necesario realizar un reemplazo de piezas por otras equivalentes, sin embargo, en ese momento de la clase esta estrategia no había surgido aún. Más adelante, el profesor empleó el desacuerdo de este grupo de estudiantes para argumentar que no siempre el material es suficiente para determinar qué fracción es mayor, siendo necesario otro tipo de reglas. El siguiente diálogo ocurrió en el contexto de una discusión con toda la clase respecto a qué fracción es mayor entre 3/5 y 4/9:

Profesor: Entonces, el grupo de ustedes no llegó a un consenso, ¿cierto? Todavía estaban discutiendo cuál era mayor. El Arturo decía lo que varios grupos decían así que les voy a robar un poquito la idea. Decían que estos pedazos que no están cubiertos por los celestes, que no tienen abajo superficie celeste, si los recortáramos y lo pusiéramos aquí alcanzaríamos a cubrir esa parte y un poquito, y todavía sobraría superficie celeste.
Carla: Entonces la conclusión sería que sobra más porque la otra parte que, es más delgada, entonces es más el celeste porque está más afuera.
Profesor: Okey, super.
Angela: la conclusión es que 3/5 es mayor
Profesor: Claro, 3/5 era mayor que este. Pero pregunta, volvamos a la instrucción inicial, que tenemos que demostrar con el material ¿Se hace fácil demostrar con el material para este caso?
Jorge: No tanto
Profesor: No tanto. Tenemos que empezar a usar un poquito la imaginación, o sea como "imagínate que recortamos este pedazo" ¿cierto? Ya no es tan fácil como demostrarlo en este caso. Demostrar que aquí era más celeste que verde era fácil (mostrando el caso anterior, 3/5 y 3/9). Demostrar que aquí era más celeste que verde no era tan fácil.
Alonso: que, uno para calcularlo deberíamos ocupar una regla.
Profesor: Así como medir. Perfecto me parece super bien, podría haber sido. Hagamos la última prueba. Pero quiero que quede claro que el material, para este caso, como que no nos sirvió mucho. Si hubiese servido mucho, ese grupo no hubiese tenido la discusión que tuvo
(Diálogo en la clase de Pedro, 2018).

En la clase del profesor Aldo la *validación* fue directa en la mayoría de los casos, es decir, el profesor aprobó comentarios, declarando explícitamente que estaban correctos, sin pedir justificación, o respondió preguntas de los estudiantes, sin plantear la pregunta al resto de la clase. En algunos momentos, varios estudiantes opinaban al mismo tiempo y fue frecuente que algunas de sus ideas o preguntas quedaran sin respuesta. En otras ocasiones, el profesor incorporó a la clase algunas de las preguntas de los estudiantes, revelando de forma inmediata la respuesta a las preguntas. La siguiente escena ejemplifica esta categoría:

El profesor explica el procedimiento para sumar fracciones de distinto denominador, buscando fracciones equivalentes. Ha realizado el ejemplo sumando ¼ + 2/5
Juan: tengo una pregunta. Qué pasa si en vez de ⅖ fuera 2/6
Profesor: tengo que seguir mucho más allá ¡ah, no! Llegaría a un momento en que tendría… ¿lo hacemos? Pero bien, lo voy a hacer mega rápido, así que no lo escriban, va a ver un

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

momento en que voy a tener… Sí, 2/6 (escribe en la pizarra 2/6 → 8/24 y ¼ → 6/24) Y ahí tengo el mismo denominador, ¿por cuánto amplifique esto?
Lucy: por 6
Natalia: 14/24
Profesor: y ahí yo podría sumar eso ¿cómo? (pizarra 8/24 + 6/24) y luego… alguien lo había dicho. ¿Natalia? 14/24. Hermoso. Pero eso yo lo puedo simplificar
Jairo: por 2
Profesor: De hecho, ahora que veo los números yo lo podría haber hecho más sencillo.
Natalia: 7/12
Jairo: se puede simplificar más
Profesor: no, no puedo más
Luciana: pero usted podría haber hecho por dos y por tres
Profesor: ¡bien! ¡exacto!
Arturo: no entendí, no, no, no, qué pasó ahí.
Profesor: Ya, sigamos
(Diálogo en la clase de Aldo, 2018).

En cuanto a la *validación de las producciones* que contenían errores, en las clases del profesor Pedro, uno de los errores o confusiones más recurrentes consistió en la dificultad para identificar el denominador de la fracción, por ejemplo, para representar 5/9 los estudiantes debían poner cinco piezas de un noveno en la caja fraccionaria. Dado que las piezas no contienen escrita la fracción que representa, en algunas ocasiones, los estudiantes no eligieron bien las piezas. En estos casos, el profesor realizó preguntas a los estudiantes para que, en conjunto, identificaran el error y lo corrigieran. En algunos momentos hubo producciones que, si bien no contenían errores, podían ser más precisas, o requerían mayor reflexión para cumplir en términos estrictos con el enunciado. En estos casos el profesor, en conjunto con los estudiantes, logró evidenciar que si bien el razonamiento era correcto podía ser más preciso. La siguiente escena ejemplifica este tipo de intervenciones:

Profesor: Ya, ¿qué pensaron ustedes?
Alonso: Que dos tercios es mayor que un medio.
Profesor: ¿Por qué?
Alonso: Porque se pasa de la mitad de tres.
Profesor: ¿Cómo?
Alonso: Que la mitad de tres es uno coma algo…
Profesor: Max, ¿el Alonso está haciendo lo que les pedí?
Max: No porque está… ¿yo creo que le faltó algo?
Profesor: Yo creo que no le faltó nada, o sea su explicación estuvo perfecta.
Julián: Yo creo que…
Profesor: escuchen a Julián
Julián: Porque hizo un cálculo.
Profesor: El Alonso hizo un cálculo, ¿verdad? A lo mejor no lo escribió en papel, pero lo tenía en la mente, dijo que la mitad de 3 es 1 coma algo y aquí tengo 2, ¿verdad? Pero yo necesito que ustedes me demuestren utilizando el material
(Diálogo en la clase de Pedro, 2018).

En la clase del profesor Aldo fue común que varios estudiantes realizaran intervenciones al mismo tiempo, por lo que, cuando el profesor hacía una pregunta a toda la clase, se

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

escuchaban varias respuestas, algunas de ellas erradas. En varias ocasiones ocurrió que esos errores, en forma de lluvia de respuestas no fueron corregidos ni tratados. En otros momentos, cuando el profesor pasaba por los puestos, los errores eran corregidos señalando los pasos correctos de forma directa, sin que los estudiantes tuvieran que pensar en el sentido de lo que realizaban, evidenciándose el efecto *Topaze*. La siguiente escena ejemplifica el trabajo con los errores:

> *(Profesor revisa mesa por mesa. Niños trabajan en sus puestos. La cámara no registra los cuadernos, solo se escucha la conversación)*
> *Jorge: ¿Está bien?*
> *Profesor: mmm…Este ¿por cuánto lo tienes que amplificar? Dos por dos, eso, escriba eso. No, no, escribiste lo mismo. Mira. Tienes que multiplicar ese por ese, y ese por ese. Luego ese por ese y ese por ese. Luego tres por cinco y dos por cinco.*
> *Jorge: aahh*
> *P: Ya, ahí está bien*
> (Diálogo en la clase de Aldo, 2018).

Por otro lado, a lo largo de las clases del profesor Aldo, varios estudiantes comentaron que no entendían por qué debían amplificar las fracciones para poder sumarlas. Al parecer, el significado de la equivalencia de fracciones no estaba claro para muchos de los estudiantes y esto dificultó la comprensión de los algoritmos. Si bien, el profesor mostró representaciones concretas de la amplificación del número ½, el ejemplo no resultó suficiente. Por otro lado, algunos de los conceptos o notaciones empleadas por el profesor generaban confusión, por ejemplo, poner flechas en lugar del signo igual. Frente a las confusiones que aparecieron a lo largo de las dos clases, el profesor no ahondó en justificar ni dar sentido a los procedimientos empleados, sino que reiteró los pasos a seguir o sugirió emplear otro método.

Respecto a la categoría *Posibilidades de comunicación*, en la clase de Pedro se distinguieron dos momentos diferentes, el trabajo en grupos pequeños y las discusiones con toda la clase. En los grupos pequeños los estudiantes tenían la posibilidad de comunicarse con el resto de estudiantes de su grupo y discutir para llegar a acuerdos. En los momentos de discusión grupal la mayoría de los estudiantes estuvo atento. Cuando algunos alumnos se distrajeron o comenzaron a jugar con el material, el profesor les pidió prestar atención. En varias ocasiones, cuando un estudiante hizo un comentario, el profesor preguntó a otros si estaban de acuerdo o no y por qué, o hizo que otros estudiantes explicaran lo que había dicho un alumno.

En la clase de Aldo, el profesor estuvo en frente de la clase la mayor parte del tiempo, realizando preguntas a los estudiantes para que estos opinaran. Los estudiantes se mostraron participativos, respondiendo las preguntas del profesor y realizando preguntas propias. Para opinar o participar en la clase los estudiantes no levantaban la mano, por lo que en algunos momentos varios estudiantes hablaban al mismo tiempo, sin distinguirse claramente un comentario de otro y sin dar seguimiento a las ideas. En general, el profesor incorporó las ideas que respondían a sus preguntas de forma acertada ignorando los errores. En algunos momentos, los alumnos plantearon dudas que no fueran abordadas.

4.2 Producciones creativas de los estudiantes

A continuación, se registran las producciones creativas de los estudiantes en la clase que pudieron identificarse en las grabaciones. Estas refieren a tres categorías: estrategias de solución, preguntas nuevas y relaciones entre conceptos.

En cuanto a la categoría *estrategias de solución*, en la clase de Pedro varios grupos de estudiantes diseñaron estrategias que permitieron comparar fracciones cuando las piezas no lo permitían de manera directa. Esta estrategia consistió en el reemplazo de piezas equivalentes, por ejemplo, una pieza de ¼ por dos piezas de 1/8. Al poder disponer de otra forma las piezas, se lograba apreciar la comparación de forma visual. En este caso, la producción de estrategias de solución estuvo relacionada con la *dificultad de las tareas*, ya que estas incorporaron problemas cuyo método de solución era desconocido *a priori* por los estudiantes, por lo que se esperaba que estos diseñaran estrategias para encontrar una solución. Por otro lado, las *posibilidades de comunicación* que realizó el profesor, caracterizadas por favorecer discusiones en grupos pequeños y con toda la clase, permitieron a todo el grupo incorporar las estrategias nuevas diseñadas por algunos estudiantes. Por el contrario, en la clase de Aldo, no se observó el diseño de estrategias por parte de los estudiantes. Análogamente, esto se relacionó con el hecho que las tareas estuvieron dirigidas a la reiteración de algoritmos.

En cuanto a las *preguntas nuevas* en el curso de Pedro, los estudiantes realizaron preguntas como, por ejemplo: *si cambio de orden las piezas ¿se mantiene siempre el área?*. En el curso de Aldo, las preguntas hacían alusión a comprender los pasos de los algoritmos enseñados, pero no levantaban elementos nuevos de análisis.

Finalmente, en cuanto a la *relación entre conceptos*, en el curso de Pedro se observaron relaciones entre el significado de las fracciones y elementos de la vida cotidiana. La siguiente escena muestra un ejemplo de esta categoría, donde una estudiante estableció una relación entre el denominador y el número de departamentos de un edificio:

> *El profesor modera una discusión de curso donde comentan la actividad de comparar 4/5 con 5/9. Ya han logrado determinar que 4/5 es mayor que 5/9. Una alumna levanta la mano. El profesor le da la palabra.*
> *Fernanda: Que era como que, 5/9 era más numeroso, números más grandes, pero más pequeños, entonces como que ahí…*
> *Profesor: Hay como una trampa. ¿Ustedes como en qué curso empezaron a ver fracciones?*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

> *Varios alumnos: En tercero*
> *Profesor: O sea que, por ejemplo, en primero o en segundo básico no tenían idea de fracción. Ya. Si le hubiésemos puesto este ejercicio a un niño de primero, de segundo básico, y le decimos, mira, hay unos números que se pueden escribir así, con un número arriba y un número abajo. (profesor escribe en la pizarra 4/5 y 5/9) Cuál crees tú que es mayor. ¿Qué creen que ese niño de segundo básico hubiese respondido? (muchos levantan la mano) ¿Vale?*
> *Valentina: ¿5/9?*
> *Profesor: ¿Por qué crees que ese niño hubiera dicho eso?*
> *Valentina: Porque yo hubiera creído que el número de arriba, el 4, es menor que el 5, y el 5 es menor que el 9, entonces hubiera creído que se hacía así.*
> *P: Claro, en segundo básico sabe que el 9 es mayor que el 5, sabe que el 5 es mayor que el 4, entonces dice, no tengo a donde perderme, o sea, esta persona está loca que me está preguntando eso, que es como obvio. (niña levanta la mano) ¿Franz?*
> *Franz: Que es verdad lo que dice la compañera, que tomamos por ejemplo un entero, y pusimos como un edificio y dijimos que, queríamos hacer caber en este edificio 300 departamentos, pero esos 300, que eran mucho más que 10, eran muchos más chicos.*
> *P: Perfecto. Y ese es un buen argumento para decirle al niño, que estos 9 son más chicos que estos 5, ¿cierto? (el resto de los estudiantes asiente, y dicen que sí)*
> (Diálogo en la clase de Pedro, 2018).

En la clase del profesor Aldo ninguna escena cumplió con las características para ser incluida en esta categoría. En este caso, se observa que la relación entre conceptos pudo relacionarse nuevamente con el propósito de las tareas dadas por el profesor, con el tiempo que dio para su resolución, con la forma en que favoreció la comunicación entre los estudiantes y con la manera de incorporar las producciones en una institucionalización al final de la clase, momento en que ocurre esta intervención.

5 Discusión

El objetivo de este estudio fue comprender la forma que las distintas dimensiones presentes en los entornos didácticos actuaron posibilitando o inhibiendo la emergencia del pensamiento matemático creativo en el aula. Para esto, se describieron tanto las prácticas docentes como las producciones creativas de los estudiantes en el aula en dos casos, un curso perteneciente a un entorno activo y otro curso perteneciente a un entorno reproductivo. El alto contraste en todas las dimensiones en los casos estudiados permitió reflejar con claridad cómo las prácticas docentes favorecen o inhiben la creatividad de los estudiantes.

Al mirar las dimensiones *dificultad de las tareas* e *institucionalización* se observó que en el entorno activo (clase de Pedro) la parte principal de la clase se estructuró el torno a tareas y preguntas desafiantes; luego, en la institucionalización, se incorporaron las ideas, preguntas y reflexiones surgidas en torno al trabajo en las tareas. En contraposición, en el entorno reproductivo (clase de Aldo), la institucionalización o presentación de los contenidos ocurrió al

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

principio, seguida de tareas orientadas a la reproducción de algoritmos, de esta forma la producción de estrategias e ideas no resultó necesaria. Estos casos ilustran una relación entre el tipo de tareas y la institucionalización con el surgimiento de producciones creativas.

Por otro lado, el tiempo que cada profesor destinó a la resolución apareció como un aspecto clave, mientras que Pedro dispuso gran parte de la clase a que los estudiantes pensaran en cómo resolver las tareas propuestas, Aldo no dispuso tiempo suficiente para abordar preguntas de reflexión. Otros estudios, como el realizado por Aziza (2018), abordaron el papel de las preguntas encontrando que aquellas que comenzaban con *cómo* y *por qué* permitían el surgimiento de ideas creativas. Nuestros hallazgos complementan este aspecto enfatizando que, más que atender a las palabras empleadas, es conveniente mirar sistémicamente cómo las tareas y preguntas apuntan a desarrollar un trabajo más activo de parte de los estudiantes, analizando su gestión y la forma en que el profesor logra recoger este trabajo en la formalización de los conocimientos.

La dimensión *Validación de las producciones* fue consistente al interior de cada caso, es decir, tanto errores como afirmaciones correctas se validaron de forma similar. La clase de Pedro se caracterizó por involucrar activamente a los estudiantes en cada una de sus contribuciones y preguntas, responsabilizándolos por sostener la validez de sus ideas y pensar sobre las cuestiones surgidas en la clase. En el caso de Aldo, la responsabilidad del conocimiento estuvo puesta en el profesor, y los estudiantes no tuvieron necesidad de reflexionar sobre sus contribuciones y preguntas.

Estos elementos siguen presentes en el tratamiento de los errores, donde la responsabilidad de aclararlos, en el caso de Aldo, estuvo en el profesor, mientras que Pedro identificó los errores o inconsistencias a través de preguntas, y los estudiantes debieron reestructurar sus ideas para corregirlas o precisarlas. El concepto de *contrato didáctico,* resulta central para explicar el hecho de que cada caso tenga un comportamiento consistente. En el caso de Aldo, las normas implícitas y las expectativas de los estudiantes situaban en él a quien poseía – y por tanto debía señalar – el conocimiento correcto. El carácter de verdad del conocimiento matemático aquí radicaba en la autoridad del profesor.

En el caso de Pedro, se establecía implícitamente que el carácter de verdad de los conocimientos matemáticos operaba en función de los argumentos que debían ser aportados principalmente por los estudiantes. Estos hallazgos concuerdan con las conclusiones de Sarrazy y Novotná (2013), quienes relacionan el concepto de contrato didáctico con la creatividad matemática, argumentando que donde opera un contrato didáctico que pone la responsabilidad del saber en los alumnos, estos tienen mayor capacidad para enfrentarse a problemas

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

desconocidos, logrando establecer de forma autónoma estrategias de solución y juzgar su pertinencia. En casos de un contrato didáctico que sitúe la responsabilidad del saber en el profesor, los estudiantes tienden a ser menos autónomos.

La categoría *posibilidades de comunicación,* atravesó las dimensiones anteriores. En el caso de Pedro se observó que los estudiantes se comunicaron en torno a ideas matemáticas y desarrollaron reflexiones en torno a ellas. En el caso de Aldo, fue escasa la posibilidad de los estudiantes de establecer un diálogo en torno a ideas matemáticas, primero, porque la gestión del aula no les permitió dar continuidad a las ideas y, segundo, porque la validez de las ideas finalmente recaía en la autoridad del profesor.

Se observó que dar seguimiento a las ideas, favorecer la comunicación entre pares y con el profesor, fue clave en el caso de Pedro para que los estudiantes formularan estrategias, preguntas y relaciones. En el caso de Aldo, este aspecto limitó el surgimiento y la incorporación de producciones nuevas por parte de los estudiantes. Este resultado concuerda con Hershkowitz, Tabach y Dreyfus (2017) quienes muestran la importancia de la comunicación entre pares para el surgimiento de la creatividad en el aula.

6 Conclusiones

El presente estudio indagó la forma en que distintos tipos de entornos didácticos favorecieron o, por el contrario, inhibieron el pensamiento matemático creativo de los estudiantes en el aula.

Los hallazgos de este estudio permitieron mostrar cómo distintos aspectos de las prácticas docentes, a saber, tareas desafiantes, una institucionalización que incorpore las ideas de los alumnos, validaciones que devuelvan al alumno la responsabilidad del saber y favorecer una comunicación entre pares y con el profesor, favoreció que los estudiantes mostraran distintas producciones creativas como el diseño de estrategias de solución, la emergencia de nuevas preguntas y la relación entre conceptos.

Análogamente, una institucionalización sin participación sustantiva de los alumnos, tareas reproductivas o poco desafiantes, validación que pone en el profesor la responsabilidad del saber y una comunicación poco fluida, inhibió el pensamiento creativo en sus diversas formas. Estos elementos configuran un perfil de acciones que se articula sistémicamente y está interrelacionado.

Como una limitación de este trabajo, podemos considerar que los diálogos y registros escritos captados por la cámara pudieron dejar fuera algunas discusiones entre estudiantes, así como el diseño de estrategias no captadas en la filmación. Estudios futuros podrían incorporar un mayor registro de lo que realizan los alumnos para analizar sus producciones creativas. Por otro lado, en este estudio se abordaron solo dos casos pertenecientes a escuelas de nivel socioeconómico alto. Para confirmar o discutir estos hallazgos es deseable examinar una mayor diversidad de aulas en cuanto a criterios socioeconómicos y geográficos.

Agradecimientos

Se agradece el financiamiento otorgado por la Beca de Doctorado Nacional Nº 21171411 del programa CONICYT/ANID y el Proyecto ANID ACE210010.

Referencias

ARAYA, P.; GIACONI, V.; MARTÍNEZ, M. Pensamiento matemático creativo en aulas de enseñanza primaria: entornos didácticos que posibilitan su desarrollo. **Calidad en la educación**. Santiago de Chile, n. 50, p. 319-356, 2019.

AZIZA, X. An analysis of a teacher's questioning related to students' responses and mathematical creativity in an elementary school in the UK. **International Electronic Journal of Elementary Education**, Kutahya, v. 10, n. 4, p. 475-487, 2018.

BARQUERO, B.; RICHTER, A.; BARAJAS, M; FONT, V. Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. *En:* GONZÁLEZ, M.; CODES, M.; ARNAU, D.; ORTEGA, T. (Eds.). **Investigación en educación matemática**. Salamanca: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2014. p. 157-166.

BEGHETTO, R.; KAUFMAN, J. Classroom contexts for creativity. **High Ability Studies**, Londres, v. 25, n. 1, p. 53-69, 2014.

BROUSSEAU, G. **Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas**. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007.

BROUSSEAU, G. Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. **Recherches en didactique des mathematiques**, París, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y aprendizaje**. Barcelona: Editorial Horsori, 1997.

COXBILL, E.; CHAMBERLIN, S.; WEATHERFORD, J. Using Model-Eliciting Activities as a tool to identify creatively gifted elementary mathematics students. **Journal for the Education of the Gifted**, Londres, v. 36, n. 2, p. 176-197, 2013.

CSIKSZENTMIHALYI, M. Implications of a systems perspective for the study of creativity. *En:* STERNBERG, R. J. (Ed.). **Handbook of creativity**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. p. 313-335.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

DAI, D.; TAN, X.; MARATHE, D.; VALTCHEVA, A.; PRUZEK, R; SHEN, J. Influences of social and educational environments on creativity during adolescence: Does SES matter? **Creativity Research Journal**, Londres, v. 24, n. 2, p. 191-199, 2012.

ECHEVERRÍA, G. **Análisis cualitativo por categorías**: Apuntes docentes de metodología de investigación. Santiago: Universidad Academia de Humanismo Cristiano, 2005.

ERVYNCK, G. Mathematical Creativity. *En:* THINKING, A. M.; TALL, D. (Eds.). **Advanced mathematical thinking**. Netherlands: Springer, 1991. p. 42-53.

FREIMAN, V. Complex and open-ended tasks to enrich mathematical experiences of kindergarten students. *En:* SINGER, F. M. (Eds.). **Mathematical creativity and mathematical giftedness**. New York: Springer, 2018. p. 373-404.

HERSHKOVITZ, S. Mathematical creativity and giftedness in elementary school: task and teacher promoting creativity for all. *En:* LEIKIN, R.; BERMAN, A.; KOICHU, B. (Eds.). **Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students**. Boston: Sense Publishers, 2009. p. 255-269.

HERSHKOWITZ, R.; TABACH, M.; DREYFUS, T. Creative reasoning and shifts of knowledge in the mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 49, n. 1, p. 25-36, 2017.

JANKOWSKA, D.; KARWOWSKI, M. Family factors and development of creative thinking. **Personality and Individual Differences**, Londres, v. 142, n. 1, p. 202-206, 2019.

KANHAI, A.; SINGH, B. Some environmental and attitudinal characteristics as predictors of mathematical creativity. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 48, n. 3, p. 327-337, 2016.

KWON, O.; PARK, J.; PARK, J. Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. **Asia Pacific Education Review**, Netherlands, v. 7, n. 1, p. 51-61, 2006.

LEIKIN, R.; PITTA-PANTAZI, D. Creativity and mathematics education: The state of the art. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 45, n. 2, p. 159-166, 2013.

LEIKIN, R. Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. *En:* LEIKIN, R.; BERMAN, A.; KOICHU, B. (Eds.). **Creativity in mathematics and the education of gifted students.** Leiden: Brill, 2009. p.129-145.

LEIKIN, R. Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight. **Psychological Test and Assessment Modeling**, Hamburgo, v. 55, n. 4, p. 385-400, 2013.

LILJEDAHL, P.; SRIRAMAN, B. Musing on mathematical creativity. **For the learning of mathematics**, Ontario, v. 26, n. 1, p. 20-23, 2006.

LITHNER, J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 67, n. 3, p. 255-276, 2008.

MARGOLINAS, C. **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, 1993.

PERRIN-GLORIAN, M. Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes "faibles". **Recherches en didactique des mathématiques**, París, v. 13, n. 1-2, p. 15-118, 1993.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a07

SARRAZY, B.; NOVOTNÁ, J. Didactical contract and responsiveness to didactical contract: A theoretical framework for enquiry into students' creativity in mathematics. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 45, n. 2, p. 281-293, 2013.

SHEFFIELD, L. Dangerous myths about "gifted" mathematics students. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 49, n. 1, p. 13-23, 2017.

SCHOEVERS, E.; LESEMAN, P.; SLOT, E.; BAKKER, A.; KEIJZER, R.; KROESBERGEN, E. Promoting pupils' creative thinking in primary school mathematics: A case study. **Thinking Skills and Creativity**, Netherlands, v. 31, p. 323-334, 2019.

SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 29, n. 3, p. 75-80, 1997.

SINGER, F.; SHEFFIELD, L.; LEIKIN, R. Advancements in research on creativity and giftedness in mathematics education: Introduction to the special issue. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 49, n. 1, p. 5-12, 2017.

SINGH, B. Differences in mathematical creativity of middle school children of different social groups. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 21, n. 4, p. 541-544, 2006.

STERNBERG, R. The Domain Generality Versus Specificity Debate: How Should It Be Posed? *En:* KAUFMAN, C.; BAER, J. (Eds.). **Creativity across domains: Faces of the muse**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate, 2004. p. 307-312.

TABACH, M.; FRIEDLANDER, A. School mathematics and creativity at the elementary and middle-grade levels: how are they related? **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 45, n. 2, p. 227-238, 2013.

TORRANCE, E. Predictive validity of the Torrance tests of creative thinking. **The Journal of Creative Behavior**, Boston, v. 6, n. 4, p. 236-262, 1972.

VOICA, C.; SINGER, F. Problem modification as a tool for detecting cognitive flexibility in school children. **ZDM Mathematics Education**, Hamburgo, v. 45, n. 2, p. 267-279, 2013.

YIN, R. K. **Case study research**: Design and methods, applied social research methods series. Newbury Park CA: Sage, 1989.

Submetido em 04 de Dezembro de 2019.
Aprovado em 27 de Março de 2021.