

Ensino de Matemática nos Anos Iniciais: aprendizagens de uma professora no contexto de tarefas investigativas*

Mathematics Teaching in the Early Grades: learning from a teacher in the context of investigative tasks

Luciane de Fatima Bertini**

Resumo

Este artigo traz reflexões sobre a viabilidade do uso de tarefas investigativas no ensino de matemática, nos anos iniciais do ensino fundamental, por meio da compreensão de potencialidades e limitações dessa utilização, a partir das ações e reflexões de uma professora. A coleta de dados foi realizada com a professora e os estudantes (8 a 9 anos de idade) de um quarto ano do ensino fundamental de uma escola pública brasileira. Compõem os dados: entrevista, gravações em áudio e vídeo, questionário e relatórios feitos pela professora e registros dos estudantes. Algumas potencialidades identificadas foram: incentivo à autonomia e criatividade; desenvolvimento da habilidade de argumentar e registrar; busca de estratégias diferenciadas, mobilizando conhecimentos matemáticos. Foram também identificadas limitações como: o tempo para o desenvolvimento da tarefa; o intervalo entre as aulas; a inexperiência das crianças com a argumentação e o registro; a imprevisibilidade gerada pela abertura na proposta. As potencialidades levantadas apontam para a possibilidade do uso dessas tarefas nos anos iniciais, contribuindo não só para aprendizagens matemáticas, como no desenvolvimento de atitudes como autonomia e respeito. As limitações observadas foram superadas ou minimizadas, em muitos momentos, por meio da atitude reflexiva da professora e do trabalho em parceria e compartilhado.

Palavras-chave: Tarefas Investigativas. Ensino de Matemática. Anos Iniciais.

Abstract

This article presents reflections on the viability of use of investigative tasks in mathematics teaching in elementary school through comprehension of strengths and weaknesses in this area of application, starting from a teacher's actions and hindsight. The data were obtained from the teacher and students (8 and 9-year-olds) of a fourth-grade class from a Brazilian public elementary school. The main components of the data are the following: interviews, audio, and video recordings, a questionnaire and reports done by the teacher and students' records. Some of the identified potentialities are: encouragement to autonomy and creativity; development of students' argumentation and registering skills; search for different strategies mobilizing math knowledge. Limitations were also identified such as time to develop the tasks; break time between classes; children's lack of experience with argumentation and registering; unpredictability generated by the openness of the proposal. The potentialities raised point out to a possibility of using these tasks in the early grades, contributing not only to mathematics learning, but also to the development of competences such as respect and autonomy. The limitations observed

* Uma primeira versão deste artigo foi publicada nos Anais da 32ª Reunião Anual da Anped, com o título *Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais: uma professora no contexto de tarefas investigativas*.

** Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Professora Adjunta na Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua das Seringueiras, 263, Apto. 174, Vila Parque Jabaquara, CEP 04321-070, São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: luciane.bertini@unifesp.br

were either overcome or minimized in many moments through the teacher's reflexive attitude and through team work.

Keywords: Investigative Tasks. Mathematics Teaching. Early Grades.

1 Introdução

Este artigo traz reflexões sobre o uso de tarefas investigativas no ensino e na aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. A literatura (ERNEST, 1996; GOLDENBERG, 1999; PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999; TUDELLA et al., 1999) mostra que tais tarefas permitem a elaboração e a discussão, em sala de aula, de diferentes estratégias, oferecem desafios aos estudantes, possibilitando que esses possam expor seus pontos de vistas, compreender e respeitar o ponto de vista dos outros e analisar e construir aprendizagens a partir dos erros e da reflexão resultantes. Características, estas, que diferem esse tipo de tarefa daquelas geralmente relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais, as quais enfatizam procedimentos, algoritmos e buscam a eliminação de erros.

Assim, a pesquisa desenvolvida, que originou este artigo, teve como questão principal compreender quais as potencialidades e as limitações do uso de tarefas investigativas no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental a partir das ações e das reflexões de uma professora.

Primeiramente, trazemos nossa concepção sobre tarefas investigativas, a partir de aportes teóricos que deram consistência à investigação realizada. Na sequência, apresentamos os aspectos teóricos e metodológicos da pesquisa realizada, bem como a descrição das tarefas elaboradas pela professora e desenvolvidas com seus alunos. No item seguinte, relatamos nossas reflexões sobre as potencialidades e as limitações que o desenvolvimento desse tipo de tarefa, no ensino da matemática nos anos iniciais, pode propiciar. Nossas considerações encerram o artigo, na perspectiva de contribuir para outros estudos e pesquisas.

Vale ressaltar que a versão do texto aqui apresentada, em relação à versão anteriormente publicada nos Anais da 32ª Reunião Anual da Anped, inclui alterações na introdução e nas discussões dos referenciais teóricos, além de conter ampliações quanto às opções metodológicas e à análise. As ampliações feitas na análise tiveram como objetivo

ampliar as relações estabelecidas entre os resultados da pesquisa e os referenciais teóricos utilizados.

2 Aulas com tarefas investigativas: um cenário de mudanças

Numa investigação, o professor escolhe um ponto de partida e os estudantes é que definem os problemas dentro da situação para tentar resolvê-los por seus próprios caminhos (ERNEST, 1996). Trata-se de uma tarefa aberta, ou seja, possui um grau de indeterminação no que é dado, no que é pedido, ou em ambos (PONTE, 2005) o que possibilita que os estudantes trilhem diferentes caminhos ao resolvê-la e, possivelmente, cheguem a diferentes resultados de acordo com o caminho escolhido. Ainda, é possível permitir que os próprios estudantes estabeleçam as questões a serem respondidas a partir de um tema geral.

Esse tipo de aula propõe a realização de trabalhos em grupo para que os estudantes possam discutir entre si as estratégias escolhidas, favorecendo a troca de ideias e a argumentação em favor daquilo que estão pensando; propõe, ainda, a discussão coletiva do que cada grupo produziu, possibilitando aos estudantes o contato com estratégias e pensamentos diferentes daqueles por eles utilizados, assim como a valorização do caminho percorrido para chegar à solução. Além disso, requer um papel diferenciado do professor, que é o de propor intervenções nos grupos e nas discussões finais de forma a incentivar os estudantes a utilizarem suas próprias estratégias, a avançarem por meio de questões desafiadoras nas suas explorações e, também, auxiliar em dúvidas que possam surgir durante a atividade. Há, ainda, a necessidade de uma sistematização final de tudo aquilo que for discutido pela classe.

Uma mesma tarefa pode apresentar-se como ponto inicial de uma investigação para uma turma de estudantes e não para outra, pois a propriedade de ser, ou não, uma tarefa investigativa não depende da tarefa em si, mas depende do conhecimento prévio da turma, como afirma Ponte (2005). Também, segundo Skovsmose (2008), ser, ou não, uma investigação é uma propriedade relacional; depende, além da natureza da tarefa, do professor, de como ele faz o convite, e dos estudantes, de quais sejam suas prioridades no momento. Assim, um dos principais desafios a ser enfrentado com o uso de tarefas investigativas diz respeito ao professor. A nova dinâmica da sala de aula, proposta por esse tipo de tarefa, exige desse profissional mudanças de postura diante do conteúdo matemático, diante de sua função

como docente e diante da participação dos estudantes no processo de ensino e de aprendizagem.

Essas mudanças de postura, exigidas por uma nova situação, trazem para dentro da sala de aula o imprevisível, fazendo com que o professor abandone a chamada *zona de conforto* e assuma a *zona de risco* (BORBA; PENTEADO, 2003). Para Penteado e Skovsmose (2008), a *zona de conforto* diz respeito às situações educativas que apresentam um alto grau de controle para os estudantes e para os professores. Em contrapartida, a *zona de risco* refere-se a situações educativas das quais nem os estudantes nem os professores têm total domínio do que pode acontecer e, por isso, gera riscos.

Esses riscos, no entanto, podem mostrar-se como um bom caminho para a aprendizagem, na medida em que podem trazer novas e produtivas oportunidades para descobertas. Para que isso ocorra, o professor deve estar preparado para trabalhar na *zona de risco* e enfrentar seus medos e suas inseguranças, sem permitir que o impeçam de seguir adiante. Freire, em um diálogo com Shor (FREIRE; SHOR, 2008) argumenta que sentir medo é normal, faz parte da condição humana como uma manifestação de estar vivo e, por isso, não é algo que diminui o homem, não se tem, assim, motivo para escondê-lo ou para negá-lo, mas, o que não se pode permitir, é que este medo o imobilize. Ainda, para que a *zona de risco* possa configurar-se como um bom caminho para a aprendizagem, observa-se a importância de um professor que reflète a respeito de seus êxitos e de seus fracassos e de um trabalho não individualizado, mas com parcerias para que a confiança possa ser adquirida na busca de mudanças. Também, as parcerias são importantes para que o professor não desista diante dos desafios e face à possibilidade de não obter êxito em alguns momentos. Segundo o autor, se os êxitos não forem percebidos de imediato, o professor precisará de alguém que lhe garanta que está no caminho certo. Seria uma forma de apoio e de confiança para permanência no caminho escolhido.

3 A realização da pesquisa

As discussões propostas neste artigo fazem parte de uma pesquisa de cunho qualitativo. Entende-se que, nesse caso, no contato direto do pesquisador com a situação estudada, a obtenção de dados descritos enfatiza mais o processo do que o produto, tendo a preocupação de retratar a perspectiva dos participantes (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Foi

justamente essa a preocupação deste estudo: a de enfatizar o processo vivido pela professora, retratando sua perspectiva sobre o tema estudado.

A pesquisa não se limitou a observar uma situação e a coletar dados, mas procurou envolver a professora participante nas reflexões e nas tomadas de decisão. Tais aspectos levaram a fazer uma aproximação da pesquisa, aqui desenvolvida, com a pesquisa-ação, a partir dos aspectos apresentados por Thiollent (1998).

Para Thiollent (1998, p.16) a pesquisa-ação é uma estratégia metodológica da pesquisa social na qual:

- a) há uma ampla e explícita interação entre pesquisadores e pessoas implicadas na situação investigada;
- b) dessa interação resulta a ordem de prioridade dos problemas a serem pesquisados e das soluções a serem encaminhadas sob forma de ação concreta;
- c) o objetivo de investigação não é constituído pelas pessoas e, sim, pela situação social e pelos problemas de diferentes naturezas encontrados nela;
- d) o objetivo da pesquisa-ação consiste em resolver ou, pelo menos, em esclarecer os problemas da situação observada;
- e) há, durante o processo, um acompanhamento das decisões, das ações e de toda a atividade intencional dos atores da situação;
- f) a pesquisa não se limita a uma forma de ação (risco de ativismo): pretende-se aumentar o conhecimento dos pesquisadores e o conhecimento ou o nível de consciência das pessoas e grupos considerados.

Analisando os itens propostos por Thiollent (1998), observam-se aspectos que coincidem ou que se aproximam daqueles utilizados neste estudo. Houve, durante a pesquisa, uma ampla e explícita interação entre a pesquisadora e a professora Natália¹ (item *a*).

Apesar do tema inicial da pesquisa ter sido proposto pela pesquisadora, a percepção dos problemas que surgiram e a busca por suas soluções aconteceram na relação de parceria, com o envolvimento efetivo da professora, e o direcionamento das questões a serem abordadas a partir do tema central foram se constituindo no decorrer das tarefas, de acordo com as necessidades observadas (itens *b* e *c*).

¹ Todos os nomes (da professora e dos estudantes) utilizados neste trabalho são fictícios para que seja garantido o anonimato dos participantes.

Os momentos de reflexão e de troca entre pesquisadora e professora, além de direcionarem os próximos passos da pesquisa, também colaboraram para a superação ou minimização de grande parte dos problemas percebidos (item *d*).

Esses momentos de reflexão e de troca envolviam a análise conjunta dos aspectos negativos e positivos apresentados em cada aula realizada, da forma de interação da professora com os estudantes, da tarefa proposta e da eficiência, ou não, das mudanças realizadas a partir de discussões anteriores (item *e*).

Por meio de uma relação de efetiva parceria, pesquisadora e professora puderam aprender e ampliar seus conhecimentos em relação às tarefas investigativas, em relação à dinâmica da sala de aula e em relação à formação profissional, algumas dessas aprendizagens foram destacadas, pela própria professora, como responsáveis por mudanças em sua forma de dar aulas (item *f*).

Caracterizaram-se como sujeitos da pesquisa a professora e os estudantes do quarto ano de uma escola pública brasileira, vinte e três estudantes com idade entre oito e nove anos.

Foram utilizados diferentes instrumentos para a coleta de dados: entrevista com a professora, gravações em áudio e vídeo, registros dos estudantes, relatórios escritos pela professora, anotações da pesquisadora e questionário respondido pela professora.

O trabalho realizado durante a pesquisa com a professora aconteceu de forma colaborativa, na medida em que a pesquisadora e a professora trabalharam como parceiras, considerando as devidas especificidades na pesquisa. Tal parceria não significou igualdade absoluta, uma vez que cada uma trouxe um tipo de conhecimento para a colaboração, mas refere-se à presença de paridade no relacionamento, representada pelo fato de que um respeita e reconhece a contribuição do outro (ZEICHNER, 2003).

Uma relação desse tipo, que envolve colaboração, é uma relação que precisa ser construída. Por isso, é importante destacar que a parceria profissional entre a professora e a pesquisadora se estabeleceu antes mesmo da ideia de se realizar a pesquisa, enquanto esta também atuava como professora na mesma escola. Essa relação de confiança e de parceria, já construída entre as duas professoras, foi mantida durante a pesquisa, só que agora entre pesquisadora e professora.

Buscando conhecer um pouco mais sobre a professora, sobre sua carreira, sobre o seu contato com a matemática e sobre a sua forma de ensinar essa disciplina foi realizada uma entrevista semiestruturada. Para Gaskel (2002, p. 65) a entrevista semiestruturada tem como

objetivo “uma compreensão detalhada das crenças, atitudes, valores e motivações, em relação aos comportamentos das pessoas em contextos sociais específicos”. Nessa entrevista inicial, a professora disse nunca ter tido contato com as investigações matemáticas e, como a intenção da pesquisadora era que a própria professora aplicasse as tarefas e, se possível, colaborasse na elaboração delas, foram feitas algumas reuniões de estudo para que ela pudesse, a partir de leituras, ter contato com as ideias de uma tarefa investigativa. Foram cinco reuniões, de aproximadamente cinquenta minutos cada, para estudos de textos relacionados à investigação matemática.

Constituíram-se como momentos de interação com a professora essas cinco reuniões para estudos de textos relacionados à investigação matemática; as reuniões, feitas entre uma aula e outra, destinavam-se a avaliar a aula anterior e pensar sobre o direcionamento da aula seguinte; as reuniões, em diferentes momentos, para assistir, juntas, aos vídeos das aulas gravadas. Silver et al. (2005) defendem que o *estudo de aula (lesson study)* permite que o professor desenvolva uma postura mais analítica sobre o próprio ensino e considere a aula como uma unidade de melhora; ao analisar uma situação real de ensino, o professor é levado a refletir sobre ela, levando em consideração todos os seus aspectos e, portanto, sua complexidade, e isso contribuirá para a melhoria de sua própria prática.

Os momentos de realização das tarefas propostas pela professora em sala de aula foram registrados em gravações em áudio e vídeo. Todas as aulas foram filmadas e os momentos em que os estudantes trabalharam nos grupos foram gravados em áudio. Esses registros foram importantes não só para auxiliar a lembrança do observador e facilitar o processo de análise, mas também para servir de comparação nos processos de triangulação com os dados produzidos pelos estudantes e pela professora (GÓMEZ, 2000). Também, foram gravados em áudio os momentos de conversa e estudo com a professora. Todo esse material audiovisual foi transcrito pela própria pesquisadora, no decorrer da coleta de dados, o que auxiliou na tomada de decisão em relação aos próximos passos da coleta de dados.

Os registros escritos pelos estudantes, a partir de cada uma das tarefas, foram recolhidos e constituíram-se como dados importantes, pois tornaram possível a comparação daquilo que as crianças conversavam nos grupos, das reflexões, das descobertas e dos caminhos percorridos com aquilo que, efetivamente, anotaram no registro como resposta.

A professora, por solicitação da pesquisadora, escreveu relatórios reflexivos após cada uma das aulas. Neles, foi possível observar quais eram as sensações da professora após cada

etapa, como ela avaliava a realização das tarefas: o seu desempenho e o dos estudantes, suas preocupações, suas angústias, suas descobertas e suas reflexões.

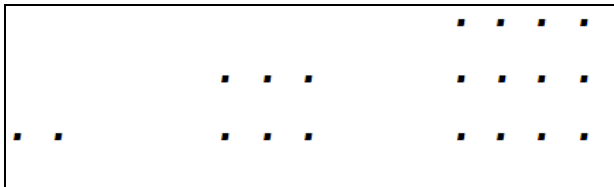
O material escrito pela pesquisadora se compõe das anotações reflexivas feitas a partir das conversas com a professora tanto nas reuniões de estudos mais sistematizadas como em conversas informais.

Após o término da realização das tarefas em sala de aula, solicitou-se que a professora respondesse um questionário com o objetivo de compreender como ela observou as possíveis transformações em sua prática docente e na aprendizagem dos estudantes, e como analisou a viabilidade do uso de tarefas de caráter investigativo nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O desenvolvimento da pesquisa na sala de aula envolveu a aplicação de duas tarefas. A primeira delas foi escolhida pela professora, na quarta reunião de estudos. O motivo da escolha da tarefa, apresentada em Porfírio e Oliveira (1999), foi a facilidade da professora ao resolvê-la; ela argumentou que conseguiu perceber as relações presentes na tarefa e, por isso, iria sentir-se mais segura para realizar as intervenções junto aos estudantes de maneira a estimular os avanços. Algumas alterações foram feitas nas questões propostas no texto original, visando adequá-las à idade das crianças que iriam resolvê-las. Após as modificações, a tarefa foi digitada e entregue aos estudantes (Quadro 1).

Uma nova sequência, que não constava na proposta inicial dos autores, foi apresentada aos estudantes para que comparassem se as conclusões válidas para a primeira sequência eram também válidas para a segunda (Quadro 2). Essa ideia surgiu enquanto a professora estava resolvendo a tarefa durante uma reunião com a pesquisadora. Para realização da Tarefa 1, foi necessário, um total de oito aulas, durante um mês e meio.

Observe a sequência:

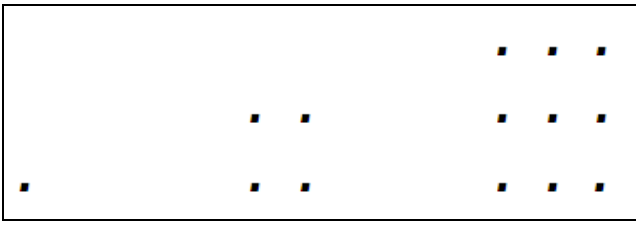


a) Qual a próxima figura dessa sequência? Desenhe.
b) E a seguinte? Desenhe.
c) Como é que cada figura se transforma na seguinte?
d) Quantos pontos tem cada uma das figuras que você desenhou?
e) Imagine que você quer saber o número de pontos da 10ª figura sem fazer o desenho, como você faria?

Quadro 1 – Tarefa 1: 1ª parte

Fonte: elaborado em parceria pela professora Natália e pela pesquisadora

Veja agora essa outra sequência:



Observe as conclusões, realizadas pela classe, a partir da outra sequência de pontos, verifique quais destas conclusões também valem para essa nova sequência e faça as alterações nas que não forem válidas.

Quadro 2 – Tarefa 1: 2ª parte

Fonte: elaborado em parceria pela professora Natália e pela pesquisadora

Havia a intenção de realizar com as crianças uma segunda tarefa, mas, dessa vez, seria criada pela professora e pesquisadora, em conjunto. Depois de alguns momentos de conversa, e devido à época do ano em que a pesquisa ocorria, mês de junho, propôs-se utilizar a organização da Festa Junina da escola como tema da nova tarefa (Quadro 3).

Comprando pipoca para a festa junina

Como todos sabem, estamos na época das festas juninas. A dona Silvana (coordenadora) está preparando a festa da escola e por isso vai comprar pipoca para distribuir aos alunos, afinal a pipoca não pode faltar em uma festa junina. Que tal ajudá-la descobrindo quanto ela vai gastar para comprar a pipoca para todos os alunos do período da manhã?

Discuta com seus colegas e imaginem primeiro o que vocês precisam saber para poder descobrir isso.

Quadro 3 – Tarefa 2: 1ª parte

Fonte: elaborado em parceria pela professora Natália e pela pesquisadora

A partir dessa proposta, as crianças trabalharam vários dias. Foram quatro momentos diferentes. Primeiro, as crianças, em grupos, discutiram quais os dados que precisariam ser coletados para que a tarefa pudesse ser resolvida e, na mesma aula, fizeram uma discussão do que cada grupo havia pensado, elaborando uma lista coletiva dos dados a serem coletados. Numa segunda aula, fizeram uma entrevista com a coordenadora da escola para obter dados referentes ao número de estudantes da escola e sobre a organização da festa junina. Outros dados, como os preços, foram pesquisados por algumas crianças em supermercados; essa pesquisa aconteceu em período diverso ao que frequentavam a escola, e de forma individual. A partir da lista coletiva e das pesquisas, na terceira aula, os dados foram organizados, mas ainda havia algo que não tinham solucionado: quantos saquinhos de pipoca seriam necessários

para ensacar a quantidade de um pacote de milho já estourado. Por isso, na quarta aula estouraram a pipoca para fazer a verificação.

Com todos os dados em mãos, pesquisadora e professora, em conjunto, organizaram a segunda parte da tarefa (Quadro 4).

Comprando pipoca para a festa junina

Dados obtidos:

- Preço do saquinho de milho para pipoca: R\$ 1,49
- Saquinho para colocar a pipoca: R\$ 1,20 (o pacote vem com 100 saquinhos)
- Número de alunos no período da manhã: 162
- Número de professores e funcionários: 16
- Não haverá convidados
- A escola faz 40 saquinhos de pipoca a mais
- Estourando um pacote de milho para pipoca conseguimos encher 29 saquinhos de pipoca.

Com esses dados vamos tentar descobrir quanto a escola precisará gastar para distribuir pipoca para os alunos do período da manhã na festa junina.

Não esqueçam de registrar todos os cálculos que vocês decidirem fazer para descobrir esse gasto. Essas anotações serão muito importantes para ajudá-los no momento de explicar para a sala o que fizeram.

Quadro 4 – Tarefa 2: 2ª parte

Fonte: elaborado em parceria pela professora Natália e pela pesquisadora

Para realização dessa, foram necessárias oito aulas, realizadas no período de duas semanas. Em todos os momentos a professora conduziu a realização das tarefas sozinha; a pesquisadora participou apenas como observadora.

As duas tarefas propostas neste estudo podem ser consideradas como tarefas de caráter investigativo, não exclusivamente por sua estruturação inicial, mas, principalmente, porque os estudantes aceitaram participar da investigação e envolveram-se nela. Skovsmose (2008, p. 21) afirma que “o cenário somente se torna um cenário para investigação se os alunos aceitam o convite”. É claro que o grau de aceitação e de envolvimento dos estudantes foi diferente no decorrer de cada aula e de cada tarefa; por isso em alguns momentos, as tarefas não tiveram esse caráter para todos os estudantes.

4 As potencialidades e as limitações apresentadas

Serão destacados, a seguir, os momentos nos quais foi possível, por meio das ações e reflexões da professora, perceber potencialidades e limitações do uso desse tipo de tarefa no ensino de matemática nos anos iniciais.

4.1 Caráter aberto da tarefa

Ponte (2005) destaca que uma das principais características de uma tarefa investigativa é o seu caráter. Característica, esta, que levou a professora a uma dúvida quase que constante entre valorizar as novas descobertas ou focar a discussão na tarefa proposta. Logo nas primeiras aulas e nas primeiras apresentações dos grupos à sala, ela se mostrava bastante aberta a todo tipo de descoberta dos estudantes. Com o passar das aulas, a professora apresentou várias reflexões sobre essa atitude, mostrando preocupações com o tempo de execução da tarefa e também com o foco proposto. Esses momentos de reflexão levaram Natália a fazer opções, que, de acordo como seu ponto de vista, ajudariam na organização e no desenvolvimento das aulas, como permitir e incentivar descobertas e relações a partir do foco principal de discussão e evitar divagações que fugissem desse foco.

A atitude da professora Natália de buscar um *limite* para as explorações dos estudantes é pertinente, para que não se corra o risco de tornar a investigação algo cansativo e infrutífero (GOLDENBERG, 1999). Mas permanece o desafio, ao professor, no sentido de analisar e decidir em quais momentos é conveniente explorar as discussões e em quais momentos deve intervir, retomando o foco principal da investigação; certamente isso não é algo simples.

Além das dúvidas em relação à condução das discussões, outra consequência da abertura desse tipo de tarefa é o surgimento de caminhos surpreendentes. Um dos grupos, durante a realização da tarefa da sequência de pontos, decidiu, ao invés de contá-los, uni-los formando quadradinhos e, a partir do número deles, realizar a tarefa (Figura 1).

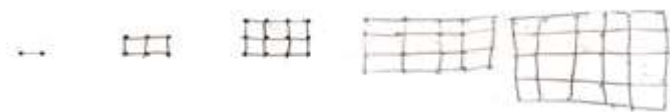


Figura 1 - Resolução do grupo 5 que *fechou* os pontos formando quadradinhos

Foi um caminho não suposto pela professora e pela pesquisadora quando, juntas, resolveram a tarefa. Isso certamente surpreendeu a professora e a deixou confusa num primeiro momento.

1. Profa.: Em outro momento, um outro grupo fez algo inusitado para mim, fechou os pontos em quadradinhos. A princípio fiquei meio confusa, o que eu deveria fazer? Desta vez consegui me controlar e continuei as intervenções com questionamentos acerca do que eles realmente haviam feito. Senti que fui melhor neste momento, fiquei realmente dentro da proposta (RELATÓRIO REFLEXIVO).

Essa não possibilidade de prever o que vai acontecer durante o desenvolvimento da tarefa, devido ao seu caráter aberto, foi uma das principais causas de inseguranças apontadas pela professora.

2. *Profa.: Inicialmente fiquei um pouco insegura por temer levá-los a uma única resposta. Até estou acostumada a discutir problemas e questões com eles, mas a investigação não tem um ponto de chegada, de conclusão como os outros [problemas] e aí que me senti um pouco perdida (RELATÓRIO REFLEXIVO).*

Natália estava trabalhando com um tipo de aula e de tarefa que, para ela, era novo. Já na primeira aula, Natália percebeu que havia saído da sua *zona de conforto* (problemas fechados) e assumido o trabalho em uma *zona de risco* (problemas abertos), na perspectiva de Penteado e Skovsmose (2008), o que, certamente, gerou sua insegurança, pois além de apresentar a ela uma situação nova, lhe tirou o controle dos caminhos a serem percorridos.

Apesar de assumir sua insegurança diante de algumas situações, Natália também mostrou superação ou, por vezes, diminuição desse sentimento no decorrer da pesquisa. Nesses momentos, pode-se observar alguns fatores que contribuíram para o enfrentamento dessas inseguranças: o trabalho em parceria com a pesquisadora, a sua atitude reflexiva, a oportunidade de assistir aos vídeos de suas aulas e a necessidade de escrever relatórios reflexivos após as aulas. Freire, em seu diálogo com Shor (FREIRE; SHOR, 2008) havia destacado a naturalidade humana do medo, destacando, apenas, a necessidade de não permitir que gere imobilidade das ações humanas. Nesse sentido, há indícios de que os fatores observados, que contribuíram para o enfrentamento das inseguranças pela professora Natália, podem ser possibilidades a serem experimentadas em momentos nos quais a profissão docente gere *medo*, facultando que, como consequência, ocorra um impedimento das ações desejadas.

Ao final das aulas propostas para a coleta de dados desta pesquisa, foi perguntado à professora a respeito dos aspectos positivos e negativos do uso de tarefas investigativas, e um aspecto positivo, levantado por ela foi, justamente, em relação à abertura que essas tarefas apresentam.

3. *Profa.: Positivo: as tarefas têm um caráter desafiador, muito diferente das questões matemáticas que costumam ser trabalhadas, as respostas não estão prontas, não há um resultado fechado e tudo isso possibilita que as crianças busquem respostas e sintam prazer em encontrá-las. O fato das tarefas não apresentarem resultados fechados propicia um aumento de repertório das crianças na busca das 'soluções', fica mais fácil de perceberem que as respostas podem ser diferentes, além do que, também passam a perceber que as variáveis são determinantes para as mudanças das respostas. A investigação matemática propicia uma forma ampla, complexa de pensamento que devemos desenvolver nas nossas crianças (QUESTIONÁRIO FINAL).*

A utilização de tarefas com esse caráter aberto também apresentou potencialidades quanto ao desenvolvimento de atitudes investigativas na professora e nos estudantes. Tais atitudes, muitas vezes, motivam questões do tipo - *o que acontece se...* - como se observa em

Skovsmose (2008, p. 20), que descreve um ambiente no qual os estudantes são convidados a assumir uma atitude investigativa e, nesse caso, aceitam o convite:

O professor pergunta: “O que acontecesse se...? E, mais tarde ouvimos de novo o seu “O que acontece se...?”. Os alunos podem ficar surpresos com algumas das propriedades matemáticas levantadas pelas questões. Cochichos vêm de todos os cantos. Mais adiante, torna-se possível ouvir mais claramente as vozes dos alunos: “O que acontece se...?”; “Sim, o que acontece se...?”. Talvez o professor pergunte: “Por que isto...?”, o que conduz a mais cochichos e, possivelmente, a períodos longos de silêncio. Mais tarde, algumas falas dos alunos podem ser ouvidas: “Sim, por que isto...?”.

Essa mesma atitude apareceu na condução das discussões. Pôde-se observar isso, claramente, na discussão final da segunda tarefa. Quando todos os grupos terminaram suas apresentações, a professora propôs algumas questões que deram origem a novos questionamentos.

4. *Profa.: É preciso que a gente converse o seguinte, os resultados do 1 do 3 e do 4, foram parecidos, chegou tudo mais ou menos perto, 14, 15 reais, deve ter acontecido alguma coisa na hora de multiplicar, mas se cada um tivesse pesquisado a sua pipoca, tivesse comprado pipoca num lugar diferente, tivesse comprado o saquinho de papel num lugar diferente, teria dado um resultado parecido?*

5. *Profa.: Ó, se decidíssemos... ó por exemplo, antes de nós entrevistarmos a dona Silvana vocês tinham escolhido outro tamanho de saquinho, o que que aconteceria se tivesse usado o médio? (VIDEOAULA 7- TAREFA 2).*

Também os estudantes, durante as discussões, apresentaram atitudes investigativas questionando “*que aconteceria se...*”, como nos seguintes exemplos:

6. *Lucas: Sabe o que o Vinicius falou de estourar a pipoca e depois contar, mas se a pipoca for pequena...*

7. *Caio: Vai dar um certo tanto e se a pipoca for grande vai dar outro.*

8. *Prof.: Vai ser mais ou menos.*

9. *Vicente: Se a pipoca for pequena vai dar bastante no saquinho (VIDEOAULA 3-TAREFA 2).*

Assim como destacado por Skovsmose (2008), tanto a professora como as crianças propuseram ampliações nas discussões, questionando *o que aconteceria se...*, o que revela que aceitaram o convite à investigação.

4.2 Intervenções

Em muitas situações, a professora realizou intervenções junto aos estudantes, pedindo explicações sobre aquilo que já tinham feito e registrado, ou mesmo sobre aquilo que eles lhe falavam. Esse tipo de intervenção não proporcionou somente uma maior reflexão dos estudantes sobre suas próprias ideias; contribuiu, também, para que a professora pudesse

compreender melhor o que estavam pensando, ajudando-a a elaborar questões para auxiliá-los no avanço dessas ideias.

Além de pedir explicações ao grupo, como forma de intervenção, a professora também solicitou a verificação daquilo que concluíam, e, por vezes, propunha uma verificação ou colocava um questionamento e se afastava.

Tais estratégias, não apresentavam resultado positivo em todos os grupos. Isso mostra que uma estratégia de intervenção pode ser bastante eficiente para um grupo e não ser tão eficiente para outro. Tudella et al. (1999, p.90), ao apresentarem a fase de interação entre professor e alunos, relatam “que questões dos alunos vão ser diferentes e a intervenção do professor também o deverá ser. Vão diferir também consoante o tipo de grupo”. É necessário observar as diferentes características de cada grupo para a escolha da melhor intervenção.

Os momentos de reflexão individual da professora, bem como os de troca com a pesquisadora auxiliaram aquela a perceber essa necessidade de intervenções diferentes em cada um dos grupos, auxiliando na diminuição da insegurança quanto à realização delas:

10. Profa.: Partindo de discussões com a pesquisadora, pude observar melhor as diferenças nas minhas intervenções em cada grupo. O que antes acontecia de forma “automática” e sem muita consciência, hoje, foi muito claro para mim. Quando chegava no grupo, logo vinha o pensamento: Qual a dinâmica deste grupo? Como estão realizando as discussões? Quais são os pontos que eles necessitam desenvolver melhor? Senti maior segurança nas intervenções que, certas ou equivocadas, tinham um objetivo claro (RELATÓRIO REFLEXIVO).

A professora Natália admitiu sua dificuldade com a escolha da melhor forma de intervir. Mas, em um dos últimos relatórios, ela parece ter encontrado uma importante forma de minimizar essa dificuldade: escutar os estudantes.

11. Profa.: Acredito que o profissional que se propõe a realizar este trabalho necessita aprender a lidar com a ansiedade e com a atenção para o que lhe é dito em detalhes, pois são eles que fornecem material para poder fazer as intervenções mais adequadas (RELATÓRIO REFLEXIVO – AULA 5- TAREFA 2).

Ouvir o estudante para melhor compreender suas dificuldades e os processos por eles utilizados (SCHON, 1995 apud POLENTTINI, 1999) e, também, para melhor preparar-se ao se colocar diante da fala do outro, mesmo que seja para discordar desta (FREIRE, 2002). A percepção da professora Natália vai diretamente ao encontro dessas ideias; ouvindo, em detalhes e com atenção, o que os estudantes lhe dizem, ela pode compreender melhor o que eles estão pensando, quais as suas dificuldades, e, desse modo, se preparar melhor para intervir, auxiliando-os a seguir determinado caminho ou a buscar outros.

4.3 Registros

A dificuldade dos estudantes em registrar as discussões ocorridas nos grupos, e a forma como chegaram às conclusões, apareceu nitidamente em vários momentos. Não foi surpresa que os estudantes apresentassem tais dificuldades, por não ser para eles uma atividade de costume. Ao invés de anotarem na folha de registro o caminho percorrido para se chegar a uma conclusão, eles faziam a anotação apenas da conclusão final, ainda que a professora os lembrasse, o tempo todo, da necessidade de registrar tudo aquilo que estavam discutindo.

Pôde-se observar, durante o desenvolvimento das tarefas, que, apesar da abertura da tarefa e da possibilidade de que cada grupo busque sua própria forma de conduzir a investigação, a intervenção do professor em relação aos registros, principalmente durante as primeiras experiências das crianças com esse tipo de tarefa, deve ser mais direta. O professor precisa mostrar aos estudantes algumas formas de registro, auxiliá-los a colocar no papel aquilo que estão pensando. Somente solicitar às crianças que anotem não os ajuda muito a aprimorar seu tipo de registro.

Shoenfeld (1996, p. 66), analisando a dificuldade de alguns estudantes ao resolver um tipo de problema por ele proposto, observou que esta se vincula à falta de tarefas que foquem instrumentos de comunicação nos currículos matemáticos: “os alunos a quem não tinha sido pedido para escrever em Matemática ou falar sobre isso, não desenvolveram estas armas”.

Um destaque se torna importante: os estudantes aos quais Shoenfeld (1996) se refere, ao falar da dificuldade da comunicação em matemática, são estudantes do 12º ano (cerca de 16-17 anos), e a nossa pesquisa analisa crianças com idades entre 8 e 9 anos, fato que merece uma atenção especial. As crianças dos anos iniciais, apesar de, nesse caso, estarem alfabetizadas, ainda estão descobrindo, experimentando e aprendendo a estrutura de cada um dos diferentes tipos de textos escritos. É comum, não só nas aulas de Matemática, que as crianças ainda precisem de auxílio na elaboração de textos escritos, tanto no que diz respeito à ortografia e à pontuação quanto no que diz respeito à organização das ideias, de forma coerente, para que seja compreensível ao leitor.

Ainda, a realização de registros detalhados e bem organizados é importante para o desenvolvimento das aulas que envolvem a investigação. Tudella et al. (1999) destacam três

fases dessas aulas: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa e discussão final. Nesta pesquisa, no desenvolvimento das tarefas pelas crianças, os registros se mostraram importantes para auxiliar na organização das ideias. Já na fase de discussão da tarefa os registros se tornaram fundamentais. Muitas vezes, as crianças não conseguiam explicar o que fizeram ou argumentar em favor das suas decisões por não conseguirem identificar, nos registros, os caminhos trilhados. Assim, é possível afirmar que a forma com que se realiza os registros pode interferir na realização das discussões finais e, por isso, tem importância fundamental para o sucesso desse tipo de atividade.

4.4 Tempo/intervalo entre as aulas

O tempo foi apontado pela professora como sua maior dificuldade na realização de tarefas investigativas, pois tinha relação direta na forma de conduzir as discussões.

12. Profa.: [...] porque dá uma angústia você ver a hora passando, você tem outras funções a...outras tarefas a cumprir, que tem que ser cumpridas, não adianta, senão você vai se complicar em outras coisas, principalmente com o problema da apostila² que você tem que seguir, você tem horário de inglês, horário de informática, você tem seus horários meio fechados (COMENTÁRIOS APÓS ASSISTIRMOS AO VÍDEO DA 4ª AULA).

Essa questão do tempo de duração das aulas é característica desse tipo de tarefa. Grandó et al. (2005) destacam essa extrapolação do tempo previsto inicialmente, quando falam sobre uma experiência do uso de tarefas investigativas em um grupo de estudos sobre geometria, do qual faziam parte estudantes de graduação em Matemática e professores tanto do Ensino Fundamental como do ensino superior.

A situação descrita pelas autoras é bem diferente daquela que vivem professores do ensino regular quando decidem trabalhar com esse tipo de tarefa. Elas apontam vantagens em não se trabalhar com a imposição de um programa, mostrando que isso possibilita uma maior riqueza nos resultados. No entanto, quando se reflete sobre o uso das tarefas investigativas nas aulas de Matemática do ensino regular, não se pode considerar essa liberdade em relação ao programa; pelo contrário, como indica a professora Natália, é preciso preocupar-se com a organização do currículo de acordo com o ano escolar e com a realidade de cada escola.

Além do tempo de duração de cada aula, para realização das discussões também foi objeto de preocupação e de reflexão da professora o tempo de intervalo entre aulas. Na

² Material didático adotado pela escola.

primeira tarefa, as aulas foram realizadas com o intervalo de uma semana entre uma e outra. Ao final, a professora observou que muito do que era discutido em uma aula se perdia até a aula seguinte, devido a esse intervalo de tempo. Esse problema era ainda mais intensificado pela dificuldade dos estudantes em anotar na folha de registros todos os passos de suas conclusões.

Tudella et al. (1999), ao abordarem a dinâmica numa aula baseada em tarefas investigativas, argumentam que o fato de as discussões ocorrerem em dias diferentes daqueles nos quais os estudantes realizaram a investigação dificulta o avanço inicial da discussão. No entanto, a experiência da professora Natália e das crianças mostrou que, dependendo da proposta, não é possível nem que a investigação (desenvolvimento da tarefa) aconteça em um único dia de aula. Nesses casos a utilização de registros detalhados poderia contribuir para a minimização da dificuldade com o início da discussão na aula seguinte.

Outra alternativa para minizar essa problemática foi encontrada pela professora Natália:

13. Profa.: Para ficar mais perto, a discussão, a gente tentar colocar, assim, talvez menos tempo para eles discutirem entre eles, menos tempo assim que eu falo, a gente tinha seis itens lá pra eles discutirem, então quando [um professor] for propor, [deve] propor assim: discute dois itens, então dá tempo de eles discutirem tudo e, na aula seguinte, que já vem bem perto, pode ser até no dia seguinte. A gente pode estudar um jeito lá na escola, eu mudo minhas aulas não tem problema. Ah, a gente já faz a discussão coletiva. Nem que deixar os outros itens para outro dia (COMENTÁRIOS APÓS ASSISTIRMOS AO VÍDEO DA 6ª AULA).

Essas sugestões foram colocadas em prática na realização da segunda tarefa. O intervalo entre as aulas foi bem menor, e foi realizado um primeiro momento de discussão coletiva após uma primeira aula de discussões em grupos. As alterações se mostraram bastante eficientes, colaborando para que o que foi discutido não se perdesse entre uma aula e outra e para que os grupos pudessem colaborar entre si.

4.5 Trabalho em grupo

Em alguns momentos, pôde-se notar, por parte de alguns estudantes, uma certa dificuldade com o trabalho em grupo. Logo no primeiro dia de discussão entre os integrantes, um dos grupos não estava conseguindo chegar a um acordo. Cada integrante dava uma ideia diferente e um estudante não parava para refletir sobre o que outro havia proposto. Freire (2002, p. 153) destaca que “[...] é escutando bem que me preparo para melhor me colocar ou

melhor me situar do ponto de vista das ideias”; assim, nesses momentos as crianças mostraram não ter *escutado* umas às outras, o que seria fundamental para que houvesse a discussão, no sentido de realizarem a tarefa de forma coletiva.

A organização dos grupos ainda propôs outros desafios à professora. Um deles foi a dificuldade dos estudantes em aceitar as opiniões dos outros e, também, em fazer com que eles explicassem aos colegas suas ideias e suas conclusões.

Observou-se que não basta pedir que as crianças trabalhem em grupo; é necessário ensiná-los a trabalhar cooperativamente, e isso não é algo que pode ser atingido em uma única aula.

No trabalho em grupo, além do conhecimento matemático, esse tipo de tarefa exige, dos estudantes, habilidades de relacionamento. A professora Natália, nas primeiras reuniões de estudo quando se tratou sobre a dinâmica de uma aula com base em tarefas investigativas, argumentou que estas, além de contribuírem para o aprendizado de conteúdos matemáticos, também podem colaborar nos relacionamentos, na medida em que oferecem aos estudantes oportunidades de perceber que, olhando para uma mesma coisa, as pessoas podem ter percepções diferentes, e terão que trabalhar com a ideia de argumentar sobre seu ponto de vista, ouvir o argumento do outro, e em alguns casos, perceber que ambos, apesar de terem percebidos relações diferentes, podem ter razão.

A abertura proposta pelas tarefas investigativas solicita que as crianças façam escolhas e opções no desenvolvimento (ERNEST, 1996; PONTE, 2005). Tal característica não apenas privilegia, mas exige discussões e negociações para que tais escolhas possam ser realizadas. Ainda, a configuração deste tipo de aula, como descrevem Tudella et al. (1999, p. 90), nos momentos de trabalho em grupo devem “privilegiar o desenvolvimento de atitudes questionadoras, a observação e análise das situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações e de argumentações”.

Dessa forma, assim como os registros, o modo como acontece o trabalho em grupo também mostrou ter influência no sucesso, ou não, da utilização desse tipo de aula, por esse motivo, como algo que precisa ser incentivado e utilizado com frequência, afinal trabalhar em grupo é também uma aprendizagem.

4.6 Preparação e organização das aulas: a importância de *trabalhar junto*

Desde o início de sua participação na pesquisa, Natália mostrou-se bastante disposta a *trabalhar junto* em todos os momentos. Ela colaborou nas discussões, deu opiniões, sugestões e mostrou-se, também, aberta a receber opiniões e sugestões.

Em alguns momentos ela até verbalizou essa satisfação em *trabalhar junto*:

14. Profa.: Começamos a aula conversando coletivamente sobre o que cada grupo já havia anotado, não promovi muitas discussões, somente anotei os dados na lousa para que os grupos tivessem acesso o tempo todo. Inclusive, esta anotação foi uma dica da pesquisadora, coisa que eu não tive pensamento de fazer. Este é o interessante de se trabalhar com alguém, esta troca é o que enriquece o trabalho. (RELATÓRIO REFLEXIVO- AULA 6- TAREFA 2)

A professora destacou (fala 14) a contribuição da pesquisadora para o seu trabalho; no entanto, vários são os momentos em que foi possível observar as contribuições oferecidas por ela na organização e no desenvolvimento da pesquisa. Essa troca efetivamente ocorreu. Freire (1985) diz que ninguém educa ninguém e que ninguém se educa sozinho, mas os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo. Professora e pesquisadora puderam aprender, por meio do contato mútuo e do contato com os estudantes, com as tarefas, com as leituras feitas e com as situações vividas.

No último questionário respondido, Natália afirmou que, apesar da participação nessa pesquisa, apesar de acreditar nos benefícios trazidos a ela e às crianças, ainda não se sentia segura para montar sozinha outras tarefas investigativas; ainda precisaria de apoio.

Realmente, a construção de tarefas investigativas mostra-se como um desafio na tentativa de utilização em sala de aula, uma vez que “ser capaz de construir, ou mesmo adaptar, situações de investigação é muito mais complexo do que parece à primeira vista” (OLIVEIRA et al., 1999, p. 100). Exige do professor criatividade para adequá-las não só aos conteúdos que pretende trabalhar, mas também ao interesse e aos conhecimentos dos estudantes aos quais a tarefa será apresentada.

Assim, *trabalhar junto* pode ser uma opção para o enfrentamento das dificuldades e frustrações que acompanham momentos de mudanças nas práticas de sala de aulas, momentos nos quais os professores se encorajam a enfrentar a *zona de risco*.

5 Algumas considerações

Buscou-se, no desenvolvimento da pesquisa, compreender quais as potencialidades e as limitações do uso de tarefas investigativas no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, a partir das ações e das reflexões de uma professora.

Destaca-se que as alterações e ampliações realizadas a partir da primeira versão deste texto, publicada nos Anais da 32ª Reunião Anual da Anped, permitiram validar, de maneira mais sistematizada, algumas das considerações apresentadas e, também, a ampliação das considerações, visando trazer à tona aquelas reveladas na participação da professora Natália (por meio de suas ações e reflexões).

Algumas das potencialidades identificadas relacionam-se às características das tarefas investigativas e, por isso, podem apresentar-se como potencialidades nos diferentes níveis de ensino. No entanto, destacam-se algumas considerações específicas ao uso desse tipo de tarefa nos anos iniciais. É nessa fase que as crianças iniciam o contato sistematizado com o corpo de conhecimentos da matemática e com a natureza e o modo de pensar dessa área de estudo. Iniciar o trabalho, já nos anos iniciais, com uma metodologia que permita o contato das crianças com uma matemática que não seja baseada apenas na reprodução de procedimentos, que incentive a autonomia e a criatividade dos estudantes, pode ter uma maior potencialidade nos anos iniciais, pois as crianças ainda não apresentam resistência em relação a ela. Além de contar com a maior disponibilidade das crianças em se aventurar e em aceitar os desafios, isso também pode contribuir para que essa disponibilidade permaneça em anos posteriores.

Também, a possibilidade de o uso dessas tarefas como contribuição ao desenvolvimento da capacidade de argumentar e de registrar dos estudantes ganha uma dimensão maior pelo fato de ser realizada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, já que os estudantes estão aprendendo, nessa fase, a fazer o melhor uso possível dos diferentes tipos de texto para registrar e para comunicar suas ideias.

Além da discussão das potencialidades demonstradas em relação às tarefas investigativas, pode-se destacar a potencialidade do trabalho em parceria. O fato de *trabalhar junto* proporcionou mais do que a superação de algumas dificuldades encontradas pela professora na realização e na condução desse tipo de tarefa; possibilitou, também, o seu desenvolvimento profissional.

Algumas dessas potencialidades foram observadas pela professora Natália e reveladas em suas reflexões, seja nos momentos de conversa com a pesquisadora ou em seus registros. Natália identificou que o trabalho com tarefas abertas permitiu que as crianças ampliassem seu repertório na busca de diferentes soluções para a tarefa e percebessem que as diferentes escolhas de percurso e de dados a serem utilizados têm influência nas mudanças em relação à

solução encontrada. Além disso, Natália destacou que tal abertura envolveu uma maior complexidade de pensamento por parte das crianças.

Em relação ao seu desenvolvimento profissional, Natália observou que houve mudanças em sua prática no decorrer do trabalho com as tarefas investigativas, as quais foram potencializadas pelo trabalho de parceria com a pesquisadora. A professora percebeu, por exemplo, que sua forma de realizar as intervenções com as crianças deixou de ser *automática*, passando a ser realizada com um objetivo claro para ela.

As limitações apontadas configuram-se, na verdade, como desafios a serem superados, referentes as relações dentro da sala de aula, as tarefas investigativas e a desconexão entre aquilo que é proposto numa aula baseada nessas tarefas e a estrutura escolar. Essa última foi responsável por muitas das ansiedades e angústias descritas pela professora, pois não basta realizar alterações e buscar a superação de desafios propostos pela metodologia, é preciso adaptar a presença dessa metodologia em um espaço organizado para outro tipo de atividade.

Natália observou que aspectos como o tempo a ser dedicado a essas aulas, o tempo entre uma aula e outra, a inexperiência das crianças com o registro e a argumentação oral, e a imprevisibilidade gerada pela abertura das tarefas foram aspectos que resultaram em angústias e inseguranças. Mas, foi interessante observar que tais observações impulsionaram a busca de alternativas e soluções por parte dela, o que mostrou que ela identificou as limitações como desafios a serem superados.

Merece, ainda, destaque especial, o que foi observado de positivo no ensino público. Há, sim, na escola pública brasileira, professores preocupados com sua formação profissional, abertos para novas aprendizagens, dedicados a tudo aquilo que pode contribuir para que as crianças tenham um ensino de melhor qualidade e que, por isso, podem fazer a diferença.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção tendências em educação matemática).

ERNEST, P. Investigação, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.) **Investigar para aprender matemática**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1996. p. 25-48.

FREIRE, P.; SHOR, I. **Medo e ousadia: o cotidiano do professor**. 12. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 24. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002. (Coleção leitura).

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 15. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

GASKEL, G. Entrevistas individuais e grupais. In: BAUER, M. W.; GASKEL, G. (Ed.) **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Tradução de Pedrinho A. Guareschi. Petrópolis: Editora Vozes, 2002. p. 64-89.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: ABRANTES et al. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 35-49.

GRANDO, R. C. et al. Os modos matemáticos de pensar que emergem de tarefas investigativas em um contexto de formação docente. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO: INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2005, Lisboa. **Anais...** Lisboa, 2005, [s.p.].

GÓMEZ, A. I. P. Compreender o ensino na escola: modelos metodológicos de investigação educativa. In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. 4. ed. Tradução de Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 99-117.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisas em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

OLIVEIRA, H. et al. Os professores e as actividades de investigação. In: ABRANTES, P. et al. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 97-110.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. (Coleção perspectivas em educação matemática).

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: PONTE J. P. et al. **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: GTI/APM, 2005. p. 11-34.

POLENTTINI, A. F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 247-261. (Seminários & debates).

PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES, P. et al (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 111-118.

SHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.) **Investigar para aprender matemática**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1996. p. 61-88.

SILVER, E. et al. Complementary approaches to mathematics teacher professional development: integrating case analysis and lesson study in the BI:FOCAL project. In: ICMI STUDY CONFERENCE: THE PROFESSIONAL EDUCATION AND DEVELOPMENT OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 15, 2005, Águas de Lindóia. **Anais....** Águas de Lindóia, 2005, [s.p.]. Disponível em:

<http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/_Silver_Edward__ICMI15_prop.doc>. Acesso em: 29 abr. 2015.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. (Coleção perspectivas em educação matemática).

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

TUDELLA, A. et al. Dinâmica de uma aula com investigações. In: ABRANTES, P. et al. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 87-96.

ZEICHNER, K. M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (Org.). **Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)**. Campinas: Mercado de letras e Associação de leitura do Brasil - ALB, 2003. p. 207-236. (Coleção leituras no Brasil).

Submetido em Abril de 2015.
Aprovado em Setembro de 2015.