ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

ARTIGO

Ideias-base de Função Mobilizadas por Estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em Situações de Proporção Simples

Base Ideas of Function Mobilized by Students in the Early Years of Elementary School in Simple Proportion Situations

Marli Schmitt **Zanella** *

ORCID iD 0000-0002-1621-9934

Veridiana **Rezende****

ORCID iD 0000-0002-4158-2196

Resumo

Esta pesquisa tem seu alicerce na Didática da Matemática. A Teoria dos Campos Conceituais respaldou a elaboração do instrumento de pesquisa e as análises dos dados produzidos. Teve por objetivo identificar que ideias-base de função são mobilizadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações de divisão por cota e multiplicação. Para o seu desenvolvimento, foram elaboradas 4 situações da classe proporção simples, das quais analisamos neste artigo duas delas, das subclasses cota e multiplicação um para muitos. O instrumento de pesquisa foi desenvolvido por 12 estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. A análise dos dados ocorreu a partir de gravações em áudio dos diálogos das duplas de estudantes e de suas produções escritas. Nas análises, há indicativos de que as ideias-base de função correspondência, dependência, regularidade e variável foram manifestadas por todos os participantes do estudo na situação envolvendo multiplicação um para muitos e, na situação envolvendo cota, apenas dois estudantes não manifestaram nenhuma ideia-base. A ideia-base generalização foi manifestada por quatro estudantes para a situação envolvendo cota. A partir dos resultados e com base na Teoria dos Campos Conceituais, inferimos que as situações multiplicativas sejam propostas desde os Anos Iniciais, considerando a variedade de subclasses, para que as ideias-base de função sejam desenvolvidas pelos estudantes durante todo o processo escolar.

Palavras-chave: Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa. Correspondência. Dependência. Regularidade. Variável.

* Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Docente do Departamento de Ciências e do Mestrado Profissional em Rede Nacional para o Ensino das Ciências Ambientais (PROFCIAMB) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), Goioerê-PR, Brasil. E-mail: mszanella@uem.br.

** Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Docente do Colegiado de Matemática e do Mestrado em Educação Matemática (PRPGEM) da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), Campo Mourão-PR, Brasil. Docente do Programa em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Cascavel –PR, Brasil E-mail: rezendeveridiana@gmail.com.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

Abstract

This research has its foundation in the Didactics of Mathematics. The Theory of Conceptual Fields supported the elaboration of the research instrument and the analysis of the data produced. The objective was to identify which basic ideas of function are mobilized by students of the 5th grade of Elementary School when solving division situations by quota and multiplication. For its development, four situations of simple proportion class were elaborated, from which two of them are analyzed in this article, from the quota and one-to-many multiplication subclasses. The research instrument was developed by 12 fifth-graders. Data analysis took place from audio recordings of the dialogues of the pairs of students and from their written productions. These analyses point to the fact that the base ideas of function correspondence, dependence, regularity, and variable were manifested by all participants in the situation involving one-to-many multiplication, and in the situation involving quota, only two students did not manifest them. The base idea of generalization was expressed by four students for the situation involving quota. From the results and based on the Theory of Conceptual Fields, we infer that multiplicative situations must be presented since the early years of Elementary School, considering the variety of subclasses, so that the basic ideas of function are developed by students throughout the school process.

Keywords: Conceptual Field of Multiplicative Structure. Correspondence. Dependency. Regularity. Variable.

1 Introdução

O conceito de função tem seu estudo iniciado, formalmente, no 9º ano do Ensino Fundamental. No entanto, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC indica que o estudo das noções de regularidade, generalização de padrões, propriedades de igualdade e noções de função sejam desenvolvidos com os estudantes desde os Anos Iniciais, especialmente durante a resolução de problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade (Brasil, 2018).

De acordo com Vergnaud (2013), os processos de ensino e de aprendizagem da proporcionalidade são favorecidos a partir de uma diversidade de situações envolvendo quantidades contínuas ou discretas, nas quais se distinguem especialmente as situações de multiplicação, quarta proporcional, divisão por partição e cota.

Assumimos que o pensamento funcional está alicerçado nas estruturas multiplicativas (Magina; Porto, 2018), em especial, nas relações quaternárias, que envolvem quatro quantidades diferentes que são diretamente proporcionais. Vergnaud (2009, p. 72) descreve que "[...] as relações quaternárias colocam frequentemente em jogo dois conjuntos de referência e não apenas um, e a correspondência entre eles [...]".

Esses elementos nos possibilitam elucidar discussões a respeito do Campo Conceitual Multiplicativo e das relações existentes entre as situações multiplicativas, pertencentes a este Campo Conceitual, e das ideias-base de função (Zanella; Rezende, 2022). Consideramos como ideias-base de função aquelas comuns a todos os tipos de função e conhecidas por *correspondência*, *dependência*, *variável*, *regularidade* e *generalização* (Tinoco, 2002; Caraça, 1998; Nogueira, 2014).

De acordo com Vergnaud (2013), o conhecimento constitui-se e desenvolve-se em

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

interação adaptativa do sujeito com as situações que ele vivencia ao longo do tempo, seja em atividades escolares, profissionais ou em espaços não formais. Isso pressupõe que cada nova situação enfrentada permite ao sujeito avançar seus conhecimentos, permitindo-lhe desenvolver competências cada vez mais complexas.

Dessa forma, Vergnaud (1996, 2013) considera a possibilidade e a relevância de se estabelecer uma classificação para as situações, do ponto de vista de sua estrutura conceitual, com o propósito de garantir a indicação de diferentes situações com níveis de complexidade diversos, fazendo que, com base em seu referencial teórico, a Teoria dos Campos Conceituais se debruçasse sobre a classificação das situações pertencentes às estruturas aditiva e multiplicativa.

Para a pesquisa aqui apresentada, estabelecemos como objetivo *identificar que ideias-base de função são mobilizadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações de divisão por cota e multiplicação.* Esta investigação se refere a uma parte da pesquisa de pós-doutoramento da primeira autora, que compõe as discussões do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa), cujo objeto de estudo é o Campo Conceitual das Funções.

Em um estudo pautado na identificação e classificação das situações multiplicativas presentes em uma coleção de livros didáticos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a classe de proporção simples contabilizou 291 situações de um total de 369 situações multiplicativas, o que representa quase 80% do total situações da coleção analisada (Zanella; Rezende, 2022). Essa representatividade da classe de proporção simples elucidada nas situações dessa coleção indica a proximidade que os estudantes do 5º ano têm com situações da classe de proporção simples.

De acordo com Gitirana *et al*. (2014), cada uma das subclasses de proporção simples apresenta diferentes níveis de complexidade quanto à sua resolução. Por exemplo, as subclasses multiplicação um para muitos e partição são consideradas prototípicas, o que significa que essas situações são menos complexas para o desenvolvimento de sua resolução. A subclasse cota é de primeira extensão, o que significa que apresenta um grau maior de dificuldade do que as prototípicas. As situações da subclasse de quarta proporcional são consideradas pelas autoras como 2ª extensão, o que significa que o grau de complexidade é ainda maior em relação às demais subclasses de proporção simples.

São essas diferenças no nível de complexidade de resolução das situações que permitem aos estudantes avançar no desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos relacionados à estrutura multiplicativa, já que uma maior diversidade de situações multiplicativas favorece o

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

domínio do Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa.

As discussões teóricas aqui apresentadas são contempladas na próxima seção, e estão embasadas em Tinoco (2002), Pavan (2010) e Caraça (1998), no que se refere às ideias-base de função, e em Vergnaud (1990, 1996, 2009, 2013) para o Campo Conceitual Multiplicativo.

2 Interlocuções entre ideias-base de função e situações multiplicativas com aporte da Teoria dos Campos Conceituais

As primeiras evidências do pensamento funcional estão apoiadas no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, pois, de acordo com Vergnaud (1996), nas situações envolvendo relações quaternárias estão presentes as relações funcionais. Magina e Porto (2018) também defendem que as operações aritméticas e as funções são representantes da natureza algébrica da aritmética, uma vez que o algoritmo da multiplicação é um modelo algébrico.

Devido à estrutura das situações multiplicativas, que envolve uma operação de multiplicação/divisão, certas situações permitem a modelação da função linear, do tipo $f(x) = a.x$, com $a \neq 0$ (Miranda, 2019). Consideramos também que as situações de isomorfismo de medidas, representadas por uma relação quaternária entre quatro quantidades - duas a duas medidas diferentes, sendo que uma dessas quantidades corresponde ao valor unitário -, permitem manter relações entre conjuntos, de modo que existe uma correspondência entre eles que transforma um no outro, e vice-versa.

Por se tratar de uma correspondência envolvendo proporcionalidade, as relações do isomorfismo de medidas mantêm a correspondência do tipo: se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $a \cdot d = b \cdot c$, quando b e d são diferentes de zero (Lima *et al*., 2006). Essa relação de correspondência permite estabelecer aproximações entre o Campo Conceitual Multiplicativo e as ideias-base de função.

Nesta pesquisa, consideramos ideias-base de função *dependência*, *correspondência*, *variável*, *regularidade* e *generalização* respaldadas em Pavan (2010), Caraça (1998) e Tinoco (2002). Consideramos que uma função é uma relação matemática entre dois conjuntos A e B não vazios, de modo que, para cada elemento do conjunto A, existe um único elemento correspondente no conjunto B (Lima *et al*., 2006).

A relação de *dependência* ocorre entre grandezas variáveis. De acordo com Tinoco (2002), na relação funcional, uma das grandezas, denominada variável dependente, é determinada pela variação da outra grandeza, denominada variável independente. A ideia-base dependência é observada em situações cotidianas, por exemplo, ao calcularmos a quantidade

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

de ovos em 3 dúzias. Nessa situação, relacionamos a quantidade de ovos em uma dúzia (12 ovos) e a quantidade de dúzias (3 dúzias). Temos, nesse exemplo, as duas variáveis, sendo que a quantidade de ovos é a variável dependente, e a quantidade de dúzias, a variável independente. Embora essa ideia-base esteja implícita no enunciado da situação, ela, por vezes, não é clara ao estudante. Por esse motivo, de acordo com Pavan (2010), para explorar essa ideia-base, que envolve duas grandezas variáveis, as situações mais proveitosas são aquelas que solicitam o valor de uma variável em função da outra, como em situações envolvendo custo para compra de certa quantidade de produtos.

A ideia-base *variável* representa um número qualquer de um conjunto, mas não um número específico (Tinoco, 2002). Utiliza-se um símbolo ou uma letra para representar uma variável, referindo-se a um número arbitrário, um valor desconhecido. Uma variável nem sempre está explícita no enunciado da situação, pois tal variável é dependente ou independente de outra grandeza (Caraça, 1998). Assim, essa ideia-base surge pela necessidade de representação simbólica que relaciona elementos entre conjuntos, proveniente da ideia-base *correspondência*; do contrário, teríamos que usar resultados particulares e não obteríamos uma generalização para tratar situações da própria Matemática.

Entende-se que uma quantidade x é variável quando x passa por diferentes valores de determinada grandeza. De acordo com Caraça (1998), podemos escrever a seguinte relação para compreender as noções de variável dependente e independente: sejam x e y duas variáveis para representar conjuntos de números. Para relacioná-los, escrevemos: y é função de x, ou, $y = f(x)$. Se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$, então x é variável independente e y é variável dependente em relação a x (Lima *et al*., 2006).

De acordo com Zanella e Rezende (2022), a ideia-base *correspondência* está associada a uma correspondência unívoca no sentido de $x \rightarrow y$, em que x e y representam variáveis de conjuntos distintos, X e Y, respectivamente. A relação de correspondência representada por $x \rightarrow$ y significa que, para cada elemento x do conjunto X, existe um único elemento correspondente y pertencente ao conjunto Y, de modo que o próprio conceito de função está apoiado na relação de correspondência, conforme explicitam Lima *et al*. (2006) e Caraça (1998).

A ideia-base *correspondência* estabelece que a relação entre dois elementos refere-se ao método como pensamos em antecessor e sucessor (Caraça, 1998). Podemos observar a correspondência quando imaginamos uma situação em que, para entrar em um parque de diversões, cada pessoa precisa comprar um bilhete. Nessa situação tem-se dois conjuntos distintos, não nulos, representados por P: conjunto de pessoas e B: conjunto de bilhetes.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

Relacionamos cada bilhete entregue na bilheteria a uma pessoa que teve acesso ao parque.

A ideia-base *regularidade* permite identificar a ocorrência regular de um determinado fenômeno, e constitui uma das primeiras noções para a construção do conceito de função (Tinoco, 2002). De acordo com Rodrigues (2021), é essencial identificar regularidades e padrões em situações reais, visto que a noção de regularidade está explícita na observação de repetição de valores, sequências numéricas, padrões geométricos, ou na identificação de regularidade de um determinado padrão icônico (Pavan, 2010), o que é observado nas atividades desde a Educação Infantil, quando uma sequência de desenhos ou imagens é repetida aos estudantes (Nogueira, 2014).

A ideia-base *generalização* tem seu alicerce na observação de fenômenos que ocorrem regularmente e, portanto, podem ser generalizados. De acordo com Tinoco (2002), a *generalização* envolve também a abstração e a argumentação, favorecendo verificar a validade de uma certa lei para quaisquer casos (Pavan, 2010). A ideia-base *generalização* está presente nas situações multiplicativas e em todas as situações aritméticas, embora não explicitamente. De acordo com Magina e Porto (2018), ao analisarmos uma situação multiplicativa do tipo “Sabendo que 1 carro tem 4 rodas, quantas rodas têm 3 carros?”, podemos representá-la algebricamente por $f(x) = 4x$, independentemente do fato de tal representação estar ou não explícita no enunciado, de modo que é possível estabelecer uma relação funcional linear entre carros e rodas, dois conjuntos distintos não vazios, que representam uma regularidade entre a quantidade de rodas e a quantidade de carros.

De acordo com Merli (2022), as ideias-base de função são consideradas como conceitos organizadores do Campo Conceitual da Função. Segundo Vergnaud (2019), os conceitos organizadores desempenham papel essencial na elaboração do conhecimento pelo sujeito, pois são construídos na ação do sujeito ao resolver uma situação. A partir do valor atribuído aos conceitos organizadores, o sujeito determina ou seleciona os procedimentos a serem realizados para resolver uma situação; desse modo, as estratégias esperadas ao se resolver uma situação estão relacionadas ao nível de conceitualização ao qual tem acesso o sujeito, o que não esgota as estratégias efetivamente mobilizadas, mas nos permitem estabelecer uma ordem para os conceitos organizadores, da forma que fazem sentido ao sujeito em ação. Dito isso, vale ressaltar que os conceitos organizadores permitem fazer um diagnóstico pelo sujeito, e, assim, orientar a ação para que tais conceitos sejam eficazes ao resolver uma situação.

A Teoria dos Campos Conceituais privilegia modelos que atribuem papel essencial aos próprios conceitos matemáticos, embora o enunciado e a quantidade de elementos em jogo também possam interferir no nível de complexidade de cada situação, como propõem Gitirana

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

et al. (2014), ao organizarem as diferentes subclasses de situações multiplicativas a partir do nível de complexidade exigido para resolvê-las.

De acordo com Vergnaud (1996), um campo conceitual é entendido a partir de um conjunto de situações, o que permite atribuir uma classificação às situações, considerando o nível de complexidade envolvido em cada classe e os procedimentos utilizados pelo sujeito ao resolvê-las. Nas palavras desse autor:

> […] Un campo conceptual es a la vez un conjunto de situaciones y un conjunto de conceptos. El conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo implica una variedad de conceptos, de esquemas y de representaciones simbólicas en estrecha conexión; el conjunto de los conceptos que contribuyen a dominar esas situaciones. Estos conceptos forman sistemas, cuya organización es asimismo progresiva, eventualmente nunca concluida: por ejemplo, el campo conceptual de las estructuras aditivas se desarrolla en un plazo de tiempo muy largo a partir de los 3 o 4 años y hasta finalizar los estudios secundarios; errores de conceptualización se mantienen en numerosos adultos, si no en todos […] (Vergnaud, 2013, p. 156-157).

Nesta pesquisa, o enfoque está no Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa, organizado em relações ternárias e quaternárias. A relação ternária envolve três quantidades, das quais uma é o produto de outras duas. Distinguem-se duas classes de situações, produto cartesiano e comparação multiplicativa. A relação quaternária envolve quatro quantidades, sendo, duas a duas, medidas diferentes, com uma das quantidades correspondendo ao valor unitário. Ela está organizada em três classes de situações: proporção simples, proporção múltipla e função bilinear (Ramos *et al.*, 2021). No Quadro 1, apresentamos cada uma das classes e as respectivas subclasses que compõem o Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa.

<table>
<tr><th>Campo conceitual</th><th>Relações</th><th>Classes</th><th>Subclasses</th></tr>
<tr><td rowspan="12">Estrutura multiplicativa</td><td rowspan="7">Relação quaternária</td><td rowspan="4">Proporção simples</td><td>Multiplicação um para muitos</td></tr>
<tr><td>Cota</td></tr>
<tr><td>Partição</td></tr>
<tr><td>Quarta proporcional</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporção múltipla</td><td>Um para muitos</td></tr>
<tr><td>Muitos para muitos</td></tr>
<tr><td>Função bilinear</td><td>Função bilinear</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Relação ternária</td><td rowspan="2">Produto cartesiano</td><td>Configuração retangular</td></tr>
<tr><td>Combinatória</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Comparação multiplicativa</td><td>Relação desconhecida</td></tr>
<tr><td>Referido desconhecido</td></tr>
<tr><td>Referente desconhecido</td></tr>
</table>

Quadro 1 – Classes e subclasses do Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa
Fonte: adaptado de Vergnaud (1996) e Gitirana *et al*. (2014)

Nesta pesquisa, discutimos, de forma mais aprofundada, a classe de proporção simples, subclasses multiplicação um para muitos e cota. Essa classe está organizada em 4 subclasses: multiplicação um para muitos, partição, cota e quarta proporcional. No Quadro 2, apresentamos o esquema relacional que representa cada uma das subclasses de proporção simples.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

Subclasse proporção simples	Esquema relacional	Descrição
Multiplicação um para muitos	$\begin{array}{c\|c} \boxed{1} & \boxed{a} \\ \boxed{b} & \boxed{x} \end{array}$	A medida se relaciona à unidade. É dada (a unidade 1) e se deseja saber o valor que corresponde à segunda medida de mesma espécie da unidade.
Divisão–partição ou Distribuição	$\begin{array}{c\|c} \boxed{1} & \boxed{x} \\ \boxed{b} & \boxed{c} \end{array}$	É dada a correspondência entre duas medidas de natureza distintas, e se deseja saber a medida que corresponde à unidade.
Divisão-cotação ou cota	$\begin{array}{c\|c} \boxed{1} & \boxed{a} \\ \boxed{x} & \boxed{c} \end{array}$	A medida que corresponde à unidade (medida igual a 1) é dada, e se deseja saber a medida que corresponde à de mesma natureza da unidade dada, ou quantas cotas/grupos se pode obter com a medida dada.
Quarta proporcional	$\begin{array}{c\|c} \boxed{a} & \boxed{b} \\ \boxed{c} & \boxed{x} \end{array}$	A relação de proporcionalidade em que a medida correspondente à unidade não é explicitada e nem solicitada, podendo ser mais complexa caso as medidas dadas de mesma natureza, ou não, sejam múltiplas uma das outras.

Quadro 2 – Subclasses da Proporção Simples
Fonte: Dezilio e Rezende (2022, p. 96)

Considerando a existência da variedade de situações em um campo conceitual, e que as variáveis de cada situação constituem um meio para construir sistematicamente o conjunto das classes e subclasses possíveis, Vergnaud (1996) defende que os processos cognitivos e as resoluções produzidas pelos estudantes são adaptadas em função das experiências que vivenciam e das diferentes situações que enfrentam; por isso, o autor considera as diferentes subclasses de situações como primordiais para que o sujeito avance no domínio de um campo conceitual. É a partir da variedade de conceitos em diversificadas situações que o campo conceitual se estabelece para o sujeito.

Almouloud (2016) esclarece que as variáveis didáticas interferem diretamente no grau de complexidade exigido para sua resolução, e, com isso, podem indicar uma hierarquia de dificuldade na resolução dessas situações. Além das variáveis didáticas, constam os valores dessas variáveis, como mostraremos a seguir.

Especificamente, consideramos neste estudo as seguintes variáveis didáticas e seus respectivos valores: (i) classe e subclasse das situações multiplicativas – proporção simples – subclasse multiplicação um para muitos e cota; (ii) abrangência numérica - conjunto dos Números Naturais e respectivos valores assumidos nas situações (quantidades envolvendo dezena, centena e valores discretos).

Descrevemos, na próxima seção, os encaminhamentos metodológicos da pesquisa, e

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

explicitamos uma organização para analisar as situações multiplicativas e identificar as ideias-base de função.

3 Percurso metodológico

Esta pesquisa apresenta características de abordagem qualitativa, em consonância com os pressupostos teóricos definidos por Bogdan e Biklen (1994), os quais descrevem algumas aspectos metodológicos para esse tipo de abordagem, a saber: (i) nainvestigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Uma das fontes de evidências que compreende a recolha de dados de nossa pesquisa constituiu-se de registros escritos, e também de registros orais, transcritos de gravações de áudio. Esses registros foram produzidos por 12 estudantes, de uma mesma turma, que cursavam, em 2022, o 5º ano do Ensino Fundamental em uma Escola Municipal do interiror do Estado do Paraná. (ii) A investigação qualitativa é descritiva. A descrição dos dados e registros obtidos durante a investigação foi utilizada para ilustrar e substanciar as análises das pesquisadoras. (iii) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.

Realizamos uma análise descritiva e interpretativa dos dados recolhidos com intuito de olhar as ideias-base de função mobilizadas pelos estudantes colaboradores da pesquisa, a partir da resolução de 4 situações multiplicativas de proporção simples, das quais descrevemos aqui as produções relacionadas às subclasses de cota e multiplicação um para muitos. As situações multiplicativas são familiares aos estudantes, visto que já possuem a prática da resolução de problemas em sala de aula. O contexto das situações também foram extraídos do livro didático (Dante, 2017) utilizado pelos participantes, em que foram realizadas adaptações para favorecer a mobilização de ideias-base de função. (iv) Os dados são analisados de forma indutiva. (v) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. As análises descritivas e interpretativas fundamentadas nos quadros teóricos abordados nesta pesquisa fazem parte do processo reflexivo das pesquisadoras.

As situações foram elaboradas para contemplar 2 subclasses da proporção simples: cota e multiplicação um para muitos. O contexto das situações foi escolhido para contemplar maior proximidade com a realidade dos participantes, pois, já vivenciam em sala de aula a prática de resolução de problemas, e os enunciados foram adaptados de problemas extraídos do livro didático utilizado por eles. Cada situação continha questões auxiliares para favorecer a mobilização de ideias-base de função, conforme resultados identificados na pesquisa de Zanella e Rezende (2022).

Para que pudéssemos identificar a mobilização das ideias-base de função, os alunos trabalharam em duplas, na sala da biblioteca da escola, acompanhados da pesquisadora. Foram fornecidos aos participantes o enunciado das situações e folhas em branco, para usarem como rascunho. Um gravador de áudio ficou disponível aos participantes para captar as discussões e estratégias utilizadas pelas duplas. Em média, foram necessários 20 minutos para resolverem cada uma das situações. As duplas foram nomeadas por G, seguido de numeral (G1, G2, G3, G4, G5 e G6), e cada estudante foi representado por nomes fictícios, para resguardar o anonimato.

No Quadro 3, apresentamos duas situações que foram analisadas neste artigo, assim como explicitamos as variáveis didáticas consideradas e o enunciado de cada situação. O instrumento de pesquisa foi elaborado contendo quatro situações, uma de cada subclasse da proporção simples.

Variáveis didáticas	Enunciado da situação
(i) Multiplicação um para muitos (Prototípica); (ii) Números Naturais (centena)	(S1) Em um dia de trabalho, um pipoqueiro vende 20 saquinhos de pipoca. Sabendo que ele vende a mesma quantidade de saquinhos por dia, responda: (a) Em 2 dias, quantos saquinhos de pipoca ele venderá? (b) Em 10 dias, quantos saquinhos de pipoca ele venderá? (c) E, em vários dias (uma quantidade qualquer de dias), quantos saquinhos de pipoca ele venderá? Explique.
(i) Cota (1ª extensão) (ii) Números Naturais (dezena)	(S2) Considere que um time de basquete tem 5 jogadores. Uma turma de 20 alunos vai formar times de basquete para participar de uma competição. Nessas condições, responda: (a) Quantos times podemos formar? (b) Em uma turma com 50 alunos, quantos times com 5 jogadores podemos formar? (c) E para formar vários times (uma quantidade qualquer), quantos jogadores serão necessários? Justifique.

Quadro 3 - Instrumento de pesquisa
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

4 Análises das produções dos participantes do estudo

Nesta seção, apresentamos as análises das produções escritas e orais dos participantes do estudo ao resolverem duas situações de proporção simples, uma da subclasse multiplicação um para muitos, e outra envolvendo cota.

4.1 Situação envolvendo multiplicação um para muitos

Elaboramos o Quadro 4, que contém uma análise *a priori* das resoluções esperadas para a situação envolvendo multiplicação um para muitos, nomeada por S1. A análise *a priori* serviu de base para as análises das respostas dos alunos, não excluindo a possibilidade de outras

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

respostas emergirem das resoluções das duplas.

Possibilidades de resolução esperadas	**Ideias-base esperadas[1]**	**Possibilidade de erros**
(a) Resolução por adição (20+20=40 saquinhos de pipoca); Resolução por multiplicação (2 dias x 20 saquinhos = 40 saquinhos); (b) Resolução por adição (20+20+...+20=200); Resolução por multiplicação (10x20=200) ou (40x5=200 aproveitando o resultado anterior); (c) Resolução por multiplicação considerando um valor qualquer de dias (um valor estabelecido pelo aluno) pela quantidade de saquinhos vendidos em um dia (20).	**C:** Cada dia vende 20 saquinhos de pipoca; **D:** A quantidade de saquinhos de pipoca depende da quantidade de dias; **Vd:** Quantidade de saquinhos de pipoca; **Vi**: Quantidade de dias. **R:** 1 dia, 20 saquinhos 2 dias, 40 saquinhos 10 dias, 200 saquinhos. **G:** $Q(d) = 20d$ Alterando-se a quantidade de dias, altera-se quantidade de saquinhos de pipoca.	Erro de cálculo (na adição ou multiplicação) em qualquer uma das etapas; Escolha inadequada de valores referentes à quantidade de dias e/ou saquinhos de pipoca para realizar os cálculos.

Quadro 4 – Análise *a priori da* situação envolvendo Multiplicação um para muitos (S1)
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Para o primeiro item de S1, todos os grupos resolveram a situação por processo aditivo, ou seja, adicionaram duas vezes (referente a 2 dias) a quantidade de 20 saquinhos de pipoca, referente à quantidade vendida em 1 dia, conforme ilustramos na Figura 1.

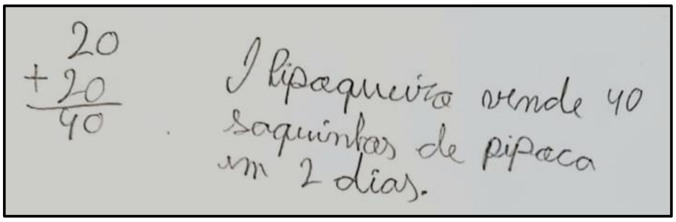


Figura 1 – Resolução do item (a) de S1 pelo grupo G1
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Todos os grupos manifestaram a ideia de *correspondência* nesse item, que pode ser expressa, por exemplo, pelo grupo G4, na fala de um dos estudantes, demonstrando que conseguem definir uma relação entre esses dois conjuntos, dias e saquinhos de pipoca.

Em 1 dia ele vende 20 saquinhos de pipoca (Fala de Gabriel, 2022).

Ainda nesse item, a ideia-base *regularidade* é manifestada, pois todos os grupos fizeram uso da expressão que remete ao entendimento de um fenômeno que ocorre sempre, de forma regular. Elegemos a transcrição do G4 para representar essa ideia-base:

Pesquisadora: Como vocês pensaram?
Gabriel: Em 1 dia, ele vende 20. Em 2 dias, vende 40.
Pesquisadora: Como vocês encontraram 40?

[1] As siglas representam as ideias-base de função, respectivamente: C – correspondência, D – dependência; Vd – variável dependente; Vi – variável independente; R – regularidade; G – generalização.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

Gabriel: A gente somou.
(Diálogo entre a pesquisadora e Gabriel – G4, 2022).

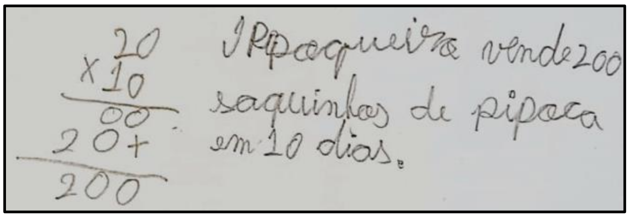
O grupo G2 também manifestou, em sua fala, as ideias-base *dependência e variável dependente*, além da correspondência e regularidade:

Pesquisadora: Como vocês pensaram?
Regina: Um dia, ele vende 20. E todo dia ele levou 20 para vender.
Maria Rita: Então, em 2 dias ele vendeu 40.
Regina: Sim. 20+20 dá 40.
(Diálogo entre a pesquisadora e G2, 2022).

A variável identificada pelo grupo é a *variável dependente*: *todo dia vende 20 saquinhos.* Por conseguinte, a ideia-base *dependência* é identificada, nesse caso, pelo fato de que o total vendido dependerá da quantidade de dias. Nota-se que os grupos consideram o valor fixo, que representa uma taxa. Ainda não são explícitas nas falas de G3, G5 e G6 as ideias-base *variável* e *dependência*.

Para o item (b) de S1, em que solicitava a quantidade de saquinhos de pipoca vendidos em 10 dias, foram identificadas estratégias utilizando a adição (G3, G4 e G5) e a multiplicação (G1, G2 e G6) pelos grupos. Na Figura 2, selecionamos um representante, entre os grupos, para cada uma das estratégias utilizadas.

Solução de G1



Solução de G3

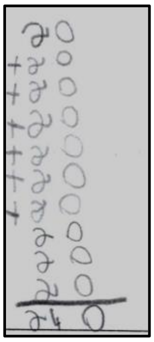


Figura 2 – Resolução do item (b) de S1
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Com relação às ideias-base mobilizadas pelos estudantes, identificamos, para o item (b) de S1, que todos os grupos manifestaram a *correspondência*, que pode ser expressa pela fala de Maria Clara, explicitando a relevância dessa relação entre a quantidade de dias e a quantidade de saquinhos de pipoca.

Em 1 dia ele vende 20 saquinhos de pipoca.
(Estudante do G1, 2022).

Ainda nesse item, a ideia-base *regularidade* também é manifestada, pois os grupos G1, G2 e G6 indicaram a compreensão de que a venda ocorre de forma regular, constituindo um

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

fenômeno que se repete todos os dias. Elegemos a transcrição do G2 para representar essa ideia-base. Os estudantes fizeram a leitura do enunciado, e a estudante Regina gesticulou fazer uma contagem utilizando os dedos das mãos, o que significa que, em um primeiro momento, realizaram uma adição, embora tenham representado a resolução por multiplicação.

> *Pesquisadora: Como vocês estão pensando?*
> *Regina: Em 1 dia é 20, então 10x20 dá 200.*
> *Maria Rita: Você contou?*
> *Regina: Sim, eu fiz as contas com os dedos.*
> *Pesquisadora: Você concorda, Maria Rita?*
> *Maria Rita: Sim, eu fiz 20+20+20+...+20, 10 vezes, até dar 20.*
> (Diálogo entre a pesquisadora e estudantes do G2, 2022).

Também, são manifestadas pelos grupos G1, G2 e G6 as ideias-base *dependência* (a quantidade de saquinhos de pipocas depende da quantidade de dias) e *variável independente* (quantidade de dias).

Para o item (c) de S1, em que solicitava a quantidade de saquinhos de pipoca vendidos em uma quantidade qualquer de dias, que possibilitava a ideia-base *generalização*, foram identificadas estratégias utilizando a multiplicação (G1, G2, G5 e G6) e a adição (G3 e G4) pelos grupos. Na Figura 3, apresentamos um recorte das soluções desenvolvidas pelos grupos.

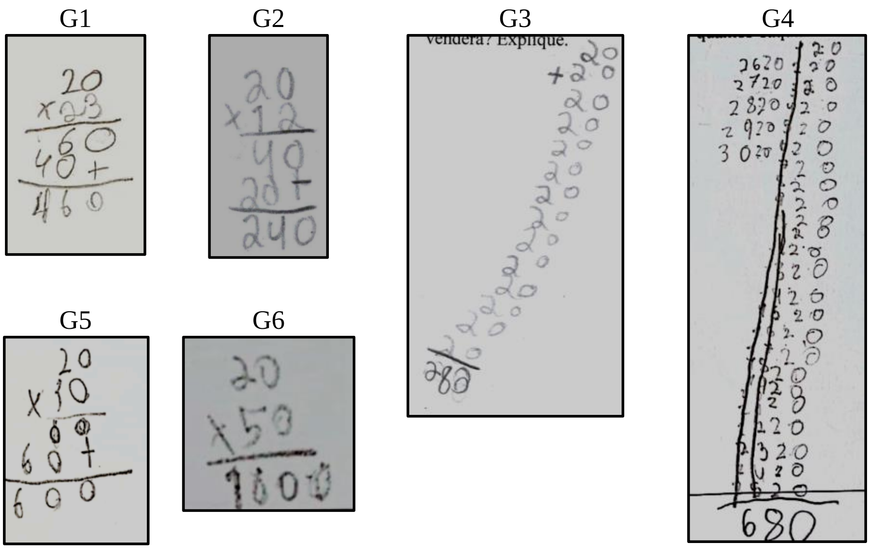


Figura 3 – Resolução do item (c) de S1
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

As respostas dos grupos G1, G2, G5 e G6 ocorreram por processos multiplicativos, em que se destaca: mantém-se o valor fixo 20, referente à quantidade de saquinhos vendidos em 1 dia, e multiplica-se por valores quaisquer para representar a quantidade de dias. Considerando essa ação, identificamos que esses grupos apresentam indicativos de que esse valor fixo representa uma taxa, ou seja, é o fator multiplicativo por uma quantidade de dias qualquer. Também observamos que as seguintes ideias-base são manifestadas: *correspondência* –

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

quantidade de saquinhos vendidos em cada dia; *variável dependente* – quantidade de saquinhos; *variável independente* – quantidade de dias, e *regularidade* – todo dia vende 20 saquinhos. No entanto, embora reconheçam que o total de saquinhos de pipoca depende da quantidade de dias, não há indicativos suficientes para afirmar que conseguem expressar, verbalmente ou por escrita, uma forma para relacionar a quantidade de saquinhos e a quantidade de dias, o que representaria a ideia-base *generalização*.

Com relação à ideia-base *generalização*, nas resoluções dos grupos, o maior valor que conseguem identificar está relacionado à quantidade de dias em uma semana ou em um mês, ou seja, eles consideram, em suas ações, um limite de dias para obter uma resposta, e esse limite está relacionado ao numeral que conseguem operar na multiplicação, referente à dezena. Isso nos permite inferir que, para esses estudantes, ainda não é rotineiro observar um fenômeno regular ocorrendo para uma quantidade qualquer de dias, ou uma quantidade correspondente a um numeral na ordem de centenas ou milhares. Pelo contrário: a quantidade de dias está organizada a partir dos conhecimentos do qual têm domínio, nesse caso, a multiplicação entre dezenas.

4.2 Situação envolvendo cota

A segunda situação (S2) selecionada para esse artigo pertence à subclasse cota. No Quadro 5, apresentamos a análise a priori das resoluções esperadas para a situação, as ideias-base, e os possíveis erros que podem ser identificados nas resoluções dos estudantes.

Possibilidade de resolução	Ideias-base esperadas	Possibilidade de erro
(a) Resolução por adição (5+5+5+5=20, então formam-se 4 equipes de 5 jogadores); Resolução por multiplicação (olhar na tabuada do 5), ou seja, 4x5=20; Resolução por divisão (20:5=4). (b) Análogo ao item (a). (c) Resolução por multiplicação considerando um valor qualquer de times (um valor estabelecido pelo aluno), que será multiplicado por 5.	**C**: Cada time tem 5 jogadores. **D**: Quantidade de jogadores depende da quantidade de times. **Vd**: Quantidade de jogadores. **Vi**: Quantidade de times. **R**: 1 time, 5 jogadores. 4 times, 20 jogadores 10 times, 50 jogadores x times, 5 x jogadores **G**: $f(x) = 5x$ Alterando-se a quantidade de times, altera-se quantidade de jogadores; Expressar: se tem n-times, tem-se 5n-jogadores.	Erro de cálculo (na adição, multiplicação ou divisão); Multiplicar 5 por 20, sem relacionar os dados.

Quadro 5 – Análise a priori da situação envolvendo Cota (S2)
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Para o primeiro item de S2, os grupos resolveram a situação por processos distintos:

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

G1 resolveu por multiplicação; G2, G4 e G5 resolveram por adição; G3 resolveu por divisão, e G6 resolveu por subtração sucessiva, conforme ilustramos na Figura 4.

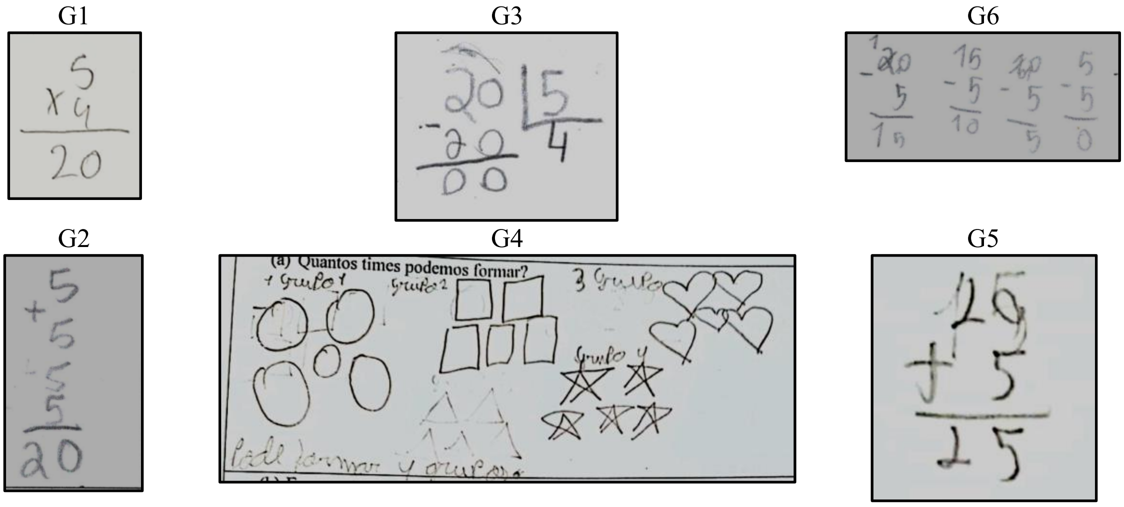


Figura 4 – Resolução do item (a) de S2
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

As resoluções dos grupos G1, G2, G3, G4 e G6, embora distintas, permitem identificar que esses grupos reconhecem que em cada equipe há 5 jogadores, o que representa um valor fixo, uma taxa. Esse valor está associado às ideia-base *correspondência – 1 time tem 5 jogadores*; *variável dependente* – quantidade de jogadores, e *dependência* – a quantidade de times depende da quantidade de jogadores.

Nas respostas que envolvem adição, o grupo G2 adicionou 4 parcelas de 5 jogadores até obter 20, que representa o total de jogadores; G4 utilizou a mesma ideia, mas representou cada grupo ou equipe por desenhos, por meio de círculos, retângulos, corações e estrelas, obtendo o total de 20 jogadores. Nestas ações, há indicativos de que mobilizam as ideais-base de correspondência, termo a termo, que cada time formado depende da quantidade de jogadores (variável dependente) e que o total de times depende da quantidade total de jogadores (ideia-base dependência). Nota-se que G4 representou 5 grupos com 5 elementos, mas, obteve valor superior à quantidade total de 20 jogadores, e, portanto G4 apagou a representação por meio de triângulos. Com base em Vergnaud (2009), interpreta-se que a correção realizada por G4 representa uma estrutura de controle, já que não faz sentido valor superior a 20 jogadores.

O grupo G5 adicionou os valores identificados no enunciado, sem relacioná-los. Em todas as soluções desenvolvidas não se estabelecem relações coerentes estabelecidas pelos estudantes, e, portanto, inferimos que esse grupo não é capaz de explicitar, nesse tipo de situação, as ideias-base de função.

A resolução desenvolvida por G6 apresenta indicativos da divisão pelo método da

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

subtração sucessiva, conforme Carraher, Carraher e Schliemann (1982), relacionado à noção de repartir igualmente, o que demonstra que esses estudantes mobilizam conhecimentos necessários para resolver situações envolvendo cota.

Para o segundo item de S2, os grupos resolveram a situação por processos distintos, mas cada grupo repetiu, respectivamente, as mesmas estratégias utilizadas no item (a). Os grupos G1 e G6 resolveram por multiplicação, e G2, G3, G4 e G5 resolveram por adição, conforme ilustramos na Figura 5, por meio de representantes para essas soluções.

G1 G2 G4 G5

Figura 5 – Resolução do item (b) de S2
Fonte: acervo da pesquisa (2022)

Com relação à solução apresentada pelo grupo G5, inferimos que o ato de adicionar os valores identificados no enunciado, sem relacioná-los, indica que a situação envolvendo cota não trouxe nenhum significado aos estudantes, pois adicionaram grandezas de naturezas distintas (jogadores e equipes), de forma equivocada. Ademais, nos diálogos estabelecidos com a pesquisadora, não conseguiram explicitar o que o resultado dessa adição significa na solução da situação.

Os demais grupos manifestaram quatro ideais-base nesse item. Elegemos a fala de um estudante para expressar essa ideia:

> *É só contar de 5 em 5 até o 50, vai dar 10 times*.
> (Fala de Pedro do G3, 2022).

A ideia de *correspondência* pode ser expressa nessa fala pela relação que faz de que cada time tem 5; a *dependência* é manifestada quando explicitam que a quantidade de times depende da quantidade de jogadores; a *variável dependente* também é manifestada, pois, identificada na quantidade de jogadores, é necessária em todas as estratégias mobilizadas (adição ou multiplicação); a *regularidade* é manifestada, pois os grupos utilizam a ideia de que se 1 time tem 5 jogadores, 2 têm 10, 3 têm 15, até atingir 50 jogadores.

Para o terceiro item de S2, que possibilitava a mobilização da ideia-base *generalização*, os grupos resolveram a situação por processos distintos. Os gupos G1 e G6 manifestaram a *generalização*; já os demais grupos, embora tenham resolvido a situação, utilizando adição, não

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

conseguiram explicitar essa ideia-base em suas resoluções ou em seus diálogos.

O grupo G5 adicionou valores quaisquer (35 e 5, obtendo 40), mas não soube explicitar à pesquisadora o que cada valor representava na solução. O grupo G2 adicionou a quantidade de jogadores indicados nos itens (a) e (b), e expressou a quantidade de equipes a serem formadas, mas não apresentou uma relação entre uma quantidade qualquer de jogadores e equipes. Os grupos G3 e G4 também resolveram essa situação por adição; G4 apresentou uma resolução para um valor qualquer de jogadores, mas sem mobilizar a ideia-base *generalização*, conforme explicitamos no diálogo a seguir:

> *Pesquisadora: Como vocês pensaram?*
> *Gabriel: A gente pensou nesse (referindo-se ao item c). Se 10 grupos têm 50 alunos, 20 grupos têm 100 alunos.*
> *Pesquisadora: E como vocês fizeram essa conta?*
> *Gabriel: A gente somou.*
> *Pesquisadora: Quais valores vocês somaram?*
> *Gabriel: O total deu 20 grupos com 100 jogadores, pois no grupo anterior deu 10 grupos com 50 alunos*.
> (Diálogo entre a pesquisadora e G4, 2022).

Os grupos G1 e G6 resolveram a situação por multiplicação, e conseguiram manifestar a ideia-base *generalização*. Abaixo, apresentamos a fala de G1, que exprime essa ideia:

> *Pesquisadora: Como vocês estão pensando nesse caso?*
> *Maria Clara: Conta de multiplicação.*
> *José Henrique: Aqui a gente continua com as contas, multiplicando por 5.*
> *Maria Clara: Nós relacionamos o tanto de jogadores em um time com o tanto de alunos da turma.*
> *Pesquisadora: E como ficaria essa solução?*
> *Maria Clara: Multiplicando por 5.*
> *Pesquisadora: Por que esse valor, 5?*
> *Maria Clara: É o tanto de jogadores em um time.*
> *Pesquisadora: Você concorda, José Henrique:?*
> *José Henrique: Sim*.
> (Diálogo entre a pesquisadora e G1, 2022).

O grupo G6 utilizou o fator multiplicativo 5, ou seja, para eles, bastava multiplicar qualquer número de times por 5. Isso determinaria o número de alunos, conforme explicitamos no diálogo a seguir:

> *Maria: Vamos pensar em um grupo de 70 alunos?*
> *Rafael: Não. 90 alunos.*
> *Maria: Já sei. 100 jogadores. Vamos pensar em 100.*
> *[...]*
> *Maria: Para vários times, são 100 alunos.*
> *Rafael: Mas são quantos times?*
> *Maria: São 20 times.*
> *Pesquisadora: Como vocês pensaram? Para vários times, como fariam?*
> *Maria: Assim, olha:*
> *100 alunos dá 20 times*
> *200 alunos dá 40 times*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

> *300 alunos dá 60 times*
> *400 alunos dá 80 times*
> *500 alunos dá 100 times*
> *Pesquisadora: Por quê?*
> *Maria: Os times vão aumentando de 20 em 20. Peguei os valores altos.*
> *Pesquisadora: Como vocês pensaram?*
> *Maria: 1 time tem 5 jogadores. Mil times, dá 5 mil jogadores. Aqui, eu multipliquei mil por 5 jogadores.*
> *Pesquisadora: E você, Rafael, concorda?*
> *Rafael: Sim. A gente pode multiplicar qualquer valor de times por 5. Vai encontrar o resultado*.
> (Diálogo entre pesquisadora e G6, 2022).

Esses dois grupos, G1 e G6, apresentaram, em sua resolução, a noção de que para formar vários times, é necessário multiplicar qualquer quantidade de times por 5, que representa a quantidade de jogadores em cada time. Mas há uma diferença entre as manifestações desses dois grupos, pois G6 consegue expressar para quaisquer valores, na casa dos milhares; já G1 deixa a resolução de forma ainda mais abrangente, sem valores, mas explicitando que a resolução dessa situação ocorre pela multiplicação do fator 5, sem mencionar valores. Quando Rafael manifesta que qualquer valor de times pode ser multiplicado por 5, está explicitando uma forma para generalizar a resolução da situação, ou seja *5x*.

5 Considerações finais

Os resultados desta pesquisa apresentam indicativos de que as ideias-base de função *correspondência, dependência, variável* e *regularidade* podem ser manifestadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em situações de proporção simples, subclasses cota e multiplicação um para muitos. Com este texto, é possível que professores e futuros professores dos Anos Iniciais tenham ciência que problemas multiplicativos são propulsores para a manifestação de ideias de função pelos estudantes.

As duas situações analisadas neste estudo envolvem raciocínios multiplicativos diferentes: a primeira situação envolve uma multiplicação, e a segunda situação envolve uma divisão por cota. Ainda assim, somente a situação envolvendo cota possibilitou que dois grupos mobilizassem a ideia-base de *generalização*, considerada a mais complexa, já que o Grupo G6 conseguiu expressar, ao resolver o item *c* da situação 2, novas organizações estruturais que possiblitaram fazer uma generalização construtiva, que, de acordo com Silva (2021), para valores quaisquer, os estudantes estabeleceram uma formação que representaria a ideia de generalização para a situação envolvendo cota.

O Grupo G1 também mobilizou a ideia-base *generalização*, no entanto, os estudantes

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

usaram exemplos específicos para desenvolver uma generalização a partir de fatos ou relações constatadas por eles nessa situação de cota. Assim, a *generalização*, quando ocorre, está limitada a valores numéricos que fazem sentido aos estudantes do grupo G1. Inferimos, também, que a ideia-base *generalização* é manifestada pelos grupos quando aproximam-na de conhecimentos advindos da multiplicação, pois, nesse caso, para alcançá-la, é necessário identificar que a generalização se dá pela expressão $5x$.

As ideias-base mobilizadas pelos participantes deste estudo foram identificadas nas resoluções e diálogos desses estudantes, especialmente, nas relações estabelecidas por eles entre os valores numéricos e operações matemáticas. Embora alguns grupos tenham resolvido as situações por meio de processos aditivos, isso ocorreu pelo valor numérico envolvido (valores envolvendo dezenas), mas não descartou a mobilização das ideias-base de correspondência, dependência e regularidade.

Este estudo evidenciou modos matemáticos de pensar de estudantes dos Anos Iniciais, principalmente em relação aos processos de compreensão e generalização algébrica. Inferimos que os resultados apresentam indicativos fundamentais para a definição de tarefas e atividades matemáticas em materiais didáticos, bem como, em processos de formação de professores e na definição de políticas curriculares.

Esperamos que as contribuições desta pesquisa possam fornecer a pesquisadores e professores da Educação Básica subsídios teóricos para fomentar, em pesquisas ou em classes do Ensino Fundamental, uma maior variedade de situações multiplicativas, no sentido mais amplo de sua estrutura cognitiva e na possibilidade de explorar, de modo consciente, as ideias-base de função com os estudantes, pois isso permitirá, de forma progressiva, o domínio do Campo Conceitual Multiplicativo, e promoverá maior aproximação desses estudantes com situações pertencentes ao Campo Conceitual da Função, durante o processo escolar.

Referências

ALMOULOUD, S. A. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **Revemat**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 109-141, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Gradiva, 1998.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida dez, na escola zero: os

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

contextos culturais da aprendizagem da matemática. **Cadernos de Pesquisa,** São Paulo, v. 42, [s.n.], p. 79-86, 1982.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática:** 5º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DEZILIO, K.; REZENDE, V. Ideias de Função Afim e Problemas Mistos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae,** Canoas, v. 24, n. 6, p. 89-117, 2022.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão:** Contribuição da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio.** 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006 (Vol. 1).

MAGINA, S. M. P.; PORTO, R. S. O. É possível se ter raciocínio funcional no nível dos anos iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. *In:* SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: UNIOESTE, 2018, p. 1-20. Disponível em http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/357/246 Acesso em 01 de abril de 2023.

MERLI, R. F. **Do pensamento funcional o Campo Conceitual de Função:** o desenvolvimento e um conceito. 2022. 215f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2022.

MIRANDA, C. A. **Situações-problema que envolvem o conceito de função afim:** uma análise à luz da teoria dos Campos Conceituais. 2019. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

NOGUEIRA, C. M. I. Construindo o Conceito de Funções. *In*: RAMOS, A. S.; REJANI, F. C. (org.) **Teoria e Prática de Funções**. Maringá: Unicesumar, 2014. p. 121-204.

PAVAN, L. R. **A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas**. 2010. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

RAMOS, R. C. S. S.; SILVA, J. A.; LUZ, V. S.; FIRME, S. M.; SARAIVA, D. R. Situações de Expressões Numéricas em Livros Didáticos de 6º ano: uma análise segundo a Teoria dos Campos Conceituais. **Bolema,** Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1294-1315, dez. 2021.

RODRIGUES, C. L. H. **Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por estudantes do 5º ano do ensino fundamental.** 2021. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

SILVA, S. D. **O processo de generalização de função afim na perspectiva de Jean Piaget**. 2021. 136f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2021.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de função.** Rio de Janeiro: Projeto Fundão, 2002.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques,** Grenoble, v. 10, n. 2-3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. *In:* BRUN, J. (org.). **Didáctica das**

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v38a230117

matemáticas. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. Pourquoi la théorie des champs conceptuels? **Jounal for the Study of Education and Development**, Londres, v. 36, n. 2, p. 131-145, 2013.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracajú, v. 9, n. 1, p. 5-28, 2019.

ZANELLA, M. S.; REZENDE, V. Ideias-base de Função a partir de Situações Multiplicativas em Livros Didáticos dos Anos Iniciais. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 11, n. 25, p. 152–177, 2022.

Submetido em 08 de Junho de 2023.
Aprovado em 10 de Novembro de 2023.