ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

Vínculos y Brechas entre el Conocimiento Teórico y el Conocimiento Práctico Perceptual de una Futura Profesora en la Enseñanza de la Multiplicación de Expresiones Algebraicas

Links and Gaps between Theoretical Knowledge and Perceptual Practical Knowledge of a Future Teacher When Teaching Algebraic Expressions Multiplication

Raimundo Olfos*
ORCID iD 0000-0002-9886-4282
Diana Zakaryan**
ORCID iD 0000-0002-3400-8399
Soledad Estrella***
ORCID iD 0000-0002-4567-2914
Sergio Morales****
ORCID iD 0000-0001-5980-6816

Resumen

Los futuros profesores de matemáticas requieren una educación integrada para responder a las exigencias del sistema escolar, de manera que sean capaces de vincular explícitamente conocimientos adquiridos en su formación con las experiencias basadas-en-la-práctica. Este artículo tiene por objetivo indagar acerca de los vínculos y brechas entre los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos perceptuales de una estudiante a profesora que participa de una experiencia de Estudio de Clases en un curso universitario, a través del plan de la lección, observación de clases y entrevistas. Los resultados del estudio evidencian situaciones asociadas con estos vínculos y brechas entre los conocimientos de una futura profesora, que emergen en la experiencia de

* Doctor en Educación por la Universidad de Gales, Reino Unido. Profesor de Didáctica de la Matemática, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile. Dirección postal: Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile. E-mail: raimundo.olfos@pucv.cl.
** Doctora por la Universidad de Huelva (UHU), España. Profesora de Didáctica de la Matemática, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Valparaíso, Chile. Dirección postal: Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile. E-mail: diana.zakaryan@pucv.cl.
*** Doctora en Didáctica de la Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile. Profesora de Didáctica de la Matemática, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile. Dirección postal: Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile. E-mail: soledad.estrella@pucv.cl.
**** Magister en Didáctica de la Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile. Profesor de la Escuela de Educación, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Dirección postal: Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile. E-mail: sergio.morales.candia@gmail.com.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

enseñanza de la multiplicación de expresiones algebraicas, y cómo estos influyen en la comprensión sobre su gestión y en las oportunidades de aprendizaje de sus alumnos.

Palabras-clave: Conocimiento práctico perceptual. Conocimiento teórico. Enseñanza de álgebra. Formación inicial docente. Estudio de clases.

Abstract

Prospective mathematics teachers require an integrated education to respond to the school system demands, so that they are able to explicitly link the knowledge acquired in their training with the practice-based experiences. The purpose of this article is to investigate the links and gaps between the theoretical knowledge and the perceptual practical knowledge of a prospective teacher who participates in a Lesson Study experience in a university course, through the lesson plan, class observation and interviews. The results show situations associated with these links and gaps between the knowledge of a prospective teacher that emerge in the teaching experience of algebraic expressions multiplication, and how these influence the management understanding and learning opportunities for their students.

Keywords: Perceptual practical knowledge. Theoretical knowledge Teaching of Algebra. Initial teacher training. Lesson Study.

1 Introducción

Desde el ámbito de la educación, la comunidad científica asume que los profesores tienen un rol esencial y su actuación competente permite alcanzar los fines que se le asignan (CONTRERAS et al., 2012). Los futuros profesores de matemáticas requieren una formación integrada para enfrentar las exigencias actuales del sistema escolar, como aulas inclusivas y multiculturales, incorporación de tecnologías y currículos para sociedades complejas.

Estudios recientes en formación de profesores afirman la importancia de proporcionarles a los futuros profesores o principiantes experiencias basadas-en-la-práctica (PEERCY; TROYAN, 2017; ZEICHNER, 2012). Este enfoque en la práctica contrasta con los enfoques anteriores, que han formado a los profesores con conocimientos teóricos especializados sobre enseñanza y aprendizaje, pero no han contribuido tanto en prepararlos para poner en práctica dichos conocimientos (por ejemplo, BALL; FORZANI, 2009; KESSELS; KORTHAGEN, 2001), de maneras que vinculen más explícitamente los conocimientos adquiridos en su formación con las de la práctica real en el aula (DARLING-HAMMOND, 2006, 2012).

Por otra parte, durante las últimas décadas, los estudios asociados a la enseñanza y aprendizaje del álgebra elemental no han impactado en las prácticas de enseñanza, y los logros percibidos en los alumnos podrían estar más asociados con una enseñanza-para-el-test que a una comprensión genuina de la matemática (HODGEN et al., 2009) y la solución no se ha encontrado en los diseños o recursos para la enseñanza (e.g. HART, 1981;

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

KÜCHEMANN, 1981; SCHOENFELD; ARCAVI, 1988), sino en el apoyo que se otorgue a los profesores en el uso reflexivo de los recursos de enseñanza y de los hallazgos de investigación (KIERAN; KRAINER; SHAUGHNESSY, 2013), permitiendo reducir una desarticulación entre las propuestas teóricas y la práctica en aula.

En este escenario, los estudiantes a profesor requieren una formación que provea suficiencia en las competencias para la enseñanza del álgebra, entendida, según Godino et al. (2012), como una forma de pensar y actuar en matemáticas, una actitud a generalizar; y en particular, en lo que se refiere al tratamiento y significado de las letras, alineado con el desarrollo de las competencias de modelación, uso del lenguaje simbólico, comunicación y resolución de problemas.

La complejidad del conocimiento profesional del profesor de matemáticas y las numerosas variables a tener en cuenta en las situaciones prácticas dan lugar a preguntas sobre los procesos de formación para aprender a enseñar matemáticas. Particularmente, acerca de cómo se construye el conocimiento necesario para enseñar matemáticas y las relaciones entre el conocimiento teórico y el conocimiento práctico (LLINARES, 1998).

Varios estudios sobre la formación inicial del profesorado han puesto de manifiesto una disparidad entre la teoría que se presenta en los programas de formación y la posterior práctica de estos profesores en el aula (ALLEN; BUTLER-MADER; SMITH, 2010; CHENG; CHENG; TANG, 2010; KORTHAGEN, 2010).

Se han documentado tres aspectos a mejorar en la formación de los futuros profesores: la visión acerca de la enseñanza (CHENG; CHENG; TANG, 2010; KORTHAGEN, 2010), la integración entre la enseñanza y la investigación (KLEIN, 1992; SPENCER; LOGAN, 2003; WITTMANN, 2001), y la articulación entre el conocimiento teórico y el conocimiento práctico (KESSELS; KORTHAGEN, 1996; KORTHAGEN, 2010).

Estos antecedentes sugieren la necesidad de que la formación docente vincule los conocimientos teóricos con la práctica. Varios investigadores recomiendan desarrollar en el futuro profesor un conocimiento basado en la práctica (KLEIN, 1992, KORTHAGEN, 2007), que sea funcional para la enseñanza. Otra sugerencia es el apoyo a las asociaciones entre escuela y universidad (KORTHAGEN, 2007; SMEDLEY, 2001).

Asimismo, una alternativa reconocida para fortalecer el desarrollo profesional de los profesores es el Estudio de Clases (ESTRELLA; ZAKARYAN; OLFOS; ESPINOZA, 2019; POST; VAROZ, 2008), caracterizado por estar centrado en los intereses de los profesores y enfocado en el aprendizaje de los alumnos, a través de un proceso de investigación reflexivo y colaborativo de una lección (ISODA; OLFOS, 2009; ESTRELLA; MENA-LORCA; OLFOS, 2018).

Se sugiere que esta falta de articulación entre teoría y práctica puede reducirse promoviendo programas que desarrollen competencias en los futuros profesores para comprender el pensamiento de los alumnos sobre el tema que se enseñe, plantear preguntas significativas y formular hipótesis de por qué una lección funciona (HIEBERT et al., 2007).

Teniendo en cuenta estos antecedentes, la pregunta que rige este estudio es ¿cómo los futuros profesores articulan los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos? Particularmente, ¿qué vínculos y/o brechas entre los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos muestran los futuros profesores en su práctica? En este escrito se estudia el caso de una futura profesora de matemáticas de nivel secundario que busca articular su práctica con la teoría en una clase de álgebra.

2 Marco de referencia

En este artículo, el conocimiento teórico es concebido como un conocimiento epistémico, basado en la investigación, que se caracteriza como una teoría *objetiva*, cuya finalidad es conocer más acerca de muchas situaciones. El conocimiento práctico se refiere a un juicio o noción práctica, phronesis, que orienta sobre cómo y por qué se actúa de una determinada manera al enfrentar una situación – es coherente con el contexto y su criterio de verdad es experiencial – es un conocimiento más perceptual que conceptual (KORTHAGEN; KESSELS, 1999).

Más específicamente, el conocimiento perceptual está asociado con el conocimiento sensorial, esto es, el conocimiento que un sujeto valida intuitivamente a partir de la percepción directa de objetos concretos o representaciones visuales o pictóricas (dibujos o diagramas) (FISCHBEIN, 1987). Se podría entender el conocimiento perceptual como parte del conocimiento práctico que pone en juego el profesor en el aula.

Ahora bien, los conocimientos teóricos y prácticos se articulan y se enriquecen mutuamente, como se puede apreciar en la Figura 1.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

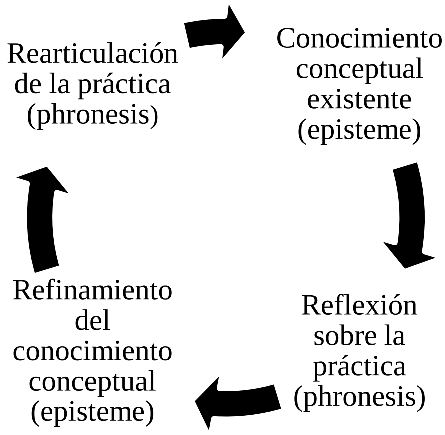

Figura 1- Relación cíclica entre phronesis y episteme
Fuente: PEERCY; TROYAN (2017, p. 34).

Estos conocimientos, el teórico y práctico, se reflejan en las experiencias del enseñante a través de una relación cíclica, en que la reflexión sobre la práctica conduce a un refinamiento de su conocimiento conceptual, que lo lleva posteriormente a una rearticulación de su práctica.

Los enfoques basados en la episteme para la formación del profesorado presentan limitaciones (PEERCY; TROYAN, 2017); por su parte, la desvinculación de los conocimientos teóricos de las situaciones prácticas puede llevar a considerarlos irrelevantes para la práctica (LLINARES, 1998). De ahí, la integración del conocimiento teórico en el análisis de las situaciones prácticas permite al futuro profesor darse cuenta de la complejidad de la práctica, potenciando la toma de decisiones prácticas, vinculando los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos.

En este sentido, el trabajo colaborativo en el ciclo de Estudio de Clases permite generar espacios de reflexión docente sobre las situaciones prácticas con el fin de desarrollar habilidades para relacionar el conocimiento teórico y el conocimiento práctico. De este modo, pueden fortalecerse los vínculos entre el conocimiento generado en la institución y el conocimiento generado en la práctica (LEINHARDT; MCCARTHY; MERRIMAN, 1995).

Para tener una mejor comprensión de las necesidades formativas de los profesores de matemáticas, el objetivo del artículo es dar cuenta de los vínculos y brechas entre los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos perceptuales puestos en juego por una futura profesora que gestiona una clase de álgebra para favorecer la comprensión de la multiplicación de expresiones algebraicas en alumnos de noveno grado.

3 Método

Con el fin de lograr el objetivo del estudio, se desarrolló una investigación cualitativa bajo paradigma interpretativo, a través del método de estudio de caso. La investigación se insertó en una experiencia de Estudio de Clases en un curso universitario cuyo propósito fue fortalecer la capacidad de los futuros profesores para la enseñanza en el aula.

3.1 El Caso y contexto

El caso, María, es una estudiante de Pedagogía en Matemáticas de una universidad chilena, del séptimo semestre de un total de nueve, que había cursado un 80% de asignaturas del programa. Entre estas, ha tenido seis asignaturas relacionadas con el tratamiento y significado del lenguaje algebraico (álgebra I, II y III; estructuras algebraicas; complemento de álgebra; didáctica de las funciones). Durante la investigación, María ha sido alumna del curso *Taller de Matemática Educativa I*, en adelante Taller. El curso Taller se compone de 32 estudiantes, quienes divididos en grupos implementan lecciones en establecimientos escolares, desarrolladas bajo el proceso de Estudio de Clases.

El Estudio de Clases implica planear colaborativamente una lección de matemática por un grupo de profesores, uno de los cuales la implementa en un curso mientras otros observan y analizan esa implementación; posteriormente, se reúnen para mejorar el plan de la lección y vuelven a implementar el plan mejorado en otro curso (ISODA; OLFOS, 2009; ESTRELLA; MENA-LORCA; OLFOS, 2018).

El grupo de María estuvo conformado por cinco estudiantes, quienes participaron voluntariamente en la investigación atendiendo a alumnos de nivel socio-económico bajo de un establecimiento público, y rendimiento en matemática levemente inferior a la media nacional. En el marco del Taller, el grupo de María profundizó en el enfoque de resolución de problemas y, bajo el Estudio de Clases, diseñó e implementó el plan de la lección.

El grupo diseñó colaborativamente e implementó tres lecciones de multiplicación de expresiones algebraicas en alumnos de noveno grado (entre 14 y 15 años). Entre los temas algebraicos, que habían estudiado previamente estos alumnos, estaban la valoración de expresiones y reducción de términos semejantes. De las tres lecciones, la primera trató la multiplicación de monomios; la segunda, el producto de monomio por binomio; mientras que la tercera, se centró en el producto de binomios.

De estas lecciones, María implementó la segunda. El caso que se reporta, se refiere a

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

la lección implementada por María, que en adelante se identificará como *la lección de María*, la cual tenía por objetivo que los alumnos comprendieran los productos monomio por binomio por medio de un problema de cálculo de área de una pizarra que se ampliaba horizontalmente, y cuyas medidas serían expresadas en unidades de medida no estandarizadas, como plumones (lápiz de pizarra) y reglas.

En el estudio participaron cuatro investigadores, entre ellos el profesor del grado 9 en el cual se implementó la lección, en adelante profesor, quien revisó y discutió el plan de la lección con el grupo de María, estuvo presente en la lección de María y tomó parte en la codificación e interpretación de datos. El profesor tiene dos años de experiencia docente y cinco años de experiencia en Estudio de Clases. El segundo investigador es el profesor del Taller, en adelante formador, quien posee especialización y trayectoria internacional en Estudio de Clases, quien contribuyó con elementos teóricos para el diseño del plan de la lección. Los investigadores restantes también son formadores de profesores y especialistas en Estudio de Clases y contribuyeron al análisis de datos.

3.2 Recogida de datos

Los datos de la lección de María provienen de cuatro fuentes (Cuadro 1):

Fuente	Descripción
Plan de la lección (P)	Plan de la lección de María
Entrevista inicial (E1)	Entrevista a María con protocolo, anterior a la lección
Registro de la lección (L)	Lección de María videograbada, incluyendo diálogos, anotaciones en la pizarra y producciones en algunos cuadernos
Entrevista final (E2)	Entrevista a María con protocolo, posterior a la lección

Cuadro 1 -Fuentes de datos del estudio
Fuente: Elaboración propia.

El plan de la lección preparado por el grupo de María fue discutido con el profesor y presentado en el Taller, emergiendo sugerencias de los pares y del formador. Finalmente, este plan fue entregado como requerimiento evaluativo del curso Taller. La entrevista inicial fue videograbada y contó con un protocolo estructurado conforme a los momentos de la lección (ver Anexo 1). La lección implementada por María tuvo una duración de aproximadamente 70 minutos, fue observada *in situ* por el grupo de María, el profesor y el formador, quien videograbó la lección con una cámara móvil, enfocándose en las interacciones de María con el curso, en los registros escritos en la pizarra y en las producciones en los cuadernos de los alumnos.

Posteriormente, en la entrevista final videograbada se usó el protocolo inicial complementado con la técnica de estimulación del recuerdo usando episodios de la lección de María (ver Anexo 1). Tras la lección se transcribieron y organizaron las fuentes de datos recopiladas, véase Cuadro 1.

3.3 Análisis de datos

Cada fuente de datos fue dividida en las mismas secciones, dando origen a cinco nuevos documentos que concentran extractos de texto asociados a las distintas fuentes. Estos nuevos documentos se nombraron como, inicio (A), problema de la lección (B), presentación del problema (C), trabajo en cuadernos (D), trabajo de la pizarra y cierre (F).

Estos documentos fueron divididos en unidades de análisis, que corresponden a extractos de textos de, usualmente, dos a cinco líneas que encierran ideas centrales sobre vínculos y brechas entre los conocimientos teóricos y prácticos de María, con las que se construye el discurso interpretativo y sustentan los resultados. Para favorecer la consistencia y profundización en el análisis de los datos, como se señalaba, se usaron distintas técnicas de recogida de datos. Además, María leyó el escrito y concordó con él, aportando a la validez del estudio a modo de triangulación de fuente de datos.

4 Resultados y discusión

Los resultados del estudio se discuten en torno a cinco situaciones seleccionadas que evidencian brechas y vínculos entre los conocimientos teóricos y prácticos perceptuales de María, proveyendo información acerca de cómo estos influyen en la comprensión de María sobre su gestión y en las oportunidades de aprendizaje de sus alumnos.

4.1 Vínculo: el todo es la suma de las partes

El grupo de María planificó la lección a partir de una experiencia concreta de los alumnos, en cuanto a que la pizarra de su sala era demasiado pequeña y se necesitaba agrandar, como se observa en la entrevista inicial:

> *E (entrevistador): ¿Por qué pensaron en esa actividad de la pizarra?*
> *María: Queríamos que esto fuera más cercano a los niños, algo que pudieran ver en ese*

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

minuto, [...], porque la pizarra de la sala está ahí y es muy pequeña. Pensamos ¿qué puede pasar con la pizarra?, ¡ah, se puede agrandar! y ahí puede aparecer el binomio (BE1, 2014)[17].

En el extracto anterior se manifiesta el conocimiento práctico perceptual de María, quien considera que al agrandar la pizarra hacia un costado se obtendría una nueva pizarra cuya superficie mediría la suma de la medida de la pizarra original más la medida de la superficie que se amplió. Este conocimiento práctico perceptual de María se evidencia, también, en el extracto siguiente de la entrevista final:

E: ¿Y cómo vinculabas esta parte de la multiplicación de expresiones algebraicas con el área?
María: Teníamos un rectángulo que al dividirlo [en dos partes], [los alumnos] se darían cuenta de que el área de un pedazo del rectángulo más el área del otro pedazo del rectángulo era lo mismo que tener el largo de la base total por la altura, y allí se darían cuenta… de la regularidad, a eso queríamos llegar.
E: ¿Cuál era esa regularidad?
María: Era multiplicar el monomio por cada término del binomio (BE2, 2014).

Como se aprecia en la entrevista, María declara que su intención era que los alumnos construyeran productos de expresiones algebraicas, multiplicación del monomio por cada término del binomio, a partir de la información visual, dando cuenta de su conocimiento teórico. Era clave para el éxito de la lección que los alumnos reconocieran que el área de un rectángulo compuesto de dos rectángulos menores se puede obtener sumando las áreas de estos rectángulos. María esperaba que los alumnos se dieran cuenta que la suma de las partes es igual al todo, específicamente, que la suma de las áreas parciales es igual al área total.

La grabación de la lección, usada como estímulo para el recuerdo en la entrevista final, permitió a María identificar a una alumna que había resuelto el problema en su cuaderno (ver Figura 2).

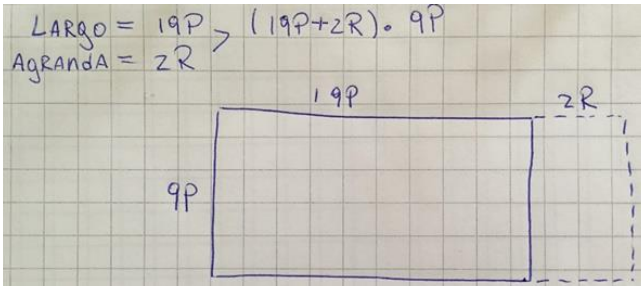

Figura 2- Producción de alumna Fernanda, que expresa el producto de monomio por binomio
Fuente: Registro de la lección.

E: [mostrando a María una imagen del cuaderno de Fernanda] ¿Cómo sacaron eso?

[17] El código BE1 hace referencia a un extracto de la entrevista inicial (E1) ubicado en el archivo de trabajo problema de la lección (B).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

María: Lo sacaron multiplicando, […] ¡ahora me acuerdo!, era por las áreas, ellos como que dividieron la pizarra y se dieron cuenta de que esta era el área de la pizarra normal más el área de la parte agregada a la pizarra.
E: ¡Ah! ¿No lo hicieron directamente con la propiedad distributiva?
María: No, dijeron que el área de esto [todo] era lo mismo que esto [suma de las partes] (FE2, 2014).

El extracto anterior muestra el caso de una alumna que aparentemente alcanza el aprendizaje esperado a partir de la información visual, lo que constituye un indicio de que la estrategia de enseñanza del grupo de María podría resultar.

En el sentido de Kessels y Korthagen (1996) y de Korthagen (2010), lo anteriormente expuesto muestra el conocimiento práctico perceptual de María, en cuanto a su habilidad para lograr que los alumnos se involucren en la actividad matemática a partir de la percepción, de este modo, vincula su conocimiento práctico perceptual con el conocimiento teórico.

4.2 Brecha: de lo perceptual a la pérdida de significado

El grupo de María se propuso desarrollar una propuesta innovadora con protagonismo de los alumnos, bajo el enfoque de resolución de problemas. A pesar de ello, en la forma de concebir la enseñanza prevaleció un enfoque procedimental. Así, en la entrevista anterior a la implementación, María explica que va a pedir a los alumnos *que calculen el área* y se refiere a las acciones de presentar, explicar, leer y mostrar:

María: Se va a presentar la actividad […], presentar el problema en un papelógrafo, […], pedir a los niños que calculen el área, se va a explicar, […] leer las instrucciones […] y mostrar cómo se va a agrandar la pizarra (AE1, 2014).

Luego, durante la implementación, y para que todos los alumnos lo vieran, María fijó en la pizarra el papelógrafo con el texto *se quiere alargar la pizarra en 2 reglas, ¿cuál sería el área de la pizarra ampliada? Representa algebraicamente la situación y tus resultados*. María pretendía llevar adelante una clase contextualizada en la realidad que motivara la participación de los alumnos, en la que ellos construyeran el conocimiento matemático en juego.

Sin embargo, como se observa a continuación, al dar instrucciones al inicio de la lección contradice su pretensión al no permitir a los alumnos resolver el problema por si mismos:

María: Quiero que ahora el compañero [que está en la pizarra] mida el ancho de la pizarra a través del plumón y mida el largo a través de este plumón [muestra su plumón].
Ahora queremos alargar el plumón. ¿Cómo lo queremos alargar?, a través de 2 reglas de 20 cm, o sea perdón… la pizarra [corrigiendo el plumón]. La queremos alargar a través del

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

> *largo, dos reglas de 20. Ahora lo que yo quiero que ustedes hagan es que calculen el área de la pizarra ampliada y que lo representen algebraicamente en sus cuadernos* (CL, 2014).

María se apegó a explicar, dirigir y mostrar, señalando *lo que yo quiero que ustedes hagan es que calculen el área* y *mida el ancho de la pizarra*, refiriéndose a la técnica de calcular y a la acción concreta de medir, sin invitar a los alumnos a explorar, compartir comprensiones o proponer soluciones al problema.

María tenía la intención de que los alumnos calcularan y con ese cálculo obtuvieran la medida del área de la pizarra con la unidad de medida plumón: $19p\ x\ 9p\ = 171\ p^2$. Sin embargo, para algunos alumnos la expresión p^2carecía de sentido, el área era simplemente 171. Por ejemplo, hubo alumnos que, partiendo de sus conocimientos previos, lograron establecer una relación matemática para multiplicar un monomio por un binomio. Todavía, sólo algunos alumnos identificaron las expresiones algebraicas asociadas al problema.

Felipe, como lo muestra la Figura 3, calcula el área de la pizarra ampliada omitiendo el cuadrado de p y cambiando un producto por una adición.

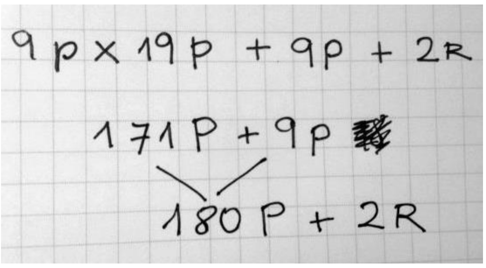

Figura 3 - Producción de alumno Felipe, que omite el cuadrado de *p*
Fuente: Registro de la lección.

Los alumnos no se plantearon cuál era la unidad de medida, trataron de obtener una respuesta aritmética, operando directamente con números naturales particulares a los cuales aplican operaciones aritméticas.

Para María la lección funcionaba si los alumnos hacían el procedimiento de cálculo, por tanto, orientó la lección a una enseñanza con énfasis en los procedimientos, sin proveer oportunidades a sus alumnos para encontrar sentido al contenido matemático en juego. Por ejemplo, María pudo identificar el 171 con la cantidad de cuadrículas y el p^2con la unidad cuadrada de longitud p, relacionando las letras con unidades de medida, parámetros o variables.

Por un lado, María pretende que los alumnos den sentido a la situación y lleguen a la respuesta en conexión con el contexto – visualizar que la suma de las áreas de las partes de la pizarra ampliada es igual al área total – un conocimiento práctico perceptual. Por otro, no toma en cuenta el significado de las letras y las operaciones con ellas (conocimiento teórico),

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

pretendiendo que los alumnos lleguen a la expresión algebraica, aunque sin comprender su significado.

Esta situación evidencia la prevalencia del conocimiento teórico de María, desatendiendo el conocimiento práctico perceptual (en el sentido de ALLEN; BUTLER-MADER; SMITH, 2010; CHENG; CHENG; TANG, 2010; KORTHAGEN, 2010), lo que impidió la articulación entre estos conocimientos.

4.3 Brecha: unidades de medida fuera de contexto

María observó que una alumna, Fernanda, había expresado en su cuaderno el área de la pizarra ampliada como la suma de las áreas de los dos rectángulos que la componen. Dado que Fernanda encontró una segunda forma de expresar el producto del monomio por el binomio, María pidió a Fernanda que la presentara en la pizarra (Figura 4).

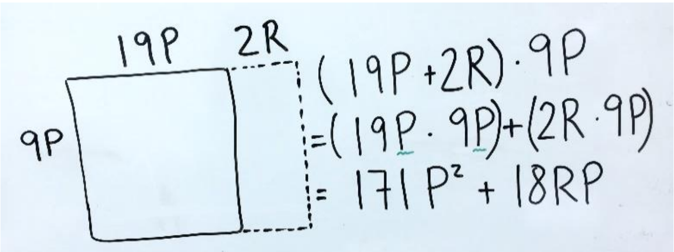

Figura 4 - Producción de alumna Fernanda en la pizarra, que expresa el producto del monomio por el binomio
Fuente: Registro de la lección.

> *María: [dirigiéndose al curso e indicando la pizarra] Lo que Fernanda hizo acá es multiplicar 9 plumones por 19 plumones más 9 plumones por 2 reglas [9p·19p + 9p·2r]. [Dirigiéndose a la alumna] ¿Por qué se te ocurrió hacer eso Fernanda?*
> *Fernanda: Porque era otra forma de hacerlo [el área de la región completa 9p·(19p+2r)]* (FL, 2014).

De esta segunda forma de resolución, emergería la igualdad entre expresiones algebraicas, la propiedad distributiva, la cual corresponde a la técnica para multiplicar monomio por binomio. Dado que ambos cálculos se refieren a una misma figura, la validez de la igualdad se sostiene en el conocimiento basado en la percepción.

> *María: ¿Qué hizo Fernanda?, observen chicos, ella calculó primero cuánto medía el largo de la pizarra, lo hizo diciendo son 19 plumones más 2 reglas que era lo que yo quería alargar, pero lo multiplicó por los 9 plumones porque recordó que el área del rectángulo era el ancho por el largo.*
> *¿Estamos claros ahí?, continuamos, […], y ella pensó "ahora puedo multiplicar los 9 plumones que representaba el ancho por los 19 plumones que representaban el largo de la pizarra actual" [sin ampliar], y además ella sumó la multiplicación de las 2 reglas por los 9 plumones [dejó expresada la suma algebraica] ¿y qué pensó ella?, tengo los 19 plumones y puedo multiplicar* (FL, 2014).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

María supone que los alumnos asocian superficies coincidentes a expresiones algebraicas. A partir de la visualización del área total del rectángulo como suma de las áreas de las partes cimientan la validez de la propiedad distributiva entre expresiones algebraicas. Para María, medir el área de cada rectángulo era calcular el producto entre monomios (conocimiento teórico) sin considerar que la medición en el contexto involucra objetos como unidades de medida atípicas (conocimiento práctico perceptual). Por ejemplo, María pudo haber instaurado una nueva unidad de medida de la nueva superficie de la pizarra, como regla por plumón (RP, ver Figura 4) o haber vinculado la igualdad entre las expresiones algebraicas con el área de la pizarra ampliada.

Esta brecha entre el conocimiento teórico y práctico perceptual de la profesora dificulta su enseñanza y puede llevar a dificultades en la comprensión de los alumnos, fenómenos que advierte reiteradamente la literatura (ALLEN; BUTLER-MADER; SMITH, 2010; CHENG; CHENG; TANG, 2010).

4.4 Brecha: las letras como unidades de medida

El uso de unidades de medidas cuadradas (plumones cuadrados) o medidas rectangulares no usuales (plumones por reglas) que permitirían teselar la pizarra ampliada, era un recurso válido para que los alumnos dieran sentido a las expresiones algebraicas y fundamentaran la multiplicación de monomio por binomio. Este recurso no fue desarrollado en la lección, María no explicitó el sentido de las expresiones literales como unidades de medida bidimensionales.

Así, varios alumnos dan sentido a la expresión $19p + 2r$, al asociar las letras a objetos o bien a unidades de medida. Sin embargo, al realizar el producto $9p \cdot (19p + 2r)$ obtienen expresiones erróneas. La Figura 5 muestra que, si bien el alumno Camilo determina correctamente la unidad de medida asociada con $9p \cdot 19p$, para el cálculo del área de la ampliación de la pizarra, $2r \cdot 9p$, escribe como unidad de medida pr^2 en vez de pr.

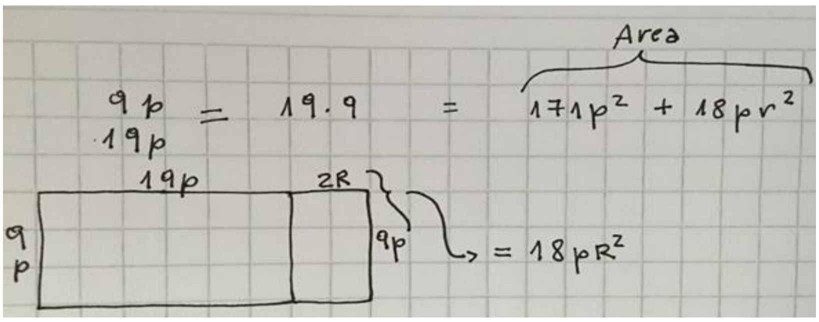

Figura 5 - Producción de alumno Camilo, que expresa la incomprensión

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

de la nueva unidad de medida rectangular
Fuente: Registro de la lección.

Asimismo, en la Figura 6, la alumna Josefa identifica el área con la potencia, expresando el producto como potencia, $(19p + 2r)^{9p}$. El significado de la expresión $(19p + 2r)^{9p}$ dista del significado de la expresión esperada: $9p \cdot (19p + 2r)$. La confusión es homóloga a la que lleva a confundir a^2 con $2a$, esto es, confundir *dos veces a como factor* con *dos veces a como sumando*.

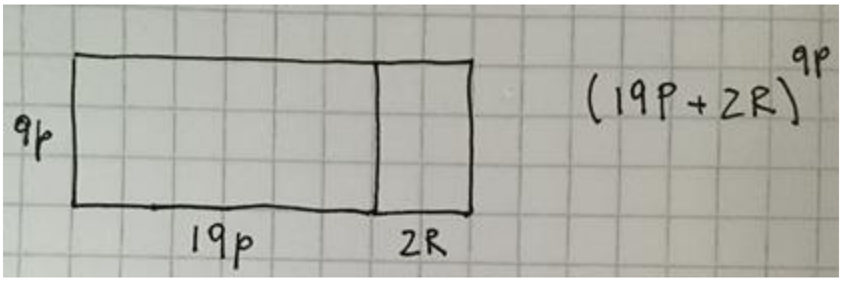

Figura 6 - Producción de alumna Josefa, que expresa erróneamente el producto como potencia
Fuente: Registro de la lección.

Las evidencias recogidas muestran a alumnos que perdieron el sentido de la expresión algebraica que alude a plumones cuadrados (p^2), y más aún la referida a la multiplicación de $9p$ por $2r$ que alude a plumones por reglas (pr).

María, como se señaló en la sección 3.3, optó por explicitar el camino emprendido por Fernanda: *lo que Fernanda hizo acá es multiplicar 9 plumones por 19 plumones más 9 plumones por 2 reglas* [9p·19p + 9p·2r]. Es decir, María usó directamente la propiedad distributiva, dado que el área de la pizarra ampliada es igual al área de la pizarra original sumada con el área de la ampliación. María no considera el significado de p^2 y pr en el contexto de la medición de la pizarra, debilitando el vínculo entre el contexto, conocimiento práctico perceptual, y las expresiones algebraicas, conocimiento teórico. Así, María desaprovechó la oportunidad de usar un conocimiento práctico perceptual para vincularlo con el conocimiento teórico, como lo sugieren Kessels y Korthagen (1996) y Korthagen (2010).

En su enseñanza se vislumbró la técnica, pero no el sentido práctico asociado; desatendiéndose recomendaciones en cuanto a brindar una enseñanza útil (KLEIN, 1992), con fundamentos en el contexto (KORTHAGEN, 2007) y organizada de acuerdo al problema abordado (HIEBERT et al., 2007).

4.5 Brecha: las letras como variables

En la entrevista final, María observa un episodio del video de la lección para la

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

estimulación del recuerdo y comenta errores cometidos por los alumnos en diferentes momentos de la lección.

> *María: Multiplicaban un monomio por un término del binomio…* (DE2) *Multiplicaban y no sumaban los exponentes [para multiplicar potencias]* (DE2)
> *¡Ah!… yo decía 6p por 7q, me decían "profe, no se puede, ¡no son semejantes!"* (DE2).
> *Yo les decía ¿por qué no se puede [multiplicar monomios expresados con letras distintas]?, ¡no profe! -me decían- es que no son semejantes... Yo les preguntaba ¿qué vimos la lección pasada?, y yo ahí les decía "como el cuadradito" para que ellos se dieran cuenta [recordaran que la lección pasada calculaban áreas de rectángulos multiplicando monomios]. Ah!, pero me costó que se dieran cuenta los que no sabían… y al fin y al cabo sin mentirte como que les enseñé [sin argumento] que se multiplicaban los números con las letras, pero no entendían el trasfondo… yo les dije "pero, recuerda cómo se multiplica" y por ejemplo cuando me tocó con ese niño [señalándolo en un episodio del video], el compañero de al lado le dijo, "acuérdate, el número por el número, la letra por la letra", entonces yo lo validaba y [él] multiplicaba y decía "las letras por las letras", pero el niño igual quedaba así [sin entender y comentando] "¿cómo?, ¡si son distintos!"* (DE2, 2014).

Efectivamente, la suma de términos semejantes, como 3p + 2p, es fácil de asociar a contextos de sumas de objetos o de cantidades con la misma unidad de medida; sin embargo, al hacer referencia a situaciones multiplicativas, las asociaciones entre letras y objetos adquiridas en contextos aditivos alejan a los alumnos del sentido perceptual – de unidad de medida de superficie – que se podría dar en el producto algebraico.

En este sentido, Kieran y Yagüe (1989) afirmaban que el uso de las letras como etiquetas interfiere en la comprensión de la variable en ecuaciones algebraicas y, casi dos décadas después, Kieran (2007) señala que pocos estudiantes son capaces de considerar las letras algebraicas como variables y la mayoría las interpreta como incógnitas específicas.

El episodio anterior deja ver que María no tuvo en cuenta la complejidad asociada con los distintos significados que podrían tomar las letras para los alumnos durante la clase: como objetos, unidades de medida, parámetros o variables. Finalmente, María se centra en aspectos procedimentales.

María fue entrevistada antes de la implementación y se refirió a su propuesta de enseñanza, tras haberla comentado en el pleno del curso Taller. Allí trató las letras como objetos – manzanas o plumones – y como unidades de medida – largo de plumón o cm – sin llegar a utilizarlas como parámetros o variables.

> *E: Ustedes tuvieron retroalimentación [al plan de la lección] hoy y ayer ¿Qué similitudes hubo entre las observaciones de hoy [en el curso Taller] y las de ayer [con profesores del Liceo]?*
> *María: El tema de la variable. Supongamos que la pizarra midiera cinco plumones, ¿cuál es la variable si mide cinco plumones? El "p" no es una variable, es el plumón en realidad, el plumón se mide por medida. Eso, la aparición de la variable es lo que nos complicó.*
> *E: ¿Y van a cambiar el problema?*
> *María: Lo vamos a pensar, porque mañana nosotros implementamos [dando a entender que no dispone de tiempo para rehacer el plan de la lección]* (BE1, 2014).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

María no cambió el problema en la implementación de la lección. Para ella fue problemático conducir la lección, mostrando falta de conocimiento profundo sobre el sentido de las letras en el álgebra elemental. Le fue difícil dar apoyo a los alumnos. María no relacionó p^2 ni pr con unidades de medida de superficie; tampoco se refirió a las letras p y r como números generalizados, variables o parámetros, pudiendo aludir, por ejemplo, a que el plumón mide p cm y la regla r cm.

María pudo referirse a la evaluación de expresiones algebraicas, por ejemplo, diciendo que el largo del plumón podría ser 8 o 10 cm, para relacionar la expresión con la idea de variable o parámetro para p y r. Para alumnos de grado 9, las letras ya debieran representar variables numéricas (MINEDUC, 2015). El uso de las letras como variables pudo ayudar a los alumnos a generalizar la propiedad distributiva, partiendo desde el ámbito numérico.

Durante la lección, María procuró asegurar el aprendizaje de la técnica usando la frase *no puedes sumar manzanas con peras* (FE2), constituyéndose en un obstáculo para la multiplicación de monomios no semejantes entre sí. Extender la generalización desde lo que era correcto en aritmética puede llevar a malinterpretar el sentido de los términos algebraicos (KIERAN; YAGÜE, 1989), más aún si los resultados investigativos han señalado que el proceso de pasar de la aritmética a las generalizaciones algebraicas toma tiempo (KIERAN, 2007).

En la insuficiencia de la gestión didáctica de María, queda de manifiesto la brecha entre el conocimiento teórico disciplinario y el conocimiento práctico perceptual. María sabe multiplicar expresiones algebraicas, sabe de estructuras algebraicas y sabe que las letras pueden representar números, cantidades o medidas, pero no logra articular esos saberes en la enseñanza.

5 Conclusiones

El presente escrito da cuenta de los vínculos y las brechas entre los conocimientos teóricos y los conocimientos prácticos perceptuales surgidos en un proceso de enseñanza de una futura profesora, quien diseña y gestiona una clase de álgebra para favorecer la comprensión de la multiplicación de expresiones algebraicas en alumnos de noveno grado. El marco de referencia ha permitido apreciar los conocimientos teóricos y prácticos que se reflejan en las experiencias de la futura profesora. Si bien no se siguió el ciclo completo de articulación de estos conocimientos desde el marco de referencia, la reflexión sobre la

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

práctica debería llevar al refinamiento del conocimiento conceptual y a una rearticulación de la práctica de la futura profesora.

Varios estudios indagan en la reflexión de los futuros profesores de matemáticas, cuando afrontan problemas profesionales relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del álgebra escolar durante las prácticas de enseñanza. En esta línea, Castellanos, Flores y Moreno (2017) señalan que los estudiantes a profesor de su estudio, mostraron cierto déficit de conocimiento didáctico, relacionado con su necesidad de profundizar en los significados y usos de la letra; aunque también, indican que manifestaron una disposición a apreciar elementos conceptuales de las expresiones algebraicas y su interés para incorporarlos y desarrollarlos en sus alumnos.

En este estudio, las brechas evidenciadas entre el conocimiento práctico perceptual y conocimiento teórico en la futura profesora, dan cuenta de que María no considera en su enseñanza aspectos que afectan la comprensión de la multiplicación de expresiones algebraicas en la construcción del conocimiento matemático de los alumnos. Específicamente, durante la presentación del problema, María da a las letras los significados de objeto y de unidad de medida, usando conocimientos perceptuales ligados al contexto del área, sin aparentemente tomar conciencia de los distintos significados que toman las letras para los alumnos en los diferentes dominios: algebraico y geométrico.

Asimismo, un conocimiento práctico perceptual que asigna a las letras el significado de objetos, siendo útil para el tratamiento de operaciones aditivas, puede constituirse en un obstáculo para abordar situaciones asociadas a la multiplicación de expresiones algebraicas. Existe una extensa investigación que muestra que los alumnos prefieren resolver problemas verbales por razonamiento aritmético más que representar el problema por una ecuación algebraica y luego aplicar transformaciones algebraicas a la ecuación (KIERAN, 2007).

Además, advertimos que asignar a la letra el significado de unidad de medida comporta el paso de una a dos dimensiones, asunto tanto perceptual como cognitivamente complejo. Así, el uso de las letras como objeto o como unidad de medida alejarían a los alumnos de la comprensión de las letras como variables, dificultándoles expresar la generalidad verbal o simbólicamente (KIERAN, 2007). Esta autora reconoce que los alumnos necesitan que se les provea de oportunidades para coordinar su conocimiento de las incógnitas en ecuaciones con su comprensión de las variables en las funciones.

Dado el contexto real que la misma profesora había construido, se observó que el andamiaje perceptual llevó a errores en la multiplicación de expresiones algebraicas. La

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

asociación de las letras a unidades de medida no anticipadas por María en su enseñanza, dificultó la comprensión de expresiones como pr y r^2, constatándose el empleo de operaciones y procedimientos erróneos, desprovistos de significado para los alumnos. María no relacionó p^2 ni pr explícitamente con unidades de medida de superficie; tampoco se refirió a las letras p y r como parámetros asociados a variables.

El vínculo entre ese conocimiento práctico perceptual y conocimientos teóricos, más profundos, en María sobre los significados de las letras en álgebra pudieran haberle ayudado en la gestión de la lección, anticipando la emergencia de distintos significados, como los de objeto, unidad de medida, número generalizado o variable. Sin embargo, se reconoce la insuficiente articulación entre los conceptos; incógnitas y variables, expresiones y ecuaciones, y la expansión del significado del signo igual; usados con sentidos a veces distintos en matemática, en su enseñanza o en contextos del mundo *real*.

Así, en matemática, las variables tienen la acepción de indeterminadas y no requieren de sentido, en cambio en contextos reales, como la medición, estas requieren sentido. En este sentido, de acuerdo con Llinares (1998), la desvinculación de los conocimientos teóricos de las situaciones prácticas lleva a considerarlos irrelevantes para la práctica, tal como sucedió en el caso de María.

María reconoció haber tenido la necesidad de mayor preparación antes de implementar la lección, y si bien, mostró dominio del uso procedimental de las letras y de la sintaxis asociada a las propiedades de las estructuras algebraicas, aun no hace distinciones en los usos de las letras (KÜCHEMANN, 1981) y no es consciente del impacto en el aprendizaje de los alumnos. En su formación universitaria, María tuvo pocas oportunidades para articular sus conocimientos teóricos y prácticos, esto podría deberse a que había cursado seis asignaturas disciplinares de álgebra, aunque de una manera desarticulada de su enseñanza, con un enfoque basado en la episteme (PEERCY; TROYAN, 2017), siendo el Taller la única instancia de reflexión y articulación de estos conocimientos.

Al respecto, coincidimos con Kieran, Krainer y Shaughnessy (2013) en que el contexto de Estudio de Clases con apoyo de un profesor y un formador, en un curso de métodos de nivel universitario, da la oportunidad para preparar colaborativamente una lección, implementarla y reflexionar conjuntamente sobre las posibles mejoras, contribuyendo al proceso reflexivo y al desarrollo del análisis crítico de su formación.

Llegar a integrar el conocimiento teórico y el conocimiento práctico perceptual, en situaciones prácticas y reales de aula, permitiría al futuro profesor vincular estos

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

conocimientos para enfrentar la complejidad y la toma de decisiones de/en la práctica, y los formadores, considerarlos como relevantes en la formación inicial de profesores.

Referencias

ALLEN, J. M.; BUTLER-MADER, C.; SMITH, R. A. A fundamental partnership: the experiences of practising teachers as lecturers in a pre-service teacher education programme. **Teachers and Teaching**: Theory and Practice, Routledge, v. 16, n. 5, p. 615 - 632. sept. 2010.

BALL, D. L.; FORZANI, F. M. The work of teaching and the challenge for teacher education. **Journal of Teacher Education**, Las Vegas, v. 60, n. 5, p. 497 - 511. nov/dic. 2009.

CASTELLANOS, M. T.; FLORES, P.; MORENO, A. Reflections on Future Mathematics Teachers about Professional Issues Related to the Teaching of School Algebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 408 - 429. 2017.

CHENG, M.; CHENG, A.; TANG, S. Closing the gap between the theory and practice of teaching: Implications for teacher education programmes in Hong Kong. **Journal of Education for Teaching**: International Research and Pedagogy, Routledge, v. 36, n. 1, p. 91 - 104. feb. 2010.

CONTRERAS, L. C.; CARRILLO, J.; ZAKARYAN, D.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; CLIMENT, N. Un estudio exploratorio sobre las competencias numéricas de los estudiantes para maestro. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 433-457, abr. 2012.

DARLING-HAMMOND, L. Constructing 21st-Century Teacher Education. **Journal of Teacher Education**, Las Vegas, v. 57, n. 3, p. 300 - 314. may. 2006.

DARLING-HAMMOND, L. **Creating a comprehensive system for evaluating and supporting effective teaching**. Stanford, CA: Stanford Center for Opportunity Policy in Education. 2012.

ESTRELLA, S.; MENA-LORCA, A.; OLFOS, R. Lesson Study in Chile: a very promising but still uncertain path. In: QUARESMA, M; WINSLØW, C.; CLIVAZ, S.; DA PONTE, J; NÍ SHÚILLEABHÁIN, A.; TAKAHASHI, A. (Eds.). **Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues**. Cham: Springer, 2018. p.105-123.

ESTRELLA, S.; ZAKARYAN, D.; OLFOS, R.; ESPINOZA, G. How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Amsterdam, ene. 2019. https://doi.org/10.1007/s10857-018-09423-y

FISCHBEIN, E. **Intuition in Science and Mathematics**: An Educational Approach. Netherlands: Springer. 1987.

GODINO, J. D. et al. The nature of elementary algebraic reasoning. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 483 - 512, abr. 2012.

HIEBERT, J.; MORRIS, A. K.; BERK, D.; JANSEN, A. Preparing Teachers to Learn from Teaching. **Journal of Teacher Education**, Las Vegas, v. 58, n. 1, p. 47 - 61, ene. 2007.

HART, K. (Ed.). **Children's understanding of mathematics**: 11-16. London: John Murray. 1981.

HODGEN, J.; KÜCHEMANN, D.; BROWN, M.; COE, R. Children’s understandings of algebra 30 years on. **Research in Mathematics Education**, Routledge, v. 1, n. 2, p. 193 - 194, jul. 2009.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

ISODA, M.; OLFOS, R. **El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases**. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso. 2009.

KESSELS, J. P.; KORTHAGEN, F. A. The relationship between theory and practice: Back to the classics. **Educational Researcher**, Washington, v. 25, n. 3, p. 17 - 22, abr. 1996.

KESSELS, J.P.; KORTHAGEN, F.A., The relation between theory and practice: Back to the classics. In: KORTHAGEN, F.A.; KESSELS, J.; KOSTER, B.; LAGERWERF B; WUBBELS, T. (Eds.). **Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2001. p. 20-31.

KIERAN, C.; KRAINER, K.; SHAUGHNESSY, J. M. Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. In: **Third international handbook of mathematics education**. New York: Springer, 2013. p. 361 - 392.

KIERAN, C.; YAGÜE, E. F. El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. **Enseñanza de las ciencias**, Barcelona, v. 7, n. 3, p. 229 - 240. 1989.

KIERAN, C. **What Do Students Struggle with When First Introduced to Algebra Symbols?** Reston: NCTM Brief. 2007.

KLEIN, M. F. A Perspective on the Gap between Curriculum Theory and Practice. **Theory into Practice**, Routledge, v. 31, n. 3, p. 191 - 197, nov. 1992.

KORTHAGEN, F. A. J. The gap between research and practice revisited. **Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice**, Routledge, v. 13, n. 3, p. 303 - 310, mayo. 2007.

KORTHAGEN, F. A. J. How teacher education can make a difference. **Journal of Education for Teaching**, Routledge, v. 36, n. 4, p. 407 - 423, jun. 2010.

KORTHAGEN, F. A. J.; KESSELS, P. A. M. Linking Theory and Practice: Changing the Pedagogy of Teacher. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 4, p. 4 - 17, jun. 1999.

KÜCHEMANN, D. Algebra. In: HART, K. (Ed.). **Children's Understanding of Mathematics: 11-16**. London: Murray. 1981. p. 102 - 119.

LEINHARDT, G.; MCCARTHY, Y.; MERRIMAN, J. Integrating professional knowledge: The theory of practice and the practice of theory. **Learning and Instruction**, Amsterdam, v. único, n. 5, p. 401 - 408, 1995.

LLINARES, S. La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. **Aula**, Salamanca, v. 10, 1998. Disponible en: <http://revistas.usal.es/index.php/0214-3402/issue/view/294>. Acceso en: 22 abril 2018.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN [MINEDUC]. **Bases curriculares, 7º básico a 2º medio**. Santiago de Chile: Ministerio de Educación. 2015.

PEERCY, M. M.; TROYAN, F. J. Making transparent the challenges of developing a practice-based pedagogy of teacher education. **Teaching and Teacher education**, Amsterdam, v. único, n. 61, p. 26 - 36, 2017.

POST, G.; VAROZ, S. Lesson-study groups with prospective and practicing teachers. **Teaching Children Mathematics**, Reston, v. 14, n. 8, p. 472 - 478, abr. 2008.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

SCHOENFELD, A. H.; ARCAVI, A. On the meaning of variable. **The mathematics teacher**, Reston, v. 81, n. 6, p. 420 - 427, sept. 1988.

SMEDLEY, L. Impediments to Partnership: A literature review of school university links. **Teachers and Teaching: theory and practice**, Routledge, v. 7, n. 2, p. 189 - 209, ago. 2001.

SPENCER, S. S.; LOGAN, K. R. Bridging the Gap: A School Based Staff Development Model that Bridges the Gap from Research to Practice. **Teacher Education and Special Education**, Thousand Oaks, v. 26, n. 1, p. 51 - 62, ene. 2003.

WITTMANN, E. C. H. Developing mathematics education in a systemic process. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 48, n. 1, p. 1 - 20, nov. 2001.

ZEICHNER, K. The turn once again toward practice-based teacher education. **Journal of Teacher Education**, Las Vegas, v. 63, n. 5, p. 376 - 382. nov/dic. 2012.

Submetido em 25 de Julho de 2018.
Aprovado em 17 de Fevereiro de 2019.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a07

Anexo 1

ENTREVISTA INICIAL [previa a la implementación de la lección]

1. ¿Para qué nivel es la lección que diseñaron?
2. ¿En qué unidad está ubicada?
3. ¿Cuál es el objetivo de la lección?
4. ¿Cómo pretendes que los alumnos aprendan a multiplicar un monomio por un binomio?
5. ¿Cuáles son las etapas de la lección?
6. Imagina que estas implementando la lección y estás en la primera etapa, presentación del problema, ¿Qué estarías haciendo como profesora? ¿qué harían los alumnos? ¿Y en la siguiente etapa? [se repite pregunta para cada etapa del Estudio de Clases, hasta el cierre]
7. ¿Qué dificultades podrían surgir durante la lección?
8. ¿Cómo pretendes apoyar a los alumnos para que superen las dificultades que emergen?
9. ¿Cómo van [el grupo de María] a evaluar la marcha de la lección?

ENTREVISTA FINAL [posterior a la implementación de la lección]

a) <u>Inicio de la Clase:</u>

1. ¿Cuál fue el objetivo de esa lección?
2. ¿Cómo describes la matemática que está involucrada en ese objetivo?
3. ¿Cómo vinculas esta parte de la multiplicación de expresiones algebraicas con el área?
4. ¿Qué matemática surgió del problema durante la lección de parte de los niños? ¿Qué hicieron los alumnos?
5. ¿Cuáles eran los conocimientos previos que ustedes consideraban necesarios para enfrentar ese problema de la lección?
6. ¿Qué tipo de errores tenían entonces?
7. ¿Tú crees que la presentación del problema generó problemática en los alumnos?
8. ¿Qué representaba la P [plumón]?
9. ¿Y qué crees que representa para los alumnos un plumón al cuadrado?

b) <u>Resolución del problema:</u>

10. ¿Cómo gestionaste esta etapa de la lección?
11. ¿Qué tipo de estrategias surgieron?
12. ¿Qué dificultades y errores pensaron ustedes que surgirían en esta lección|?
13. En el caso de la reducción de términos semejantes, cuando sumaban, ¿Cómo sacaron a los alumnos de ese error, de ese problema?
14. ¿Consideras que el problema fue un desafío para los alumnos?
15. ¿Cuál crees que fue la problemática central de la situación que presentaron?

c) Se muestra una fotografía de la estrategia de resolución de un alumno

16. ¿Qué crees que pensó el alumno en esa imagen?
17. ¿R [regla] son reglas realmente, está bien que sean reglas?
18. ¿Qué crees que debieron haber dicho ustedes? ¿Qué era R?
19. En una futura clase ¿seguirías presentando R como regla?
20. Si se le preguntara al alumno qué representa esta R, en esta misma situación, ¿cuál crees que sería la mejor respuesta?

d) Con respecto a la etapa de presentación y explicación de ideas y estrategias en la pizarra

21. ¿Qué ideas se presentaron?
22. ¿Por qué elegiste primero a Fernanda [una alumna] y no a otro(a) alumno(a)?
23. ¿Cuál es la importancia de las ideas de los alumnos que salieron a la pizarra?
24. ¿Qué crees que era más claro para los alumnos, tu explicación o la idea de Fernanda?
25. ¿Qué significa que el 9P se multiplicaba con el 19P y también con el 2R?
26. ¿Cuál fue el aporte de Fernanda en esta etapa?

e) <u>Análisis y conclusiones:</u>

27. ¿Cómo utilizaste las ideas y los argumentos que los alumnos presentaron, para que el resto del curso cumpliera el objetivo de la lección?
28. ¿Qué esperaban ustedes como cierre de la lección para cumplir el objetivo?
29. ¿Cómo te ibas a dar cuenta que los alumnos habían cumplido el objetivo, que esperabas como cierre ideal?
30. ¿El objetivo se cumplió? ¿Qué criterios te permiten afirmar eso?
31. En una nueva implementación de la lección, ¿Qué le cambiarías al plan de la lección?