BRAGANTIA

Boletim Técnico do Instituto Agronômico do Estado de São Paulo

Vol. 18 Setembro de 1959 N.º 1

TESTES MODERNOS PARA A COMPARAÇÃO DE MÉDIAS (*)

A. CONAGIN

Engenheiro-agrônomo, Seção de Técnica Experimental, Instituto Agronômico

RESUMO

No presente artigo são discutidos vários dos testes que permitem uma comparação de duas médias ou de contrastes feitos *a posteriori*, quando a hipótese de nulidade foi rejeitada e nada se sabe, *a priori*, sôbre o comportamento dos diferentes ítens. São considerados os testes da diferença mínima significativa, de Newman, de Keuls, de Tukey, de Scheffé e de Duncan.

A aplicação dos diferentes testes é feita detalhadamente e as vantagens e desvantagens dos mesmos são discutidas em seus pormenores.

1 — INTRODUÇÃO

O estatístico se defronta muitas vêzes com o problema de escolher um dentre vários testes possíveis de serem aplicados. A escolha de um teste de significância deve levar em consideração não só os erros de 1.ª e 2.ª espécies, como, ainda, a eficiência do teste em relação a outros também aplicáveis e a natureza dos dados experimentais.

Um problema que ainda não foi definitivamente resolvido é o que surge quando na análise da variância com vários tratamentos a hipótese de nulidade é rejeitada pelo teste de **F**. Que outras inferências poderão ser feitas acêrca das funções lineares das médias escolhidas *a posteriori?* Êsse problema tem sido considerado por vários estatísticos, entre êles Fisher (3), Newman (6), Tukey (10), Keuls (5), Scheffé (8) e Duncan (2). O assunto

(*) Trabalho apresentado na I Reunião da Região Brasileira da Biometric Society, realizada no Instituto Biológico em 3 de janeiro de 1956.

O autor agradece aos colegas Ciro G. Teixeira e A. Salati, por terem permitido o uso amplo dos resultados e também ao colega C. G. Fraga Jr., pelas facilidades que proporcionou no setor de revistas e de livros de sua coleção particular.

O autor agradece ainda ao Professor D. B. Duncan e ao editor de Biometrics pela permissão dada para a reprodução dos quadros 4 e 6, transcritos do Vol. 11, n.º 1, de março de 1955 de Biometrics e também ao Professor E. S. Pearson, "managing editor" de Biometrika, pela permissão da reprodução, no quadro 5, de parte da tabela 29 de Biometrika Tables for Statisticians, vol. 1, 1954.

Recebido para publicação em 10 de julho de 1956.

vem sendo insistentemente pesquisado e algumas conclusões podem ser tiradas no que diz respeito aos vários testes propostos.

2 — MATERIAL E MÉTODO

Precisamos, em primeiro lugar, distinguir os característicos dos diferentes testes, a forma de aplicá-los; em seguida, verificar quais as diferenças obtidas nos julgamentos, quando os diferentes testes são utilizados. Vamos nos utilizar dos dados experimentais obtidos por Teixeira e Salati (**9**). Nesse experimento os autores procuraram determinar as estirpes do fermento *Saccharomyces cereviseae* Hansen mais apropriadas para as nossas condições, no sentido de produzir maiores teores alcoólicos na fermentação do caldo de cana-de-açúcar.

O esquema experimental utilizado foi do tipo blocos ao acaso, com seis repetições, cada uma compreendendo dois frascos; partindo de um conjunto de seis estirpes iniciais, a experiência procurou esclarecer qual a melhor delas.

Os dados obtidos estão incluídos no quadro 1 e a análise estatística no quadro 2. A análise conjunta revelou interação blocos x estirpes alta-

QUADRO 1. — Rendimentos alcoólicos obtidos no experimento visando comparar a eficiência de diferentes estirpes de fermento na fermentação de mostos de cana-de-açúcar(**9**)

Repetições	ESTIRPES						Totais
	F-1	F-2	F-28	F-29	F-34	F-97	
1	93,91 94,47	92,69 92,88	91,56 91,92	94,00 94,66	94,94 95,22	92,59 92,22	1121,06
2	94,19 93,63	93,44 91,84	90,62 90,34	93,63 93,63	94,66 94,10	91,75 91,09	1112,92
3	90,24 90,71	92,65 92,93	85,14 86,53	94,23 94,88	92,10 93,21	84,58 83,93	1081,13
4	91,35 90,52	92,93 93,49	84,31 84,58	96,18 94,23	94,88 94,42	86,16 85,88	1088,93
5	86,48 87,37	86,75 85,23	75,26 74,81	89,87 90,49	90,22 90,67	82,83 85,23	1025,21
6	86,48 87,73	85,41 85,41	67,87 70,72	90,22 89,96	88,35 89,42	81,85 83,65	1007,07
Total	1087,08	1085,65	993,66	1115,98	1112,19	1041,76	6436,32
Média	90,59	90,47	82,80	92,99	92,68	86,81	89,39

QUADRO 2. — Análise da variância dos dados do quadro 1.

Fonte de Variação	S. Q.	G. L.	Q. M.	F
Total	2 243,7766	71		
Entre repetições	904,4508	5	180,9802	11,23**
Entre tratamentos	917,6423	5	183,5284	11,39**
Interação	402,6349	25	16,1058	
Êrro	19,0486	36	0,5291	

mente significativa e, ainda, a heterogeneidade da variância da interação devida ao tratamento F-28. Êste foi então isolado da análise, os resultados se encontrando no quadro 3.

QUADRO 3. — Análise da variância com o desdobramento dos vários ítens devido à heterogeneidade da variância da estirpe F-28

Fonte de Variação	S. Q.	G. L.	Q. M.	F
Total	2 243,7766	71		
Entre repetições	904,4508	5	180,8902	
Entre tratamentos	917,6423	5	183,5284	
28 x outras	625,0483	1	625,0483	10,22*
Outras	292,5940	4	73,1360	15,11**
Interação	402,6349	25	16,1053	
Inter. rep. x (28 x outras)	305,8567	5	61,1713	120,68**
Int. rep. x outras	96,7782	20	4,8389	9,07**
Êrro (28 x outras)	3,0415	6	0,5069	
Êrro (outras)	16,0071	30	0,5336	
Êrro	19,0486	36	0,5291	

3 — TESTES DE COMPARAÇÃO DE MÉDIAS

Uma vez rejeitada a hipótese de nulidade para as cinco estirpes restantes de fermento, que conclusões poderão ser retiradas com relação às diferenças entre elas, desde que se desconheça o comportamento das mesmas anteriormente? Vejamos as diferentes aproximações à solução dêsse problema.

3.1 — DIFERENÇA MÍNIMA SIGNIFICATIVA

Êste teste foi sugerido por R. A. Fisher (3) para a comparação das médias quando a hipótese de nulidade foi rejeitada pelo teste de **F.**

De acôrdo com êle, duas médias quaisquer serão consideradas como diferentes quando apresentarem uma diferença, entre si, maior que a quantidade $ts_{\bar{x}}\sqrt{2}$ onde **t** é o valor crítico correspondente ao nível de significância de 5% ou 1%.

No caso de funções lineares de totais de tratamentos um contraste do tipo $z = c_1T_1 + c_2T_2 + \ldots + c_nT_n$ será diferente de zero quando

$$z > s.t.\ \sqrt{D_z},$$

onde os valores **c** são coeficientes, os valores **T** são totais de tratamentos baseados em numeros iguais ou diferentes de repetições, **t** é o valor crítico de **t** a um nível considerado (5% ou 1%) e $D_z = r_1c_1^2 + r_2c_2^2 + \ldots + r_nc_n^2$, **s** é o êrro experimental na base de um canteiro; ainda devemos ter:

$$r_1c_1 + r_2c_2 + \ldots + r_nc_n = O$$

Se fôssem médias em vez de totais teríamos

$$D_z = \frac{c_1^2}{r_1} + \frac{c_2^2}{r_2} + \ldots + \frac{c_n^2}{r_n}$$

No caso que estamos considerando, duas estirpes cujas médias diferirem por mais que

$$t\ s_{\bar{x}} \sqrt{2} = 2{,}086 \sqrt{\frac{2(4{,}8389)}{12}} = 1{,}873$$

serão consideradas como estatìsticamente diferentes ao nível de 5%.

Dessa forma F_{29} e F_{34} não diferem entre si. Ambas são superiores às outras três. F_1 e F_2 também não diferem entre si. Do grupo das cinco estirpes consideradas, F_{97} é a pior.

3.2 — TESTE DE NEWMAN

Newman (6), seguindo uma sugestão de Student, propôs a utilização do teste $q = w/s$, onde **s** é a estimativa do desvio padrão e **w** a amplitude de dispersão ("range"). No caso de médias deveríamos substituir os valores individuais pelas médias e o desvio padrão pelo desvio padrão da média. No exemplo que estamos considerando

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{4{,}8389 \div 12} = 0{,}6350$$

O quadro 5 nos dá os valores de **q** correspondentes aos graus de liberdade e ao número de variedades abrangidas pela amplitude de dispersão ("range").

Assim

$$q = \frac{\bar{x}_n - \bar{x}_1}{s_{\bar{x}}} \quad \text{ou melhor} \quad q = \frac{F_{29} - F_{97}}{s_{\bar{x}}}$$

O valor de **q** deverá ser procurado na tabela com n = 5 e f = 20 graus de liberade (**n** representa o número de médias e **f** o número de graus de liberdade do êrro experimental).

Para facilitar a compreensão do teste apresentamos a seguir as médias das estirpes e também os valores de **q** aos níveis de 5% e 1% para os vários valores de **n**, para f = 20.

F_{29}	F_{34}	F_1	F_2	F_{97}
92,99	92,68	90,59	90,47	86,81

f \ n		2	3	4	5	6	7	....	20
20	5% 1%	2,95 4,02	3,58 4,65	3,97 5,02	4,25 5,30	4,46 5,51	4,65 5,67		5,80 6,66

No nosso caso

$$q_{(5)} = \frac{92{,}99 - 86{,}81}{0{,}6350} = 9{,}73$$

é maior que o valor crítico a 1%, que é 5,30, a diferença sendo, portanto, significativa.

A seguir devemos calcular

$$q_{(4)} = \frac{92{,}68 - 86{,}81}{0{,}6350} = 9{,}24$$

valor êsse significativo a 1%, pois é maior que 5,02.

A próxima comparação seria entre F_{34} e F_2. Então,

$$q_{(3)} = \frac{92{,}68 - 90{,}47}{0{,}6350} = 3{,}48, \text{ não significativo.}$$

A última comparação seria

$$q_{(2)} = \frac{90{,}59 - 90{,}47}{0{,}6350} = 0{,}189 \text{ o valor significativo}$$

sendo 2,95; dessa forma o resultado também não é significativo.

3.3 — MÉTODO DE TUKEY

No caso especial em que as variáveis x_i têm a mesma variância σ^2 e a covariância entre duas variáveis é $\varsigma . \sigma^2$ e $E(x_i) = \theta_i$, se tivermos

$$q_{\alpha(n,f)} < \frac{w}{s\sqrt{1 - \varsigma}}$$

onde $w = x_i - x_j$, a diferença será significativa.

O valor $q_{\alpha(n,f)}$ é o "range" das variáveis casuais $x_1, x_2 \ldots, x_n$ ao nível α e a estimativa s é obtida com f graus de liberdade. Nesse caso o intervalo de confiança simultâneo passa a ser:

$$x_i - x_j - s . q_{\alpha(n,f)} . \sqrt{1 - \varsigma} \leqq \theta_i - \theta_j \leqq x_i - x_j + s . q_{\alpha(n,f)} . \sqrt{1 - \varsigma}$$

Gomes (4) nos dá exemplos da aplicação dêste teste nos casos em que há independência entre as médias e também transcreve uma tabela dos valores de **q**, reproduzida neste trabalho (quadro 5).

No caso que estamos considerando as médias são independentes, a fórmula se simplificando para

$$q_{\alpha(n,f)} < \frac{w}{s_{\bar{x}}}$$

Devemos procurar **q** aos níveis de 5% e 1% em tabelas apropriadas (as mesmas do teste anterior) com n = 5 e f = 20; no caso que estamos considerando os valores são, respectivamente, 4,25 e 5,30.

Duas médias quaisquer que difiram em valor absoluto por mais de 4,25(0,6350) = 2,70 serão estatìsticamente diferentes ao nível de 5%.

De acôrdo com êste teste, F_{97} é a pior de tôdas as estirpes. As estirpes F_{29}, F_{34}, F_1 e F_2 constituem um grupo sem diferença estatística entre elas.

3.4 — MÉTODO DE KEULS

M. Keuls propôs em 1952 um teste que é, em linhas gerais, o de Newman, mas um pouco mais rigoroso (**5**). Êsse autor apresenta uma série de argumentos que enfraquecem a posição do teste de **t**, principalmente nos casos em que não se tem idéia *a priori* de quais as comparações que virão a ser feitas na experiência.

Suponhamos que temos uma análise da variância com um certo número de variedades e que o valor obtido para **F** foi aproximadamente 1. A conclusão que se deveria tirar é de que não dispomos de indicação da existência de diferenças entre duas variedades quaisquer; não obstante as médias do experimento apresentarem um "range" de acôrdo com a distribuição normal para amostras de tamanho **n**, é possível que algumas diferenças entre duas médias (principalmente diferenças de extremos) sejam significativas pelo teste **t**, êste teste contrariando, dessa forma, as conclusões obtidas a partir do teste **F**. Só será possível usar-se o teste **t**, sem perigo de contradição com o de **F**, quando a comparação entre as médias dos tratamentos fôr decidida *a priori*, isto é, antes de serem obtidos os resultados experimentais.

O teste **t** no caso de dois tratamentos é exato e torna o teste **F** supérfluo, pois nesse caso $t^2 = F$. Também **t** poderá ser usado quando se faz a comparação das diferenças entre dois tratamentos contíguos (depois de feita a classificação pela produção).

A diferença entre os métodos de Keuls e o de Tukey reside no fato de no de Tukey calcularmos um único valor **q**, o qual é apropriado para tôdas as comparações; no de Keuls o primeiro valor **q** calculado é o mesmo de Tukey (com **n** e **f** graus de liberdade). Caso o valor obtido para **q** seja significativo, uma das variedades é separada e novo valor **q** é calculado com **n - 1** e **f** graus de liberdade, e assim por diante, seguindo a seguinte regra: "a diferença entre duas médias que pertencem a um conjunto de **n** médias é significativa desde que a amplitude de dispersão das **n** médias que contém as duas consideradas, as amplitudes de dispersão das n - 1 médias, n - 2, n - 3, ... possíveis e, finalmente, que a amplitude de dispersão entre as duas médias consideradas sejam significativas,,.

Assim, a diferença ente F_{29} e F_2 será significativa se $F_{29} - F_{97}$ fôr significativa e $F_{29} - F_2$ também. No caso, para que a diferença entre F_{29} e F_1 seja significativa, seria necessário que $F_{29} - F_{97}$, $F_{29} - F_2$ e $F_{29} - F_1$ fôssem tôdas significativas. De acôrdo com êste teste, se $F_{29} - F_{97} > 2{,}70$, que é o produto 4,25(0,6350), a diferença será significativa; então F_{29} é superior a F_{97}. A seguir, se $F_{29} - F_2 > 2{,}5209$, a diferença será significativa; isso não se deu, logo nenhuma outra diferença ente F_{29} e as outras duas raças restantes poderá ser significativa.

Por exemplo, $F_{29} - F_1 = 2{,}40 > 3{,}58$ (0,6350 = 2,27; entretanto, F_{29} não será superior a F_1 porque $\{F_{29}, F_{34}, F_1, F_2\}$ não foi significativa.

3.5 — METODO DE SCHEFFÉ

Um problema geral a ser considerado na análise da variância é o de fazer inferências acêrca de contrastes entre um conjunto de médias. Um contraste é uma função linear das médias verdadeiras, da forma:

$$\theta = c_1\mu_1 + c_2\mu_2 + \dots + c_n\mu_n$$

determinada por **n** constantes que satisfazem a condição

$$c_1 + c_2 + \dots + c_n = 0$$

Sejam $\hat{\theta}$ e $\sigma^2_{\hat{\theta}}$ as estimativas de θ e a variância de $\hat{\theta}$.

Scheffé (8) provou que para a totalidade de contrastes, independentemente dos valores de θ, a probabilidade é $1 - \alpha$ que êles satisfaçam simultâneamente a desigualdade

(1) $$\hat{\theta} - S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}} \leq \theta \leq \hat{} + S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$$

onde $$S^2 = (n - 1) \,.\, F_\alpha(n - 1, f), \quad \hat{\theta} = \Sigma c_i \hat{\mu}_i$$

sendo que $E(\mu_i) = \mu_i$ e $cov(\mu_i, \hat{\mu}_j) = a_{ij}\, \sigma^2$

Nessas pressuposições o valor σ^2 é desconhecido; os valores a_{ij} e as estimativas $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \dots \hat{\mu}_n$ e $\hat{\sigma}^2$ são conhecidas e dadas pela análise da variância; $F_\alpha(n-1, f)$ é o valor crítico de F ao nível α de significância, com **n - 1** e **f** graus de liberdade. Nesse caso

$$\sigma^2_{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} c_i c_j \sigma^2$$

a estimativa dêsse valor sendo

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} c_i c_j \hat{\sigma}^2$$

O resultado obtido em (1) podendo ser usado para a estimação de intervalos para todos os contrastes de interêsse, incluindo qualquer um dêles sugerido pelos valores observados $\hat{\mu}_i$ (portanto estabelecidos *a posteriori*). Independentemente do número de contrastes estimados pelo método (1) a probabilidade de que tôdas as conclusões obtidas a partir dos contrastes sejam corretas será $\geq 1 - \alpha$.

Êsse teste permite ainda que se tome uma decisão acêrca de uma das três situações abaixo enumeradas:

a) θ não é significativamente diferente de zero;

b) é significativamente diferente de zero e positivo;

c) é significativamente diferente de zero e negativo.

Faremos a afirmação

a) se $-S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}} < \hat{\theta} < S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$

b) se $\hat{\theta} \geq S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$

c) se $\hat{\theta} \leq -S.\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$.

Os resultados são válidos seja para o caso em que os valores μ_i são efeitos fixos (não casuais) seja nos casos de modelos mistos em que há um teste exato de F da hipótese de nulidade

$$H_o : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_n.$$

O teste é aplicável mesmo que as médias apresentem números diferentes de repetições. Scheffé considera que no caso de comparações de pares de médias, o método proposto por êle será menos eficiente que o de Tukey, pois êste apresentará intervalos de confiança mais curtos. Será mais eficiente que o de Tukey nos casos de contrastes de grupos de médias, principalmente em casos de contrastes dos tipos linear, quadrático, cúbico, que são comumente encontrados em experimentos fatoriais.

3.5.1. - APLICAÇÃO DO TESTE DE SCHEFFÉ

No nosso caso as médias são independentes e apresentam tôdas o mesmo número de repetições. Dessa forma

$$\text{cov}\,(\hat{\mu}_i, \hat{\mu}_j) = \text{cov}\,(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = a_{ij} \,.\, \sigma^2 = 0$$

e teremos

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^{n} c_i^2 \,.\, \sigma^2_{\bar{x}} \qquad \text{onde} \quad \sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}^2}{r}.$$

Vejamos na experiência que estamos considerando, se há diferenças nos teores alcoólicos entre os fermentos F_1 e F_2 (que se encontram em uso nas grandes destilarias americanas) e os outros três (F_{29}, F_{34} e F_{97}). Dêstes, os dois primeiros também são utilizados na fermentação do melaço e o último é um fermento que já foi distribuído pelo Instituto Agronômico, para o fabrico de aguardente.

Faremos portanto a comparação do contraste

$$3\ \bar{x}_1 + 3\ \bar{x}_2 - 2\ \bar{x}_{29} - 2\ \bar{x}_{34} - 2\ \bar{x}_{97}.$$

Temos que $r(c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5) = 0$ já que $12(+3 + 3 - 2 - - 2 - 2) = 0$

O teste será: $\Sigma\ c_i\ .\ \bar{x}_i \pm S\ .\ \hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$

onde $S = \sqrt{(n-1)\ .\ F_{\alpha(n-1,f)}}$ e $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}} = \sqrt{\Sigma\ c_i^2\ .\ \sigma_{\bar{x}}^2}$

Como tôdas as estirpes têm 12 repetições e são comparadas 5 estirpes, sendo 20 o número de graus de liberdade do êrro, teremos:

$n = 5$, $\hat{\sigma}^2 = 4{,}8389$, $\sigma_{\bar{x}}^2 = 4{,}8389 \div 12$ e $F_{0,05}(4, 20) = 2{,}87$

Substituindo, teremos

$$3\bar{x}_1 + 3\bar{x}_2 - 2\bar{x}_{29} - 2\bar{x}_{34} - 2\bar{x}_{97} \pm \sqrt{(4)\ (2{,}87) . \frac{4{,}8389}{12}\left[3^2 + 3^2 + (-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2\right]}$$

ou $-1{,}78 \pm 11{,}785$

Conclusão — Não houve diferença entre as médias das estirpes em uso nas destilarias americanas e as outras.

Vejamos agora se vai haver diferença entre as duas primeiras e as duas seguintes do grupo que compreende as quatro melhores estirpes.

Na verdade, queremos calcular

$$\bar{x}_{29} + \bar{x}_{34} - \bar{x}_3 - \bar{x}_2 \pm \sqrt{(4)\ (2{,}87)\ \frac{4{,}8389}{12}\ (1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)}$$

$$4{,}61 \pm \sqrt{18{,}5169}$$

ou

$$4{,}61 \pm 4{,}303$$

$$0{,}307 \leq \mu_{29} + \mu_{34} - \mu_1 - \mu_2 \leq 8{,}913$$

Êsse intervalo de confiança tem 95% de probabilidade pelo menos de compreender o verdadeiro valor do contraste. Podemos concluir que êsse contraste difere significativmaente de zero, em outras palavras, que as estirpes F_{29} e F_{34} são mais ativas que as outras duas.

Caso as variedades tivessem $r_1, r_2, r_3, \ldots$ repetições e o constrate fôsse do tipo

$$c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots + c_n\bar{x}_n$$

o intervalo seria

$$c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots + c_n\bar{x}_n \pm \sqrt{(n-1)\, F.\hat{\sigma}^2\left(\frac{c_1^2}{r_1} + \frac{c_2^2}{r_2} + \ldots + \frac{c_n^2}{r_n}\right)}$$

e nesse caso $\hat{\sigma}^2$ seria a variância do êrro.

3.6 — MÉTODO DE DUNCAN

Discutiremos aqui o teste da amplitude de dispersão múltipla, publicado por Duncan (2).

Neste teste considera-se que cada diferença é significativa se ela exceder o intervalo de confiança significativo, havendo uma exceção: nenhuma diferença entre duas médias pode ser considerada como significativa, se as duas médias consideradas estão ambas contidas em um subconjunto de médias que não apresentam uma amplitude de dispersão significativa.

O processo mais prático para aplicar essa regra consiste em determinar os valores w'_p correspondentes ao produto $q.s_{\bar{x}}$ (onde **p** representa o número de ítens abrangidos no intervalo) e classificar o conjunto de médias em subgrupos que não difiram entre si. Então, duas médias que pertencem ao mesmo subgrupo não poderão ser diferentes. Só devemos comparar as que pertencem a subgrupos diferentes. Precisamos nos utilizar da tabela do próprio autor (2), pois há certa diferença entre os valores desta tabela (quadro 6) e os da amplitude "estudentizada" (quadro 5).

Para facilitar a aplicação do teste vamos ordenar as médias e colocar os "range" de diferentes tamanhos.

a) "Ranges" significativos

(2)	(3)	(4)	(5)
1,873	1,969	2,019	2,064

b) Médias ordenadas

F_{97}	F_2	F_1	F_{34}	F_{29}
86,81	**[90,47**	**90,59]**	**[92,68**	**92,99]**

A seguir subtrairemos do valor mais alto (92,99) o valor w'_5 = =3,25(0,6350) = 2,064, e obteremos 90,926.

Dessa forma F_{97} ficou fora e pode ser considerada como diferente de F_{29}. Também, dessa forma, F_2 e F_1 são separadas de F_{34} e F_{29}. Por outro lado, F_{34} e F_{29} não diferem entre si. Podemos dizer então que essas duas médias constituem um grupo, escrevendo-as entre colchêtes [F_{34}, F_{29}] ou poderemos traçar um risco sob as mesmas.

Vemos que, $F_{34} - F_1 = 2,09$ é maior que $w'_2 = 1,873$; as duas médias serão estatìsticamente diferentes porque pertencem a dois sub-conjuntos diferentes [F_2, F_1] e [F_{34}, F_{29}].

De acôrdo com êste teste, F_{97} é estatìsticamente inferior a tôdas as outras raças. As duas seguintes constituem um grupo e as duas melhores, outro grupo.

4 — COMPARAÇÕES ENTRE OS VÁRIOS TESTES

Duncan (2) efetuou um estudo comparativo entre os vários testes, cujos resultados se encontram no quadro 4. Para isso admitiu variâncias unitárias e desprezou o número de repetições, fazendo $r = 1$.

QUADRO 4. — Amplitude significativa (significative range) para os diferentes testes e para a comparação de duas médias colocadas a diferentes distâncias (2).

Teste	2	3	4	5	6	8	10	14	20
Tukey (1)	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01	5,01
Tukey — 1953	3,89	4,16	4,32	4,44	4,52	4,65	4,74	4,88	5,01
Newman — Keuls	2,77	3,32	3,63	3,86	4,03	4,29	4,47	4,74	5,01
Duncan	2,77	2,92	3,02	3,09	3,15	3,23	3,29	3,38	3,47

Vê-se pelos resultados que, se estivermos estudando a classificação de médias de um conjunto de 20 valores, a amplitude de dispersão significativa ("range") é uma só pelo teste de Tukey, sejam as médias contíguas ou as duas mais distantes do grupo. Se bem que o extremo superior ("range" de 20) fique de acôrdo com o teste de **F** generalizado, êle diverge do valor de **F** apropriado para a comparação de duas médias contíguas que dará nesse caso o valor $F = t^2$. Na tabela o valor correspondente à diferença mínima entre duas médias é 2,77. O teste de Tukey parece ser, dessa forma, excessivamente conservador. Para contornar êsse fato, Tukey propôs (2) a utilização de um novo valor

$$q = \frac{q(_i) + q(_n)}{2}$$

para separar duas médias que incluam entre si **i-2** médias, os resultados estando contidos na segunda linha do quadro 4.

Os testes de Duncan e de Keuls são sensíveis ao "range" considerado, pois tomam em consideração o número de médias abrangidas pelo sub-"range" em estudo; o de Duncan é ainda sensível aos graus de liberdade.

O teste da diferença mínima para comparações *a posteriori* é excessivamente liberal e o nível verdadeiro de significância vai crescendo à medida que **n** cresce.

O teste de Scheffé é apropriado para a comparação de grupos de médias; é mais conservador que o primitivo de Tukey, quando utilizado na comparação de duas médias. Não deve, portanto, ser utilizado nesses casos.

Estudos continuam sendo feitos visando melhor elucidar o problema e também para decidir, dentre êsses testes, se existe um uniformemente mais poderoso ou mais desejável para uma situação particular considerada.

RECENT TESTS FOR COMPARISON OF MEANS

SUMMARY

In this paper the author discusses some of the new tests for comparison of two means or contrasts *a posteriori*, when the null hypothesis of a group of n means is rejected at an α level.

The least significant difference test and also the tests of Newman, Keuls, Tukey, Scheffé and Duncan are discussed. The essential differences between them are pointed out in detail, as well as the rules applied to a particular case.

LITERATURA CITADA

1. DIXON, W. J. & MASSEY, F. J. Introduction to statistical analysis. New York, MacGraw Hill, 1951, p. 342 e 343.
2. DUNCAN, D. B. Multiple range and multiple F-tests. Biomet. Bull. 11:1-41. 1955.
3. FISHER, R. A. The design of experiments. Second ed., London, Oliver & Boyd, 1937. 258 p.
4. GOMES, F. P. A comparação entre médias de tratamentos na análise da variância. Ann. Esc. Agric. L. Queiroz 11:[1]-12. 1954.
5. KEULS, M. The use of studentized range in connection with an analysis of variance. Euphytics 1:112-122. 1952.
6. NEWMAN, D. The distribution of the range in samples from a normal population expressed in terms of an independent estimate of standard deviation. Biometrika 31:20-30. 1939.
7. PEARSON, E. S. & HARTLEY, H. O. Biometrika tables for statisticians. I. Cambridge University Press, 1954. 238 p.
8. SCHEFFÉ, H. A method for judging all contrasts in the analysis of variance. Biometrika 40:87-104. 1953.
9. TEIXEIRA, C. G. & SALATI, A. Fermentação alcoólica do caldo de cana-de-açúcar var. Co 290. II — Influência da estirpe de fermento utilizada sôbre o rendimento alcoólico. Bragantia 13:[181]-186. 1954.
10. TUKEY, J. W. Quick and dirty methods in statistics. II. Simple analysis for standard designs. *In* Convention American Society for Quality Control, 5th., New York, 1951. Proceedings. p. 189-197.

Quadro 5. — Valores da amplitude total "estundentizada", aos níveis de 5% (em tipo romano) e 1% (em negrito) de probabilidade (*)

f \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	18,0	27,0	32,8	37,1	40,4	43,1	45,4	47,4	49,1	52,0	54,3	56,3	58,0	59,6
	90,0	**135,0**	**164,0**	**186,0**	**202,0**	**216,0**	**227,0**	**237,0**	**246,0**	**260,0**	**272,0**	**282,0**	**290,0**	**298,0**
2	6,09	8,30	9,80	10,89	11,73	12,43	13,03	13,54	13,99	14,7	15,38	15,91	16,40	16,77
	14,0	**19,0**	**22,3**	**24,7**	**26,6**	**28,2**	**29,5**	**30,7**	**31,7**	**33,4**	**34,8**	**36,0**	**37,0**	**37,9**
3	4,50	5,91	6,82	7,50	8,04	8,48	8,85	9,18	9,46	9,95	10,35	10,69	10,98	11,24
	8,26	**10,60**	**12,20**	**13,30**	**14,20**	**15,00**	**15,60**	**16,20**	**16,69**	**17,50**	**18,20**	**18,80**	**19,39**	**19,80**
4	3,93	5,04	5,76	6,29	6,71	7,05	7,35	7,60	7,83	8,21	8,52	8,80	9,03	9,24
	6,51	**8,12**	**9,17**	**9,97**	**10,60**	**11,10**	**11,50**	**11,90**	**12,30**	**12,80**	**13,30**	**13,70**	**14,09**	**14,40**
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,32	7,60	7,83	8,03	8,21
	5,70	**6,97**	**7,80**	**8,42**	**8,91**	**9,32**	**9,67**	**9,76**	**10,24**	**10,70**	**11,08**	**11,40**	**11,68**	**11,93**
6	3,46	4,34	4,90	5,31	5,63	5,89	6,12	6,32	6.49	6,79	7,03	7,24	7,43	7,59
	5,24	**6,32**	**7,03**	**7,56**	**7,97**	**8,31**	**8,61**	**8,87**	**9,10**	**9,49**	**9,81**	**10,08**	**10,32**	**10,54**
7	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	5,99	6,16	6,43	6,66	6,85	7,01	7,16
	4,95	**5,92**	**6,54**	**7,01**	**7,37**	**7,68**	**7,94**	**8,17**	**8,37**	**8,71**	**9,00**	**9,24**	**9,46**	**9,65**
8	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92	6,18	6,39	6,57	6,73	6,87
	4,74	**5,63**	**6,20**	**6,63**	**6,96**	**7,24**	**7,47**	**7,68**	**7,86**	**8,18**	**8,44**	**8,66**	**8,86**	**9,03**
9	3,20	3,95	4,42	4,76	5,02	5,24	5,43	5,60	5,74	5,98	6,19	6,36	6,51	6,65
	4,60	**5,42**	**5,96**	**6,35**	**6,66**	**6,91**	**7,13**	**7,33**	**7,50**	**7,79**	**8,02**	**8,23**	**8,41**	**8,58**
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,83	6,03	6,20	6,34	6,47
	4,48	**5,26**	**5,77**	**6,14**	**6,43**	**6,67**	**6,88**	**7,06**	**7,22**	**7,49**	**7,71**	**7,91**	**8,08**	**8,23**
11	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49	5,71	5,90	6,06	6,20	6,33
	4,39	**5,14**	**5,62**	**5,98**	**6,25**	**6,47**	**6,67**	**6,84**	**6,99**	**7,25**	**7,46**	**7,65**	**7,81**	**7,95**
12	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,40	5,62	5,80	5,95	6,09	6,21
	4,32	**5,04**	**5,50**	**5,84**	**6,10**	**6,32**	**6,51**	**6,67**	**6,81**	**7,06**	**7,26**	**7,44**	**7,60**	**7,73**
13	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32	5,53	5,71	5,86	6,00	6,11
	4,26	**4,96**	**5,40**	**5,73**	**5,98**	**6,19**	**6,37**	**6,53**	**6,67**	**6,90**	**7,10**	**7,27**	**7,42**	**7,55**
14	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4 83	4,99	5,13	5,25	5,46	5,64	5,79	5,92	6,03
	4,21	**4,89**	**5,32**	**5,64**	**5,88**	**6,08**	**6,26**	**6,41**	**6,54**	**6,77**	**6,96**	**7,13**	**7,27**	**7,40**
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20	5,40	5,58	5,72	5,85	5,96
	4,17	**4,83**	**5,25**	**5,56**	**5,80**	**5,99**	**6,16**	**6,31**	**6,44**	**6,66**	**6,85**	**7,00**	**7,14**	**7,26**
16	3,00	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,90	5,03	5,15	5,35	5,52	5,66	5,79	5,90
	4,13	**4,78**	**5,19**	**5,49**	**5,72**	**5,91**	**6,08**	**6,22**	**6,35**	**6,56**	**6,74**	**6,90**	**7,03**	**7,15**
17	2,98	3,63	4,02	4,30	4,52	4,71	4,86	4,99	5,11	5,31	5,47	5,61	5,74	5,84
	4,10	**4,73**	**5,14**	**5,43**	**5,66**	**5,85**	**6,01**	**6,15**	**6,27**	**6,48**	**6,66**	**6,81**	**6,94**	**7,05**
18	2,97	3,61	4,00	4,28	4,49	4,67	4,82	4,96	5,07	5,27	5,43	5,57	5,69	5,79
	4,07	**4,70**	**5,09**	**5,38**	**5,60**	**5,79**	**5,95**	**6,08**	**6,20**	**6,41**	**6,58**	**6,73**	**6,85**	**6,97**
19	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04	5,23	5,39	5,53	5,65	5,75
	4,05	**4,66**	**5,05**	**5,34**	**5,55**	**5,73**	**5,89**	**6,02**	**6,14**	**6,34**	**6,51**	**6,65**	**6,78**	**6,89**
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01	5,20	5,36	5,50	5,61	5,71
	4,02	**4,63**	**5,02**	**5,30**	**5,51**	**5,69**	**5,84**	**5,97**	**6,09**	**6,28**	**6,45**	**6,59**	**6,71**	**6,82**
24	2,92	3,53	3,90	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92	5,10	5,25	5,38	5,50	5,59
	3,96	**4,54**	**4,91**	**5,17**	**5,37**	**5,54**	**5,69**	**5,81**	**5,92**	**6,11**	**6,26**	**6,39**	**6,51**	**6,61**
30	2,89	3,49	3,84	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,83	5,00	5,15	5,27	5,38	5,48
	3,89	**4,45**	**4,80**	**5,05**	**5,24**	**5,40**	**5,53**	**5,65**	**5,76**	**5,93**	**6,08**	**6,20**	**6,31**	**6,41**
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,74	4,91	5,05	5,16	5,27	5,36
	3,82	**4,36**	**4,70**	**4,93**	**5,11**	**5,26**	**5,39**	**5,50**	**5,60**	**5,77**	**5,90**	**6,02**	**6,12**	**6,21**
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65	4,81	4,94	5,06	5,15	5,24
	3,76	**4,28**	**4,60**	**4,82**	**4,99**	**5,13**	**5,25**	**5,36**	**5,45**	**5,60**	**5,73**	**5,83**	**5,93**	**6,01**
120	2,80	3,36	3,69	3,92	4,10	4,24	4,36	4,48	4,56	4,72	4,84	4,95	5,04	5,13
	3,70	**4,20**	**4,50**	**4,71**	**4,87**	**5,00**	**5,12**	**5,21**	**5,30**	**5,44**	**5,56**	**5,66**	**5,75**	**5,83**
∞	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47	4,62	4,74	4,84	4,93	5,01
	3,64	**4,12**	**4,40**	**4,60**	**4,76**	**4,88**	**4,99**	**5,08**	**5,16**	**5,29**	**5,40**	**5,49**	**5,57**	**5,64**

(*) n = número de tratamentos; f = número de graus de liberdade do êrro residual; computados por Joyce M. May, constituem a tabela 29 de Biometrika Tables for Statisticians (7).

QUADRO 6. — Amplitude "estudentizada" significativa aos níveis de 5% (em tipo romano) e 1% (em negrito) para o novo teste da amplitude de dispersão múltipla (*)

f \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	50	100
1	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0	18,0
	90,0	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**	**90,0**
2	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09	6,09
	14,0	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**	**14,0**
3	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50
	8,26	**8,5**	**8,6**	**8,7**	**8,8**	**8,9**	**8,9**	**9,0**	**9,0**	**9,0**	**9,1**	**9,2**	**9,3**	**9,3**	**9,3**	**9,3**
4	3,93	4,01	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02	4,02
	6,51	**6,8**	**6,9**	**7,0**	**7,1**	**7,1**	**7,2**	**7,2**	**7,3**	**7,3**	**7,4**	**7,4**	**7,5**	**7,5**	**7,5**	**7,5**
5	3,64	3,74	3,79	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83
	5,70	**5,96**	**6,11**	**6,18**	**6,26**	**6,33**	**6,40**	**6,44**	**6,5**	**6,6**	**6,6**	**6,7**	**6,7**	**6,8**	**6,8**	**6,8**
6	3,46	3,58	3,64	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68
	5,24	**5,51**	**5,65**	**5,73**	**5,81**	**5,88**	**5,95**	**6,00**	**6,0**	**6,1**	**6,2**	**6,2**	**6,3**	**6,3**	**6,3**	**6,3**
7	3,35	3,47	3,54	3,58	3,60	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61
	4,95	**5,22**	**5,37**	**5,45**	**5,53**	**5,61**	**5,69**	**5,73**	**5,8**	**5,8**	**5,9**	**5,9**	**6,0**	**6,0**	**6,0**	**6,0**
8	3,26	3,39	3,47	3,52	3,55	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56	3,56
	4,74	**5,00**	**5,14**	**5,23**	**5,32**	**5,40**	**5,47**	**5,51**	**5,5**	**5,6**	**5,7**	**5,7**	**5,8**	**5,8**	**5,8**	**5,8**
9	3,20	3,34	3,41	3,47	3,50	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52
	4,60	**4,86**	**4,99**	**5,08**	**5,17**	**5,25**	**5,32**	**5,36**	**5,4**	**5,5**	**5,5**	**5,6**	**5,7**	**5,7**	**5,7**	**5,7**
10	3,15	3,30	3,37	3,43	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47	3,47	3,47	3,47	3,47	3,48	3,48	3,48
	4,48	**4,73**	**4,88**	**4,96**	**5,06**	**5,13**	**5,20**	**5,24**	**5,28**	**5,36**	**5,42**	**5,48**	**5,54**	**5,55**	**5,55**	**5,55**
11	3,11	3,27	3,35	3,39	3,43	3,44	3,45	3,46	3,46	3,46	3,46	3,46	3,47	3,48	3,48	3,48
	4,39	**4,63**	**4,77**	**4,86**	**4,94**	**5,01**	**5,06**	**5,12**	**5,15**	**5,24**	**5,28**	**5,34**	**5,38**	**5,39**	**5,39**	**5,39**
12	3,08	3,23	3,33	3,36	3,40	3,42	3,44	3,44	3,46	3,46	3,46	3,46	3,47	3,48	3,48	3,48
	4,32	**4,55**	**4,68**	**4,76**	**4,84**	**4,92**	**4,96**	**5,02**	**5,07**	**5,13**	**5,17**	**5,22**	**5,24**	**5,26**	**5,26**	**5,26**
13	3,06	3,21	3,30	3,35	3,38	3,41	3,42	3,44	3,45	3,45	3,46	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,26	**4,48**	**4,62**	**4,69**	**4,74**	**4,84**	**4,88**	**4,94**	**4,98**	**5,04**	**5,08**	**5,13**	**5,14**	**5,15**	**5,15**	**5,15**
14	3,03	3,18	3,27	3,33	3,37	3,39	3,41	3,42	3,44	3,45	3,46	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,21	**4,42**	**4,55**	**4,63**	**4,70**	**4,78**	**4,83**	**4,87**	**4,91**	**4,96**	**5,00**	**5,04**	**5,06**	**5,07**	**5,07**	**5,07**
15	3,01	3,16	3,25	3,31	3,36	3,38	3,40	3,42	3,43	3,44	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,17	**4,37**	**4,50**	**4,58**	**4,64**	**4,72**	**4,77**	**4,81**	**4,84**	**4,90**	**4,94**	**4,97**	**4,99**	**5,00**	**5,00**	**5,00**
16	3,00	3,15	3,23	3,30	3,34	3,37	3,39	3,41	3,43	3,44	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,13	**4,34**	**4,45**	**4,54**	**4,60**	**4,67**	**4,72**	**4,76**	**4,79**	**4,84**	**4,88**	**4,91**	**4,93**	**4,94**	**4,94**	**4,94**
17	2,98	3,13	3,22	3,28	3,33	3,36	3,38	3,40	3,42	3,44	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,10	**4,30**	**4,41**	**4,50**	**4,56**	**4,63**	**4,68**	**4,72**	**4,75**	**4,80**	**4,83**	**4,86**	**4,88**	**4,89**	**4,89**	**4,89**
18	2,97	3,12	3,21	3,27	3,32	3,35	3,37	3,39	3,41	3,43	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,07	**4,27**	**4,38**	**4,46**	**4,53**	**4,59**	**4,64**	**4,68**	**4,71**	**4,76**	**4,79**	**4,82**	**4,84**	**4,85**	**4,85**	**4,85**
19	2,96	3,11	3,19	3,26	3,31	3,35	3,37	3,39	3,41	3,43	3,44	3,46	3,47	3,47	3,47	3,47
	4,05	**4,24**	**4,35**	**4,43**	**4,50**	**4,56**	**4,61**	**4,64**	**4,67**	**4,72**	**4,76**	**4,79**	**4,81**	**4,82**	**4,82**	**4,82**
20	2,95	3,10	3,18	3,25	3,30	3,34	3,36	3,38	3,40	3,43	3,44	3,46	3,46	3,47	3,47	3,47
	4,02	**4,22**	**4,33**	**4,40**	**4,47**	**4,53**	**4,58**	**4,61**	**4,65**	**4,69**	**4,73**	**4,76**	**4,78**	**4,79**	**4,79**	**4,79**
22	2,93	3,08	3,17	3,24	3,29	3,32	3,35	3,37	3,39	3,42	3,44	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,99	**4,17**	**4,28**	**4,36**	**4,42**	**4,48**	**4,53**	**4,57**	**4,60**	**4,65**	**4,68**	**4,71**	**4,74**	**4,75**	**4,75**	**4,75**
24	2,92	3,07	3,15	3,22	3,28	3,31	3,34	3,37	3,38	3,41	3,44	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,96	**4,14**	**4,24**	**4,33**	**4,39**	**4,44**	**4,49**	**4,53**	**4,57**	**4,62**	**4,64**	**4,67**	**4,70**	**4,72**	**4,74**	**4,74**
26	2,91	3,06	3,14	3,21	3,27	3,30	3,34	3,36	3,38	3,41	3,43	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,93	**4,11**	**4,21**	**4,30**	**4,36**	**4,41**	**4,46**	**4,50**	**4,53**	**4,58**	**4,62**	**4,65**	**4,67**	**4,69**	**4,73**	**4,73**
28	2,90	3,04	3,13	3,20	3,26	3,30	3,33	3,35	3,37	3,40	3,43	3,45	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,91	**4,08**	**4,18**	**4,28**	**4,34**	**4,39**	**4,43**	**4,47**	**4,51**	**4,56**	**4,60**	**4,62**	**4,65**	**4,67**	**4,72**	**4,72**
30	2,89	3,02	3,12	3,20	3,25	3,29	3,32	3,35	3,37	3,40	3,43	3,44	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,89	**4,06**	**4,16**	**4,22**	**4,32**	**4,36**	**4,41**	**4,45**	**4,48**	**4,54**	**4,58**	**4,61**	**4,63**	**4,65**	**4,71**	**4,71**
40	2,86	3,01	3,10	3,17	3,22	3,27	3,30	3,33	3,35	3,39	3,42	3,44	3,46	3,47	3,47	3,47
	3,82	**3,99**	**4,10**	**4,17**	**4,24**	**4,30**	**4,34**	**4,37**	**4,41**	**4,46**	**4,51**	**4,54**	**4,57**	**4,59**	**4,69**	**4,69**
60	2,83	2,98	3,08	3,14	3,20	3,24	3,28	3,31	3,33	3,37	3,40	3,43	3,45	3,47	3,48	3,48
	3,76	**3,92**	**4,03**	**4,12**	**4,17**	**4,23**	**4,27**	**4,31**	**4,34**	**4,39**	**4,44**	**4,47**	**4,50**	**4,53**	**4,66**	**4,66**
100	2,80	2,95	3,05	3,12	3,18	3,22	3,26	3,29	3,32	3,36	3,40	3,42	3,45	3,47	3,53	3,53
	3,71	**3,86**	**3,98**	**4,06**	**4,11**	**4,17**	**4,21**	**4,25**	**4,29**	**4,35**	**4,38**	**4,42**	**4,45**	**4,48**	**4,64**	**4,65**
∞	2,77	2,92	3,02	3,09	3,15	3,19	3,23	3,26	3,29	3,34	3,38	3,41	3,44	3,47	3,61	3,67
	3,64	**3,80**	**3,90**	**3,98**	**4,04**	**4,09**	**4,14**	**4,17**	**4,20**	**4,26**	**4,31**	**4,34**	**4,38**	**4,41**	**4,60**	**4,68**

(*) n = número de tratamentos; f = número de graus de liberdade do êrro residual, segundo D. B. Duncan(2).