BRAGANTIA

Boletim Técnico da Divisão de Experimentação e Pesquisas
INSTITUTO AGRONÔMICO

Vol. 2 Campinas, Setembro de 1942 N.º 9

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO E ÍNDICE DE VARIANÇA

F. G. Brieger(*)

INTRODUÇÃO

Na experimentação em geral e, especialmente, na experimentação agrícola, surge a necessidade de comparar a variação de valores da mesma natureza, mas de dimensões bem diferentes. Conhecemos, por exemplo, a produção média de uma espécie por parcela de poucos metros quadrados e o seu erro "standard". Que produção esperaríamos por hectare e, qual a exatidão para tal estimativa? Ou, como poderemos, em ensaios de seleção, comparar a variação de um milho de porte baixo com a de um de porte alto?

Os dois problemas podem, mais correta e matematicamente, ser formulados da seguinte maneira:

Foi determinado, num ensaio, que uma área de **a** m2 produzia na média $\bar{a}$ kg de um produto qualquer, com um erro "standard" de $\pm\ \sigma_a$. Qual a produção média de uma área **b**, maior, ou tambem menor, e qual o seu erro "standard"? Se a área **b** fosse **m** vezes maior ou menor que a área **a** seria a sua produção e o seu erro "standard" **m** vezes tambem maior ou menor?

A resposta à primeira parte da pergunta é, sem dúvida, positiva. Quando dizemos que a área **b** é **m** vezes a área **a**, deve-se entender que esta relação não é somente quantitativa, mas tambem qualitativa, isto é, que a área **b** se compõe de **m** parcelas **a** de igual qualidade e que as áreas **b** e **a** são apenas diferentes no tamanho. Na terminologia estatística dizemos que as áreas **a** e **b** são amostras, de tamanhos desiguais, mas pertencendo ao mesmo universo. Neste caso podemos dizer que:

se área b = m. área a
produção: $\bar{b} = m.\ \bar{a}$

(*) Da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

Mas seria necessário provar que a mesma relação existe tambem para o erro "standard", isto é:

$\sigma_b = m. \sigma_a$?

O outro problema é o seguinte: se tivermos obtido num experimento uma média qualquer $\bar{v}$ e um erro "standard" $\pm \sigma$, poderemos reduzir este último a um valor absoluto e constante, formando, por exemplo, o quociente $\sigma : \bar{v}$; se se argumentar que o erro é $\pm \sigma$ em volta da média $\bar{v}$, o erro em volta da unidade absoluta deve ser então $\sigma : \bar{v}$.

Estas duas questões são intimamente ligadas, como é facil demonstrar.

Suponhamos que temos três áreas, ou três variedades, sendo as médias:

$$\bar{a} = \frac{\bar{b}}{m} = \frac{\bar{c}}{n}.$$

De acordo com a nossa hipótese, deveria ser:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_b}{m} = \frac{\sigma_c}{n},$$

ou então, dividindo as equações e cancelando os fatores m, n

$$\frac{\sigma_a}{\bar{a}} = \frac{\sigma_b}{\bar{b}} = \frac{\sigma_c}{\bar{c}} = \text{constante.}$$

Assim parece que o ponto principal do nosso argumento será a prova da equação final:

$$\frac{\text{erro}}{\text{média}} = \frac{\sigma}{\bar{v}} = \text{constante ou } \frac{\sigma}{\bar{v}}.\ 100 = \sigma\ \% = \text{constante.}$$

De-fato, não encontramos nenhuma prova na literatura estatística, e mostraremos adiante que se trata apenas de aproximação permitida em certos casos.

É atualmente facil mostrar que o conceito de um coeficiente de variação constante é teoricamente sem fundamento. Se temos a equação $\bar{b} = m.\bar{a}$, podemos considerar b como uma soma:

$\bar{b} = \bar{a} + \bar{a} + \ldots\ \ldots (m).$

O erro de $\bar{b}$ é, então, o erro de uma soma, e teremos:

$$\sigma_b = \pm \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a^2 \ldots (m)} = \pm\ \sigma_a \sqrt{m}$$

e igualmente:

$$\sigma_c = \pm \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a^2 \ \ldots (n)} = \pm\ \sigma_a \sqrt{n}.$$

Finalmente, teremos:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_b}{\sqrt{m}} = \frac{\sigma_c}{\sqrt{n}} = \text{constante.}$$

Igualmente, poderemos exprimir, em forma de soma, a redução de uma média à unidade:

$$\bar{v} = 1 + 1 + 1 \ldots (\bar{v}).$$

Teremos assim a relação entre o erro da amostra σ e o erro da unidade σ_1:

$$\sigma = \pm \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_1^2 \ldots (\bar{v})} = \pm \sqrt{\sigma_2^2 . \bar{v}} = \pm \sigma_1 \sqrt{\bar{v}}$$

ou: $\sigma_1 = \dfrac{\sigma}{\sqrt{\bar{v}}} = \text{constante.}$

Este termo $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = \sqrt{\sigma^2 : \bar{v}}$ chamaremos, em seguida, *Índice da variança* (*).

A única premissa feita na derivação das fórmulas é que a aplicação da fórmula do erro de uma soma é legítima, isto é, que podemos considerar as áreas ***b*** e *c* ... quantitativa e tambem qualitativamente como múltiplos de uma mesma área ***a***, e a média $\bar{v}$ como múltiplo da unidade.

Devemos fazer então uma distinção entre esta premissa e o teorema estatístico representado pela fórmula $\dfrac{\sigma}{\sqrt{\bar{v}}}$ = constante. Este teorema, depois da derivação acima, não precisa mais ser provado, mas a premissa depende ainda da homogeneidade do material em cada experimento e exige uma comprovação experimental. Nos capítulos subsequentes daremos esta prova.

Um índice de variança constante indica que a premissa estava certa; uma inconstância mostra, ao contrário, que estava errada, e que reunimos amostras heterogêneas.

Ao mesmo tempo, os resultados destes experimentos demonstrarão que o coeficiente de variação não é um valor constante, mas sim uma função matemática da média.

HOMOGENEIDADE DO TERRENO

Em todos os ensaios agrícolas encontraremos, inicialmente, sempre o mesmo requisito: a área experimental deve ser bastante homogênea. Os métodos modernos dos planos básicos, como blocos ao acasó, quadrado latino, etc., teem por fim provar se havia homogeneidade e, no caso contrário, permitir a eliminação estatística do efeito da heterogeneidade.

Mas, de modo geral, e mesmo em áreas bem escolhidas, quase sempre há certa heterogeneidade do terreno. A área total do experimento

---

(*) Na literatura inglesa é comum usar-se o quadrado do erro "standard", termo este designado como "variance", que traduzimos por *variança*.

não é uma soma de parcelas muito equivalentes. Assim podemos esperar, com menos razão ainda, que uma área maior e não selecionada seria um simples múltiplo da área básica da parcela.

Uma vez que incluimos na área maior tanto manchas melhores como piores do que as parcelas experimentais, poderemos argumentar, com certa probabilidade, que a produção média da área maior seja simplesmente um múltiplo da produção da área menor. A área maior, porem, vai sempre ser mais variavel do que a parcela, e o erro não cresce proporcionalmente. Em forma matemática podemos assim contrastar as fórmulas ideais com as empíricas :

	Fórmula ideal	**Fórmula empírica**
área	$b = m.a$	$b = m.a$
produção	$\bar{b} = m.\bar{a}$	$\bar{b} \simeq m.\bar{a}$
Erro "standard" da distribuição	$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{m}$	$\sigma_b \geqq \sigma_a \sqrt{m}$

Assim, chegamos à conclusão de que a heterogeneidade das terras não permite a aplicação das fórmulas ideais. Querendo generalizar conclusões obtidas em experiências limitadas, podemos concluir que a produção média é aproximadamente proporcional às áreas usadas, mas não temos possibilidades de avaliar com segurança se essa aproximação é satisfatória ou não. Em nenhum caso, portanto, podemos tirar conclusão exata ou bastante aproximada sobre o comportamento do erro "standard" da distribuição na área maior. Diremos apenas que, pelo menos, os índices de variança das diferentes áreas podem ser iguais, e, os das áreas maiores, geralmente maiores do que os das menores.

COEFICIENTE DA VARIAÇÃO E ÍNDICE DA VARIANÇA

Para o caso anterior, havia amplo material de conhecimento geral, representado por grande número de ensaios agrícolas com repetições, que permitem avaliação da heterogeneidade de terreno e que dispensam mais exemplos. Porem, para provar a constância do índice de variança e a inconstância do coeficiente de variação, daremos alguns exemplos com os resultados de seis séries experimentais : uma com café, duas com laranja e, finalmente, três de medidas de uma experiência de milho.

Os resultados estão reunidos nos respectivos quadros I a III e ilustrados nos gráficos 1 a 6.

Nos quadros encontramos sempre a mesma organização. A primeira coluna contem o número caraterístico das amostras, a segunda o número de indivíduos por amostra e, nas colunas seguintes, a média, o erro "standard" da distribuição, o coeficiente da variação e o índice da variança, sempre por amostra.

A prova da constância do quociente $\sigma : \sqrt{\bar{v}}$ consiste num teste "entre-dentro". Como indicado nos quadros I a III, as médias foram reunidas em classes de intervalos iguais. Foram depois calculados tambem os índices da variança por classe. Assim, poderemos finalmente comparar a variação dos índices médios com a dos índices individuais, em volta do índice médio de cada classe. Se essas duas componentes forem iguais, poderemos concluir que a variação dos índices é independente da das médias por amostra, e que o índice da variança poderá ser considerado como razoavelmente constante, sujeito apenas a pequenas variações do livre jogo do acaso. Os resultados do teste figuram no quadro IV.

1) **Experimento de café :**

Produção em kg por planta. Quadro I e gráfico 1. As denominações na primeira coluna são explicadas no trabalho de Brieger **(1)**.

As médias variam desde 0,088 kg até o máximo de 12,5 kg. Os erros "standard" crescem proporcionalmente com as médias, e a curva do coeficiente da variação não corresponde a uma linha reta e horizontal, não sendo, portanto, o coeficiente constante e independente das médias. O índice da variança acompanha razoavelmente uma linha reta e horizontal e o teste "entre-dentro" dá um quociente insignificante de $\vartheta = 1,47$.

O índice é, evidentemente, constante e atinge o valor de 1,20.

2) **Experimento de laranja Baianinha :**

Número de frutas por árvore. Gráfico 5. As designações na primeira coluna do quadro são explicadas na publicação de Brieger, Moreira e Leme **(2)**.

A situação é bem semelhante à do caso anterior. O valor menor das médias alcançado é de 18 e o máximo é de 167 frutas por árvore.

O erro "standard" parece crescer e o coeficiente da variação decrescer com o aumento do valor das médias. O polígono do índice da variança acompanha razoavelmente uma linha reta e o teste "entre-dentro" dá um valor insignificante de $\vartheta = 1,64$.

Evidentemente, o índice da variança é constante e tem o valor médio de 5,97.

3) **Experimento da influência do cavalo sobre o cavaleiro (laranja Baianinha) :**

Número de frutas por árvore. Gráfico 6. Os nomes na primeira coluna indicam o cavalo usado e o ano da colheita. Os dados com pormenores serão publicados dentro em breve por Brieger e Moreira. Compare Moreira **(3)**.

Os valores extremos das médias atingem 1,8 e 360 frutas por árvore. Como nos dois casos anteriores, os valores dos erros "standard" crescem com as médias, enquanto que os coeficientes da variação diminuem, ao mesmo tempo, de 275% até 28%.

De outro lado, o índice da variança de 5,32 é razoavelmente constante, como demonstra o teste "entre-dentro", com o valor de $\vartheta = 1{,}33$.

4) **Experimento de milho :**

Noventa famílias da geração F_3 de um cruzamento entre milho brasileiro e estrangeiro foram analisadas em várias direções (Brieger, não publicado). Referimo-nos aquí apenas a três caracteres : altura da espiga, do chão até a sua base ; altura da planta, do chão até a base da flecha ; florescimento, isto é, o número de dias entre semeação e aparecimento da barba.

Altura da espiga — Gráfico 2. As médias por família variam desde 5,7 cm até 44 cm. Como nos casos anteriores, tanto o erro "standard" como o coeficiente da variação não são constantes. De outro lado, o índice da variança varia insignificantemente, em volta de um valor de 2,37, como demonstrado pelo teste "entre-dentro" e o gráfico.

Altura da planta — Quadro II, gráfico 3. Os valores extremos das médias parciais são 52 cm e 145 cm. O erro "standard" cresce paralelamente com a média até mais ou menos o valor de 100 cm, ficando quase constante em famílias de maior altura. O coeficiente da variação, por sua vez, decresce lentamente desde 22% até 14%. O índice da variança não é tão constante como nas outras classes, variando ligeiramente, mas de modo irregular, em volta de 1,92.

Florescimento — Quadro III, gráfico 4. As médias variam de 47 até 72 dias. O erro "standard" cresce com a média, de $\pm$ 3 dias até cerca de $\pm$ 6 dias. Mas desta vez, tanto o coeficiente de variação como índice da variança são praticamente constantes, variando os polígonos apenas ligeiramente em volta de uma linha horizontal.

Em resumo, podemos dizer que, nos 6 casos experimentalmente estudados, achamos uma *constância bem acentuada do índice de variança.*

Apenas em um caso (*Altura da planta*) o teste "entre-dentro" apresentou variação excessiva "entre". Porem uma vez que esta era bem desorientada, podemos atribuí-la à grande heterogeneidade genética do material, o qual consistia em famílias de uma geração F_3.

Mostraremos, pelo teste "entre-dentro" e pela comparação nos 6 exemplos acima, que :

1) $\dfrac{\sigma}{\bar{v}} \cdot 100 \neq$ constante

2) $\dfrac{\sigma}{\sqrt{\bar{v}}} \approx$ constante ou $\sigma \approx k \sqrt{\bar{v}}$.

Isto não exclue, entretanto, a possibilidade de que poderemos achar ainda melhores soluções para exprimir matematicamente a relação entre o erro "standard" e a média. De-fato, no caso do café **(1)** concluiu-se que a fórmula :

$$\sigma = \sqrt{\bar{v}} - 0{,}2\,\sqrt[3]{\bar{v}}$$

dava uma aproximação ainda melhor.

No caso do experimento *altura da planta* foi encontrada, por interpolação gráfica, uma aproximação melhor dos dados observados, a qual difere da curva $\sigma = k. \sqrt{\bar{v}}$ para valores extremamente pequenos ou extremamente grandes de $\bar{v}$.

É bem possivel que a constância relativa do índice da variança fosse menos acentuada, se a variação das médias se estendesse sobre amplitude maior do que nos casos apresentados. É, de-fato, de se esperar que em tais casos a situação biológica fundamental mudasse, de tal modo que pudesse afetar a intensidade e a dimensão da variação.

Mas estas restrições não alteram fundamentalmente nada no fato de o índice da variança ser razoavelmente constante em cada um dos casos.

Para melhor considerar a variação do ***coeficiente da variação,*** dividimos os exemplos em três grupos :

Os primeiros quatro casos teem em comum que as médias parciais atingem praticamente o limite absoluto do valor zero. Aquí o coeficiente da variação é sempre altamente inconstante, aproximando-se assimptoticamente do valor ∞.

O último caso (***florescimento do milho***) representa um outro extremo. A variação é bastante afastada do limite zero, sendo a média menor de 46,7 dias e o erro de distribuição de $\pm$ 2,3, de modo que não encontraremos valores individuais menores do que cerca de 40 dias. Aquí o coeficiente da variação se mostrou ***aproximadamente constante.***

O caso da ***altura da planta*** em milho representa um tipo intermediário. A média mínima é de 52,1 cm com um erro da distribuição de $\pm$ 11,2 cm. Deste modo serão esperadas talvez plantas extremas, de 20 cm apenas de altura. Este valor poderá ser atingido com uma frequência de cerca de 1 em 1000 ! A-pesar-de ficarmos evidentemente afastados do limite absoluto zero, não devemos esquecer que deve existir um limite fisiológico para altura da planta e o efeito deste limite se faz sentir. Assim, o coeficiente da variação não é nem aproximadamente constante, nem tão variavel como nos primeiros quatro casos.

Se nos voltarmos mais uma vez aos primeiros quatro exemplos, notamos que em todos eles a curva do coeficiente desce inicialmente com muita rapidez, mas começa a aproximar-se assimptoticamente de uma linha horizontal desde valores do coeficiente de cerca de 25%.

Em resumo, podemos concluir que apenas o índice da variança é, de-fato, uma constante que serve para comparar a variação de variaveis de natureza idêntica, mas de dimensão diferente. Porem, o coeficiente da variação é aproximadamente constante apenas em alguns casos, quando se trata de valores menores do que 25% e tambem quando a dimensão das médias não é excessivamente diferente.

A UTILIDADE DO COEFICIENTE DA VARIAÇÃO

Chegamos à conclusão de que o uso do coeficiente de variação não se justifica do ponto de vista teórico para comparar a variação de séries de variaveis de dimensão diferente. Porem com este o termo não perde de todo o seu valor.

O índice da variança não é um número absoluto no sentido matemático. Não dividimos dois valores da mesma dimensão, por exemplo, um erro "standard" e uma média, ambas medidas em cm, gr, etc., mas um valor pela raiz quadrada do outro. Este índice, que é apropriado para comparar estatisticamente a variação em amostras diferentes, não nos dá idéia de dimensão da variação em cada amostra. Nesta direção o coeficiente da variação mantem a sua importância e utilidade.

Exemplifiquemos : suponhamos que, num ensaio de adubação, com quatro repetições completas, achamos um coeficiente de variação de 10%. Podemos então calcular o seguinte : para poder dizer se a produção de uma parcela é ou não melhor do que as demais será necessário que ela seja diferente da produção média das parcelas no mínimo em 2,58 x 10% = 25,8%. Para a produção média das quatro parcelas de uma das adubações usadas, uma diferença mínima de $2{,}58 \times 10\% : \sqrt{4} = 12{,}4\%$ será necessária.

Sem saber, no caso do exemplo dado, os valores atuais das produções e do erro "standard" da distribuição, podemos dizer que ele permite apenas avaliar o efeito da adubação, se esta provoca pelo menos um aumento da produção de 12,4% sobre a produção média do ensaio.

Suponhamos, enfim, que foram realizadas três séries experimentais, com 4 repetições cada uma e com 8 ou mais tratamentos, e que os coeficientes da variação fossem 5%, 10% e 20%. Teremos, então, para os limites mínimo de 1% probabilidade, as seguintes diferenças entre produção média por tratamento e média geral :

$$2{,}58 \times 5 : \sqrt{4} = 6{,}45\%$$
$$2{,}58 \times 10 : \sqrt{4} = 12{,}90\%$$
$$2{,}58 \times 20 : \sqrt{4} = 25{,}80\%.$$

É evidente que a eficiência dos ensaios é bastante diferente. No primeiro caso já um aumento da produção de 6,5% é significante, e no último apenas um aumento de mais do que 25%.

O coeficiente da variação se mostrou assim como uma boa medida para avaliar rapidamente a eficiência de um ensaio.

CONCLUSÃO

1. Para comparar a variação em séries de variaveis de dimensão diferente não deve ser usado o coeficiente da variação $\sigma\% = \sigma . 100 \div \bar{v}$, mas o índice da variança $\sigma \div \sqrt{\bar{v}}$.

2. Esta tese foi comprovada por conclusões de estatística teórica.

3. Em seis casos concretos, baseados em dados experimentais, foi demonstrado que, de-fato, o índice da variança é razoavelmente constante ; com o coeficiente da variação não se dá o mesmo.

4. O coeficiente da variação torna-se apenas aproximadamente constante quando as médias são bastante afastadas do limite absoluto zero ou de outros limites biológicos, e quando as médias a serem comparadas não são diferentes demais.

5. Em experimentos agrícolas e em terras razoavelmente homogêneas, podemos supor que a produção média é proporcional à área usada, de modo que se pode calcular, por simples multiplicação, a produção por hectare, alqueire, etc.

Porem, não é possivel determinar, por simples cálculo, qual seria o erro "standard" por área maior, podendo-se apenas dizer que o índice da variança seria maior em áreas maiores.

6. O coeficiente da variação mantem a sua importância para avaliar a eficiência de um ensaio.

SUMMARY

The object of the present paper is a study of the usefulness of two relative measures of variation, the well known *coefficient of variation* and a new term proposed in this paper and called *the index of variance*. These terms are defined by the equations :

$$\text{coefficient of variation : } \sigma\% = \frac{\sigma}{\bar{v}} . 100$$

$$\text{index of variance : } \frac{\sigma}{\sqrt{\bar{v}}} .$$

1. It is shown that, for theoretical reasons, only the index of variance may be expected to be constant. Six different experimental series actually proved this constancy, showing at the same time the variability of the coefficient of variation which proved to be dependent upon the respective mean. The coefficient of variation becomes approximately constant when the respective means are sufficiently distant from the absolute limit zero or other biological limits.

2. Thus the index of variance may be used to prove the homogeneity of variation in samples with means of different dimensions.

3. Through this it is shown that the index of variance should be constant, it is explained that for biological reasons we may not always find a good fit between the observed and the expected data, calculated by means of the equation = k $\sqrt{\bar{v}}$ where **k** represents a biological constant. In two cases a better fit was obtained using more complicated formulae.

4. While it seems justified in agricultural experimentation to accept proportionality between mean yield and area, no such relation exists for the standard error. We may only say that generally the index of variance for large areas is not equal, but bigger than that for smaller ones.

5. The coefficient of variation cannot be used as a general term for comparing the variation in series of different dimensions, where we must apply the index of variance. But it still retains its value as a measure of the efficiency of experiments.

LITERATURA CITADA

1. **Brieger, F. G.** Análise estatística da Experiência de café Bourbon e seleção de café por métodos modernos. (Capítulo II do trabalho : Melhoramento de **Coffea arabica** L. var. Bourbon, de J. E. Teixeira Mendes, F. G. Brieger, C. A. Krug e A. Carvalho.) Bragantia **1**:26-119, gráf. 1-32, 1941.
2. **Brieger, F. G., S. Moreira e Z. Leme.** Estudo sobre o melhoramento da laranja "Baía" III. Bragantia **1**:567-610, fig. 1-10b, 1941.
3. **Moreira, S.** Experiências de cavalos para citrus I. Bragantia **1**:525-565, fig. 1-20, gráf. 1-6, 1941.

QUADRO I

CAFÉ

Produção em kg por planta

N	n	$\bar{v}$	σ	σ %	$\sigma : \sqrt{\bar{v}}$
I forte 39	68	0,088	0,255	289,8	1,16
I fraco 39	68	0,424	0,907	213,9	0,72
II forte 36	49	0,486	0,624	128,4	1,02
III a 39	50	0,796	0,942	118,3	0,95
I forte 35	68	1,190	0,863	72,56	1,26
I forte 37	68	1,222	0,775	63,42	1,30
II forte 38	49	1,269	1,366	107,64	0,82
II fraco 36	29	2,241	1,447	64,57	1,03
I forte 33	68	2,553	0,963	37,72	1,66
III 33	62	2,665	0,917	34,41	1,78
II forte 34	49	2,667	1,685	63,18	0,97
I fraco 37	68	2,781	1,505	54,12	1,11
I fraco 33	68	2,853	0,897	31,44	1,88
I fraco 35	68	3,021	1,440	47,67	1,21
II fraco 34	29	3,272	1,116	34,11	1,62
III 34	62	3,653	1,390	38,05	1,38
II fraco 33	29	3,993	1,112	27,85	1,80
III 35	62	4,452	1,853	41,62	1,14
II forte 33	49	4,459	1,317	29,54	1,60
III 36	62	4,579	1,830	39,97	1,17
I fraco 34	68	5,029	1,545	30,72	1,45
III 37	62	5,569	2,539	45,59	0,93
II fraco 38	29	5,679	2,878	50,68	0,83
I forte 34	68	5,856	1,963	33,52	1,23
I fraco 36	68	7,119	2,168	30,45	1,23
II fraco 35	29	7,403	2,163	29,22	1,26
I forte 35	68	7,471	2,404	32,18	1,13
II forte 35	49	7,559	2,186	28,92	1,26
III b 39	12	9,325	2,720	29,17	1,12
II forte 37	49	10,012	3,418	34,14	0,93
III 38	62	10,427	2,698	25,88	1,20
I forte 38	68	10,763	2,314	21,50	1,42
I fraco 38	68	11,015	2,581	23,43	1,29
II forte 39	49	11,120	3,730	33,54	0,89
II fraco 37	29	11,476	3,426	29,85	0,99
II fraco 39	29	12,476	2,720	21,8	0,41

QUADRO II

ALTURA DA PLANTA — (cm)

N	n	$\bar{v}$	σ	σ %	$\sigma : \sqrt{\bar{v}}$
559	14	52,14	11,23	21,54	1,56
554	28	54,64	12,32	22,55	1,67
577	31	59,68	12,51	20,96	1,62
507	33	68,18	16,48	24,17	2,00
505	29	68,97	11,75	17,04	1,41
555	32	69,06	11,46	16,59	1,38
518	31	70,32	13,54	19,25	1,61
561	35	70,57	13,92	19,73	1,66
560	29	70,69	11,32	16,01	1,35
551	25	73,60	15,78	21,44	1,84
568	30	74,67	20,13	26,96	2,33
564	18	75,56	21,49	28,44	2,47
522	32	75,94	16,63	21,90	1,91
510	32	77,81	18,45	23,71	2,09
552	33	78,18	22,56	28,86	2,55
521	30	79,00	19,34	24,48	2,18
575	23	80,43	17,45	21,70	1,95
579	31	80,65	17,50	21,70	1,95
557	33	80,91	15,08	18,64	1,68
571	32	80,94	17,11	21,14	1,90
565	28	81,43	13,25	16,27	1,47
574	25	82,00	14,14	17,24	1,56
515	15	82,00	14,74	17,98	1,63
563	25	82,40	16,90	20,51	1,86
534	20	83,00	22,50	27,11	2,47
578	22	83,18	20,09	24,15	2,20
508	32	83,44	14,05	16,84	1,54
576	29	83,45	22,88	27,42	2,50
520	32	84,06	17,57	20,90	1,92
566	29	84,14	17,22	20,47	1,88
535	21	84,29	21,11	25,04	2,30
517	28	84,64	19,53	23,07	2,12
519	35	85,14	19,00	22,32	2,06
512	16	86,25	12,28	22,35	2,08
525	25	86,80	16,26	18,73	1,74
502	31	87,10	25,72	29,53	2,76
513	32	87,19	15,50	17,78	1,66
569	31	88,71	24,05	27,11	2,55
531	6	90,00	35,21	39,12	3,71
516	33	90,00	18,03	20,03	1,90
514	31	90,32	31,67	35,06	3,33
558	32	91,56	11,94	13,04	1,25
523	36	91,94	18,95	20,61	1,98
553	35	92,00	16,05	17,45	1,67
580	9	92,22	19,22	20,84	2,00

N	n	$\bar{v}$	σ	σ %	$\sigma : \sqrt{\bar{v}}$
537	23	93,04	19,64	21,11	2,04
539	31	93,23	19,39	20,80	2,01
511	27	93,33	24,96	26,74	2,00
556	34	93,53	11,78	12,59	1,22
528	27	94,07	18,45	19,61	1,90
504	31	94,52	23,92	25,31	2,46
503	31	95,16	18,23	19,16	1,87
527	31	96,77	20,39	21,07	2,07
567	29	97,59	18,06	18,51	1,83
570	29	97,93	15,67	16,00	1,58
562	34	97,94	20,43	20,86	2,06
506	28	98,93	18,53	18,73	1,86
538	30	99,33	21,16	21,30	2,12
533	21	100,48	23,97	23,86	2,39
509	31	101,29	21,56	21,29	2,14
572	31	102,26	17,07	16,69	1,69
493	35	103,14	18,11	17,56	1,78
550	34	103,53	9,50	9,50	0,93
529	12	105,00	23,16	22,06	2,26
530	5	106,00	11,40	10,75	1,11
526	24	106,25	23,74	22,34	2,30
491	34	106,47	17,84	18,63	1,73
532	30	107,33	17,21	16,03	1,66
524	24	107,50	18,24	16,97	1,76
536	30	107,67	23,15	21,50	2,23
573	28	108,21	22,29	20,60	2,14
483	35	110,29	20,07	18,20	1,91
482	36	110,56	20,83	18,84	1,98
492	36	114,17	19,48	17,06	1,82
490	36	114,17	19,48	17,06	1,82
496	35	115,71	20,19	17,45	1,88
501	26	116,54	17,65	15,15	1,64
497	16	119,38	16,92	14,17	1,55
494	36	119,44	19,99	16,74	1,83
485	35	120,86	18,53	15,33	1,69
484	35	125,71	22,90	18,23	2,04
498	36	126,67	23,54	18,58	2,09
487	37	128,38	24,25	18,86	2,14
495	34	131,18	19,35	14,75	1,69
489	36	132,22	21,53	16,28	1,87
500	17	135,88	14,17	10,43	1,22
488	35	136,00	19,59	14,40	1,68
481	36	136,39	25,10	18,40	2,15
486	36	139,17	19,03	13,67	1,61
499	18	139,44	19,24	13,80	1,63
480	35	145,14	20,64	14,22	1,71

QUADRO III

MILHO

Florescimento (dias) da Planta

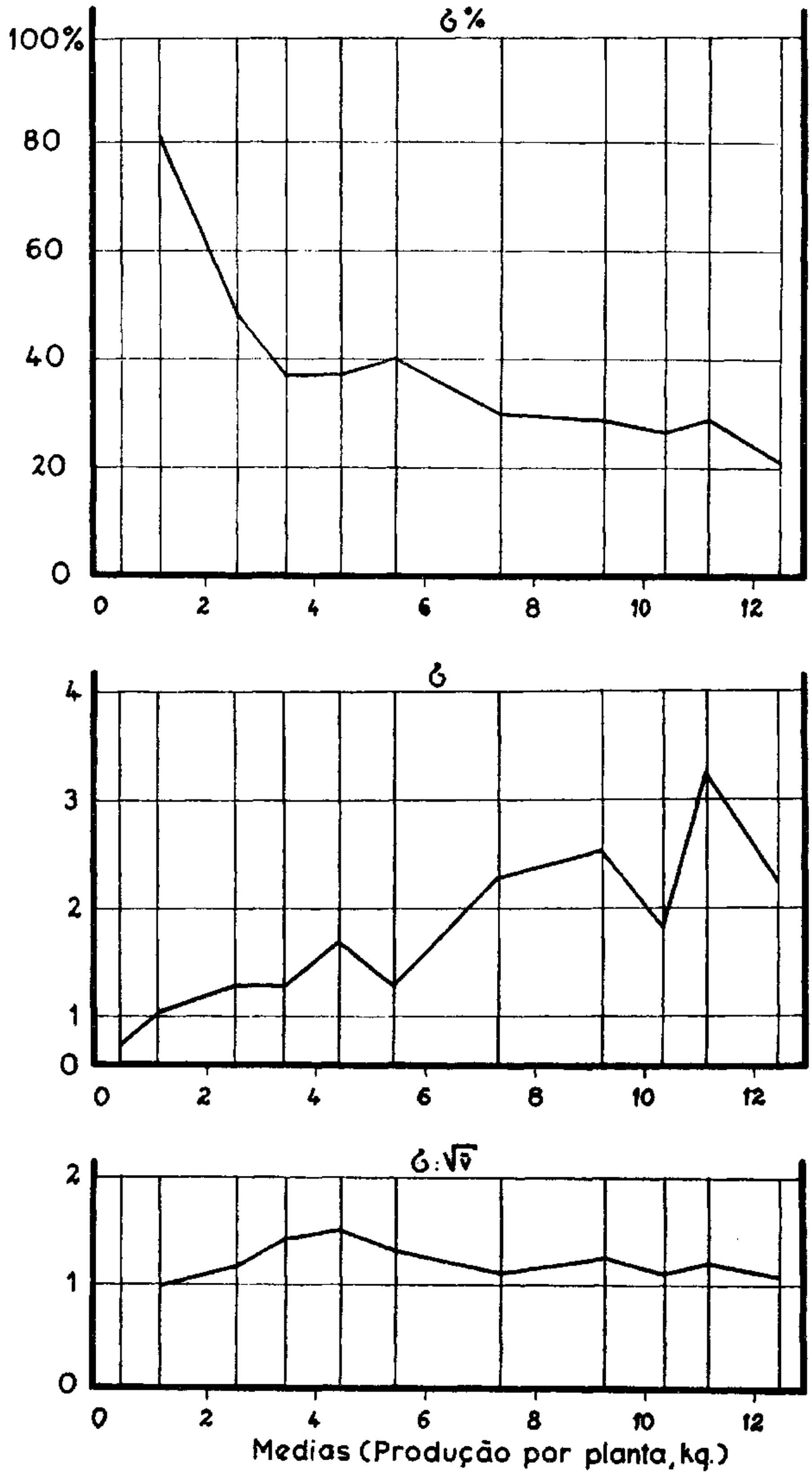
N	n	$\bar{v}$	σ	σ %	$\sigma:\sqrt{\bar{v}}$
488	35	46,69	2,31	4,94	0,34
483	35	47,03	3,63	7,72	0,53
555	32	47,50	2,64	5,56	0,38
492	35	47,63	3,03	6,36	0,45
491	34	47,85	2,66	5,56	0,38
482	36	47,92	2,82	5,88	0,41
490	36	48,25	3,47	7,19	0,50
493	35	48,49	2,36	4,87	0,34
489	36	49,33	3,42	6,93	0,49
554	28	49,43	9,15	18,51	1,30
480	35	49,43	3,26	6,60	0,46
550	34	49,94	4,47	8,95	0,63
495	34	50,06	2,20	4,39	0,31
485	35	50,29	4,13	8,21	0,58
481	36	50,42	4,45	8,83	0,63
486	36	50,58	3,08	6,09	0,43
487	37	50,70	3,78	7,46	0,53
507	33	50,72	4,11	8,10	0,58
484	35	50,80	4,38	8,62	0,61
502	31	50,84	4,63	9,11	0,65
556	34	50,94	4,49	8,81	0,63
508	32	51,06	9,53	6,91	1,33
496	35	51,31	3,26	6,35	0,46
559	14	51,57	8,72	16,91	1,21
505	29	52,42	2,86	5,45	0,40
510	32	52,56	5,47	10,41	0,75
504	31	52,94	7,73	14,60	1,06
557	33	53,82	3,43	6,37	0,47
513	32	53,96	3,78	7,00	0,51
514	31	54,03	7,84	14,51	1,07
560	29	54,17	4,87	8,82	0,66
494	36	54,53	2,89	5,30	0,40
553	35	54,57	4,31	7,90	0,58
506	28	54,68	3,68	6,25	0,50
558	32	54,91	6,71	12,22	0,91
498	36	55,83	4,84	8,67	0,65
515	15	56,40	7,60	13,48	1,01
503	31	56,64	7,82	13,81	1,04
551	25	56,68	5,41	9,54	0,72
497	16	56,69	4,24	7,48	0,56
511	27	57,00	4,78	8,39	0,63
537	23	57,61	5,74	9,96	0,76
516	33	58,09	5,11	8,80	0,67
532	30	58,20	5,16	8,87	0,68
561	35	58,43	6,05	10,35	0,79
512	16	59,31	7,82	13,18	1,02
499	18	59,33	5,75	9,69	0,75
518	31	59,35	6,96	11,73	0,90
539	31	59,45	4,03	6,78	0,52
536	30	59,50	5,82	9,78	0,75
509	31	59,54	5,47	9,19	0,71
533	21	59,57	5,12	10,27	0,66
552	33	59,64	4,11	6,89	0,53
538	30	59,70	6,29	10,54	0,81
524	24	60,12	3,48	5,79	0,45
519	35	60,40	6,42	10,63	0,83
563	25	60,88	3,92	6,44	0,50
567	29	61,21	4,46	7,29	0,57
500	17	61,35	5,07	8,26	0,65
529	12	61,50	7,97	12,96	1,02
527	31	61,58	4,48	7,28	0,57
520	32	62,22	5,38	8,65	0,68
562	34	62,24	5,68	9,13	0,72
517	28	62,28	6,70	10,76	0,85
579	31	62,29	4,81	7,72	0,61
522	32	62,59	4,17	6,66	0,53
566	29	63,03	5,07	8,04	0,64
523	36	63,25	5,14	8,13	0,65
578	22	63,73	6,06	9,51	0,76
528	27	64,00	5,20	5,20	0,65
521	30	64,30	6,32	9,83	0,79
530	5	64,60	7,77	12,03	0,97
565	28	64,64	4,92	7,61	0,61
580	9	64,67	6,60	10,21	0,82
574	25	64,72	5,14	7,94	0,64
571	32	64,75	5,95	9,19	0,74
569	31	64,87	5,65	8,71	0,70
526	24	65,12	6,73	10,33	0,83
568	30	65,30	5,61	8,59	0,69
531	6	65,50	3,33	5,08	0,41
570	29	65,55	5,07	7,73	0,63
577	31	65,55	6,38	9,73	0,79
576	29	65,56	7,36	11,23	0,91
501	26	65,62	6,31	9,62	0,78
564	18	67,00	8,04	12,00	0,98
575	23	67,13	5,31	7,91	0,65
573	28	68,18	6,02	8,83	0,73
534	20	68,35	6,64	9,71	0,80
525	25	70,24	5,93	8,44	0,71
535	21	70,71	5,92	8,37	0,70
572	31	72,03	4,13	5,73	0,49

QUADRO IV

VARIAÇÃO dos Índices da Variança $\sigma : \sqrt{v}$

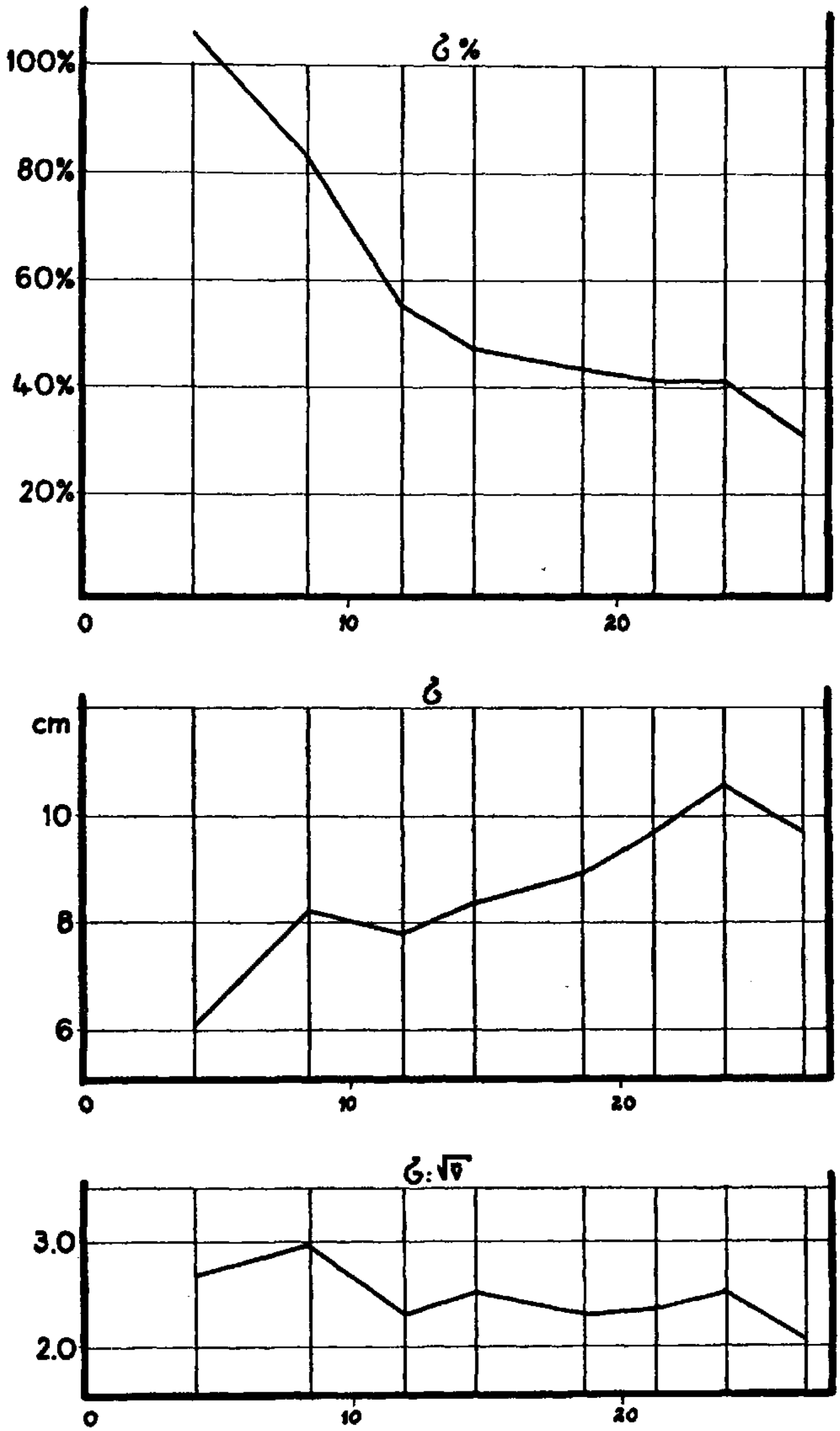
EXPERIÊNCIA	TOTAL			ENTRE			RESÍDUO	
	nf	σ	ϑ	nf	σ	ϑ	nf	σ
Café Produção em kg $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 1{,}20$	35	0,31	1,15	10	0,40	1,47	25	0,27
Laranja I Número de Frutas $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 5{,}97$	83	1,32	1,05	14	1,64	1,31	69	1,25
Laranja II Número de Frutas $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 5{,}32$	35	1,89	1,09	8	2,32	1,33	27	1,74
Milho Altura da espiga (cm) $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 2{,}37$	90	0,53	0,98	7	0,51	0,94	83	0,54
Milho Florescimento (dia) $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 0{,}68$	90	0,23	0,99	10	0,23	0,99	80	0,23
Milho Altura da planta (cm) $\sigma : \sqrt{\bar{v}} = 1{,}92$	90	0,42	1,17	16	0,61	*1,69*	83	0,36

GRÁFICO 1



CAFÉ

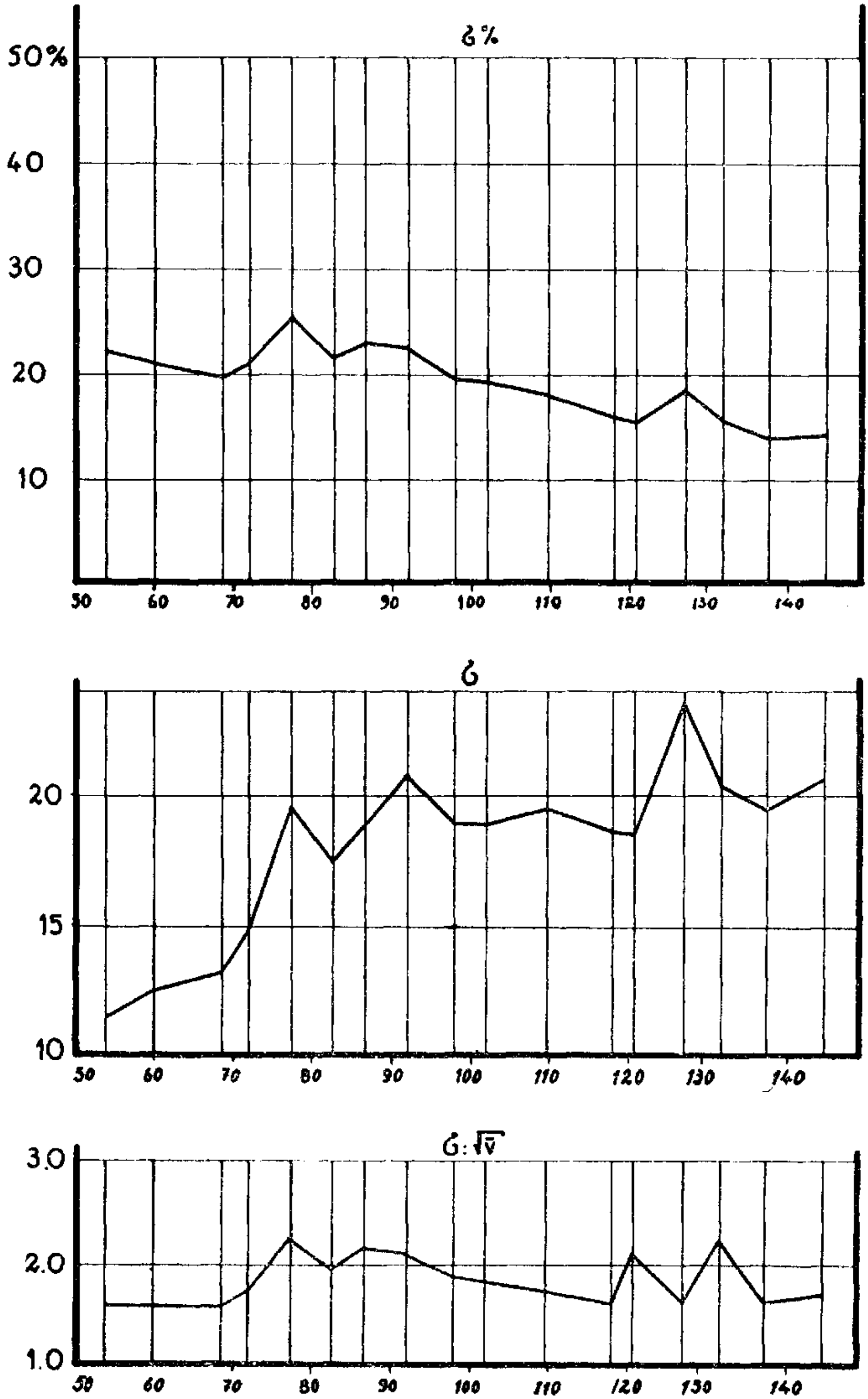
GRÁFICO 2



Medias (Altura da espiga, cm)

MILHO

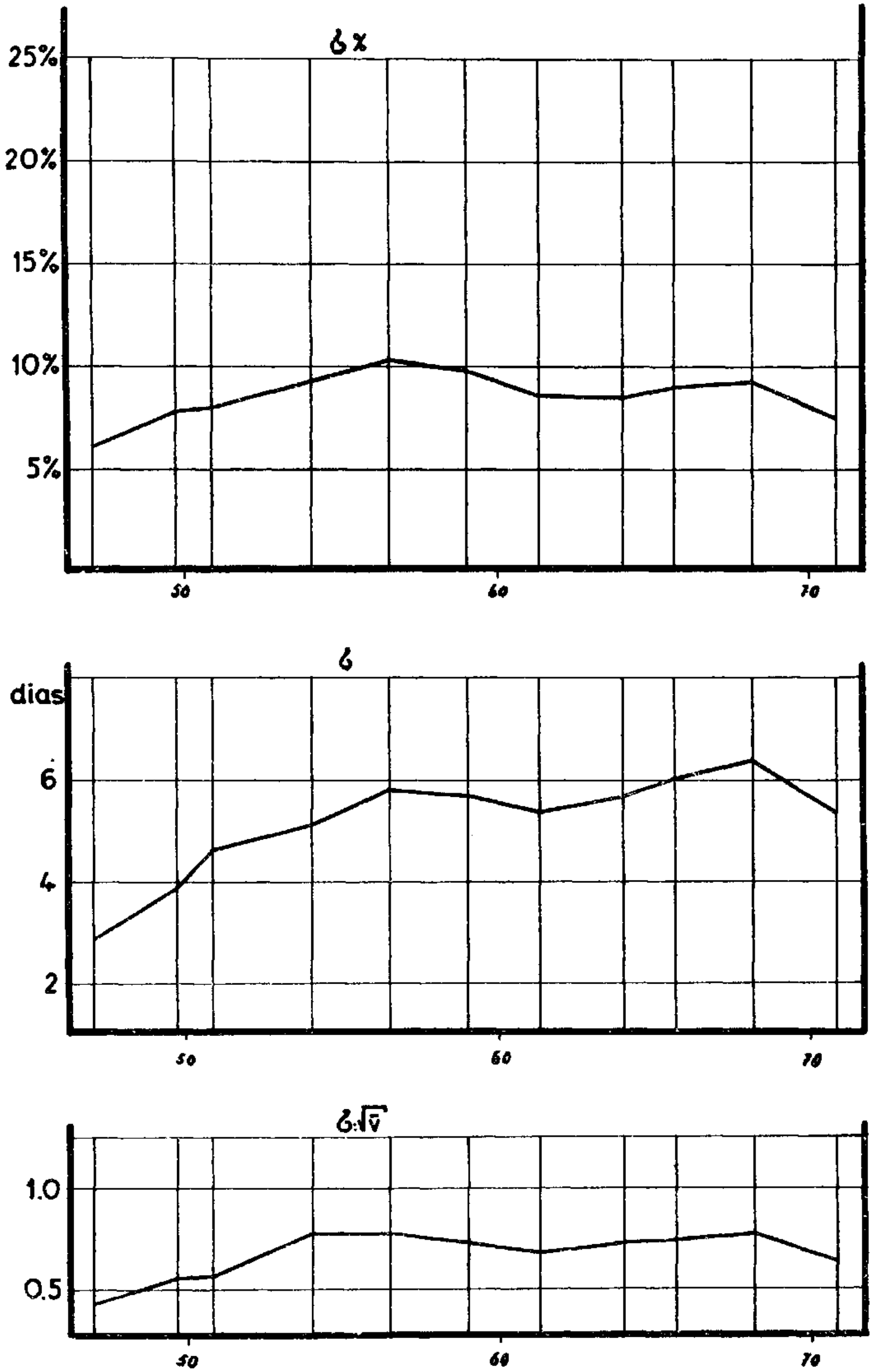
GRÁFICO 3



Medias (Altura da planta, cm)

MILHO

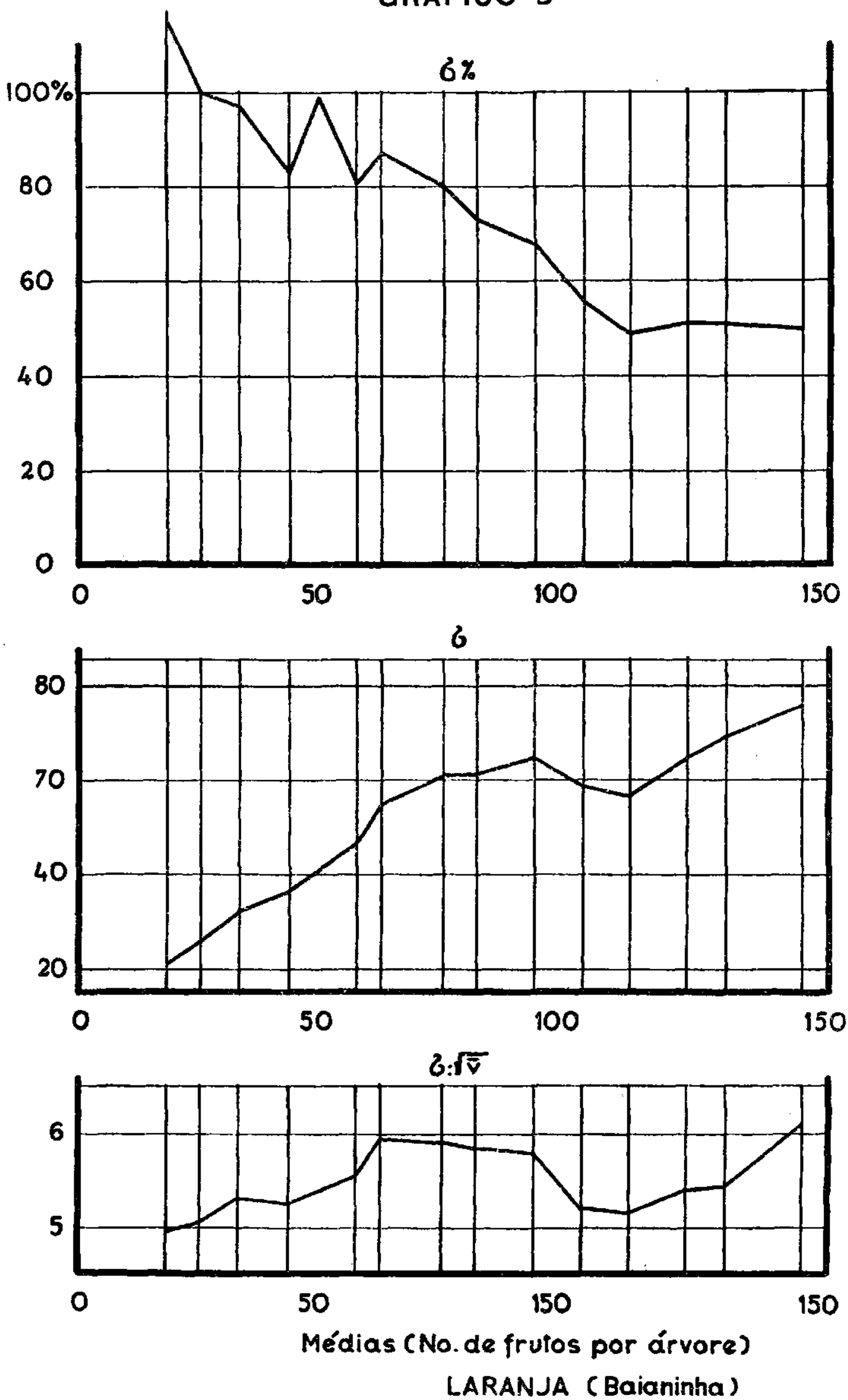
GRÁFICO 4



Medias (Florescimento, dias)

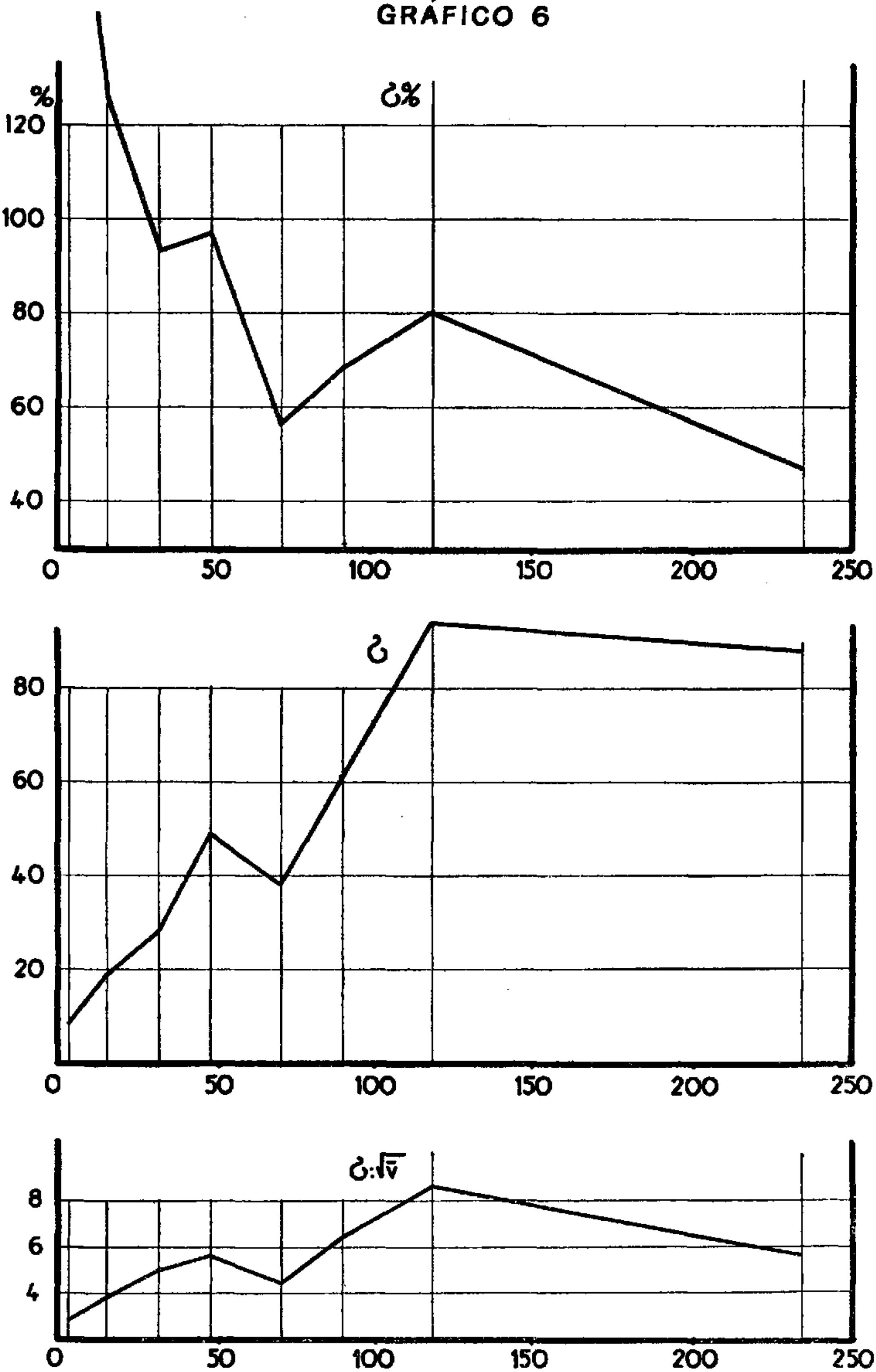
MILHO

GRÁFICO 5



б%
100%
80
60
40
20
0
0
50
100
150
б
80
70
40
20
0
50
100
150
б:√v̄
6
5
0
50
150
150
Médias (No. de frutos por árvore)
LARANJA (Baianinha)

GRÁFICO 6



Médias (No. de frutos por árvore)

LARANJA (Cavalo-Cavaleiro)