BRAGANTIA

Boletim Técnico do Instituto Agronômico do Estado de São Paulo

Vol. 14 | Campinas, dezembro de 1954 | N.º 5

ANÁLISE DA COVARIÂNCIA EM UM LÁTICE RETANGULAR SIMPLES (*)

A. CONAGIN

Engenheiro agrônomo, Seção de Técnica Experimental, Instituto Agronômico

RESUMO

No presente artigo apresentamos a análise da covariância de um látice retangular simples, com duas repetições de cada grupo básico. Os dados estudados representam a produção, em gramas, de algodão em caroço por canteiro, de uma experiência de comparação de linhagens. A análise estatística é apresentada com detalhes de forma a servir de modêlo ao melhorador de plantas que queira se utilizar da covariância, para aquêle tipo de delineamento. Também é apresentada a equivalência entre as duas notações, a usada no presente artigo e a mais usualmente encontrada na literatura, para o cálculo de látices retangulares simples.

1 - INTRODUÇÃO

Os látices retangulares permitem a comparação de **k(k+1)** variedades em **k+1** blocos de **k** itens, por repetição. Êste tipo de delineamento suplementa os delineamentos do tipo látice e também os blocos incompletos, principalmente na comparação de um número grande de itens.

Semelhantemente aos látices simples e quadrados, há nêsses látices os grupos **x**, **y**, etc. Os blocos dos látices retangulares que possuem o mesmo índice são chamados blocos parceiros e têm a peculiaridade de não apresentar nenhum tratamento em comum.

Na experiência por nós analisada em trabalho anterior (2) havia uma certa diferença no número de plantas nos canteiros. Dessa forma, tentamos estudar essa experiência cujo delineamento é um látice retangular simples, com duas repetições de cada grupo, aplicando a técnica da covariância aos dados da mesma.

Como os livros de texto não trazem, em geral, a análise de covariância para os látices, procuramos efetuá-la descrevendo as etapas com detalhes, de forma a servir de modêlo para os que nela tenham interêsse. Vamos utilizar uma notação um pouco diferente da que já usamos, baseando-nos em um artigo de Robinson e Watson (3).

(*) O autor agradece ao Dr. O. S. Neves, Chefe da Sub-Divisão de Plantas Têxteis, por lhe ter permitido a utilização dos dados de uma experiência de competição de linhagens de algodoeiro.

Recebido para publicação em 15 de setembro de 1954.

2 - ANÁLISE DA COVARIÂNCIA

Muitas vêzes, na experimentação de campo, podemos obter diferenças nas produções dos canteiros devidas às variações acidentais do número de plantas. A técnica de covariância permite que o experimentador faça o julgamento final das produções, tomando em consideração as diferenças devidas ao número de plantas dos canteiros. Ela consiste na obtenção de uma relação funcional entre **Y** (produção) e **X** (número de plantas por canteiro). No fim da análise é feito um ajustamento das produções, colocando-as na base de um mesmo número de plantas.

3 - ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

A experiência que estamos analisando representa um dos ensaios de competição de linhagens da Secção de Algodão do Instituto Agronômico. Os dados (quadros 1 e 2) referem-se à produção em gramas de algodão em

QUADRO 1. — Produção dos canteiros e número de plantas de duas repetições do grupo x

		1		2		3		4		5		6		7	
		584	9	322	9	316	7	281	8	336	9	343	11	337	11
		752	11	458	9	509	12	203	6	470	11	419	11	459	11
		1336	**20**	**780**	**18**	**825**	**19**	**484**	**14**	**806**	**20**	**762**	**22**	**796**	**22**
8				9		10		11		12		13		14	
250	9			281	9	410	9	330	10	270	10	518	10	198	9
472	11			488	8	310	10	782	11	478	9	752	11	329	9
722	**20**			**769**	**17**	**720**	**19**	**1112**	**21**	**748**	**19**	**1270**	**21**	**527**	**18**
15		16				17		18		19		20		21	
418	7	478	11			369	9	343	10	342	10	419	8	405	11
273	9	416	11			386	11	436	11	307	10	601	10	351	11
691	**16**	**894**	**22**			**755**	**20**	**779**	**21**	**649**	**20**	**1020**	**18**	**756**	**22**
22		23		24				25		26		27		28	
476	11	396	9	467	9			523	9	640	11	433	9	557	9
437	8	440	11	383	9			351	9	857	10	452	10	425	10
913	**19**	**836**	**20**	**850**	**18**			**874**	**18**	**1497**	**21**	**885**	**19**	**982**	**19**
29		30		31		32				33		34		35	
315	10	420	11	269	6	271	10			310	10	210	10	251	10
417	11	311	7	654	11	705	9			433	10	300	11	568	11
732	**21**	**731**	**18**	**923**	**17**	**976**	**19**			**743**	**20**	**510**	**21**	**819**	**21**
36		37		38		39		40				41		42	
735	11	455	7	389	8	545	11	496	11			332	11	131	7
885	9	741	10	359	7	319	9	538	10			731	9	545	9
1620	**20**	**1196**	**17**	**748**	**15**	**864**	**20**	**1034**	**21**			**1063**	**20**	**676**	**16**
43		44		45		46		47		48				49	
740	11	607	10	261	10	304	11	174	7	206	10			375	9
680	8	390	8	333	8	474	8	433	8	423	6			517	9
1420	**19**	**997**	**18**	**594**	**18**	**778**	**19**	**607**	**15**	**629**	**16**			**892**	**18**
50		51		52		53		54		55		56			
194	5	521	9	566	6	487	9	784	9	794	10	535	9		
583	9	402	8	736	8	434	7	639	7	313	3	541	10		
777	**14**	**923**	**17**	**1302**	**14**	**921**	**16**	**1423**	**16**	**1107**	**13**	**1076**	**19**		

Quadro 2. — Produção dos canteiros e números de plantas de duas repetições do grupo y

	8 325 8 325 8 **650 16**	15 178 8 221 7 **399 15**	22 372 8 295 10 **667 18**	29 410 10 233 11 **643 21**	36 765 8 414 10 **1179 18**	43 559 9 342 9 **901 18**	50 526 9 517 11 **1043 20**
1 643 11 210 8 **853 19**		16 312 10 248 10 **560 20**	23 383 10 201 9 **584 19**	30 375 10 321 9 **696 19**	37 490 10 422 10 **912 20**	44 239 11 280 10 **519 21**	51 458 10 238 9 **696 19**
2 467 9 358 8 **825 17**	9 412 10 290 11 **602 21**		24 324 10 385 11 **709 21**	31 415 8 219 9 **634 17**	38 603 11 213 10 **816 21**	45 382 9 327 11 **709 20**	52 676 8 520 11 **1196 19**
3 343 8 320 11 **663 19**	10 476 10 234 11 **710 21**	17 540 11 206 11 **746 22**		32 601 9 251 8 **852 17**	39 319 10 253 10 **572 20**	46 221 8 431 10 **652 18**	53 546 8 275 7 **821 15**
4 596 11 198 8 **794 19**	11 369 10 411 11 **780 21**	18 335 11 183 10 **518 21**	25 77 3 335 10 **412 13**		40 492 9 343 11 **835 20**	47 364 8 184 11 **548 19**	54 578 7 178 5 **756 12**
5 249 11 310 9 **559 20**	12 380 11 351 11 **731 22**	19 456 11 362 11 **818 22**	26 473 10 400 8 **873 18**	33 372 8 298 10 **670 18**		48 394 10 325 9 **719 19**	55 514 11 364 10 **878 21**
6 385 10 447 10 **832 20**	13 271 8 236 10 **507 18**	20 288 11 680 10 **968 21**	27 446 10 334 11 **780 21**	34 227 9 510 9 **737 18**	41 482 11 430 10 **912 21**		56 327 11 509 11 **836 22**
7 325 9 444 8 **769 17**	14 350 8 400 10 **750 18**	21 241 9 450 9 **691 18**	28 368 9 479 9 **847 18**	35 433 10 518 11 **951 21**	42 217 6 474 8 **691 14**	49 392 9 633 8 **1025 17**	

caroço, sendo 12 o "stand" perfeito por canteiro. No quadro 1 estão as duas repetições do grupo x tanto para número de plantas como para produções. Os dados do grupo y encontram-se no quadro 2.

3.1 - CÁLCULOS NECESSÁRIOS

Para efetuar a análise precisamos calcular as somas dos quadrados referentes aos totais correspondentes ao número de plantas, à produção e ao produto dessas variáveis.

$\Sigma X^2 = 9^2 + 9^2 + 7^2 + \ldots\ldots\ldots + 11^2 + \ldots + 8^2 = 20.179{,}0$

Correção $= 2.099^2 / 224 = 19.668{,}8$ onde 2.099 é o total geral e 224 representa o número de canteiros da experiência.

A soma de quadrados correspondente ao total é dada por

$20.179{,}0 - 19.668{,}8 = 510{,}2$

A parte referente à variável Y (produção) é dada por :

$\Sigma\ Y^2 = 584^2 + 322^2 + \ldots + 752^2 + \ldots + 632^2 = 42.972.255$

Correção $= 92.215^2 / 224 = 37.962.527{,}8$

A soma dos quadrados é, então,

$42.972.255 - 37.962.527{,}8 = 5.009.727{,}2$

A soma dos produtos **XY** é :

$$\Sigma XY = (584)\ (9) + (322)\ (9) + \ldots + (633)\ (9)$$
$$\Sigma XY = 874.022{,}0$$

Correção $= (92.215)\ (2099) / 224 = 864.103{,}9$. Aqui o número 92.215 representa o total geral da produção. Logo,

$874.022{,}0 - 864.103{,}9 = 9.918{,}1.$

A soma dos quadrados e dos produtos para repetições é

$$\text{S.Q. rep. } \mathbf{X} = \frac{1}{56}\left[521^2 + 518^2 + \ldots + 538^2\right] - 19.668{,}8 = 4{,}3$$

$$\text{S.Q. rep. } \mathbf{Y} = \frac{1}{56}\left[22.719^2 + \ldots + 19.335^2\right] - 37.962.527{,}8 = 587.799{,}1$$

$$\text{S. prod. } \mathbf{XY} = \frac{1}{56}\left[(22.719)\ (521) + \ldots + (19.335)\ (538)\right] -$$

$$- 864.103{,}9 = -1.366{,}9$$

QUADRO 3. — Produção e número de plantas dos canteiros (totais das quatro repetições)

	(1) 2189–39	(2) 1605–35	(3) 1488–38	(4) 1278–33	(5) 1365–40	(6) 1594–42	(7) 1565–39
(8) 1372–35		(9) 1471–38	(10) 1430–40	(11) 1892–42	(12) 1479–41	(13) 1777–39	(14) 1277–36
(15) 1090–31	(16) 1454–42		(17) 1501–42	(18) 1297–42	(19) 1467–42	(20) 1988–39	(21) 1447–40
(22) 1580–37	(23) 1420–39	(24) 1559–39		(25) 1286–31	(26) 2370–39	(27) 1665–40	(28) 1829–37
(29) 1375–42	(30) 1427–37	(31) 1557–34	(32) 1828–36		(33) 1413–38	(34) 1247–39	(35) 1770–42
(36) 2799–38	(37) 2108–37	(38) 1564–36	(39) 1436–40	(40) 1869–41		(41) 1975–41	(42) 1367–30
(43) 2321–37	(44) 1516–39	(45) 1303–36	(46) 1430–37	(47) 1155–34	(48) 1348–35		(49) 1917–35
(50) 1820–34	(51) 1619–36	(52) 2498–33	(53) 1742–31	(54) 2179–28	(55) 1985–34	(56) 1912–41	

A soma de quadrados para tratamentos (não ajustada para blocos) é dada respectivamente por :

$$\text{S.Q. trat. } \mathbf{X} = \frac{1}{4}\left[39^2 + 35^2 + \ldots + 41^2\right] - \text{Correção} = 164{,}9$$

$$\text{S.Q. trat. } \mathbf{Y} = \frac{1}{4}\left[2.189^2 + 1.605^2 + \ldots + 1.912^2\right] - \text{Correção} = 1.716.026{,}9$$

$$\text{S. Prod. } \mathbf{XY} = \frac{1}{4}\left[2.189\,(39) + 1.605\,(35) + \ldots + 1.912\,(41)\right] -$$

$$- \text{Correção} = -138{,}6$$

A soma de quadrados para blocos deve ser ajustada para tratamentos. Como há duas repetições de cada grupo **x** e **y** (não confundir os grupos **x** e **y** com as variáveis **X** e **Y**, número de plantas e produção, respectivamente), temos que calcular dois componentes para blocos: o componente **a** e o componente **b**.

O componente **a** para a variável **X** (número de plantas) e para a variável **Y** (produção), é calculado a partir dos quadros 4 e 5 em que os blocos do mesmo grupo estão organizados em um quadro de dupla entrada, de acôrdo com o número do bloco e com a repetição do grupo básico. A soma dos quadrados para o componente **a** (para produção) é a soma dos quadrados da interação balanceada depois de retirarmos o efeito de blocos e de repetições para cada um dos dois grupos (**x** e **y**), dos dados do quadro 5.

QUADRO 4. — Totais de blocos (variável X = n.º de plantas)

Blocos	Grupo x		Soma	Blocos	Grupo y		Soma
	I	III			II	IV	
x1	64	71	135	y1	60	66	126
x2	66	69	135	y2	72	65	137
x3	66	73	139	y3	65	71	136
x4	67	67	134	y4	64	68	132
x5	67	70	137	y5	59	66	125
x6	66	63	129	y6	72	68	140
x7	68	53	121	y7	70	71	141
x8	57	52	109	y8	60	63	123
Soma	521	518	1039	Soma	522	538	1060

Assim, para a variável **Y** (produção), e para o grupo **x** fazemos:

B_{Yx} (a) = 23.156.517,6 — 22.632.445,7 — 22.750.424,1 + 22.427.805,0 =
= 210.452,8

onde

$$23.156.517{,}6 = \frac{1}{7}\left[2.519^2 + 2.257^2 + \ldots + 3.648^2\right]$$

QUADRO 5. — Totais de blocos (variável Y = produção)

Blocos	Grupo x I	Grupo x III	Soma	Blocos	Grupo y II	Grupo y IV	Soma
x1	2519	3270	5789	y1	3135	2347	5482
x2	2257	3611	5868	y2	2900	1920	4820
x3	2774	2770	5544	y3	3279	2312	5591
x4	3492	3345	6837	y4	3046	1970	5016
x5	2046	3388	5434	y5	2811	1832	4643
x6	3083	4118	7201	y6	2838	2410	5248
x7	2667	3250	5917	y7	2426	3146	5572
x8	3881	3648	7528	y8	2326	3398	5724
Soma	22719	27400	50119	Soma	22761	19336	42096

$$22.623.445{,}7 = \frac{1}{56}\left[22.719^2 + 27.400^2\right]$$

$$22.750.424{,}1 = \frac{1}{14}\left[5.789^2 + 5.868^2 + \ldots\right]$$

$$22.427.805{,}0 = \frac{1}{112}\left[50.119^2\right]$$

Precisamos ainda calcular o componente dentro do grupo y.

Então,

B_{Yx} (a) = 210.452,8
B_{Yy} (a) = 358.302,5

Soma = 568.755,3

De forma semelhante calcula-se para a variável **X** (número de plantas) a partir do quadro 4.

B_{Xx} (a) = 9.716,7 — 9.638,7 — 9.689,9 + 9.638,6
B_{Xy} (a) = 10.072,3 — 10.034,4 — 10.057,1 + 10.032,1

Então,

B_{Xx} (a) = 26,7
B_{Xy} (a) = 12,9

Soma = 39,6

O componente **a** correspondente à soma dos produtos é calculado a partir dos dados dos quadros 4 e 5, como segue :

Na parte dos blocos **x**

B_{XYx} (a) = 462.364,8 — 464.817,8 — 462.176,7 + 464.943,2 = 313,5
onde

$$462.364{,}8 = \frac{1}{7}\left[(2.519)\ (64) + (2.257)\ (66) + \ldots + (3.648)\ (52)\right]$$

$$464.817{,}8 = \frac{1}{56}\left|(22.719)\ (521) + (27.400)\ (518)\right|$$

$$462.176{,}7 = \frac{1}{14}\left[(5.789)\ (135) + \ldots + (7.529)\ (109)\right]$$

$$464.943{,}2 = \frac{1}{112}\left[(50.119)\ (1.039)\right]$$

Na parte dos blocos y temos B_{XY_y} (a) = –166,1

Então,

B_{XY_x} (a)	=	313,5	(grupo x)
B_{XY_y} (a)	=	–166,1	(grupo y)
Soma	=	147,4	

Êsses dados encontram-se no quadro de análise da covariância (quadro 6).

Cálculo do componente **b** da soma de quadrados para blocos :

Para cada grupo de blocos semelhantes precisamos calcular os valores **Q**, assim definidos :

$Q = n\Sigma B - T$

onde **T** é o total dos tratamentos que se encontram no bloco considerado (no caso presente os totais de tratamentos são os totais das quatro repetições, os dados sendo fornecidos a partir do quadro 3).

Assim, por exemplo, para calcularmos os valores de **Q** correspondentes à produção, o valor Q_{x6Y} (valor **Q** do grupo **x**, bloco **6**, variável **Y**), precisamos fazer :

$Q_{x6Y} = 2(3.083 + 4.118) - (2.799 + 2.108 + \ldots + 1.367)$

Êsses valores encontram-se no quadro 11, coluna 1.

Os valores de $Q_{xiY} + Q_{yiY}$ referentes à variável **Y**, encontram-se no quadro 11, coluna 5, os referentes à variável **X** no mesmo quadro, coluna 6.

Para simplificar vamos designar $Q_{xiY} + Q_{yiY}$ por $Q_x + Q_y$, etc.

A soma dêsses valores é sempre zero, isto é, os totais das colunas 5 e 6 são nulos.

Para calcular a soma de quadrados do componente **b** usamos a fórmula :

$$\frac{1}{r(nk-k-1)\ (k+1)}\left[(k+1)\ [\ \Sigma Q_x^2 + \Sigma Q_y^2] - \frac{1}{(n-1)}\ \Sigma\ (Q_x + Q_y)^2 - 2(\Sigma Q)^2\right]$$

Nessa fórmula, **r = np,** e como **n = 2** (dois grupos **x** e **y**) e **p = 2** (duas repetições de cada grupo), ela já se apresenta abaixo simplificada.

Para a variável **X** (número de plantas) temos :

$$\frac{1}{4(48)}\left[(8)\,(599 + 767) - 1.672 - 2\,(441)\right] = 43{,}61$$

O componente **b** para **Y**, é :

$$\frac{1}{4(48)}\left[(8)\ [10.016.843 + 11.899.085] - 8.105.662 - 2(64.368.529)\right] =$$

$$= 200.441{,}2$$

O produto **XY** para o componente **b** é calculado de forma semelhante, usando-se o produto dos **Q** de **X** e **Q** de **Y** em vez dos quadrados dos **Q** respectivos. A fórmula abaixo já se apresenta simplificada para o caso em que **n = 2** e **p = 2.**

$$\frac{1}{r(k^2 - 1)}\left[(k+1)\ [\Sigma Q_{xX} \,.\, Q_{xY} + \Sigma Q_{yX} \,.\, Q_{yY}] -\right.$$

$$\left. - \Sigma\ (Q_{xX} + Q_{yX})\ (Q_{xY} + Q_{yY}) - 2(\Sigma Q_{xX})\ (\Sigma Q_{xY})\right] =$$

$$= \frac{1}{4(48}\left[8\ [(4)\ (494) + (-2)\ (1.038) + \ldots + (-13)\ (276)] -\right.$$

$$\left. - [\ (1)\ (-899) + \ldots + (-32)\ (1.579)] - 2(-21)\ (8.023)\right] =$$

$$= \frac{1}{192}\left[(-552) + 41.168 + 336.966\right] = 1.966{,}57$$

Aqui também Q_{xX} é Q_{xiX}, etc.

A soma de quadrados para o êrro dentro de blocos é o resíduo depois de subtrair-se todos êsses itens já calculados, da soma dos quadrados do total. Os resultados são apresentados num quadro de análise da covariância (quadro 6).

QUADRO 6. — Análise da covariância do látice retangular simples (grupos x e y com 2 repetições em cada grupo)

Fonte de variação	G. L.	S(xx)	S(xy)	S(yy)	S(yy) / G. L.
Total	223	510,2	9.918,1	5.009.727,2	
Repetições	3	4,3	—1.366,9	587.799,1	195.933,0
Blocos (aj.)	28	83,2	2.114,0	769.196,5	27.471,3 E_b
Comp. (a)	14	39,6	147,4	568.755,3	
Comp. (b)	14	43,6	1.966,6	200.441,2	
Vars. (n. aj.)	55	164,9	— 138,6	1.716.026,9	31.200,5
Êrro (d. blocos)	137	257,8	9.309,6	1.936.704,7	14.136,5 E_e
Blocos + Êrro	165	341,0	11.423,6	2.705.901,2	16.399,4

Damos a seguir a parte do cálculo dos desvios devidos à linha de regressão, referentes ao êrro e à soma de blocos mais o êrro. A parte ajustada para a regressão, para blocos, é obtida por diferença. Êsses resultados são apresentados no quadro 7.

onde $bSxy = \left[S(xy)\right]^2 / S(xx) = b^2\ S(xx)$ onde $S(xx) = S(X - \overline{X})^2$, etc.

QUADRO 7. — Soma de quadrados ajustados pela covariância

Fonte de variação	b. S(xx)	S(yy) — b S(xy)	G. L.	Q. M.
Blocos		722.688,2	28	25.810,3 E'_b
Êrro	336.185,6	1.600.519,1	136	11.768,5 E'_e
Blocos + Êrro	382.693,9	2.323.207,3	164	14.165,9 E'_r

Vemos que a análise da covariância reduziu a variância intra-bloco de 14.136,5 para 11.768,5 com um ganho aproximado em eficiência de 20%.

Há dois testes de **F** para pôr à prova o efeito de variedades para a variável **X**. São êles :

F = variedades não ajustadas / êrro (blocos ao acaso) e
F = variedades ajustadas / êrro (dentro blocos).

O **F** em relação a blocos ao acaso é

$$F = \frac{164{,}9/55}{341{,}0/165} = 1{,}45^* \text{ (significativo a 5\%)}.$$

Houve, portanto, diferença de "stand" entre as linhagens. Quando isso acontece, na análise da covariância devemos fazer o teste **F** = variedades ajustadas / êrro (dentro blocos), onde variedades ajustadas são obtidas através da igualdade

Vars. (n.aj.) + Blocos (aj.) = Vars. (aj.) + Blocos (n.aj.)

Devemos, portanto, calcular Blocos (n.aj.). O processo consiste em calcular o efeito de blocos ignorando o ajustamento de variedades. Temos :

164,9 + 83,2 = Vars. (aj.) + 115,9
Vars. (aj.) = 132,2

$$F = \frac{132{,}2/55}{257{,}8/137} = \frac{2{,}404}{1{,}882} = 1{,}28 \text{ (não significativo)}$$

Apesar do resultado de **F** ter sido não significativo, vamos prosseguir na análise da covariância para completar a análise.

3.2 - AJUSTAMENTO DAS MÉDIAS DE VARIEDADES

As médias de variedades devem ser ajustadas primeiro pela regressão da variável **Y** (produção) em relação à variável **X** (número de plantas), e depois, para o efeito de blocos.

O coeficiente de regressão que vamos usar é o valor b = S(xy) / S(xx) =

$$= \frac{9.309{,}6}{257{,}8} = 36{,}11$$ calculado a partir do êrro, já que êsse valor não difere do outro composto de blocos mais êrro.

Para obtermos as médias ajustadas pela covariância calculamos

$\bar{Y}_i$ ajustada $= \bar{Y}_i - b(\bar{X}_i - \bar{X}) =$

$\bar{Y}_i$ ajustada $= \bar{Y}_i - 36{,}11\ (\bar{X}_i - 9{,}37)$

$\bar{Y}_i$ ajustada $= \bar{Y}_i + 338{,}35 - 36{,}11\ \bar{X}_i$

$\bar{Y}_i$ é a média de produção não ajustada do quadro 8.

QUADRO 8. — Análise da covariância. Médias de produção não ajustadas

	1 547,25	2 401,25	3 372,00	4 319,50	5 341,25	6 398,50	7 391,25
8 343,00		9 367,75	10 357,50	11 473,00	12 369,75	13 444,25	14 319,25
15 272,50	16 363,50		17 375,25	18 324,25	19 366,75	20 497,00	21 361,75
22 395,00	23 355,00	24 389,75		25 321,50	26 592,50	27 416,25	28 457,25
29 343,75	30 356,75	31 389,25	32 457,00		33 353,25	34 311,75	35 442,50
36 699,75	37 527,00	38 391,00	39 359,00	40 467,25		41 493,75	42 341,75
43 580,25	44 379,00	45 325,75	46 357,50	47 288,75	48 337,00		49 479,25
50 455,00	51 404,75	52 624,50	53 435,50	54 544,75	55 496,25	56 478,00	

$\bar{X}_i$ é o número médio de plantas por canteiro, do tratamento respectivo.

QUADRO 9. — Médias do número de plantas (não ajustadas)

	1 9,75	2 8,75	3 9,50	4 8,25	5 10,00	6 10,50	7 9,75
8 9,00		9 9,50	10 10,00	11 10,50	12 10,25	13 9,75	14 9,00
15 7,75	16 10,50		17 10,50	18 10,50	19 10,50	20 9,75	21 10,00
22 9,25	23 9,75	24 9,75		25 7,75	26 9,75	27 10,00	28 9,25
29 10,50	30 9,25	31 8,50	32 9,00		33 9,50	34 9,75	35 10,50
36 9,50	37 9,25	38 9,00	39 10,00	40 10,25		41 10,25	42 7,50
43 9,25	44 9,75	45 9,00	46 9,25	47 8,50	48 8,75		49 8,75
50 8,50	51 9,00	52 8,25	53 7,75	54 7,00	55 8,50	56 10,25	

Assim para $\bar{Y}_2 = 401{,}25$ e $\bar{X}_2 = 8{,}75$ temos :

$\bar{Y}_2$ aj. $= 401{,}25 + 338{,}35 - 36{,}11\ (8{,}75) = 423{,}64.$

Êsses valores encontram-se no quadro 10.

QUADRO 10. — Produções médias ajustadas pela covariância

								C'_{xi}
	1 533,53	2 423,64	3 367,31	4 359,94	5 318,50	6 357,70	7 377,53	— 6,87
8 356,36		9 363,06	10 334,75	11 432,20	12 337,97	13 430,53	14 322,61	—19,95
15 331,00	16 322,70		17 334,45	18 283,45	19 325,95	20 483,28	21 339,00	—14,55
22 399,34	23 341,28	24 376,03		25 380,00	26 578,78	27 393,50	28 461,59	—28,58
29 302,95	30 361,09	31 420,67	32 470,36		33 348,56	34 298,03	35 401,70	— 2,23
36 695,06	37 531,34	38 404,36	39 336,25	40 435,47		41 461,97	42 409,28	—24,60
43 584,59	44 365,28	45 339,11	46 361,84	47 320,17	48 359,39		49 501,64	—20,77
50 486,42	51 418,11	52 664,94	53 494,00	54 630,33	55 527,67	56 446,22		—30,78
C'_{yi} 20,74	37,21	18,85	14,86	25,95	22,58	17,94	— 9,77	

Faz-se a seguir o ajustamento devido à correção para blocos (através dos valores C'_{xi} e C'_{yi}).

Para isso precisamos calcular :

$$\lambda' = \frac{r(E'_b - E'_e)}{r(k-1)E'_b + (rk-2k+r)E'_e} \quad e \quad \mu' = \frac{\lambda'^2}{1 + 2\lambda'}$$

Então temos :

$$\lambda' = \frac{4(25.810,3 - 11.768,5)}{4(6)\ 25.810,3 + (28-14+4)\ 11.768,5} = 0,06757$$

$$\mu' = \frac{0,0045657}{1 + 0,13514} = 0,0041221$$

Os cálculos necessários para obtermos os valores C'_{xi} e C'_{yi} são apresentados nas 11 colunas do quadro 11.

Os valores de Q_x e Q_y e $Q_x + Q_y$ para a variável **Y** encontram-se nas colunas 1, 2 e 5, com um índice **Y** no subscrito. Os valores correspondentes para a variável **X** encontram-se nas colunas 3, 4 e 6.

Precisamos calcular os valores $-\dfrac{\lambda'}{r} = -0,016892$ e $\dfrac{\mu'}{r} = 0,0010305$

e o valor do coeficiente de regressão, b = 36,11.

Para calcular os valores C'_{xi} e C'_{yi}, que se encontram respectivamente nas colunas 10 e 11, precisamos calcular as colunas 7, 8 e 9 cujos valores definimos a seguir.

QUADRO 11. — Cálculo dos ajustamentos a serem aplicados à média de variedades no caso de covariància (*)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
B1	494	—1393	+ 4	— 3	— 899	+ 1	— 5,9048	+ 21,7006	—0,9636	— 6,8684	20,7370
B2	1038	—2093	— 2	+ 5	—1055	+ 3	— 18,7538	+ 38,4048	—1,1988	— 19,9526	37,2060
B3	844	— 375	0	+21	469	+21	— 14,2568	+ 19,1439	—0,2981	— 14,5549	18,8458
B4	1965	— 823	+ 6	0	1142	+ 6	— 29,5330	+ 13,9021	+0,9536	— 28,5794	14,8557
B5	251	—1670	+ 6	— 1	—1419	+ 5	— 0,5801	+ 27,5997	—1,6483	— 2,2284	25,9514
B6	1284	— 931	— 5	+11	353	+ 6	— 24,7392	+ 22,4361	+0,1405	— 24,5987	22,5766
B7	844	—1014	—11	+ 1	— 170	—10	— 20,9665	+ 17,7385	+0,1969	— 20,7696	17,9354
B8	1302	276	—19	—13	1579	—32	— 33,5997	— 12,5918	+2,8179	— 30,7818	— 9,7739
Soma	8023	—8023	—21	+21	0	0	— 148,3339	+148,3339	0	—148,3338	+148,3340

(*) Explicação das colunas: (1) = Q_{xiY} (2) = Q_{yiY} (3) = Q_{xiX} (4) = Q_{yiX}

(5) = $Q_{xiY} + Q_{yiY}$ (6) = $Q_{xiX} + Q_{yiX}$ (7) = $-\frac{\lambda'}{r}(Q_{xiY} - b.Q_{xiX})$

(8) = $-\frac{\lambda'}{r}(Q_{yiY} - b.Q_{yiX})$ (9) = $\frac{\mu'}{r}\left[(Q_{xiY} + Q_{yiY}) - b(Q_{xiX} + Q_{yiX})\right]$

(10) = C'_{xi} (11) = C'_{yi}

Para obter os valores da coluna 7 precisamos calcular:

$$-\frac{\lambda'}{r}(Q_{xiY} - b \cdot Q_{xiX})$$

Por exemplo, para calcular o valor correspondente a B_1 temos:

$$-0{,}016892\left[494 - 36{,}11\ (+4)\right] = -5{,}9048$$

Na coluna 8 temos os valores calculados através da fórmula:

$$-\frac{\lambda'}{r}(Q_{yiY} - b \cdot Q_{yiX})$$

Na coluna 9 calculamos os valores

$$\frac{\mu'}{r}\left[(Q_{xiY} + Q_{yiY}) - b(Q_{xiX} + Q_{yiX})\right]$$

Para o valor B_1 temos:

$$0{,}0010305\left[-899 - 36{,}11\ (+1)\right] = -0{,}9636$$

A soma dos valores das colunas 5, 6 e 9 deve ser zero.

Os valores C'_{xi}, que são apresentados na coluna 10, são a soma dos valores correspondentes das colunas 7 e 9. O primeiro dêsses valores é $-5{,}9048 - 0{,}9636 = -6{,}8684$.

Os valores C'_{yi}, que são apresentados na coluna 11, são a soma dos valores correspondentes das colunas 8 e 9. O primeiro dêles é $+21{,}7006 - 0{,}9636 = +20{,}8370$.

QUADRO 12. — Produções médias ajustadas pela covariância e para o efeito de bloco

	1 563,87	2 435,62	3 375,30	4 397,02	5 334,21	6 368,77	7 360,89
8 357,15		9 361,96	10 329,66	11 438,20	12 340,60	13 428,52	14 302,89
15 337,19	16 345,36		17 334,76	18 294,85	19 333,93	20 486,67	21 314,68
22 391,50	23 349,91	24 366,30		25 377,37	26 572,78	27 382,86	28 423,24
29 321,46	30 396,07	31 437,29	32 482,99		33 368,91	34 313,74	35 389,70
36 691,20	37 543,95	38 398,61	39 326,51	40 436,82		41 455,31	42 374,91
43 584,56	44 381,72	45 337,19	46 355,93	47 325,35	48 361,20		49 471,10
50 476,38	51 424,54	52 653,01	53 478,08	54 625,50	55 519,47	56 433,38	

Uma vez calculados os valores C'_{xi} e C'_{yi}, as médias de produção (variável Y) ajustadas para o "stand" (pela covariância) e para o efeito de blocos, são dadas por:

$\bar{Y}_i$ (aj. cov. + blocos) = $\bar{Y}_i$ (aj. cov.) + C'_{xi} + C'_{yi}, conservando-se os respectivos sinais.

Assim :

$\bar{Y}_2$ (aj. cov. + blocos) = 423,64 — 6,87 + 18,85 = 435,62.

Os outros valores calculam-se de forma semelhante. As médias finais, corrigidas, encontram-se no quadro 12.

3.3-VARIÂNCIA DA DIFERENÇA ENTRE MÉDIAS DE VARIEDADES

As fórmulas apropriadas são dadas em seguida.

a) Para duas variedades que ocorrem no mesmo bloco

$$\frac{2E'_e}{r}\,(1 + \lambda' - \mu')\left[1 + \frac{(W\text{-}W')\,\dfrac{F_{1B}}{n_{1B}} + W'\,\dfrac{F_{RB}}{n_{RB}}}{W}\right] \qquad (1)$$

onde $W = \dfrac{1}{E'_e} = 0{,}00008497$

$$W' = \frac{r\text{-}1}{rE'_b - E'_e} = \frac{3}{91.472{,}7} = 0{,}00003280$$

F_{1B} = valor do teste de **F** = Q.M. variedades / Q.M. dentro de blocos para a variável **X.**

F_{RB} = valor de **F** = Q.M. variedades / Q.M. êrro como blocos ao acaso, para a variável **X.**

n_{1B} = graus de liberdade do êrro dentro blocos

n_{RB} = graus de liberdade do êrro como blocos ao acaso

Assim :

$$F_{1B} = \frac{164{,}9\ /\ 55}{257{,}8\ /137} = 1{,}594$$

$$F_{RB} = \frac{164{,}9\ /\ 55}{341{,}0\ /165} = 1{,}451$$

Assim sendo temos :

$$\frac{2(11.768{,}5)}{4}\left[1 + 0{,}06757 - 0{,}0041221\right] . \left[A\right] \quad \text{onde}$$

$$\left[A\right] = \left[1 + \frac{(0{,}00008497 - 0{,}00003280)\ 1.594/137 + (0{,}00003280)\ 1.451/165}{0{,}00008497}\right]$$

$$\left[A\right] = 1{,}001054$$

então,

(1) = (5.884,25) (1,063448) (1,001054) = 6.264,19

A diferença mínima significativa entre duas variedades pertencentes a êste grupo é :

d.m.s. = 1,978 $\sqrt{6.264,19}$ = 156,56

b) Para duas variedades que não ocorrem no mesmo bloco, calculamos :

$$\frac{2E'_e}{r}(1 + 2\lambda' - \mu')\left[1 + \frac{(W - W')\dfrac{F_{1B}}{n_{1B}} + W'\dfrac{F_{RB}}{n_{RB}}}{W}\right] \qquad (2)$$

(2) = (5.884,25) (1,131019) (1,001054) = 6.662,21

A diferença mínima é agora :

d.m.s. = 1,978 $\sqrt{6.662,21}$ = 161,44

c) Podemos calcular uma variância média para tôdas as comparações

$$V'_m = \frac{2E'_e}{r}\left[1 + \frac{2k^2\lambda'}{k^2 + k - 1} - \mu'\right] \qquad (3)$$

$$(3) = V'_m = 5.884,25\left[1 + \frac{6,62186}{55} - 0,0041221\right] = 6.568,45$$

d.m.s. = 1,978 $\sqrt{6.568,45}$ = 160,30

4 - CONCLUSÕES

A linhagem 36 não diferiu estatìsticamente das linhagens 52, 54, 26, 1, 37 e 43, sendo superior às demais.

Tendo diminuido o êrro experimental, o uso da covariância aumentou a eficiência da experiência, em cêrca de 20%.

5 - CORRESPONDÊNCIA DE NOTAÇÃO

Damos aqui a correspondência entre as notações de Robinson e Watson (3) e as de Cochran e Cox (1).

Temos

$Q = n\Sigma B - T = -C$

Ainda, para calcular os ajustamentos para blocos depois de feita a correção pela covariância, precisamos calcular para os totais de tratamentos :

C'_x = Aj. $\text{Blocos}_x = \lambda'(C_{xY} - bC_{xX}) - \mu'(S_Y - bS_X)$ onde

C_{xY} significa o valor de **C** correspondente aos blocos **x**, variável **Y**.

O valor S_Y corresponde ao valor de **S** = $C_x + C_y$ para a variável **Y**, S_X o valor correspondente para a variável **X** : os valores λ' e μ' são calculados, usando-se os valores E'_b e E'_e (já corrigidos pela covariância).

De forma semelhante :

$$C'_y = \text{Aj. Blocos}_y = \lambda' (C_{yY} - bC_{yX}) - \mu' (S_Y - bS_X).$$

COVARIANCE ANALYSIS IN RECTANGULAR LATTICES

SUMMARY

This paper describes the different steps taken in the covariance analysis for a simple rectangular lattice. The data are expressed as grams of seed cotton per plot from two replications each of the x and y groups of a 7 x 8 simple, rectangular lattice design. This experiment was carried out by the Secção de Algodão do Instituto Agronômico de Campinas.

LITERATURA CITADA

1. **COCHRAN, WILLIAM G. & COX, G. M.** Experimental designs. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1950. p. 294-299.

2. **CONAGIN, A.** Látices retangulares. Bragantia 13:[187]-197. 1954.

3. **ROBINSON, H. F. & WATSON, G. S.** An analysis of simple and triple rectangular lattice designs. Raleigh, North Carolina agricultural experiment station, 1949. 56 p. (Technical bulletin n.º 88)