# ESTRUTURAS DE SINCRONISMO MONOFÁSICA E TRIFÁSICA BASEADAS NO FILTRO DE KALMAN

**Rafael Cardoso**\*

cardoso@ieee.org

Humberto Pinheiro<sup>†</sup>

humberto@ctlab.ufsm.br

Robinson Figueiredo de Camargo<sup>†</sup>

robinsonfcamargo@hotmail.com

Hilton Abílio Gründling<sup>†</sup> ghilton@ctlab.ufsm.br

\*Universidade Tecnológica Federal do Paraná Grupo de Pesquisa em Automação Industrial Campus Pato Branco Via do Conhecimento, Km 1 CEP: 85503-390 - Pato Branco - PR - Brasil

<sup>†</sup>Universidade Federal de Santa Maria Centro de Tecnologia Grupo de Eletrônica de Potência e Controle Av. Roraima S/N, Camobi CEP: 97105-900 - Santa Maria - RS - Brasil

## ABSTRACT

This paper proposes single-phase and three-phase synchronization methods based on the optimum filtering theory. The Kalman filter is used for the generation of the synchronization signals. The proposed methods incorporate, explicitly, in the problem formulation the presence of harmonics, voltage unbalance, measurement noise, transients and frequency deviation. These perturbations degrade the performance of many synchronization structures presented in literature. The formulation presented here makes the synchronization signals be less sensitive to these perturbations. It is also shown that the proposed methods can be helpfull to provide information about amplitude, instantaneous phase and frequency of the grid voltages, that can be usefull for purposes of power quality analysis. Furthermore, the Kalman filter provides a way to obtain a good compromise between transient response and measurement noise rejection for the synchronization signals. Experimental results using a DSP TMS320F2812 are presented to show the performance of the proposed schemes.

**KEYWORDS**: Kalman Filter, PLL, Tracking, Utility Angle, Utility Synchronization.

### RESUMO

Este artigo propõe estruturas de sincronismo monofásica e trifásica baseadas na teoria de filtragem ótima. Utiliza-se o filtro de Kalman para a geração dos sinais de sincronismo. Os métodos propostos consideram, explicitamente, em sua formulação, a existência de harmônicos, desequilíbrio de tensão, ruído de medida, transitórios e variações de freqüência. Estas perturbações deterioram o desempenho de muitos algoritmos de sincronismo propostos na literatura. A formulação apresentada aqui faz com que os sinais de sincronismo sejam menos sensíveis a estas perturbações. Adicionalmente,

Artigo submetido em 12/06/2006

<sup>1</sup>a. Revisão em 15/08/2006

<sup>2</sup>a. Revisão em 17/10/2006

Aceito sob recomendação do Editor Associado

Prof. Enes Gonçalves Marra

o filtro de Kalman fornece uma maneira de se obter um bom compromisso entre resposta transitória e rejeição a ruídos de medida para os sinais de sincronismo. Também se mostra que os métodos propostos podem ser úteis para fornecerem informações sobre a amplitude, fase instantânea e freqüência da rede, úteis para análise de qualidade de energia. Resultados experimentais utilizando um DSP TMS320F2812 são apresentados para mostrar o desempenho dos métodos propostos.

**PALAVRAS-CHAVE**: Filtro de Kalman, PLL, Rastreamento, Ângulo de Fase, Sincronismo.

## 1 INTRODUÇÃO

A determinação do ângulo de fase da tensão da rede elétrica é de suma importância para muitos equipamentos de condicionamento de energia, tais como filtros ativos de potência, compensadores estáticos de reativos, fontes ininterruptas de energia, entre outros, que necessitam ser sincronizados apropriadamente com a rede. Devido as características dinâmicas do sistema de potência, o método de sincronismo escolhido deve ser capaz de rejeitar diversas perturbações inerentes a este, tais como, harmônicos, sobre ou sub-tensão, desequilíbrio, variações de freqüência, ruídos de medida, entre outros efeitos (Svensson, 2001), (Karimi-Ghartemani e Iravani, 2004).

Uma abordagem tradicional para o sincronismo é o uso de técnicas em malha fechada, tais como os Phase-Locked Loops (PLLs), para a extração da informação do ângulo de fase. Uma introdução aos conceitos básicos do PLL é apresentada em (Hsieh e Hung, 1996). A operação de um PLL em um sistema com tensões distorcidas, que levam a degradação do desempenho de tais estruturas, é apresentada em (Kaura e Blasko, 1997), onde são feitas recomendações para a sintonia do algoritmo. Outras estruturas para o sincronismo, baseadas no referencial síncrono, são apresentadas em (Chung, 2000) e em (Arruda et al., 2001) enquanto um método baseado na teoria da potência instantânea é descrito em (Marafão et al., 2005). Uma outra alternativa em malha fechada, denominada Enhanced Phase-Locked Loop (EPLL), pode ser encontrada em (Karimi-Ghartemani e Iravani, 2004). O EPLL é um sistema dinâmico não linear capaz de identificar a amplitude, a fase e a freqüência da tensão da rede.

Técnicas em malha aberta também estão disponíveis na literatura, tais como as descritas em (Song e Nam, 2000) e em (Svensson, 2001). Em (Song e Nam, 2000) é proposta uma abordagem baseada no método de mínimos quadrados ponderado, que rejeita o impacto da seqüência negativa e considera variações de freqüência. Já em (Svensson, 2001) é feita uma comparação de métodos baseados no filtro passa-baixas, na filtragem em espaço de vetores e no filtro de Kalman estendido. Uma técnica que adiciona a capacidade de adaptação da freqüência da rede ao método baseado em filtros passa-baixas, denominada de *Normalized Positive Sequence Synchronous Frame* (NPSF), é proposta em (de Camargo e Pinheiro, 2006). Geralmente, as técnicas de sincronismo em malha fechada apresentam baixa sensibilidade a variações na freqüência enquanto os métodos em malha aberta, apresentam simplicidade de implementação.

Uma alternativa possível para a extração da fase de um sinal é o uso do filtro de Kalman (Kalman, 1960), (Kalman e Bucy, 1961). Este filtro é bem conhecido devido a sua capacidade de lidar com sistemas lineares corrompidos por incertezas nos estados da planta bem como ruídos de medida e seu uso é bastante difundido no campo de comunicações e de controle. O ruído de medida é um fator importante que deteriora o desempenho dos algoritmos de sincronismo. O espectro desse tipo de ruído, usualmente, é distribuído ao longo de uma vasta gama de freqüências, o que pode ser modelado como ruído branco (Gelb et al., 1996). A eliminação desta perturbação por métodos de filtragem tradicionais, pode não ser trivial, pois o sinal de interesse pode sofrer alterações significativas de fase. Como o filtro de Kalman é um algoritmo ótimo, que considera este tipo de perturbação em sua formulação, este torna-se uma alternativa atraente para a extração da informação de interesse de um sinal ruidoso.

Alguns autores já mostraram que, para um modelo dinâmico específico, o PLL proporcional-integral apresenta a mesma estrutura do filtro de Kalman (Christiansen, 1994), (Driessen, 1994). Em (Patapoutian, 1999) expressões fechadas para o ganho de Kalman são derivadas para os modos de aquisição e rastreamento do PLL. Adicionalmente, de acordo com (Izadi e Leung, 2002) e (Gupta, 1975), sob condições de relação sinal/ruído elevadas, o PLL digital ótimo é dado pelo filtro de Kalman.

Estes métodos de sincronismo baseados no filtro de Kalman são empregados, basicamente, em sistemas de telecomunicações e não consideram a presença de distúrbios no sinal de interesse, tais como harmônicos, como acontece em sistemas de potência. Tampouco são apropriados para sistemas trifásicos. O tipo de modelagem utilizada nos métodos de sincronismo utilizados em telecomunicações (Patapoutian, 1999) é similar à empregada no método baseado no filtro de Kalman estendido (Svensson, 2001), sendo que este último apresenta uma não linearidade no modelo de medida. Ambas as modelagens não consideram a presença de harmônicos junto ao sinal de interesse.

O filtro de Kalman estendido necessita de linearizações em torno das estimativas fornecidas pelo filtro. Estas linearizações fazem com que o ganho do filtro seja dependente das estimativas, o que não ocorre no filtro de Kalman. Dessa forma, o ganho de Kalman deve ser calculado em tempo real. Além disso, como as linearizações são aplicadas utilizando a última estimativa disponível, as equações de propagação são válidas somente se esta estimativa pertencer a uma vizinhança do estado verdadeiro (Boutayeb et al., 1997). Adicionalmente, uma escolha arbitrária das matrizes de covariância do ruído de medida e da incerteza nos estados do sistema, juntamente com uma inicialização dos estados do filtro que não sejam próximas o suficiente dos estados verdadeiros, faz com que as estimativas fornecidas pelo filtro de Kalman estendido sejam divergentes (Boutayeb e Aubry, 1999).

Este artigo propõe estruturas de sincronismo monofásicas e trifásicas baseadas no filtro de Kalman o qual evita a maior complexidade de implementação encontrada na abordagem utilizando filtro de Kalman estendido. Como será mostrado, os ganhos de Kalman podem ser calculados previamente e, portanto, pode-se implementar o filtro com ganhos fixos. A presente proposta é capaz de gerar os sinais de sincronismo a partir de sinais que possam conter harmônicos e ruídos de medida. Para isso, utiliza-se um modelo matemático que considera os harmônicos presentes no sinal. O modelo matemático utilizado também contempla a possibilidade de ocorrência de transitórios de tensão. Como tal modelo envolve a freqüência da rede que, pode sofrer variações, também propõe-se a identificação da freqüência fundamental. O procedimento utilizado para a identificação da freqüência baseia-se no princípio do modelo interno (Francis e Wonham, 1976) de uma maneira similar a apresentada em (Brown e Zhang, 2004) porém, com uma modificação no sinal de entrada do algoritmo o qual é, aqui, formulado de maneira discreta. Para o caso trifásico também considera-se a possibilidade das tensões da rede estarem desequilibradas. Adicionalmente, como o filtro de Kalman é um algoritmo ótimo, tem-se que os resultados obtidos através deste fornecem um bom compromisso entre resposta transitória e rejeição aos ruídos de medida. Caso o modelo dinâmico estocástico do processo a ser filtrado seja totalmente conhecido, obtém-se, então, o filtro linear ótimo em relação a diversos critérios de otimização (Maybeck, 1979).

Para se analisar o desempenho das estruturas propostas, estas são comparadas com outros métodos de sincronismo. Para o caso trifásico são realizadas comparações com o EPLL (Karimi-Ghartemani e Iravani, 2004), o NPSF (de Camargo e Pinheiro, 2006) e o PLL de eixos síncronos (Chung, 2000). Em (Karimi-Ghartemani e Iravani, 2004), é apresentada uma análise comparativa entre o EPLL e diversos métodos de sincronismo, tais como os métodos baseados em: filtro passabaixas, filtro em espaço de vetores, filtro de Kalman estendido, mínimos-quadrados ponderado e PLL trifásico. De acordo com os autores, o EPLL apresenta o melhor desempenho no cenário analisado entre os seis métodos analisados. O NPSF, proposto em (de Camargo e Pinheiro, 2006) é um método de implementação relativamente simples e adiciona ao método baseado em filtros passa-baixas a capacidade de lidar com desequilíbrios de tensão e variação de freqüência. Para o caso monofásico são realizadas comparações com o EPLL e o PLL de eixos síncronos de atraso de transporte (Silva et al., 2004).

Este artigo está organizado como segue: a seção 2 apresenta uma síntese das equações do filtro de Kalman. A seção 3 introduz a modelagem matemática de um sinal contendo harmônicos. A identificação da freqüência da rede é descrita na seção 4. Os métodos de sincronismo propostos estão apresentados na seção 5. Na seção 6 é mostrada uma análise comparativa de desempenho dos métodos propostos. Resultados relativos a implementação em ponto fixo em DSP TMS320F2812 são apresentados na seção 7. Resultados experimentais, em tempo real, são mostrados na seção 8.

#### 2 EQUAÇÕES DO FILTRO DE KALMAN

Considere um sistema dinâmico representado pelo seguinte modelo estocástico

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + \Gamma_k \gamma_k, \tag{1}$$

$$y_k = F_k x_k + \nu_k, \tag{2}$$

 $\dim x_k = n \times 1, \ \dim y_k = r \times 1, \ \dim \gamma_k = p \times 1, \ (3)$ 

onde  $\gamma_k$  e  $\nu_k$  são seqüências de ruído branco gaussiano, não correlacionadas, com médias e covariâncias dadas por

$$E\{\gamma_i\} = 0, \ E\{\gamma_i\gamma_j^T\} = Q_i\delta_{ij},\tag{4}$$

$$E\{\nu_{i}\} = 0, \ E\{\nu_{i}\nu_{i}^{T}\} = R_{i}\delta_{ii},$$
(5)

$$E\{\gamma_i \nu_j^T\} = 0, \ E\{\gamma_i x_j^T\} = 0, \ E\{\nu_i x_j^T\} = 0, \ \forall i, j, \quad (6)$$

onde  $E\{\cdot\}$  representa o operador matemático esperança e  $\delta_{ij}$  denota a função delta de Kronecker. As matrizes  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$  e  $F_k$  têm dimensões adequadas.

Denotando-se por  $\hat{x}_{k+1|k}$  a estimativa do vetor de estados  $x_{k+1}$ , calculado no instante de tempo  $t_k$ , a equação de filtragem é dada por (Brown, 1992):

$$\hat{x}_{k+1|k} = \Phi_k \hat{x}_{k|k-1} + K_k \left( y_k - F_k \hat{x}_{k|k-1} \right)$$
(7)

onde

$$K_{k} = \Phi_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} \left( F_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} + R_{k} \right)^{-1}$$
(8)

é denominado ganho de Kalman e

$$P_{k+1|k} = \Phi_k P_{k|k-1} \Phi_k^T - K_k F_k P_{k|k-1} \Phi_k^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T$$
(9)

é a matriz de covariância dos erros de estimação do vetor  $x_{k+1}$ , calculada no instante de tempo  $t_k$ , isto é,

$$P_{k+1|k} \triangleq E\left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T \right\}.$$
 (10)

Vide (Brown, 1992) e (Hemerly, 2000) para detalhes. As condições iniciais são  $\hat{x}_{0|-1}$  and  $P_{0|-1}$ .

## 3 MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SI-NAL CONTENDO HARMÔNICOS

Para o emprego do filtro de Kalman, descrito na seção 2, é necessário um modelo matemático do sistema dinâmico em questão. Esta seção descreve a obtenção de um modelo matemático, que represente, de forma adequada, as dinâmicas existentes em um sinal de tensão da rede. Na modelagem aqui apresentada, considera-se, inicialmente, um sinal contendo apenas a componente fundamental e, em seguida, incluem-se as componentes harmônicas.

Considere um sinal com amplitude  $A_k$ , freqüência angular  $\omega_k$  e fase  $\theta_k$ 

$$S_k = A_k \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \theta_k). \tag{11}$$

Seja

$$x_{1_k} = A_k \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \theta_k) \tag{12}$$

e

$$x_{2_k} = A_k \cos(\omega_k t_k + \theta_k). \tag{13}$$

Inicialmente, considere  $A_{k+1} \approx A_k$ ,  $\omega_{k+1} \approx \omega_k$ ,  $\theta_{k+1} \approx \theta_k$ . No instante de tempo  $t_{k+1} = t_k + T_s$  o sinal S pode ser expresso como

$$S_{k+1} = A_{k+1} \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \omega_k T_s + \theta_{k+1}) = x_{1_{k+1}}$$
  
=  $x_{1_k} \cos(\omega_k T_s) + x_{2_k} \operatorname{sen}(\omega_k T_s)$  (14)

onde  $T_s$  é o período de amostragem.

Adicionalmente,

$$x_{2_{k+1}} = A_{k+1} \cos(\omega_k t_k + \omega_k T_s + \theta_{k+1}) = -x_{1_k} \sin(\omega_k T_s) + x_{2_k} \cos(\omega_k T_s).$$
(15)

De modo a modelar variações de amplitude ou de fase no sinal, considera-se um vetor de perturbação  $[\gamma_1 \ \gamma_2]_k^T$  nos estados do sistema. Portanto, a representação do sinal em variáveis de estado torna-se

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_k T_s) & \sin(\omega_k T_s) \\ -\sin(\omega_k T_s) & \cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}_k,$$
(16)
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \nu_k$$
(17)

onde  $\nu_k$  representa o ruído de medida.

Caso o sinal  $S_k$  seja constituído por n freqüências, isto é,

$$S_k = \sum_{i=1}^n A_{i_k} \operatorname{sen}(i\omega_k t_k + \theta_{i_k}), \qquad (18)$$

a representação em variáveis de estado torna-se

$$\begin{aligned} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{aligned} \right|_{k+1} &= \begin{bmatrix} M_{1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_{n} \end{bmatrix}_{k} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_{k} + \begin{bmatrix} \gamma_{1} \\ \gamma_{2} \\ \vdots \\ \gamma_{2n-1} \\ \gamma_{2n} \end{bmatrix}_{k} \end{aligned}$$
(19)  
$$y_{k} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_{k} + \nu_{k} \tag{20}$$

onde

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_k T_s) & \sin(i\omega_k T_s) \\ -\sin(i\omega_k T_s) & \cos(i\omega_k T_s) \end{bmatrix}.$$
 (21)

O modelo matemático (19)-(21) tem a mesma forma do modelo dinâmico (1)-(2), necessário para o uso do filtro de Kalman. Nota-se que, neste modelo, é necessário o conhecimento da freqüência angular fundamental da rede, que pode sofrer variações. Geralmente, em grandes sistemas de potência, a variação de freqüência não é representativa, uma vez que esta deve ser regulada, no máximo, entre  $\pm 1 Hz$ , de acordo com a (IEC 61000-2-2, 2001). Entretanto, em alguns casos, como, por exemplo em sistemas autônomos, a freqüência pode variar fora dessa faixa.

Caso a freqüência considerada no modelo matemático seja diferente do valor verdadeiro, as estimativas fornecidas pelo filtro não serão acuradas. Portanto, é necessária a identificação, em tempo real, da freqüência da rede para a atualização do modelo matemático utilizado no filtro de Kalman. Isto é realizado através do método descrito na próxima seção.

### 4 IDENTIFICAÇÃO DA FREQÜÊNCIA

Como a freqüência da rede pode variar dentro de certos limites, é necessário que esta seja atualizada no modelo matemático utilizado pelo filtro de Kalman. O método para a identificação da freqüência fundamental proposto baseia-se no princípio do modelo interno (Francis e Wonham, 1976).

Com base neste princípio, considerando-se um sistema dinâmico estável em malha fechada, como mostrado na figura 1, com

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)}$$
(22)

própria e coprima, e um sinal de entrada  $R_w(z)$  senoidal, isto é,

$$R_w(z) = \frac{N_R(z)}{D_R(z)} = \frac{z^2 \mathrm{sen}(\omega_w T_s)}{z^2 - 2\cos(\omega_w T_s)z + 1},$$
 (23)

#### 496 Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006

caso os pólos instáveis de  $R_w(z)$  sejam reproduzidos por G(z), isto é,  $D(z) = D_R(z)$ , então,

$$\lim_{k \to \infty} e(kT_s) = \lim_{k \to \infty} [r_w(kT_s) - y_w(kT_s)] = 0.$$
 (24)

Com estas considerações, uma possível função de transferência G(z), para o sistema dinâmico mostrado na figura 1, de onde se deriva o identificador de freqüência é

$$G(z) = K_w \frac{z^2 - \cos(\omega T_s)}{z^2 - 2\cos(\omega T_s)z + 1}.$$
 (25)



Figura 1: Sistema dinâmico baseado no princípio do modelo interno.

A função de transferência (25) pode ser realizada por

$$\begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ K_w \end{bmatrix} e_k,$$
(26)
$$(x_w) = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ K_w \end{bmatrix} + K e_k = (27)$$

$$y_{w_k} = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}_k + K_w e_k \qquad (27)$$

onde  $\omega_k$  é, em k = 0, considerado como tendo o valor nominal da freqüência angular da tensão da rede. Posteriormente, este valor será atualizado através do algoritmo de identificação da freqüência que será desenvolvido, para que a equação (24) seja satisfeita.

Seja, agora,

$$r_{w_k} = A_{w_k} \operatorname{sen}(\omega_{w_k} t_k + \theta_{w_k}) \tag{28}$$

uma referência senoidal com amplitude  $A_{w_k}$ , freqüência angular  $\omega_{w_k}$  e fase  $\theta_{w_k}$ , no instante de tempo  $t_k$ .

Considere uma referência do tipo descrito por (28) com valores constantes para  $A_{w_k}$ ,  $\omega_{w_k}$  e  $\theta_{w_k}$ , ou seja,

$$A_{w_{k+1}} = A_{w_k} = A_w, (29)$$

$$\omega_{w_{k+1}} = \omega_{w_k} = \omega_w, \tag{30}$$

$$\theta_{w_{k+1}} = \theta_{w_k} = \theta_w \tag{31}$$

e o modelo descrito por (26) e (27) com  $\omega_k$  constante, isto é,

$$\omega_{k+1} = \omega_k = \omega. \tag{32}$$

Adicionalmente, definindo-se

$$a = \cos(\omega_w T_s) - \cos(\omega T_s) \tag{33}$$

e

$$b = \operatorname{sen}(\omega_w T_s), \tag{34}$$

tem-se que o estado  $x_{w1_k}$ , a saída  $y_{w_k}$  e o erro  $e_k$  convergirão para

$$y_{w_k} = A_{y_w} \operatorname{sen} \left( \omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{y_w} \right), \tag{35}$$

$$x_{w2_k} = \frac{A_{y_w}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{x_{w2}})$$
(36)

e

$$e_k = A_e \operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{x_{w2}}), \qquad (37)$$

respectivamente, onde

$$A_{y_w} = A_w K_w \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{(2 + K_w)^2 a^2 + K_w^2 b^2}}, \qquad (38)$$

$$A_e = 2A_w \sqrt{\frac{a^2}{(2+K_w)^2 a^2 + K_w^2 b^2}},$$
 (39)

$$\varphi_{y_w} = \arctan\left(\frac{2ab}{(2+K_w)a^2 + K_w b^2}\right) \tag{40}$$

e

e

$$\varphi_{x_{w2}} = -\arctan\left(\frac{K_w b}{(2+K_w)a}\right).$$
(41)

Quando  $\omega_w = \omega$ , de acordo com a equação (35),  $y_{w_k}$  rastreará o sinal de entrada  $r_{w_k}$  com erro nulo. A partir de (37), em regime permanente, confirma-se que  $e_k = 0$ . Assim, o erro  $e_k$  constitui-se de uma informação bastante útil para a identificação de  $\omega_w$ .

Para o modelo discreto proposto, considerando-se  $\omega_w \approx \omega$ , em regime permanente, obtém-se dois sinais ortogonais, isto é,

$$y_{w_k} \approx A_w \operatorname{sen} \left( \omega_w t_k + \theta_w \right) \tag{42}$$

$$x_{w2_k} \approx -\frac{A_w}{\operatorname{sen}(\omega_w T_s)} \cos(\omega_w t_k + \theta_w).$$
(43)

Definindo-se  $\phi_k$  como

$$\phi_k = \omega_w t_k + \theta_w \tag{44}$$

tem-se que a freqüência  $\omega_w$  pode ser obtida por

$$\omega_w = \frac{\phi_{k+1} - \phi_k}{T_s} \,. \tag{45}$$

Utilizando-se (42) e (43) tem-se

$$\tan\left(\phi_{k}\right) = \frac{\operatorname{sen}(\omega_{w}t_{k} + \theta_{w})}{\cos(\omega_{w}t_{k} + \theta_{w})} = \frac{y_{w_{k}}}{\operatorname{sen}(\omega_{w}T_{s})x_{w2_{k}}},$$
 (46)

#### Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006 497

de onde

$$\phi_k = \arctan\left(\tan\left(\phi_k\right)\right). \tag{47}$$

Na equação (46) para a obtenção de  $\tan(\phi_k)$  é necessário o conhecimento de  $\omega_w$  que é desconhecido. Da hipótese de que  $\omega_w \approx \omega$ , faz-se a substituição de  $\omega_w$  por  $\omega$ . Assim,

e

$$\tan\left(\phi_{k}\right) \approx \frac{y_{w_{k}}}{\operatorname{sen}(\omega T_{s})x_{w2_{k}}} \tag{48}$$

$$\phi_k \approx \arctan\left(\frac{y_{w_k}}{\operatorname{sen}(\omega T_s) x_{w2_k}}\right).$$
 (49)

Ao invés de se utilizar a equação (45) para se obter a derivada de  $\phi_k$  será utilizada a equação (47) e a derivada contínua do arctan substituindo-se os valores contínuos requeridos pelos valores discretos, disponíveis nos instantes de tempo  $t_k$  e aproximando as derivadas contínuas por

$$\frac{d}{dt}(\bullet) \approx \frac{(\bullet)_{k+1} - (\bullet)_k}{T_s}.$$
(50)

A derivada do arctan é dada por

$$\frac{d}{dt}\arctan[\tan(\phi(t))] = \frac{1}{1+\tan(\phi(t))^2}\frac{d}{dt}\tan(\phi(t)).$$
(51)

Substituindo-se  $tan(\phi(t))$  por seu valor no instante de tempo  $t_k$ , dado por (48), utilizando-se as relações (26) e (27) e retornando o sub-índice de tempo k, (51) fornece uma estimativa da freqüência denotada por  $\hat{w}_{w_k}$ , isto é,

$$\hat{w}_{w_k} \approx \omega_k - \frac{1}{T_s} \frac{K_w \mathrm{sen}(\omega_k T_s) x_{w2_k} e_k}{\left[\mathrm{sen}(\omega_k T_s) x_{w2_k}\right]^2 + \left[y_{w_k}\right]^2} \tag{52}$$

que fornece o erro  $\hat{\omega}_{w_k} - \omega_k$ ,

$$\hat{w}_{w_{k}} - \omega_{k} \approx -\frac{1}{T_{s}} \frac{K_{w} \mathrm{sen}(\omega_{k} T_{s}) x_{w2_{k}} e_{k}}{\left[\mathrm{sen}(\omega_{k} T_{s}) x_{w2_{k}}\right]^{2} + \left[y_{w_{k}}\right]^{2}} = -\frac{1}{T_{s}} \varepsilon_{k}$$
(53)

onde

$$\varepsilon_k = \frac{K_w \operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2_k} e_k}{\left[\operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2_k}\right]^2 + \left[y_{w_k}\right]^2}.$$
(54)

Assim,  $\omega_k$  pode ser atualizado por

$$\frac{\omega_{k+1} - \omega_k}{T_s} = -K_u \frac{1}{T_s} \varepsilon_k \tag{55}$$

que fornece

$$\omega_{k+1} = \omega_k - K_u \varepsilon_k \tag{56}$$

onde  $K_u$  é um ganho escalar.

Através da equação (56) o modelo (26)-(27) é atualizado. A estrutura do identificador é representada na figura 2, onde o



Figura 2: Estrutura do identificador de freqüência.

modelo interno é dado por (26)-(27) e a freqüência é calculada por (54) e (56).

Uma vez que as medidas das tensões da rede podem estar corrompidas por ruído e harmônicos, além de poder variar em amplitude, o uso destas diretamente como  $r_{w_k}$  poderia resultar em um comportamento não desejado do identificador de freqüência. Isto é evitado através do uso do próprio sinal de sincronismo gerado pelas estruturas propostas na próxima seção.

## 5 MÉTODOS DE SINCRONISMO

Nesta seção os métodos de sincronismo monofásico e trifásico, baseados no filtro de Kalman, são apresentados. Mostra-se que, com base apenas nos sinais filtrados, obtémse os sinais de sincronismo, tanto para o caso monofásico quanto para o trifásico.

Os métodos são desenvolvidos com base nas estimativas fornecidas pelo filtro de Kalman disponíveis no instante de tempo  $t_k$ , isto é,  $\hat{x}_{k|k-1}$ . Nada impede que seja utilizado o valor predito  $\hat{x}_{k+1|k}$ . Neste caso, no instante de tempo  $t_k$ se terá de antemão, os valores preditos dos sinais de sincronismo para o instante de tempo  $t_{k+1}$ . Isto torna-se bastante vantajoso para leis de controle preditivas.

#### 5.1 Sincronismo Monofásico

Para o sincronismo monofásico é necessária a geração de um sinal em fase com a componente fundamental da tensão da rede. Observando-se a equação (19), está claro que,

$$x_{1_k} = A_k \operatorname{sen}(w_k t_k + \theta_{1_k}) \tag{57}$$

e

$$x_{2_k} = A_k \cos(w_k t_k + \theta_{1_k}), \tag{58}$$

#### 498 Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006

que são as decomposições ortogonais do fasor da tensão fundamental. Sua fase instantânea é dada por

$$\phi_{V1_k} = \omega_k t_k + \theta_{1_k}.$$
(59)

A partir de um filtro de Kalman descrito na seção 2, com modelo matemático do sinal  $S_k$  dado por (19)-(21) obtém-se as estimativas dos componentes do fasor da tensão fundamental,  $\hat{x}_{1_{k|k-1}}$  e  $\hat{x}_{2_{k|k-1}}$ . Destas estimativas, considerando-se  $A_k \neq 0$ , as funções seno e co-seno são dadas por

$$\operatorname{sen}(\phi_{V1_k}) = \frac{\hat{x}_{1_k|_{k-1}}}{A_k} = r_{w_k} \tag{60}$$

e

$$\cos(\phi_{V1_k}) = \frac{\hat{x}_{2_{k|k-1}}}{A_k}$$
(61)

onde

$$A_k = \sqrt{\hat{x}_{1_{k|k-1}}^2 + \hat{x}_{2_{k|k-1}}^2} \,. \tag{62}$$

A freqüência angular  $\omega_k$ , necessária no modelo matemático utilizado pelo filtro de Kalman, é atualizada através do algoritmo descrito na seção 4. O sinal de referência  $r_{w_k}$  é obtido através de (60). Este sinal contém apenas a componente fundamental do sinal medido e além disso é normalizado. Com isto, diminui-se a influência de componentes harmônicos e variações de amplitude do sinal medido. A figura 3 ilustra a estrutura de sincronismo monofásica proposta.



Figura 3: Estrutura de sincronismo monofásica.

O método de sincronismo monofásico além de fornecer os sinais de sincronismo pode ser útil para a análise da tensão da rede. Observando-se a equação (62) verifica-se que esta fornece a amplitude da componente fundamental da tensão da rede. Das equações (60) e (61) pode-se obter a fase instantânea da componente fundamental de tensão, isto é,

$$\phi_{V1_k} = \arctan\left(\frac{\hat{x}_{1_{k|k-1}}}{\hat{x}_{2_{k|k-1}}}\right).$$
 (63)

#### 5.2 Sincronismo Trifásico

No sincronismo trifásico, dependendo da aplicação, o grau de dificuldade é mais acentuado visto que as formas de onda das tensões, além de conterem componentes harmônicos e estarem corrompidas por ruídos de medidas, podem apresentar desequilíbrio tanto em amplitude como em fase. Em algumas aplicações, tais como equipamentos de condicionamento de energia (Campos et al., 1994) e (Song e Nam, 2000), geração distribuída (Karimi-Ghartemani e Iravani, 2004), retificadores PWM (de Camargo e Pinheiro, 2006), entre outras, é desejável que o método de sincronismo seja capaz de rejeitar estas perturbações e gerar um fasor de sincronismo em fase com a seqüência positiva das tensões da rede.

Dadas as tensões de fase fundamentais  $v_{a_k}^f$ ,  $v_{b_k}^f$  e  $v_{c_k}^f$ , as componentes de seqüência positiva podem ser obtidas através de (Fortescue, 1918)

$$\begin{bmatrix} v_a^+\\ v_b^+\\ v_c^+ \end{bmatrix}_k = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2\\ \alpha^2 & 1 & \alpha\\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^f\\ v_b^f\\ v_c^f \end{bmatrix}_k$$
(64)

onde  $\alpha = e^{\pm j 120^{\circ}} = -(1/2) \pm (\sqrt{3}/2)e^{j90^{\circ}}$ . Definindo-se  $S_{90}$  como o operador de deslocamento  $90^{\circ}$  de fase, isto é,  $S_{90} = e^{j90^{\circ}}$ , (64) pode ser reescrita como

Os valores de  $v_{a_k}^f$ ,  $v_{b_k}^f$  e  $v_{c_k}^f$  e seus componentes em quadratura  $S_{90}(v_{a_k}^f)$ ,  $S_{90}(v_{b_k}^f)$  e  $S_{90}(v_{c_k}^f)$  são obtidos diretamente do filtro de Kalman devido a (57) e (58). Isto evita a necessidade de filtros adicionais para o deslocamento de fase da componente fundamental de forma a se obter as componentes em quadratura.

Para a obtenção dos sinais de sincronismo, geralmente requeridos por conversores conectados a rede, as componentes de seqüência positiva da tensão fundamental são representadas no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , isto é,

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}^{+} \\ v_{\beta}^{+} \end{bmatrix}_{k} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{a}^{+} \\ v_{b}^{+} \\ v_{c}^{+} \end{bmatrix}_{k}.$$
 (66)

De formar a simplificar as transformações (65) e (66), estas podem ser combinadas, isto é,

$$v_{\alpha\beta_k}^+ = T_1 v_{abc_k}^f + T_2 S_{90} v_{abc_k}^f \tag{67}$$

onde

$$v_{\alpha\beta_{k}}^{+} = \begin{bmatrix} v_{\alpha}^{+} \\ v_{\beta}^{+} \end{bmatrix}_{k}, \quad v_{abc_{k}}^{f} = \begin{bmatrix} v_{a}^{J} \\ v_{b}^{f} \\ v_{c}^{f} \end{bmatrix}_{k}, \quad (68)$$

Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006 499

$$T_1 = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \end{bmatrix},$$
 (69)

$$T_2 = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$
 (70)

Portanto, considerando-se  $||v_{\alpha\beta_k}^+|| \neq 0$  os sinais de sincronismo são dados por

$$\operatorname{sen}(\phi_{Va_{k}}^{+}) = \frac{v_{\alpha_{k}}^{+}}{\|v_{\alpha\beta_{k}}^{+}\|} = r_{w_{k}}$$
(71)

e

e

$$\cos(\phi_{Va_k}^+) = \frac{v_{\beta_k}^+}{\|v_{\alpha\beta_k}^+\|} \tag{72}$$

onde

$$\|v_{\alpha\beta_k}^+\| = \sqrt{(v_{\alpha_k}^+)^2 + (v_{\beta_k}^+)^2} .$$
(73)

Para a atualização da freqüência da rede no modelo matemático dos filtros de Kalman, novamente, é utilizado o algoritmo descrito na seção 4. O sinal de referência  $r_{w_k}$  é obtido de (71). A figura 4 representa o método de sincronismo trifásico proposto.



Figura 4: Estrutura de sincronismo trifásica.

De modo similar ao método monofásico, a estrutura de sincronismo trifásica pode fornecer informações sobre as componentes de seqüência positiva. Das equações (71) e (72) pode-se obter a fase instantânea da componente de següência positiva da fundamental de tensão, isto é,

$$\phi_{Va_k}^+ = \arctan\left(\frac{v_{\alpha_k}^+}{v_{\beta_k}^+}\right) \tag{74}$$

enquanto a amplitude da componente de seqüência positiva é dada por

$$A_k^+ = \|v_{\alpha\beta_k}^+\|.$$
(75)

#### ANÁLISE DE DESEMPENHO 6

O desempenho das estruturas de sincronismo propostas, aqui denominadas FK-PLL, é avaliado através de uma série de simulações. Para o caso trifásico são realizadas comparações com três outras estruturas de sincronismo. Duas destas estruturas foram recentemente reportadas, o EPLL e o NPSF. A terceira estrutura comparada é o PLL baseado em eixos síncronos (Chung, 2000). Em relação ao NPSF, proposto em (de Camargo e Pinheiro, 2006), os autores utilizaram uma discretização baseada no segurador de ordem zero. Entretanto, esta discretização adiciona erro de fase dos sinais de sincronismo gerados. Nas análises que se seguem neste artigo, a discretização foi realizada de forma a garantir fase zero e ganho unitário na freqüência nominal da rede. No caso monofásico são realizadas comparações com o EPLL e o PLL de eixos síncronos de atraso de transporte (Silva et al., 2004).

Para se especificar o cenário da análise comparativa, considerou-se as recomendações encontradas em normas internacionais. As simulações foram realizadas em ambiente Matlab. O nível de compatibilidade para a taxa de distorção harmônica total, de acordo com a (IEC 61000-2-2, 2001) é DHT = 8% para efeitos de longa duração e DHT = 11%para efeitos de curta duração. A (IEEE Std 519-1992, 1993) é mais rígida, permite uma DHT = 5% ou menos, dependendo da tensão do barramento. Assim, considerou-se tensões de rede com DHT = 11,5% e com ruído de medida com média zero e covariância  $R = 200 V^2$ . As componentes fundamentais das tensões utilizadas nas simulações apresentam freqüência nominal f = 60 Hz e, desconsiderando-se o desequilíbrio, são dadas por

$$\begin{aligned} v_a^f &= \sqrt{2} * 127 \angle 0^{\circ} V, \\ v_b^f &= \sqrt{2} * 127 \angle -120^{\circ} V, \\ v_c^f &= \sqrt{2} * 127 \angle +120^{\circ} V. \end{aligned}$$
 (76)

Em relação ao desequilíbrio de tensão, a (IEC 61000-2-2, 2001) permite uma componente de seqüência negativa de 2% em relação a componente de seqüência positiva. A norma (IEC 60034, 1996) requer que os geradores forneçam continuamente a saída estipulada com o fator de potência nominal em uma faixa de  $\pm 5\%$  na tensão. Nas simulações, considerou-se um forte desequilíbrio de -0, 2 pu na fase c. A figura 5 apresenta as formas de onda das tensões para DHT = 11,5% e desequilíbrio de -0,2 pu na fase c, enquanto a figura 6 mostra o espectro de freqüência das tensões de fase consideradas. Estas formas de onda foram utilizadas nos testes que seguem. Em alguns testes, onde alguma variável específica é utilizada, esta é indicada.

Variações temporárias de freqüência são permitidas dentro do intervalo de  $\pm 1$  Hz de acordo com a (IEC 61000-2-2, 2001). Variações de freqüência na geração são o foco da norma (IEEE Std C37.106-2003, 2003), que limita a operação de geradores síncronos fora da freqüência de operação padrão. Os limites dependem de cada fabricante e, geralmente, estão entre 57-63 Hz, dependendo do tipo de turbina

Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006 500



Figura 5: Tensões distorcidas e desequilibradas.



Figura 6: Espectro de freqüências das tensões de fase.

empregada. Já a norma (IEC 60034, 1996) permite uma variação de  $\pm 2\%$  na freqüência. Fora destes intervalos a (IEC 60034, 1996) recomenda que a operação seja limitada em tempo e freqüência de ocorrência. Adicionalmente, os fabricantes podem impor restrições rígidas de tempo de operação para os geradores para operações abaixo de 95% ou acima de 103% da freqüência estipulada (57 Hz ou 61, 8 Hz para um sistema em 60 Hz). Estas informações são úteis para a simplificação da implementação digital dos métodos de sincronismo propostos nestes artigo, como será mostrado na seção 7.

De forma a se realizar uma comparação entre os diferentes algoritmos de sincronismo, utilizou-se um cenário em que todos os algoritmos de sincronismo apresentam o mesmo desempenho transitório. Visto que o NPSF é baseado em filtros passa-baixa, não há muita flexibilidade para o ajuste de sua resposta transitória. Dessa forma, a resposta deste algoritmo é utilizada como referência para o ajuste do comportamento das demais estruturas de sincronismo. A freqüência de amostragem utilizada é de 10, 5 kHz.

Em relação ao método proposto, o modelo matemático utilizado no filtro de Kalman incorpora a fundamental,  $3^a$ ,  $5^a$ ,  $7^a$  e  $11^a$  componente harmônica. A covariância do ruído de medida vale  $R = 200 V^2$  que advém da covariância utilizado para a geração dos ruídos de medida nas simulações. A matriz de covariância dos ruídos de estado vale  $Q = 0,05 * I_{10\times10} V^2$  e é definida para produzir um desempenho transitório semelhante aos demais algoritmos.

Para o cálculo do ganho  $K_w$  da função de transferência de segunda ordem G(z), vide (25), considera-se a freqüência natural igual a freqüência angular nominal da tensão da rede, isto é,  $\omega_n = \omega = 377 \ rad/s$  e um coeficiente de amortecimento  $\xi = 0,707$  de forma a se obter um desempenho transitório suficientemente rápido porém com pouco sobresinal. Assim, de acordo com (Ogata, 1994) tem-se

$$|z| = e^{-T_s \xi \omega_n} \tag{77}$$

e

$$z = T_s \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \, (rad). \tag{78}$$

Substituindo-se os valores de  $\omega_n$  e  $\xi$  definidos obtém-se as raízes da equação característica em malha fechada, isto é,

L

$$z = 0,975 \pm 0,025. \tag{79}$$

Das raízes desejadas em malha fechada e da equação característica em malha fechada, resolvendo-se para  $K_w$ , obtém-se  $K_w = 0,052$ .

O ganho  $K_u$  é responsável pela velocidade de convergência da freqüência identificada. Definindo-se  $K_u = 1/T_i$  e assumindo-se uma entrada constante aplicada no integrador,  $T_i$  representa o tempo que o integrador demanda para que sua saída seja igual ao valor da entrada, partido-se de condições iniciais nulas. Assim, desejando-se que a convergência da freqüência identificada seja rápida, atribui-se a  $T_i$  um valor reduzido. Entretanto, ganhos elevados de  $K_u$  podem levar o sistema a instabilidade. Dessa forma, para um  $T_i = 0.05 s$ obtém-se um  $K_u = 20$  o qual permite um desempenho satisfatório ao integrador.

A figura 7 mostra o erro RMS em regime permanente que ocorre na detecção do ângulo de fase devido a presença de ruídos de medidas. Para um sinal altamente corrompido por ruídos de medida (S/R = 0 dB), o erro dos métodos propostos é praticamente duas vezes menor do que o apresentado pelo demais métodos. Diminuindo-se o ruído, o desempenho dos métodos propostos melhora e, acima de S/R = 25 dB, o erro RMS está abaixo de  $0, 5^{\circ}$  para o método monofásico



Figura 7: Comparação de desempenho na presença de ruído de medida.

e abaixo de  $0, 2^{\circ}$  para o método trifásico. Observa-se que o erro do método trifásico é menor do que o erro do método monofásico. Isto deve-se ao fato de que para a geração dos sinais de sincronismo no método monofásico é utilizado apenas a informação de um sinal, a tensão de fase filtrada. No método trifásico tem-se a informação de três sinais para a obtenção do sinal de sincronismo, ou seja, as três tensões de fase filtradas. A existência de maior informação leva a redução do erro, conforme pode ser observado na figura 7 e nas que se seguem.

A influência das harmônicas é analisada através de um conjunto composto por três simulações. Na primeira, apresentada na figura 8 a amplitude da  $5^a$  harmônica é tomada como variável. A medida que o parâmetro varia de zero até 0, 5 pu, observa-se que os FK-PLLs são praticamente insensíveis a esta componente harmônica, uma vez que esta componente está presente no modelo matemático utilizado no filtro. O erro é de, aproximadamente,  $0, 5^\circ$  para o caso monofásico e de  $0, 3^\circ$  para o caso trifásico.

Na segunda simulação, a presença de harmônicos não modelados é analisada pela injeção de um sub-harmônico de 30~Hz. A figura 9 mostra a influência do sub-harmônico no erro RMS em regime permanente a medida que sua amplitude varia de zero até 0, 5~pu. Os métodos propostos, em relação aos métodos utilizados para comparação, apresentam desempenho superior. Para 0, 5~pu de sub-harmônica o método trifásico é praticamente duas vezes melhor que o EPLL e o PLL e três vezes melhor que o NPSF. No caso monofásico o FK-PLL ainda apresenta desempenho superior.



Figura 8: Comparação de desempenho na presença de harmônicos.



Figura 9: Comparação de desempenho na presença de subharmônicos (30 Hz).

Na terceira simulação, considera-se a influência de um interharmônico de 187, 5 Hz. O erro causado pela injeção deste inter-harmônico é apresentado na figura 10 onde observa-se que os métodos propostos apresentam melhor desempenho, em relação aos demais. Para uma amplitude de 0, 5 pu o erro RMS para o método monofásico é menor que  $1, 5^{\circ}$  e para o método trifásico é menor que  $0, 5^{\circ}$ .



Figura 10: Comparação de desempenho na presença de interharmônicos (187, 5 Hz).

Uma análise do impacto que desequilíbrios nas tensões da rede causam nos algoritmos analisados são apresentados na figura 11. Para gerar o desequilíbrio de amplitude, a tensão da fase c é reduzida de até 0, 5 pu. Para o desequilíbrio de fase, a tensão da fase c é defasada de até  $25^{\circ}$ . Nota-se que o os algoritmos que consideram a seqüência positiva das tensões para sincronismo são insensíveis a este tipo de perturbação enquanto o PLL, por não considerar esta informação apresenta um erro que é função do desequilíbrio. Novamente, o FK-PLL apresenta desempenho superior aos dos demais métodos de sincronismo.

Embora as normas estabeleçam que as variações de freqüência sejam pequenas, uma análise de uma variação do tipo degrau nos traz uma compreensão do comportamento dos métodos de sincronismo em uma situação real. Já os degraus de fase podem ocorrer devido, por exemplo, a desligamentos, religamentos de cargas ou contingências. Assim, os efeitos de um degrau de freqüência e de fase, para uma realização típica, são mostrados nas figuras 12 e 13, respectivamente. A figura 12 mostra o erro na estimativa da fase que ocorre devido a um degrau de 2,5 Hz na freqüência do sinal de entrada no instante de tempo  $t = 0,08 \ s$ . Um erro máximo de cerca de  $-8^{\circ}$  para o método monofásico é observado mas decai em aproximadamente 8 ciclos. A influência de um degrau de fase de  $10^{\circ}$  em t = 0,08 s é mostrado na figura 13. Similarmente, um pico de, aproximadamente,  $-10^{\circ}$ , o qual decai em aproximadamente 4 ciclos, é observado.

A influência de variações de amplitude do sinal de entrada, para uma realização típica, é mostrada na figura 14. Um de-



Figura 11: Comparação de desempenho na presença de desequilíbrios.



Figura 12: Resposta dos métodos propostos para um degrau de freqüência de 2,5 Hz em 0,08 s.

grau de -0, 2 pu é aplicado em todas as fases em t = 0, 08 s. Uma vez que as estruturas propostas utilizam-se de um sinal normalizado para gerar as funções seno e co-seno, estas são, praticamente, imunes a variações na amplitude do sinal de entrada.

A análise espectral das formas de onda geradas pelas estruturas de sincronismo monofásica e trifásica são apresentadas nas figuras 15 e 16 onde observa-se que as estruturas propos-



Figura 13: Resposta dos métodos propostos para um degrau de  $10^{\circ}$  em  $0,08 \ s.$ 



Figura 14: Resposta dos métodos propostos para um degrau de amplitude de -0, 2 pu em 0, 08 s.

tas são, praticamente, imunes à presença de harmônicos e de ruídos de medida.

## 7 IMPLEMENTAÇÃO DIGITAL

Para validar as simulações prévias, os algoritmos propostos foram implementados em um processador digital de sinais de ponto fixo de 32 bits (TI-TMS320F2812). Nesse tipo de



Figura 15: Espectro de freqüências do seno e co-seno gerados pela estrutura monofásica.



Figura 16: Espectro de freqüências do seno e co-seno gerados pela estrutura trifásica.

dispositivo, deve-se ter atenção para garantir o desempenho desejado devido a limitação do tamanho das palavras e a precisão do dispositivo. Nas figuras que se seguem deve ser observado que as formas de onda das tensões estão fora de escala e servem apenas como referência.

Para a implementação dos filtros de Kalman, é necessária a determinação do ganho de Kalman  $K_k$ , dado pela equação (8), que envolve o cálculo da matriz de covariâncias (9). Dependendo da ordem do modelo matemático utilizado, isto pode tomar um tempo considerável. Como as normas (IEC 61000-2-2, 2001), (IEC 60034, 1996) e (IEEE Std C37.106-2003, 2003) limitam a faixa de variação da freqüência da rede, pode-se utilizar ganhos de Kalman fixos, calculados para a freqüência nominal do sistema. Como exemplo, tomando-se como freqüência nominal f = 60 Hz, e considerando-se o modelo utilizado na seção 6, tem-se:

$$K_{\infty_{60}} = \begin{bmatrix} 21,1726 & -0,0848 & 21,1721 & -0,1728 & \dots \\ \dots & 21,1727 & 0,0693 & 21,1161 & 1,5481 & \dots \\ \dots & 21,0486 & -2,2893 \end{bmatrix}^T * 10^{-3}.$$
(80)

Tomando-se variações de freqüência dentro da faixa f = [57, 63] Hz tem-se para f = 57 Hz o seguinte valor para o ganho de Kalman:

$$K_{\infty_{57}} = \begin{bmatrix} 21, 1755 & -0, 0138 & 21, 1755 & 0, 0442 & \dots \\ \dots & 21, 1708 & 0, 4475 & 21, 0667 & 2, 1436 & \dots & (81) \\ \dots & 21, 1175 & -1, 5662 \end{bmatrix}^T * 10^{-3}$$

e para f = 63 Hz tem-se:

$$K_{\infty_{63}} = \begin{bmatrix} 21, 1698 & -0, 1531 & 21, 1670 & -0, 3811 & \dots \\ \dots & 21, 1684 & -0, 2933 & 21, 1478 & 0, 9789 & \dots \\ \dots & 20, 9592 & -2, 9831 \end{bmatrix}^{T} * 10^{-3}.$$
(82)

Os efeitos desta aproximação realizada no ganho de Kalman podem ser observados através das figuras 17 e 18. Nestas figuras estão representadas as respostas em freqüência do filtro de Kalman utilizando-se o ganho de Kalman obtido para a freqüência verdadeira e a resposta para o ganho aproximado obtido considerando-se a freqüência nominal da rede. Verifica-se uma aproximação bastante grande das curvas indicando que os efeitos desta aproximação nas estimativas fornecidas pelo filtro serão pequenos.

A figura 19 apresenta a resposta em freqüência para os estados  $x_1 e x_2$  do filtro de Kalman considerando-se a freqüência da rede como f = 60 Hz. Observa-se que o filtro tem uma grande rejeição das componentes harmônicas consideradas no modelo matemático. Na freqüência fundamental, tem-se ganho unitário e defasagem de 0° e 90° para os estados  $x_1$  e  $x_2$  respectivamente.

As figuras 20 e 21 apresentam os os erros de magnitude, em dB, e de fase, em graus, que ocorrem ao se utilizar ganhos fixo. Observa-se que mesmo utilizando-se ganhos projetados para o valor nominal de freqüência, isto é, f = 60 Hz, caso o modelo matemático utilizado pelo filtro seja atualizado com o valor verdadeiro da freqüência, tanto o erro de magnitude quanto o de fase são desprezíveis.



Figura 17: Resposta em freqüência dos filtros de Kalman considerando-se f = 57 Hz e utilizando-se K obtido para f = 60 Hz.



Figura 18: Resposta em freqüência dos filtros de Kalman considerando-se f = 63 Hz e utilizando-se K obtido para f = 60 Hz.

Deve-se observar que a implementação do filtro de Kalman com ganhos fixos é uma das técnicas mais conhecidas disponíveis para se reduzir o custo computacional de seu processamento (Gelb et al., 1996) e (Maybeck, 1979). É possível mostrar que o filtro de Kalman assim obtido é idêntico a outro filtro ótimo, o filtro de Wiener (Maybeck, 1979). Entretanto, a capacidade do filtro de convergir rapidamente é reduzida. Esta capacidade é dependente do ganho variante para ponderar mais fortemente as primeiras medidas, pois a incerteza inicial sobre o valor do estado é grande. Isto é explicitado no valor inicial escolhido para  $P_{0|-1}$ . O tempo necessário para os erros do filtro com ganhos fixos se aproximarem dos valores em regime permanente é, obviamente, uma função do cenário em questão.

Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006 505



Figura 19: Resposta em freqüência dos filtros de Kalman considerando-se f = 60 Hz.



Figura 20: Erro introduzido pelo uso do ganho de Kalman fixo calculado para f = 60 Hz porém considerando-se f = 57 Hz no modelo matemático utilizado pelo filtro.

Dentro dos limites estabelecidos para variação de freqüência e observando-se os ganhos em regime obtidos, vide (80), (81) e (82) verifica-se que a diferença entre estes valores é pequena. Isto é também evidente nos diagramas de Bode mostrados nas figuras 20 e 21. A ponderação da inovação na propagação dos estados do filtro por estes ganhos será praticamente a mesma, não afetando consideravelmente seu desempenho transitório. O desempenho transitório está fortemente relacionado com os parâmetros de projeto dos métodos de sincronismo propostos, isto é, as matrizes Q, R e os ganhos  $K_w$  e  $K_u$  sendo que as matrizes Q e R dependem das características estocásticas do sistema a ser filtrado. Assim, o principal fator de impacto na redução do desempenho dos métodos de sincronismo propostos é a variação da freqüência da rede, a qual aparece no modelo matemático



Figura 21: Erro introduzido pelo uso do ganho de Kalman fixo calculado para f = 60 Hz porém considerando-se f = 63 Hz no modelo matemático utilizado pelo filtro.

utilizado pelo filtro de Kalman. Caso esta não seja atualizada, a grande rejeição aos harmônicos modelas aparecerá em freqüências diferentes das realmente existentes no sinal, bem como haverá um desvio de fase que deteriorará os sinais de sincronismo. Portanto, é bastante justificável a implementação do filtro com ganhos fixos. O ganho que se teria com o cálculo em tempo real das matrizes  $P_{k+1|k} \in K_k$ , em regime permanente, não justificaria a utilização de tempo de processamento do DSP que poderia ser empregado para realizar outras tarefas.

O comportamento das estruturas propostas, durante um degrau de freqüência de 60 Hz para 62, 5 Hz, é mostrado nas figuras 22 e 23. Em ambos os casos, monofásico e trifásico, a resposta da identificação da freqüência é bem amortecida e converge para a freqüência da rede. A geração das funções seno e co-seno, mesmo sob um transitório de freqüência, apresenta um bom desempenho.

As figuras 24 e 25 apresentam a resposta dos métodos propostos a um degrau de fase de  $10^{\circ}$ . O degrau de fase tem uma pequena influência na identificação da freqüência e a geração do seno e do co-seno apresentam um bom desempenho. A influência na identificação da freqüência deve-se ao erro que surge no identificador de freqüência até que este volte a rastrear, novamente, o sinal de entrada.

As figuras 26 e 27 mostram a resposta das estruturas de sincronismo para um degrau de amplitude de -0, 2 pu em todas as fases. A influência do degrau de amplitude sobre a identificação da freqüência é, praticamente, nula. Isto é devido ao sinal normalizado utilizado como referência para o algoritmo de identificação da freqüência. Novamente, a geração das funções seno e co-seno apresentam um bom desempe-



Figura 22: Comportamento do estrutura de sincronismo monofásica durante um degrau de 60 para 62,5~Hz em 0,0166~s.



Figura 23: Comportamento do estrutura de sincronismo trifásica durante um degrau de 60 para 62, 5 Hz em 0,0166 s.

nho.

O comportamento transitório dos métodos propostos depende, basicamente de quatro parâmetros: das matrizes Q e R associadas ao filtro de Kalman e dos ganhos  $K_w$  e  $K_u$  associados ao identificador de freqüências. Conforme já apresentado, o ganho  $K_w$  influencia o coeficiente de amortecimento  $\xi$  da função de transferência utilizada no identificador de freqüência. O ganho  $K_u$  influencia na taxa de convergência do identificador de freqüência. As matrizes Q e R são



Figura 24: Comportamento do método de sincronismo monofásico durante um degrau de fase de  $10^{\circ}$  em  $0,0166 \ s.$ 



Figura 25: Comportamento do método de sincronismo trifásico durante um degrau de fase de  $10^{\circ}$  em 0,0166 s.

as matrizes de covariância do ruído de estado e de medida respectivamente. Estas matrizes determinam a dinâmica do filtro de Kalman pois o ganho de Kalman está associado a estas matrizes (vide equação (8)). Assim, considerando-se o valor de Q fixo, um filtro com R elevado é mais lento que um filtro com R pequeno. Considerando-se R fixo, um filtro com Q elevado tende a ser mais rápido que um filtro com Q pequeno. Como trata-se de um problema de otimização, o conhecimento destas matrizes determina o filtro ótimo, ou seja, o melhor ponto de operação considerando-se rejeição de ruídos de medida e considerando-se perturbações nos esta-



Figura 26: Comportamento do método de sincronismo monofásico durante um degrau de amplitude de -0, 2 pu em 0,0166 s.



Figura 27: Comportamento do método de sincronismo trifásico durante um degrau de amplitude de -0, 2 pu em 0,0166 s.

dos. Dessa maneira, caso um sistema esteja sujeito a grande variações tais como, degraus de amplitude, de fase, deve-se incrementar o valor da matriz Q, de forma a tornar o filtro mais rápido. Entretanto, como o ganho de Kalman terá um valor maior, os efeitos do ruído de medida serão mais pronunciados. Os valores de  $Q \in R$ , ou o ganho de Kalman em regime  $K_{\infty}$  podem ser estimados através de técnicas de branqueamento de sinal, tais como as apresentadas em (Cardoso et al., 2004) e (Cardoso et al., 2005).



Figura 28: Convergência do método de sincronismo monofásico para diferentes valores de Q e  $K_u$ .



Figura 29: Convergência do método de sincronismo trifásico para diferentes valores de Q e  $K_u$ .

As figuras 28 e 29 mostram os efeitos na convergência do seno e co-seno para diferentes valores de Q e  $K_u$ . Nota-se que para valores mais elevados de Q e  $K_u$  a convergência dos sinais de sincronismo é mais rápida.

Em algumas aplicações, tais como em micro centrais de geração, deve-se manter o sincronismo mesmo durante afunda-



Figura 30: Análise de desempenho para um afundamento de 0,9 pu em 0,0166 s.

mentos de tensão trifásicos de até 0, 85 pu de acordo com as recomendações da (E.ON Netz GmbH, 2003). Os resultados para um afundamento trifásico de 0, 9 pu com a fase c desequilibrada de -20% são apresentados na figura 30, onde observa-se que as estruturas propostas continuam gerando os sinais de sincronismo com boa qualidade.

#### 8 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os métodos de sincronismo monofásico e trifásico propostos foram implementados em um processador digital de sinais de ponto fixo TI-TMS320F2812 para avaliação do desempenho em tempo real. O tempo de execução da estrutura de sincronismo monofásica foi de 13, 8  $\mu s$  enquanto que a estrutura de sincronismo trifásica demanda 23, 2  $\mu s$  utilizando-se a biblioteca IQmath (IQmath Library, 2002).

A figura 31 apresenta as formas de onda das tensões de fase consideradas nos ensaios com DHT = 5,8%, enquanto o espectro harmônico das tensões está representado na figura 32.

A figura 33 mostra os sinais de referência gerados pela estrutura de sincronismo monofásica, juntamente com o valor identificado da freqüência da rede. Observa-se que a freqüência identificada converge para o valor da freqüência da rede. O espectro de freqüências do seno e do co-seno gerados são mostrados na figura 34, onde observa-se a grande redução de componentes harmônicos nos sinais de sincronismo gerados.



Figura 31: Tensões de fase com DHT = 5,8%.



Figura 32: Espectro de freqüências das tensões de fase.

A figura 35 exibe os sinais de referência gerados pela estrutura de sincronismo trifásica e o valor identificado da freqüência da rede. Novamente, o valor identificado da freqüência converge para o valor da freqüência da rede. O espectro de freqüências do seno e do co-seno gerados são mostrados na figura 36 onde observa-se a grande atenuação de componentes harmônicos nos sinais de sincronismo gerados.

A figura 37 apresenta os sinais de sincronismo sobrepostos a tensão da rede para os casos monofásico e trifásico com tensão da rede distorcida por harmônicos. A figura 38 mostra os sinais de sincronismo sobrepostos a tensão da rede para os casos monofásico e trifásico com tensão da rede sem harmônicos. Observa-se um bom desempenho para ambas as estruturas de sincronismo propostas, mesmo para sinais de entrada distorcidos por harmônicos.



Figura 33: Resultados experimentais utilizando-se a estrutura monofásica.



Figura 34: Espectro de freqüências do seno e co-seno obtidos através da estrutura monofásica.

## 9 CONCLUSÕES

Este artigo apresenta uma nova abordagem para a obtenção de sinais de sincronismo com a rede elétrica. Foram propostos métodos de sincronismo baseados na teoria de filtragem ótima. Os métodos propostos são capazes de lidar com sinais contendo componentes harmônicos e ruídos de medida. Para sistemas trifásicos, o método proposto também considera desequilíbrio nas tensões da rede. Também se mostrou que os métodos apresentados podem ser úteis para fornecer informações sobre as tensões da rede tais como amplitudes, fase



Figura 35: Resultados experimentais utilizando-se a estrutura trifásica.



Figura 36: Espectro de freqüências do seno e co-seno obtidos através da estrutura trifásica.

instantânea e freqüência, úteis para propósitos de análise de qualidade de energia. Os métodos propostos também podem ser implementados na forma preditiva, o que é bastante útil para leis de controle preditivas.

De forma a permitir variações de freqüência da rede também foi proposta a identificação, em tempo real, da freqüência fundamental para a atualização do modelo matemático utilizado pelo filtro de Kalman. Mostrou-se que para pequenos desvios de freqüência, a partir do seu valor nominal, pode-se utilizar um filtro de Kalman com ganhos fixos, o que simpli-



Figura 37: Sinais de sincronismo gerados pelas estruturas monofásica e trifásica propostas para tensões de entrada distorcidas.



Figura 38: Sinais de sincronismo gerados pelas estruturas monofásica e trifásica propostas para tensões de entrada senoidais.

fica sobremaneira sua implementação digital. Dessa forma, o custo computacional envolvido no processo de filtragem é bastante reduzido sem comprometer o desempenho dos métodos propostos. Assim, a presente proposta considerou, em sua formulação, de maneira explícita, para a geração de sinais de sincronismo, os seguintes efeitos que podem ocorrer em um sistema real: existência de harmônicos, transitórios, ruídos de medida e variações de freqüência.

A modelagem matemática dos harmônicos presentes no sinal faz com que o filtro apresente uma grande atenuação nestas freqüências. O ajuste da matriz Q faz com que se pondere a existência de transitórios no sinal medido enquanto a matriz R pondera a existência de ruídos de medida. Estas considerações na formulação do problema levam a uma boa relação entre desempenho transitório e rejeição de ruídos de medida para a geração dos sinais de sincronismo ao mesmo tempo em que se rejeita as harmônicas presentes no sinal medido. Caso o modelo dinâmico estocástico que descreve o processo a ser filtrado seja completamente conhecido obtém-se a melhor estimativa possível da componente fundamental. A tabela 1 sintetiza as hipótese consideradas na formulação dos métodos de sincronismo propostos e dos diversos métodos analisados neste artigo.

Tabela 1: Hipóteses utilizadas na formulação das diferentes estruturas de sincronismo.

	PLL	EPLL	NPSF	FK-PLL
Ruído de medida	×	×	×	$\checkmark$
Transitórios	~	~	~	.(
de tensão	^	^	^	v
Harmônicos	×	×	$\checkmark$	$\checkmark$
Identificação	×	(	(	(
de freqüência	^	v	v	v
Desequilíbrio	×	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
Otimização	×	×	×	$\checkmark$
(-Contemplado - y - Não contemplado				

 $\checkmark$  = Contemplado  $\times$  = Não contemplado

As simulações, implementação digital e resultados experimentais mostram a eficácia dos métodos propostos e os resultados alcançados são superiores aos obtidos através dos diversos métodos utilizados para comparação. Mesmo sob a presença de harmônicos não modelados, as estruturas de sincronismo propostas apresentam desempenho superior a outros métodos presentes na literatura. Os resultados experimentais também mostram que apesar da relativa complexidade dos cálculos envolvidos no filtro de Kalman, os métodos de sincronismo propostos podem ser implementados, sem grande dificuldade em DSP, mesmo com aritmética em ponto fixo. A abordagem de implementação utilizada com ganhos de Kalman fixos é a responsável pela simplificação da implementação em DSP. Foi mostrado que os efeitos da utilização de ganhos fixos é pequena o que justifica seu emprego em detrimento do uso de ganhos variantes no tempo.

### AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos ao acadêmico Felipe Grigoletto e ao Mestre em Engenharia Márcio Stefanello pelo auxílio, durante a implementação deste trabalho, e a CAPES, CNPq e FAPERGS pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Arruda, L. N., Silva, S. M. e Filho, B. J. C. (2001). PLL structures for utility connected systems, *Record...*, Vol. 4, 36<sup>th</sup> Industry Applications Society Annual Meeting, IEEE, Chicago, pp. 2655–2660.
- Boutayeb, M. e Aubry, D. (1999). A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(8): 1550– 1556.
- Boutayeb, M., Rafaralahy, H. e Darouach, M. (1997). Convergence analysis of the extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 42(4): 581–586.
- Brown, L. J. e Zhang, Q. (2004). Periodic disturbance cancellation with uncertain frequency, *Automatica* **40**: 631–637.
- Brown, R. G. (1992). *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, 2 edn, John Wiley & Sons, New York.
- Campos, A., Joos, G., Ziogas, P. D. e Lindsay, J. F. (1994). Analysis and design of a series voltage unbalance compensator based on a three-phase VSI operating with unbalance switching functions, *IEEE Transactions on Power Electronics* **9**(3): 269–274.
- Cardoso, R., Câmara, H. T. e Gründling, H. A. (2005). Sensorless induction motor control using low-cost electrical sensors, *Records...*, 36<sup>th</sup> Annual Power Electronics Specialists Conference, IEEE, Recife, pp. 1600–1606.
- Cardoso, R., Hemerly, E. M., Câmara, H. T. e Gründling, H. A. (2004). Identification procedure for Kalman filter tuning, *Conference Record...*, VI Induscon, IEEE, Joinville-SC.
- Christiansen, G. S. (1994). Modelling of a PRML timing loop as a Kalman filter, *Proceedings...*, Vol. 2, 1994 IEEE Global Telecommunications Conference, IEEE, San Francisco, pp. 1157–1161.
- Chung, S.-K. (2000). A phase tracking system for three phase utility interface inverters, *IEEE Transactions On Power Electronics* **15**(3): 431–438.

- de Camargo, R. F. e Pinheiro, H. (2006). New synchronization method for three-phase three-wire pwm converters under unbalanced and distorted grid voltages, *Revista Brasileira de Eletrônica de Potência* **1**: 1–8.
- Driessen, P. F. (1994). DPLL bit synchronizer with rapid acquisition using adaptive Kalman filtering techniques, *IEEE Transactions on Communications* **42**(9): 2673– 2675.
- E.ON Netz GmbH (2003). E.ON Netz GmbH, Grid Code for High and Extra High Voltage, E.ON Netz GmbH.
- Fortescue, C. L. (1918). Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks, *Trans. AIEE* **37**: 1027–1140.
- Francis, B. A. e Wonham, W. M. (1976). The internal model principle of control theory, *Automatica* 12(5): 457–465.
- Gelb, A., Kasper Jr., J. F., Nash Jr., R. A., Price, C. F. e Sutherland Jr., A. A. (1996). *Applied Optimal Estimation*, 1 edn, M.I.T. Press, Cambridge, Mass.
- Gupta, S. C. (1975). Phase-locked loops, *Proceedings of the IEEE* 63: 291–306.
- Hemerly, E. M. (2000). Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos, 2 edn, Edgard Blücher LTDA., São Paulo.
- Hsieh, G.-C. e Hung, J. C. (1996). Phase-locked loop techniques-a survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 43(6): 609–615.
- IEC 60034 (1996). Rotating Electrical Machines Part 3: Specific Requirements for Turbine-Type Synchronous Machines, International Electrotechnical Commission.
- IEC 61000-2-2 (2001). Electromagnetic Compatibility (EMC) Part 2-2:Environment - Compatibility levels for low frequency conducted disturbances and signalling in public low-voltage power supply systems, International Electrotechnical Commission.
- IEEE Std 519-1992 (1993). *IEEE Recommended Practices* and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems, IEEE.
- IEEE Std C37.106-2003 (2003). *IEEE Guide for Abnormal Frequency Protection for Power Generating Plants*, IEEE.
- IQmath Library (2002). Module User's Guide C28x Foundation Software, Texas Instruments.
- Izadi, M. H. e Leung, B. (2002). PLL-based frequency discriminator using the loop filter as an estimator, *IEEE Tran*sactions on Circuit and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing 49(11): 721–727.
- 512 Revista Controle & Automação/Vol.17 no.4/Outubro, Novembro e Dezembro 2006

- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems, *Journal of Basic Engineering* Series 82D: 35–45.
- Kalman, R. E. e Bucy, R. S. (1961). New results in linear filtering and prediction, *Journal of Basic Engineering* Series 83D: 95–108.
- Karimi-Ghartemani, M. e Iravani, M. R. (2004). A method for synchronization of power electronic converters in polluted and variable-frequency environments, *IEEE Transactions on Power Systems* 19(3): 1263–1270.
- Kaura, V. e Blasko, V. (1997). Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions, *IEEE Transactions on Industry Applications* **33**(1): 58–63.
- Marafão, F. P., Deckmann, S. M., Pomílio, J. A. e Machado, R. Q. (2005). Metodologia de projeto e análise de algoritmos de sincronismo PLL, *Revista Brasileira de Ele*trônica de Potência, Special Section: Applied Control in Power Electronics **10**(1): 7–14.
- Maybeck, P. S. (1979). *Stochastic Models, Estimation and Control*, Vol. 1, 1 edn, Academic Press, New York.
- Ogata, K. (1994). *Discrete-Time Control Systems*, 2 edn, Prentice-Hall, Upper Saddle River.
- Patapoutian, A. (1999). On phase-locked loops and Kalman filters, *IEEE Transactions on Communications* **47**(5): 670–672.
- Silva, S. M., Lopes, B. M., Cardoso Filho, B. J., Campana, R. P. e Boaventura, W. C. (2004). Performance evaluation of PLL algorithms for single-phase grid-connected systems, *Record...*, Vol. 4, 39<sup>th</sup> Industry Applications Society Annual Meeting, IEEE, Seattle.
- Song, H. S. e Nam, K. (2000). Instantaneous phaseangle estimation algorithm under unbalanced voltagesag conditions, *IEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib.* 147(6): 409–415.
- Svensson, J. (2001). Synchronisation methods for grid-connected voltage source converters, *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution* 148(3): 229–235.