

Plumas em escoamento uniforme com estratificação de duas camadas

Plumes in uniform flow with two-layer stratification

Iran Eduardo Lima Neto^{1*} 

RESUMO

Plumas ocorrem quando um fluido é descarregado em outro fluido com densidade diferente, como poluentes na atmosfera. Neste trabalho, desenvolveu-se um estudo experimental em um tanque de água e modelagem matemática usando a abordagem integral com o intuito de investigar o escoamento gerado por plumas salinas em escoamento uniforme e com estratificação de duas camadas. Os resultados indicaram que a altura da camada superior (menos densa) aumentou com a vazão de retirada da camada inferior e diminuiu com o fluxo de empuxo da pluma, corroborando os resultados disponíveis na literatura para sistemas alimentados por fontes pontuais (não uniformes). Após ajuste de parâmetros presentes na teoria clássica para plumas turbulentas, foi possível prever a altura da interface com desvios máximos de $\pm 8\%$ e coeficiente de Nash-Sutcliffe de 0,98. Isso indica que o escoamento uniforme não afetou significativamente a hidrodinâmica das plumas em comparação a estudos anteriores. Por outro lado, diferentemente dos sistemas alimentados por fontes pontuais, as linhas de fluxo obtidas por meio da injeção de corante no escoamento uniforme seguiram padrão de escoamento potencial, com toda a vazão sendo direcionada para a pluma e não havendo, portanto, mistura na interface entre as duas camadas. Dessa forma, partindo do princípio de conservação de massa, foram propostas equações para gerar as linhas de fluxo ao redor das plumas, as quais foram confirmadas com os dados experimentais. Finalmente, foram apresentadas aplicações práticas do modelo proposto em sistemas de ventilação natural em edifícios e descarga de poluentes na atmosfera sob condição de inversão térmica.

Palavras-chave: convecção; modelagem matemática; poluição atmosférica; ventilação natural.

ABSTRACT

Plumes occur when a fluid is discharged into another fluid with different density, such as pollutants in the atmosphere. In this work, an experimental study was carried out in a water tank and a mathematical modelling using the integral approach was performed to investigate the flow generated by saline plumes in uniform flow with two-layer stratification. The results indicated that the upper layer's height (less dense) increased with the outflow from the lower layer, and decreased with the buoyancy flux of the plume, confirming the results available in the literature for systems supplied by point sources (non-uniform sources). After fitting the parameters of the classical theory for turbulent plumes, it was possible to predict the interface's height with a maximum deviation of $\pm 8\%$, and a Nash-Sutcliffe coefficient of 0.98. This indicates that the uniform flow did not affect significantly the plumes' hydrodynamics compared to previous studies. On the other hand, unlike the systems supplied by point sources, the streamlines obtained through the injection of dye into the uniform flow followed a potential flow pattern, with all the flow being directed to the plume, therefore not mixing at the interface between the two layers. Thus, based on the principle of mass conservation, equations were proposed to generate the streamlines around the plumes, which were validated with the experimental data. Finally, practical applications of the proposed model in natural ventilation in buildings and pollutant discharges in the atmosphere were presented.

Keywords: convection; mathematical modelling; atmospheric pollution; natural ventilation.

INTRODUÇÃO

Plumas turbulentas ocorrem devido à descarga de um fluido com densidade diferente do fluido ambiente. Essas plumas estão presentes em diversos escoamentos relacionados às engenharias sanitária e ambiental. Alguns exemplos são a descarga de poluentes no meio ambiente e a injeção de ar ou oxigênio em lagos e reservatórios (TURNER, 1994;

BLENINGER & JIRKA, 2008; SOCOLOFSKY *et al.*, 2012; PACHECO & LIMA NETO, 2017; LIMA & LIMA NETO, 2018). Conforme esquematizado na Figura 1, muitas dessas plumas ocorrem em ambientes estratificados, incluindo desde sistemas de ventilação interna de edifícios até processos de desestratificação de lagos/reservatórios ou descarga de poluentes na atmosfera sob condição de inversão térmica

¹Universidade Federal do Ceará - Fortaleza (CE), Brasil.

*Autor correspondente: iran@deha.ufc.br

Recebido: 01/04/2017 - Aceito: 12/03/2018 - Reg. ABES: 177928

(WORSTER & HUPPERT, 1983; LINDEN, 1999; WOODS, 2010; LIMA NETO *et al.*, 2016). Na Figura 1, as setas horizontais indicam a entrada do fluido ambiente ao longo da pluma até atingir a região de fluxo reverso devido ao confinamento da camada superior.

A teoria clássica para plumas turbulentas foi apresentada por Morton *et al.* (1956), os quais obtiveram equações integrais para descrever fluxos de massa, quantidade de movimento e empuxo ao longo da pluma, considerando que:

- a velocidade de entrada do fluido ambiente na pluma é proporcional à sua velocidade;
- os perfis radiais de velocidade e empuxo são similares em diferentes alturas;
- as variações de densidade somente são importantes nos termos que envolvem o empuxo.

Baines e Turner (1969) estenderam essa teoria para sistemas confinados e propuseram um modelo capaz de prever a variação da altura do gradiente de densidade h com o tempo (Figura 1). Posteriormente, Linden *et al.* (1990) desenvolveram um modelo para simular o comportamento desses sistemas, porém incluindo o efeito de alimentação e retirada de fluido nas camadas inferior e superior. Assim, quando a vazão da pluma na altura h se iguala à vazão de retirada, atinge-se um regime estacionário de estratificação de duas camadas. Diversos estudos sobre o assunto foram realizados mais recentemente, porém considerando

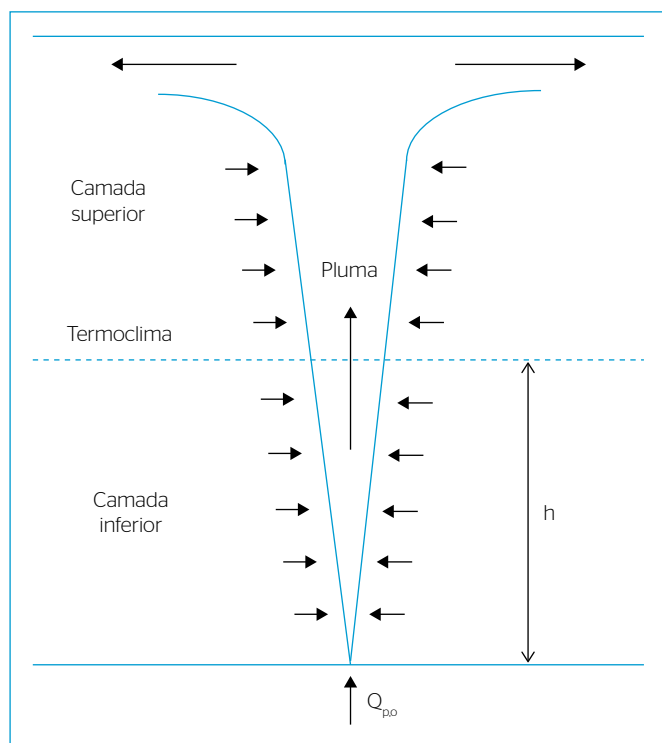


Figura 1 - Pluma turbulenta em ambiente com estratificação de duas camadas.

diferentes tipos de descarga da pluma, configurações geométricas dos tanques ou processos envolvendo o transporte de partículas/contaminantes (GLADSTONE & WOODS, 2001; BOLSTER & LINDEN, 2007; COOPER & HUNT, 2010; KUESTERS & WOODS, 2012; MINGOTTI & WOODS, 2015). Todos esses estudos, entretanto, foram conduzidos com alimentação pontual da camada fluida que contém as plumas. Cabe salientar que tal condição difere, por exemplo, daquela observada em plumas geradas na atmosfera, nas quais o fluxo que as alimenta pode ser representado por uma fonte uniformemente distribuída, conforme observado por Lima Neto *et al.* (2008). Ademais, sistemas de ventilação em edifícios e indústrias têm usado frequentemente insuflação distribuída pelo piso, que apresenta vantagens tanto em termos energéticos como ambientais em relação aos sistemas de ventilação convencionais (LIU & LINDEN, 2006; ZHANG *et al.*, 2014). Todavia, a literatura ainda carece de estudos experimentais/teóricos acerca do comportamento dessas plumas em escoamento uniformemente distribuído e com estratificação da coluna fluida.

O presente artigo teve como objetivo avaliar experimentalmente e por modelagem matemática o escoamento gerado por plumas turbulentas em escoamento uniforme e com estratificação de duas camadas. Além de contribuir para o melhor entendimento da hidrodinâmica dessas plumas, o trabalho fornece ferramentas que podem ser aplicadas em diferentes escalas, incluindo desde sistemas confinados em edifícios até a descarga de poluentes na atmosfera.

MÉTODO

Os testes foram realizados em um tanque quadrado com base de 0,4 m e altura de 0,5 m, inserido em um tanque com dimensões de 0,9 × 0,9 × 1,2 m, preenchido com água até a altura de 0,7 m, conforme mostrado esquematicamente na Figura 2. Por conveniência, foram consideradas plumas salinas com vazão volumétrica $Q_{p,o}$ e densidade $\rho_{p,o}$ superior à da água ρ_a . O escoamento, portanto, foi de cima para baixo. Foram utilizadas duas bombas peristálticas, sendo uma para alimentação da pluma e outra para retirada da solução salina da camada inferior. Em consequência dessa retirada, gerou-se um escoamento de água paralelo à pluma com a vazão de entrada no sistema (Q_a) sendo igual à vazão de retirada (Q_r). As bombas foram calibradas para fornecerem vazões volumétricas $Q_{p,o}$ e Q_r com precisão de $\pm 2\%$. As plumas foram descarregadas através de um bocal com diâmetro de 4 mm. A Tabela 1 mostra um resumo das condições experimentais adotadas no presente trabalho, sendo $B_{p,o}$ o fluxo de empuxo definido pela Equação 1:

$$B_{p,o} = Q_{p,o} g \frac{(\rho_{p,o} - \rho_a)}{\rho_a} \quad (1)$$

Em que:

g = constante gravitacional.

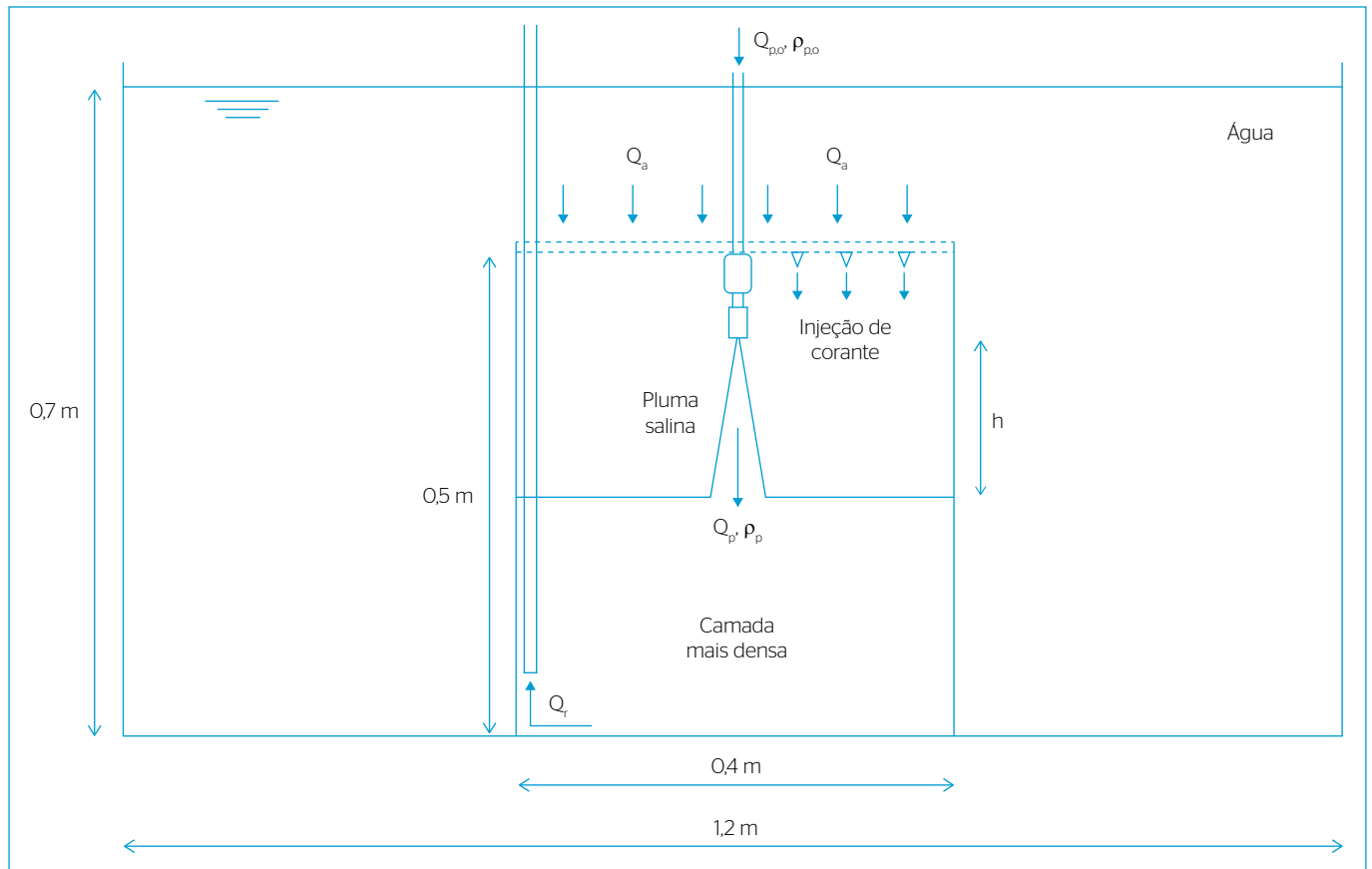


Figura 2 - Aparato experimental para avaliação de plumas salinas em escoamento paralelo e com estratificação de duas camadas.

Tabela 1 - Condições experimentais adotadas no presente estudo.

Experimento	$Q_{p,0}$ (cm ³ /s)	Q_a (cm ³ /s)	$\rho_{p,0}$ (kg/m ³)	$B_{p,0}$ (m ⁴ /s ³)
1	0,50	67	1,070	3,5E-07
2	0,75	67	1,070	5,3E-07
3	1,50	67	1,070	1,1E-06
4	3,00	67	1,070	2,1E-06
5	0,50	60	1,070	3,5E-07
6	1,00	20	1,070	7,0E-07
7	1,00	40	1,070	7,0E-07
8	1,00	60	1,070	7,0E-07
9	2,00	60	1,070	1,4E-06
10	2,00	20	1,142	2,8E-06
11	2,00	60	1,142	2,8E-06
12	0,50	40	1,034	1,8E-07
13	0,50	40	1,142	7,0E-07
14	0,50	40	1,034	1,8E-07
15	0,25	40	1,034	8,8E-08
16	1,00	40	1,034	3,5E-07
17	2,00	40	1,034	7,0E-07

Ao todo, foram realizados 17 experimentos sob diferentes condições de $Q_{p,0}$, Q_a , $\rho_{p,0}$ e $B_{p,0}$, de modo que diferentes distâncias h entre a saída do bocal e a interface pudessem ser obtidas no tanque interno, mantendo-se a condição de número de Froude densimétrico inferior a 1,0 (LIMA NETO *et al.*, 2016). Adicionou-se corante amarelo à solução salina para permitir a visualização da pluma e da evolução temporal da altura da camada inferior, até atingir a condição de estratificação estacionária da coluna de água. Conseqüentemente, foram obtidas diferentes alturas finais h para cada condição experimental. Em seguida, utilizaram-se tubos capilares para injetar gradualmente corantes vermelho e verde na lateral do bocal, com o intuito de visualizar as linhas de fluxo geradas ao redor das plumas. Atrás do tanque, utilizou-se um painel de iluminação difusa para aumentar o contraste entre os fluidos com e sem corante. As imagens foram adquiridas por uma câmera de alta resolução à taxa de uma imagem por segundo. Posteriormente, as imagens foram processadas em ambiente Matlab.

Considerando que a condição de estratificação estacionária da coluna de água ocorre quando o escoamento entra em regime permanente, pode-se afirmar, neste caso, que: $Q_{p,0} + Q_a = Q_p = Q$, isto é, a vazão da pluma à altura h (Q_p) é igual à vazão de retirada da camada

inferior (Q_r). Logo, utilizando a teoria clássica de Morton *et al.* (1956), pode-se prever a altura h por meio da Equação 2:

$$h = 0,46\alpha^{-4/5} Q_p^{3/5} B_p^{-1/5} - h_o \quad (2)$$

Sendo:

α = coeficiente de entrada turbulenta do fluido ambiente na pluma;
 B_p = fluxo de empuxo na interface entre as duas camadas, que é constante e igual a $B_{p,o}$ ao longo da pluma;
 h_o = origem virtual da pluma acima do bocal.

Neste trabalho, os valores de α e h_o foram ajustados a partir dos dados experimentais.

Por outro lado, para prever as linhas de fluxo ao redor da pluma, propõe-se a sobreposição de vetores de velocidades obtidos a partir do princípio de conservação de massa. Assim, as velocidades horizontais (u) e verticais (v) foram calculadas, respectivamente, pelas Equações 3 e 4:

$$u = \frac{dQ_p / dz}{2\pi r} \quad (3)$$

$$v = \frac{Q_a - Q_p}{A} \quad (4)$$

Em que:

z e r = distâncias axial e radial a partir do centro da pluma, respectivamente;
 A = área de entrada do escoamento paralelo no tanque.

Logo, a sobreposição das velocidades u e v forneceu linhas de fluxo teóricas que foram comparadas àquelas obtidas experimentalmente com injeção de corante (Figura 2).

Finalmente, os modelos propostos foram aplicados a diferentes sistemas envolvendo plumas turbulentas em escoamento uniformemente distribuído e com estratificação de duas camadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 3 mostra a evolução temporal em intervalos de 1 min do padrão de estratificação gerado pelas plumas salinas no tanque, sendo a altura estacionária h , obtida ao final do experimento, igual a 0,17 m (Exp. 1). O mesmo padrão de estratificação foi observado para as demais condições experimentais discriminadas na Tabela 1 (Exp. 2 a 17), porém os valores de h variaram entre 0,07 e 0,16 m para os diferentes experimentos. Consistentemente com a Equação (2), a altura h aumentou com a vazão de retirada Q_r e diminuiu com o fluxo de empuxo B_p , corroborando os resultados de Linden *et al.* (1990).

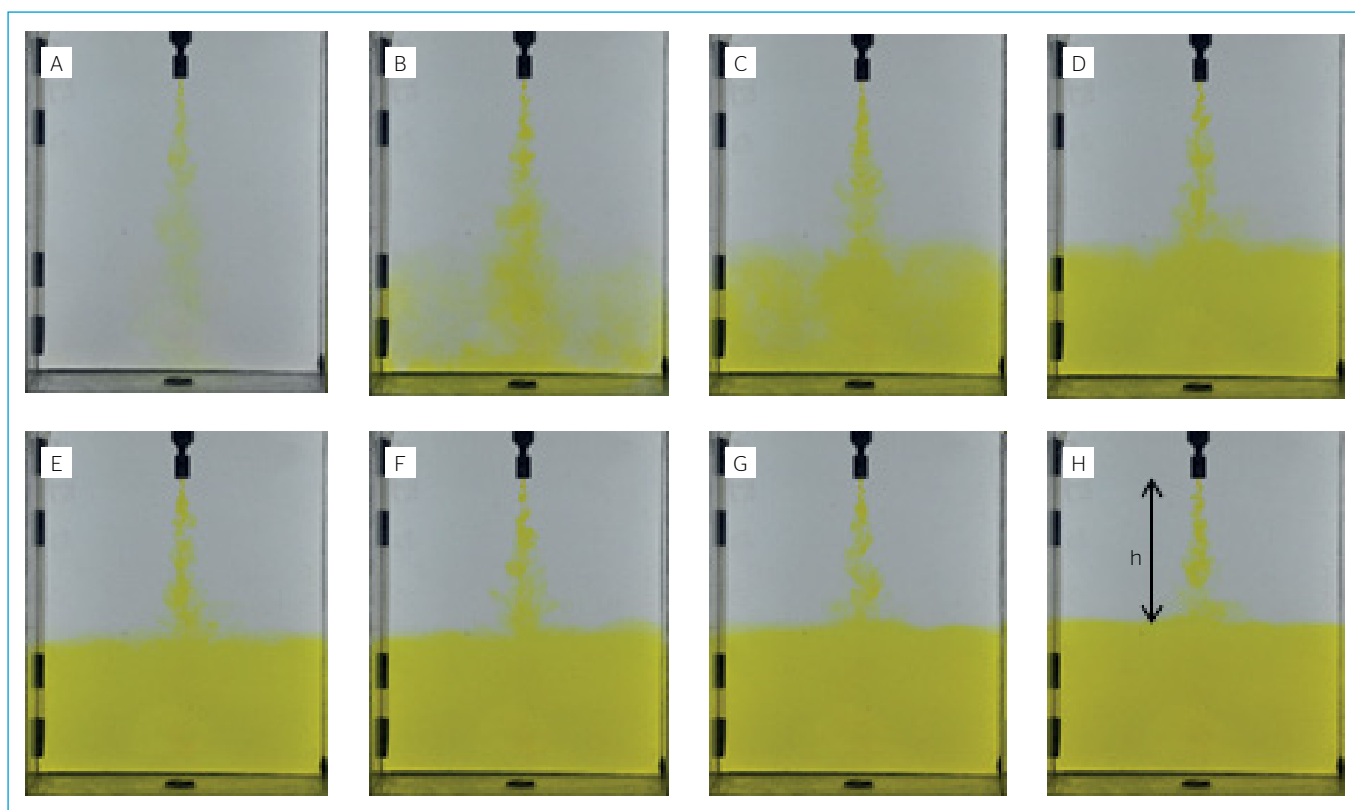


Figura 3 - Evolução temporal do padrão de estratificação gerado pelas plumas salinas no tanque, sendo a altura final $h=0,17$ m (Experimento 1): (A) $t=0$ min; (B) $t=1$ min; (C) $t=2$ min; (D) $t=3$ min; (E) $t=4$ min; (F) $t=5$ min; (G) $t=6$ min; (H) $t=7$ min.

Por meio da sobreposição de imagens sucessivas das plumas, com auxílio do Matlab, podem-se ajustar as origens virtuais da pluma em $h_0=0,3-0,7$ cm. Tais valores correspondem a aproximadamente 5% da altura h da pluma para cada experimento, estando, portanto, dentro das faixas usuais observadas por Morton *et al.* (1956). Logo, considerando $h_0=0,05$ h e coeficiente de entrada turbulenta $\alpha=0,1$ (WOODS, 2010; LIMA NETO *et al.*, 2016), pode-se usar a Equação (2) para prever a altura da pluma em cada condição experimental. A Figura 4 mostra, como exemplo, uma comparação entre os padrões de estratificação obtidos experimentalmente e pelo modelo matemático, cujos desvios entre medida e modelagem foram inferiores a $\pm 5\%$ (Exp. 6 e 12). Desvios de até $\pm 8\%$ foram obtidos para as demais condições experimentais, o que demonstra a capacidade do modelo de prever os padrões de estratificação no tanque, considerando os valores de h_0 e α citados anteriormente.

A Figura 5 mostra a aderência do modelo aos dados experimentais em geral (Exp. 1 e 17). Obteve-se também um coeficiente de

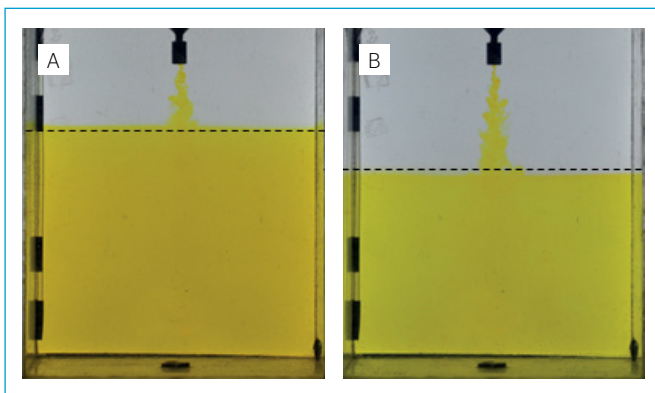


Figura 4 - Comparação entre os padrões de estratificação obtidos experimentalmente (interfaces delimitadas pelo corante amarelo) e pelo modelo matemático (linhas tracejadas): (A) Experimento 6; (B) Experimento 12.

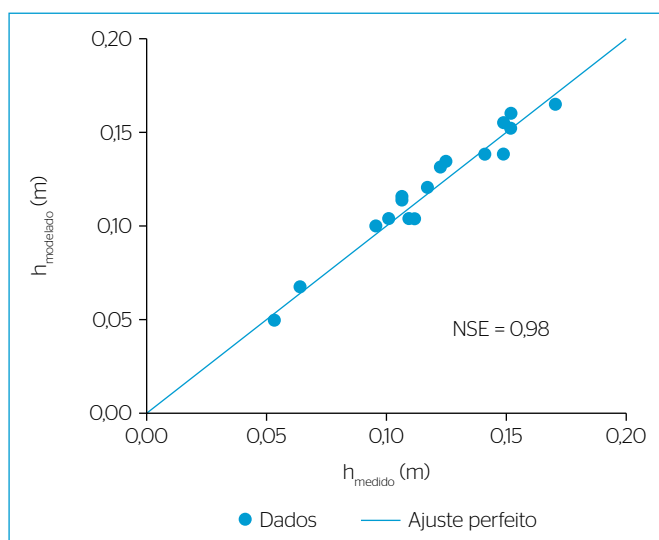


Figura 5 - Aderência do modelo (Equação 2 com $\alpha=0,1$ e $h_0=0,05$ h) aos dados experimentais, com indicação do coeficiente de Nash-Sutcliffe (NSE).

Nash-Sutcliffe (NSE) de 0,98, o que confirma a capacidade preditiva do modelo. Esses resultados indicam que o escoamento paralelo não afetou a hidrodinâmica da pluma em comparação com os estudos clássicos de Morton *et al.* (1956), Baines e Turner (1969) e Linden *et al.* (1990), o que sugere que o modelo apresentado neste trabalho pode ser usado tanto para a condição de plumas confinadas como não confinadas.

Conforme observado na Figura 6 (Exp. 5), as linhas de fluxo obtidas pela injeção de corante na lateral do bocal seguem um padrão de escoamento potencial em que toda a vazão do escoamento paralelo (Q_a) é direcionada para a pluma (Q_p), de modo que o princípio de conservação de massa seja satisfeito: $Q_{p,o} + Q_a = Q_p$. Logo, não há mistura na interface entre as duas camadas, apenas penetração e espalhamento da pluma na camada mais densa. Assim, após validação da Equação (2), podem-se utilizar as Equações (3) e (4) para gerar os padrões de escoamento ao redor das plumas. A Figura 6 mostra a sobreposição das linhas de fluxo obtidas experimentalmente e por meio das Equações (3) e (4). Novamente, observa-se um excelente ajuste do modelo aos dados experimentais, o que também foi verificado para os demais experimentos. Ressalta-se, no entanto, que o padrão de escoamento potencial mostrado na Figura 6 difere significativamente daquele observado em estudos anteriores, nos quais as fontes pontuais de alimentação da camada que contém a pluma geraram novos jatos/plumas adjacentes (WORSTER & HUPPERT, 1983; LINDEN, 1999; GLADSTONE & WOODS, 2001; LIU & LINDEN, 2006; KUESTERS & WOODS, 2012), em vez de um escoamento uniforme como no presente trabalho. O entendimento desse padrão de escoamento potencial é importante para a estimativa

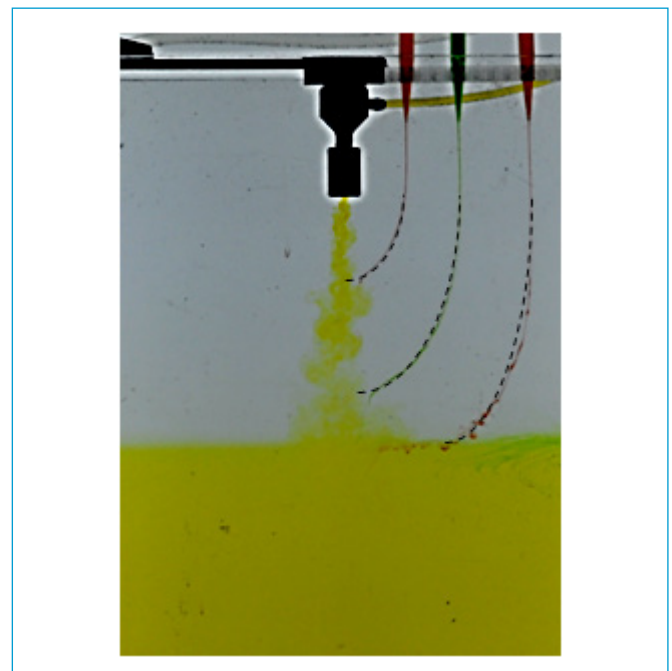


Figura 6 - Linhas de fluxo obtidas pela injeção de corante na lateral do bocal (Experimento 5) e pelas Equações (3) e (4) (linhas tracejadas).

do transporte de material particulado, poluentes, bactérias etc., induzido pelas plumas turbulentas em escala real.

Os resultados obtidos na presente pesquisa podem ser aplicados em diversas situações que envolvam a descarga de plumas turbulentas em escoamento uniforme e com estratificação de duas camadas. A seguir, são apresentadas duas aplicações práticas em diferentes escalas:

- ventilação natural de uma sala industrial com fonte de calor pontual;
- descarga de poluentes na atmosfera sob condição de inversão térmica e sem ação do vento.

No primeiro caso, considera-se um sistema de ventilação natural com insuflação pelo piso em uma sala industrial com pé direito de 4 m e fonte de calor pontual ($Q_{p,o}=0,08 \text{ m}^3/\text{s}$; $T=50^\circ\text{C}$), em que se busca um padrão de estratificação satisfatório quanto ao conforto térmico no ambiente, isto é, com altura estacionária da termoclina $h \geq 2 \text{ m}$. Logo, utiliza-se a Equação (2), considerando $h_o=0,05 \text{ h}$ e $\alpha=0,1$ para prever a altura h para diferentes vazões e temperaturas do ar externo usado na ventilação da sala. A Figura 7 mostra que é necessária vazão de ventilação de pelo menos $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ para garantir a condição desejada ($h \geq 2 \text{ m}$) para temperaturas do ar externo variando entre 15 e 35°C .

No segundo caso, considera-se a descarga de uma chaminé com vazão $Q_{p,o}=0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ e massa específica $\rho_{p,o}=1,15 \text{ kg}/\text{m}^3$, sendo a altura e a densidade da camada atmosférica inferior de $h=70 \text{ m}$ e $\rho_i=1,25 \text{ kg}/\text{m}^3$, respectivamente. Logo, utiliza-se o modelo proposto para calcular a vazão da pluma na termoclina (em $z=70 \text{ m}$), cujo valor é $Q_p=161,6 \text{ m}^3/\text{s}$. Isso indica que a concentração de poluentes conservativos na pluma será de aproximadamente $0,12\%$ ($=Q_{p,o}/Q_p$) da concentração na descarga. Em seguida, sabendo que essa mesma vazão da pluma que entra na camada superior (menos densa) também deverá ser fornecida pelo

fluido ambiente para garantir a condição de conservação de massa, estima-se a velocidade do escoamento uniforme que alimenta a camada inferior (mais densa) por meio da Equação (4), sendo A , nesse caso, a área do cilindro ao redor da pluma, dada por $A=2\pi rh^2$. A Figura 8A mostra o campo de velocidades obtido a partir das Equações (2), (3) e (4), adotando-se $h_o=0,05 \text{ h}$ e $\alpha=0,1$. Assim, sobrepondo esse campo de velocidades a uma velocidade de queda de partículas sólidas de $5 \text{ cm}/\text{s}$, por exemplo, pode-se visualizar na Figura 8B a trajetória dessas partículas advindas da camada superior. As linhas de fluxo revelam tanto um processo de reentrada das partículas sólidas na pluma, até a

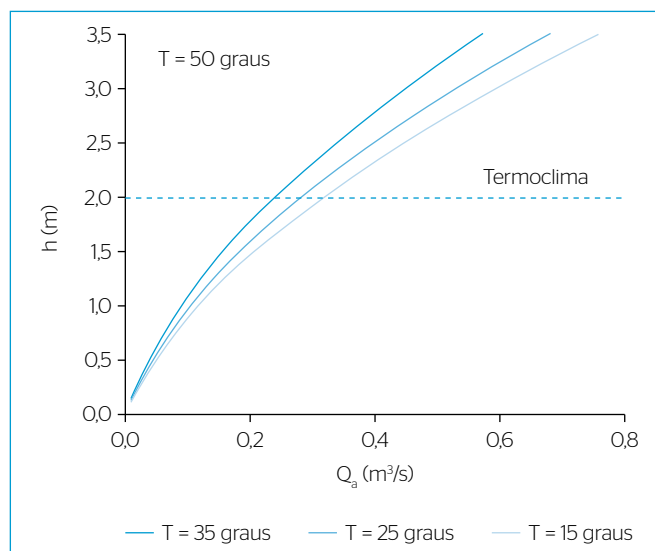


Figura 7 - Aplicação do modelo para um sistema de ventilação natural com insuflação pelo piso em uma sala industrial, indicando vazão mínima de $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ para garantir a condição desejada ($h \geq 2 \text{ m}$) quanto ao conforto térmico.

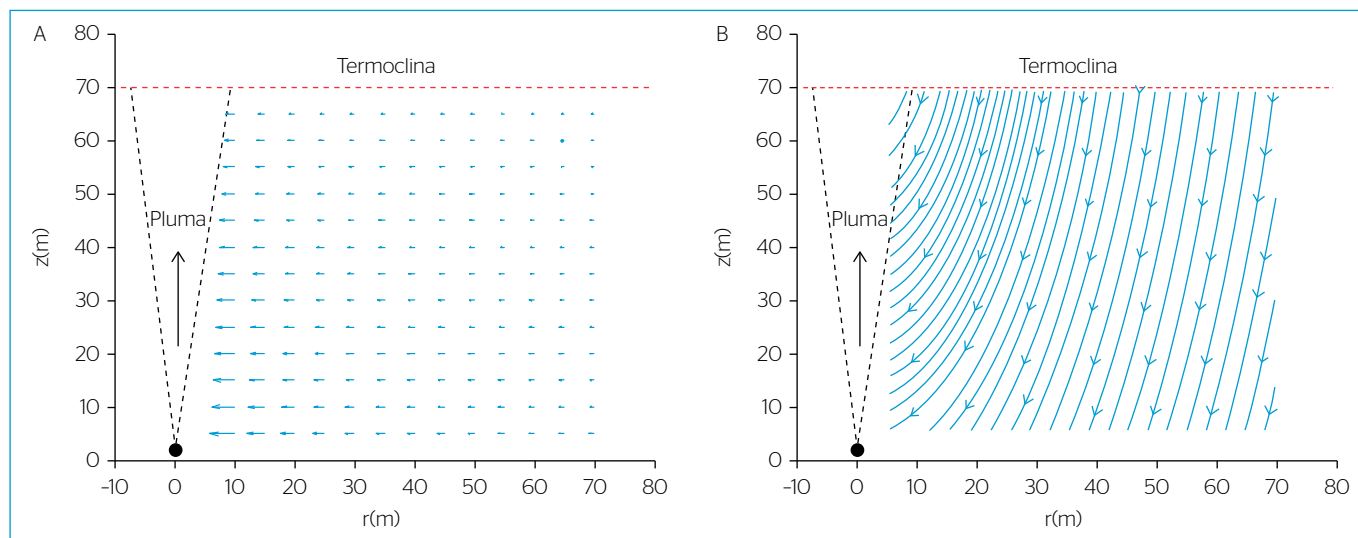


Figura 8 - Aplicação do modelo proposto para uma pluma de poluentes sendo descarregada na atmosfera (em $z=0$ e $r=0$) sob condição de inversão térmica (estratificação de duas camadas): (A) campo de velocidades (máxima velocidade indicada: $0,1 \text{ m}/\text{s}$); (B) trajetória de partículas sólidas, com velocidade de queda de $5 \text{ cm}/\text{s}$, advindas da camada superior (acima da termoclina).

distância radial r de aproximadamente 30 m, como de sedimentação na camada inferior. Isso ilustra a necessidade de acoplar o modelo da pluma com o do fluido ambiente para melhor prever os padrões de dispersão de partículas sólidas ao redor da chaminé.

CONCLUSÕES

Nesta pesquisa, avaliou-se a hidrodinâmica de plumas turbulentas em escoamento uniforme e com estratificação de duas camadas por meio de experimentos e modelagem matemática. Os resultados mostraram que a altura do gradiente de densidade (interface) depende da vazão de retirada da camada inferior e do fluxo de empuxo da pluma, conforme observado em estudos anteriores em sistemas alimentados por fontes pontuais. Após ajuste da altura virtual da pluma e do coeficiente de entrada turbulenta, pode-se prever a altura da interface para todas as condições experimentais usando a teoria clássica para plumas turbulentas. Isso sugere que, para as condições experimentais avaliadas, o impacto do escoamento uniforme no comportamento das plumas é desprezível. No entanto, diferentemente dos sistemas alimentados por fontes pontuais, as linhas de fluxo visualizadas por injeção de corante no escoamento uniforme seguiram padrão de escoamento potencial, com toda a vazão sendo direcionada para a pluma e resultando em

ausência de mistura na interface. Cabe salientar que o entendimento desses padrões de escoamento é importante para a avaliação do transporte de poluentes induzido por plumas turbulentas em ambientes estratificados. Logo, considerando o princípio de conservação de massa, propôs-se a sobreposição de vetores de velocidades horizontais e verticais para gerar linhas de fluxo ao redor das plumas, as quais foram validadas com os experimentos. Por fim, foram apresentadas aplicações do modelo em sistemas de ventilação natural em salas industriais com fontes de calor pontuais e descarga de poluentes na atmosfera sob condição de inversão térmica.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (processo nº 203260/2014-7) e ao Professor Andrew W. Woods pelo apoio na realização da pesquisa de pós-doutorado no BP Institute (University of Cambridge), que resultou no presente trabalho.

FONTE DE FINANCIAMENTO

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

REFERÊNCIAS

- BAINES, W.; TURNER, J.S. (1969) Turbulent buoyant convection from a source in a confined region. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 37, n. 1, p. 51-80. <https://doi.org/10.1017/S0022112069000413>
- BLENINGER, T.; JIRKA, G.H. (2008) Modelling and environmentally sound management of brine discharges from desalination plants. *Desalination*, v. 221, p. 585-597. doi:10.1016/j.desal.2007.02.059
- BOLSTER, D.T.; LINDEN, P.F. (2007) Contaminants in ventilated filling boxes. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 591, p. 97-116. <https://doi.org/10.1017/S0022112007007732>
- COOPER, P.; HUNT, G.R. (2010) The ventilated filling box containing a vertically distributed source of buoyancy. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 646, p. 39-58. <https://doi.org/10.1017/S0022112009992734>
- GLADSTONE, C.; WOODS, A.W. (2001) On buoyancy-driven natural ventilation of a room with a heated floor. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 441, p. 293-314. <https://doi.org/10.1017/S0022112001004876>
- KUESTERS, A.S.; WOODS, A.W. (2012) A comparison of winter heating demand using a distributed and a point source of heating with mixing ventilation. *Energy and Buildings*, v. 55, p. 332-340. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.07.045>
- LIMA, D.D.; LIMA NETO, I.E. (2018) Effect of nozzle design on bubbly jet entrainment and oxygen transfer efficiency. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 144, n. 8. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001493](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001493)
- LIMA NETO, I.E.; CARDOSO, S.S.S.; WOODS, A.W. (2016) On mixing a density interface by a bubble plume. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 802, R3, p. 1-13. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.454>
- LIMA NETO, I.E.; ZHU, D.Z.; RAJARATNAM, N. (2008) Effect of tank size and geometry on the flow induced by circular bubble plumes and water jets. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 134, v. 6, p. 833-842. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2008\)134:6\(833\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:6(833))
- LINDEN, P.F. (1999) The fluid mechanics of natural ventilation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 31, p. 201-238. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.31.1.201>
- LINDEN, P.F.; LANE-SERFF, G.F.; SMEED, D.A. (1990) Emptying filling boxes: the fluid mechanics of natural ventilation. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 212, p. 309-335. <https://doi.org/10.1017/S0022112090001987>
- LIU, Q.A.; LINDEN, P.F. (2006) The fluid dynamics of an underfloor air distribution system. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 554, p. 323-341. <https://doi.org/10.1017/S0022112006009414>

MINGOTTI, N.; WOODS, A.W. (2015) On the transport of heavy particles through an upward displacement-ventilated space. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 772, p. 478-507. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.204>

MORTON, B.; TAYLOR, G.I.; TURNER, J.S. (1956) Turbulent gravitational convection production by instantaneous and maintained point sources of buoyancy. *Proceedings of the Royal Society A*, v. 234, n. 1196, p. 1-21. <https://doi.org/10.1098/rspa.1956.0011>

PACHECO, C.H.A.; LIMA NETO, I.E. (2017) Effect of artificial circulation on the removal kinetics of cyanobacteria in a hypereutrophic shallow lake. *Journal of Environmental Engineering*, v. 143, n. 12. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001289](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001289)

SOCOLOFSKY, S.; BLENINGER, T.; DONEKER, R.L. (2012) Jets and Plumes. In: FERNANDO, H.J. (Org.). *Handbook of Environmental Fluid Dynamics: Overview and Fundamentals*, Part III Fundamental

Flow Phenomena and Turbulence. Boca Raton: CRC Press, Taylor and Francis. v. 1.

TURNER, D.B. (1994) *Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates: An Introduction to Dispersion Modeling*. 2. ed. Boca Raton: CRC Press.

WOODS, A.W. (2010) Turbulent Plumes in Nature. *Annual of Review of Fluid Mechanics*, v. 42, p. 391-412. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-121108-145430>

WORSTER, M.G.; HUPPERT, H.E. (1983) Time-dependent profiles in a filling box. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 132, p. 457-466. <https://doi.org/10.1017/S002211208300172X>

ZHANG, K.; ZHANG, X.; LI, S.; JIN, X. (2014) Review of underfloor air distribution technology. *Energy and Buildings*, v. 85, p. 180-186. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2014.09.011>

