

Artigo Técnico

Modelagem bayesiana das vazões máximas do reservatório de Furnas

Bayesian modeling of the maximum streamflows from the Furnas reservoir

Matheus de Souza Costa^{1*} , Luiz Alberto Beijo¹ , Fabricio Goecking Avelar¹ 

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi prever a vazão máxima do reservatório Furnas nos períodos seco e úmido. Utilizou-se a distribuição generalizada de valores extremos (GVE) com estimação de parâmetros via inferência bayesiana. Dados de vazões médias diárias correspondentes aos anos de 1965 a 2017 foram obtidos da Hidroweb, da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA), dos quais se extraíram valores máximos, por período e em cada ano. Analisaram-se a acurácia e o erro médio de predição das vazões máximas, comparando-se as estimativas fornecidas pela inferência bayesiana com distribuições *a priori* informativas e não informativas. Foram usadas informações de uma série de máximos de vazões do reservatório de Camargos para elicitação da distribuição *a priori* informativa. A utilização das informações *a priori* proporcionou aumento na precisão e acurácia das estimativas de vazão máxima. Assim, o modelo GVE, com distribuição *a priori* informativa, foi utilizado para prever níveis de retorno da vazão máxima de Furnas com seus respectivos intervalos de alta densidade *a posteriori*, considerando diversos tempos de retorno.

Palavras-chave: acurácia; distribuição generalizada de valores extremos; *priori* informativa; níveis de retorno.

ABSTRACT

The objective of this work was to predict the maximum flow of the Furnas reservoir in the dry and wet periods. The generalized distribution of extreme values (GEV) was used with parameter estimation via Bayesian inference. Data on average daily streamflows corresponding to the years 1965 to 2017 were obtained from Hidroweb, by the National Agency for Water and Basic Sanitation (*Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico* – ANA), from which maximum values were extracted, by period and in each year. Accuracy and mean error of prediction of maximum streamflows were analyzed, comparing the estimates provided by the Bayesian inference, with informative and non-informative prior distributions. Information from a series of maximum streamflows from the Camargos reservoir was used to elicit the informative prior distribution. The use of prior information provided an increase in the precision and accuracy of the maximum streamflow estimates. Thus, the GEV model, with informative *a priori* distribution, was used to predict the return levels of Furnas maximum streamflow with their respective high posterior density intervals considering several return times.

Keywords: accuracy; generalized distribution of extreme values; informative prior; return levels.

INTRODUÇÃO

A infraestrutura dos sistemas hídricos para hidrelétricas, abastecimento de água e irrigação, bem como a vida humana, os assentamentos e os ecossistemas ribeirinhos, é frequentemente afetada por fenômenos de inundação ou seca (LANGAT *et al.*, 2019). Embora não seja possível determinar quando esses eventos podem acontecer, faz-se praticável investigar eventos anteriores e obter probabilidades de ocorrência, as quais se associam a tempos de retorno que sejam convenientes para a predição (KHOSRAVI *et al.*, 2012). Para diminuir o impacto de inundações ou enchentes, as obras hidráulicas, tais como vertedores, canais, barragens e sistemas de drenagem, são projetadas com base na predição de vazão máxima local associada a certo tempo de retorno (TEIXEIRA *et al.*, 2011).

Entre os modelos para estimar vazão máxima, a distribuição generalizada de valores extremos (GVE) vem sendo muito utilizada. Para realizar inferência dos parâmetros dessa distribuição, existem diversas técnicas, como o método

da máxima verossimilhança, método dos momentos, método dos L-momentos, método dos TL-momentos e métodos bayesianos (SECKIN *et al.*, 2010; SECKIN *et al.*, 2011; SKAHILL *et al.*, 2016; JAN *et al.*, 2018; XU *et al.*, 2018; WU *et al.*, 2018; LANGAT *et al.*, 2019; CHAGAS NETA *et al.*, 2019).

Entre essas técnicas, destaca-se a abordagem bayesiana, a qual fornece uma estrutura sistêmica para análise de valores extremos, mostrando-se superior em:

- combinar dados de valores extremos com tipos adicionais de informações por meio de funções de densidade *a priori* de parâmetros;
- quantificar incertezas de estimativas para fazer previsões (XU *et al.*, 2018).

Wu *et al.* (2018) destacam que as previsões em determinado local podem ser realizadas utilizando as informações hidrológicas em locais similares para estimar a variável de interesse no local. Desse modo, pode-se utilizar a inferência bayesiana considerando distribuições *a priori* informativas de modo a obter estimativas mais precisas.

¹Universidade Federal de Alfenas - Alfenas (MG), Brasil.

*Autor correspondente: matheusmsc2012@gmail.com

Conflitos de interesse: os autores declaram não haver conflitos de interesse.

Financiamento: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Recebido: 12/05/2020 - **Aceito:** 19/11/2021 - **Reg. ABES:** 20200177

Além disso, Suekame *et al.* (2020) relatam algumas dificuldades que a escassez de dados de vazões provoca na modelagem dessa variável hidrológica. No caso de vazões máximas, o tamanho do banco de dados é ainda mais reduzido, uma vez que são extraídos valores máximos do conjunto de observações. A modelagem bayesiana pode minimizar esses problemas, já que não exige grandes amostras para validação das conclusões da análise, uma vez que não se fundamenta em suposições assintóticas.

Diante da importância da predição de vazão máxima, especialmente para o gerenciamento de reservatórios, objetivou-se, com este trabalho, obter estimativas de vazão máxima nos períodos úmido e seco do reservatório de Furnas com base na distribuição GVE, aplicando-se, para a estimação dos parâmetros, a inferência bayesiana. Utilizaram-se distribuições *a priori* não informativas e informativas. Como informações *a priori*, foram considerados dados de vazões máximas do reservatório de Camargos. Com base nessas estimativas, compararam-se a acurácia e a precisão dos modelos, levando-se em conta os tempos de retorno de três, seis, nove, 18 e 24 anos.

METODOLOGIA

Dados e área de estudo

Os dados foram obtidos na Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA, 2017) e correspondem a vazões médias diárias do período de 1965 a 2017 do reservatório da usina hidrelétrica (UHE) de Furnas. A barragem da UHE Furnas está localizada entre os municípios de São José da Barra e São Batista do Glória (MG) (Figura 1). O reservatório da UHE Furnas foi construído em 1957 e possui, na sua cota máxima, 22,95 bilhões de m³ e volume útil de 17,20 bilhões de m³, abrangendo 34 municípios com população total de 800.000 habitantes (ALAGO, 2013).

Composição e análise da série de máximos

Consideraram-se para análise período úmido e período seco. O período úmido compreende os meses de novembro, dezembro, janeiro, fevereiro, março e abril, e o período seco é formado pelos meses de maio, junho, julho, agosto, setembro e outubro.

Com base na metodologia de blocos de máximos, foi extraída a vazão máxima diária de cada período, seco e úmido, por ano, formando uma série de máximos com 53 observações para cada período. O conjunto de dados foi dividido em duas partes. O período de 1965 a 1993 foi reservado para estimação dos parâmetros dos modelos a serem testados. O período de 1994 a 2017 corresponde à fase de teste, por meio do qual é possível verificar o desempenho do modelo para amostras desconhecidas.

Para analisar independência da série de máximos construída, foi utilizado o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978). O teste de Mann-Kendall (MCLEOD, 2005) também foi utilizado para testar se existe tendência no conjunto de dados. Para todos os testes foi adotado o nível de significância de 5%.

Modelagem bayesiana e distribuição generalizada de valores extremos

A abordagem bayesiana é uma metodologia fundamentada no teorema de Bayes e que considera os parâmetros de um modelo como variáveis aleatórias, quantificando-se a incerteza sobre esse parâmetro pela distribuição de probabilidade (DEGROOT; SCHERVISH, 2012). Por intermédio do teorema de Bayes, dado

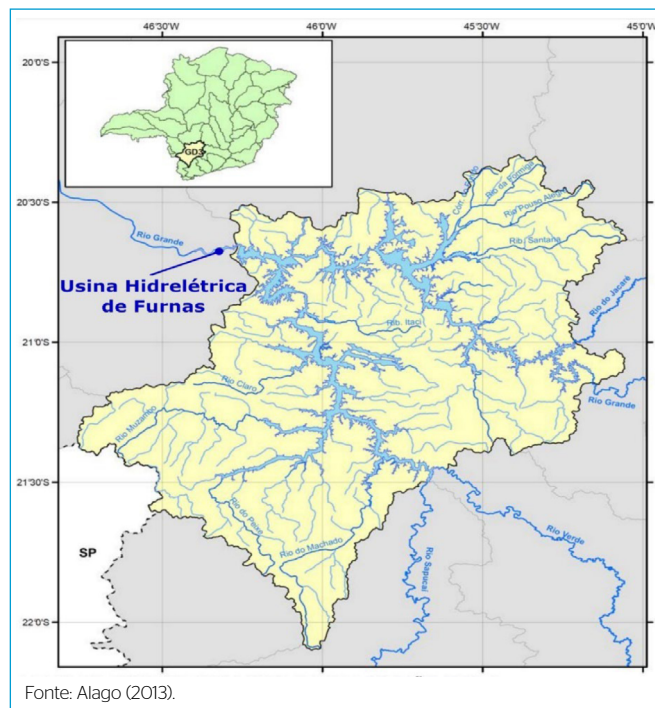


Figura 1 - Localização da barragem da usina hidrelétrica de Furnas.

um parâmetro θ (ou um vetor de parâmetros θ), estabelece-se uma relação de proporcionalidade entre uma distribuição *a priori* $h(\theta)$, a função de verossimilhança $L(\theta|x)$ e a distribuição *a posteriori* $h(\theta|x)$, conforme Equação 1.

$$h(\theta|x) \propto h(\theta) \times L(\theta|x), \tag{1}$$

Em que:

$h(\theta)$ providencia o conhecimento inicial sobre θ ;

$L(\theta|x)$ caracteriza a informação dos dados sobre θ ;

$h(\theta|x)$ contém toda a informação disponível sobre θ (PAULINO; MÜLLER, 2019; TURKMAN *et al.*, 2019).

Para a análise de vazão máxima, considerou-se como modelo a distribuição GVE. De acordo com Naghettini e Pinto (2007), a função densidade de probabilidade da distribuição GVE é dada pela Equação 2:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \left[1 + \xi \left(\frac{x-\alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1+\xi}{\xi}} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, \tag{2}$$

Em que:

$-\infty < x < \alpha - \beta/\xi$ para $\xi < 0$ e $\alpha - \beta/\xi < x < +\infty$ para $\xi > 0$;

α = parâmetro de posição.

β = parâmetro de escala.

ξ = parâmetro de forma.

Por meio do produtório da Equação 2, considerando uma amostra da variável aleatória, obtém-se a função de verossimilhança $L(\theta|x)$ (Equação 3):

$$L(\theta|x) = \frac{1}{\beta^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1+\xi}{\xi}} \right\} \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \alpha}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, \tag{3}$$

Ela é multiplicada pela distribuição *a priori* na Equação 1, obtendo-se a distribuição *a posteriori* dos parâmetros dessa distribuição.

Para as informações *a priori* necessárias à abordagem bayesiana com distribuição *a priori* informativa, foi utilizado o conjunto de dados de vazões médias diárias do Reservatório de Camargos, que fica na Bacia Hidrográfica do Rio Grande, a mesma do Reservatório de Furnas. Extraíram-se os máximos de cada período de forma análoga à que foi realizada para a UHE Furnas. Foram considerados os dados dos anos de 1965 a 1993 para elicitação da distribuição *a priori*. Realizou-se a estimação dos parâmetros das distribuições pelo método da máxima verossimilhança. Posteriormente, a média e o desvio padrão dessas estimativas foram levados em conta na construção das distribuições *a priori* (Tabela 1).

A forma de construir as distribuições *a priori* informativas neste trabalho (Tabela 1) é semelhante à utilizada por Martins *et al.* (2018), com a diferença de que adotaram uma distribuição normal multivariada como *priori*, não uma distribuição normal independente para cada parâmetro, como foi o caso deste trabalho.

Para os parâmetros do modelo GVE, com distribuição *a priori* não informativa, considerou-se, em ambos os períodos, que:

- o parâmetro α (posição) segue uma distribuição normal com hiperparâmetros $\mu_0 = 0$ e $\tau_0 = \sigma^2 = 0,000001$, isto é, $\alpha \sim N(0; 0,000000001)$;
- o parâmetro β (escala) segue uma distribuição gama inversa com hiperparâmetros $a = 0,01$ e $b = 0,01$, isto é, $\beta \sim \Gamma^{-1}(0,01; 0,01)$;
- o parâmetro ξ (forma) segue uma distribuição normal com hiperparâmetros $\mu_0 = 0$ e $\tau_0 = \sigma_0^2 = 0,1$, isto é, $\alpha \sim N(0; 0,000000001)$ $\xi \sim N(0; 0,1)$.

As distribuições normais como *priori* para os parâmetros α e ξ da GVE foram adotadas conforme sugerido por Eli *et al.* (2014) e Ali *et al.* (2016). A distribuição gama inversa como *priori* para β foi utilizada por ser não negativa, seguindo a sugestão de Vidal (2014); e com os valores de hiperparâmetros da distribuição iguais a 0,01, tem-se uma *priori* não informativa.

Com as respectivas distribuições *a priori* e a verossimilhança, foram obtidas as distribuições *a posteriori* conjuntas, que para a GVE não têm solução analítica. Assim, foi necessário o emprego de um método iterativo para obtenção das marginais. Utilizou-se o algoritmo conhecido como amostrador de Gibbs para solução desse problema, o qual está implementado no programa *OpenBUGS*, que pode ser utilizado em interface com o R por intermédio do pacote *R2OpenBUGS* (STURTZ *et al.*, 2010).

Cada cadeia foi obtida por amostragem de Monte Carlo via cadeia de Markov (Markov chain Monte Carlo – MCMC) utilizando-se 120 mil iterações, uma

Tabela 1 – Hiperparâmetros: média (μ_0) e precisão ($\tau_0 = 1/\sigma^2$) da distribuição normal *a priori* dos parâmetros do modelo de distribuição generalizada de valores extremos considerando informações de vazões máximas do Reservatório de Camargos nos períodos úmido e seco.

Parâmetro	Úmido		Seco	
	μ_0	τ_0	μ_0	τ_0
α	3200	0,00003	986	0,0003
β	874	0,00004	294	0,0004
ξ	0,18	37	0,29	48

Fonte: Elaborado pelos autores.

queima (*burn-in*) de 20 mil e um pulo (*thin*) de 20, resultando em uma cadeia com tamanho final de cinco mil iterações. A convergência das cadeias foi monitorada utilizando-se o pacote Convergence Diagnostics and Output Analysis Software for Gibbs Sampling Output (CODA) (PLUMMER *et al.*, 2006), disponível no sistema computacional R (R CORE TEAM, 2020).

Os critérios para verificação da convergência das cadeias geradas por MCMC foram: o critério de Raftery e Lewis (1992), rejeitando-se as cadeias em que o fator de dependência foi maior ou igual a 5; a estatística Z de Geweke (1992), sendo rejeitadas aquelas cadeias em que $|Z| \geq 1,96$; e o critério de Heidelberger e Welch (1983), adotando-se o nível de significância de 5% e rejeitando-se as cadeias cujo valor p foi menor que 5%.

Para avaliar os modelos, utilizou-se, conforme Naghettini e Pinto (2007), o nível de retorno da distribuição GVE (Equação 4):

$$x(t) = \alpha + \frac{\beta}{\xi} [Z_p^{-\xi} - 1] \tag{4}$$

Em que:

$x(t)$ = o nível de retorno;

$Z_p = -\log(1-p)$;

$p_t = 1/t$;

t = o tempo de retorno desejado.

A interpretação prática é que se espera que, em um tempo médio de retorno de t anos, a vazão máxima seja maior ou igual a $x(t)$.

Avaliação dos modelos

O critério de informação *deviance* (DIC, do inglês *deviance information criteria*) foi utilizado como um critério de seleção de modelos, e uma diferença de dez unidades ou mais na razão de DIC de dois modelos pode ser considerada como critério de seleção do modelo com menor DIC (SPIEGELHALTER *et al.*, 2002). Para a escolha do melhor modelo foram analisadas também a acurácia e a precisão das predições dos níveis de retorno para três, seis, nove, 18 e 24 anos. A acurácia foi avaliada analisando-se determinado nível de retorno, quando o valor observado pertencer ao intervalo $HPD_{95\%}$. A precisão foi analisada pela amplitude da estimativa intervalar e pelo erro médio de predição.

Calculou-se o erro médio de predição (EMP) conforme a Equação 5:

$$EMP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x(t)_i - \widehat{x(t)_i}}{x(t)_i} \right| \times 100, \tag{5}$$

Em que:

$x(t)_i$ = a vazão observada;

$\widehat{x(t)_i}$ = a vazão predita para o i -ésimo tempo de retorno t ;

n = o número de predições.

Para determinar o modelo mais adequado para cada período, em primeiro lugar se analisou o DIC, em seguida a acurácia, logo após a amplitude intervalar e por último o erro médio de predição. O modelo de melhor desempenho em cada período foi ajustado à série completa de vazões máximas; e foram calculados níveis de retorno com seus respectivos intervalos de alta densidade *a posteriori* de 95% $HPD_{95\%}$ para tempos de retorno de cinco, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

Todas as análises estatísticas foram feitas com auxílio do software R (R CORE TEAM, 2020) e com o software OpenBUGS (LUNN *et al.*, 2009). Os pacotes

utilizados do R são: coda (PLUMMER *et al.*, 2006), evd (STEPHENSON, 2002) e R2OpenBUGS (STURTZ *et al.*, 2010).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o melhor entendimento da variável estudada, são apresentadas na Tabela 2 algumas medidas descritivas.

Pode-se observar na Tabela 1 que a média e a mediana da vazão máxima são próximas entre si, tanto no período seco quanto no úmido. No período úmido, a média e a mediana da vazão máxima são mais que o triplo dos respectivos valores no período seco. Também é possível notar que o coeficiente de variação da série correspondente ao período seco é maior do que a do período úmido, sendo essa diferença próxima de 15%. Isso indica que, no período seco, existe maior variabilidade dos dados em relação à média, podendo aumentar o erro de predição de vazões máximas. Contrastando esse resultado, Brito *et al.* (2016) concluíram que no período seco a variabilidade é mais baixa que no úmido, embora a variável estudada seja vazão média.

Na Tabela 3 são apresentados os resultados de independência e tendência da série de vazões do reservatório de 1965 a 1993.

Analisando os resultados do teste de Ljung-Box (Tabela 3), pode-se verificar que todas as observações não apresentaram dependência ($p > 0,05$). Também pela Tabela 3, observa-se que a série é estacionária ($p > 0,05$). Satisfeitas as pressuposições de independência e estacionariedade, foi possível ajustar a distribuição GEV com estimação via inferência bayesiana, para os referidos períodos.

Na Tabela 4 estão os resultados dos critérios de convergência das cadeias *a posteriori* para os parâmetros α , β e ξ do modelo GVE e para os níveis de retorno de três, seis, nove, 18 e 24 anos, considerando máximos e mínimos dos valores de cada critério.

Pode-se observar na Tabela 4 que não há indícios de não convergência das cadeias *a posteriori*. Pelo critério de Raftery e Lewis, considerando o fator de dependência, nota-se que os valores foram próximos de 1. Isso indica independência entre iterações. Pelo critério de Geweke, os valores absolutos encontrados

foram menores que 1,96, indicando que não há sinais de não convergência. Analisando-se o critério de Heidelberger e Welch, constatou-se que a série é estacionária ($p > 0,05$).

Na Tabela 5 são apresentados: o número de acertos por período (NA), considerando-se como acerto se o intervalo $HPD_{95\%}$ contiver o valor observado;

Tabela 2 - Medidas descritivas da série de máximos (m^3s^{-1}) por período, úmido e seco, da vazão média diária do Reservatório da Usina de Furnas.

Série de dados de 1965 a 1993						
Período	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Amplitude	CV (%)
Seco	661	1.049	1.197	3.328	2.667	45,5
Úmido	2.385	3.331	3.569	7.497	5.112	30,8
Série de dados de 1994 a 2017						
Período	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Amplitude	CV (%)
Seco	193	899,5	962	2.239	2.046	49,4
Úmido	482	3.369	3.105	5.017	4.535	40,7
Série completa						
Período	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Amplitude	CV (%)
Seco	193	1.020	1.090	3.328	3.135	47,9
Úmido	482	3.331	3.359	7.497	7.015	35,4

CV: coeficiente de variação.
Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 3 - Resultados do teste de Ljung-Box para independência e Mann-Kendall para estacionariedade da série nos períodos seco e úmido.

Período	Valor p	
	Ljung-Box	Mann-Kendall
Seco	0,7577	0,9700
Úmido	0,5581	0,7498

Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 4 - Resultados dos critérios de convergência de Geweke (Quantil |Z|), Raftery e Lewis (Fator RL) e Heidelberger e Welch (HW, valor-p) das cadeias *a posteriori* da distribuição GVE.

	Período seco						Período úmido					
	GVE (I)			GVE (NI)			GVE (I)			GVE (NI)		
	Z	RL	HW	Z	RL	HW	Z	RL	HW	Z	RL	HW
Máximo	1,62	1,04	0,92	0,50	1,02	0,95	0,44	1,03	0,70	1,61	1,02	0,53
Mínimo	0,47	1	0,60	0,12	0,99	0,22	0,06	1	0,28	0,09	0,99	0,15

GVE: distribuição generalizada de valores extremos; I: informativa; NI: não informativa.
Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 5 - Número de acertos (NA), erro médio de predição (EMP) e amplitude média (AMP_m) referentes a predições realizadas considerando distribuições *a priori* informativas (DPI) e não informativas (DPNI) dos parâmetros do modelo GVE ajustado à série de vazões máximas de Furnas de 1965 a 1993.

Período seco					Período úmido				
<i>Priori</i>	NA	EMP (%)	AMP_m	DIC	<i>Priori</i>	NA	EMP (%)	AMP_m	DIC
DPI	4	14,78	1012,8	428,7	DPI	5	13,08	1914,4	475,4
DPNI	4	17,58	1581,6	431,1	DPNI	5	15,91	3433,4	476,8

GVE: distribuição generalizada de valores extremos; DIC: critério de informação *deviance*.
Fonte: Elaborado pelos autores.

erro médio de predição por período (EMP, em %); e amplitude média dos intervalos AMP_m do modelo GVE com parâmetros sendo estimados com abordagem bayesiana considerando distribuições *a priori* informativas (DPI) e não informativas (DPI).

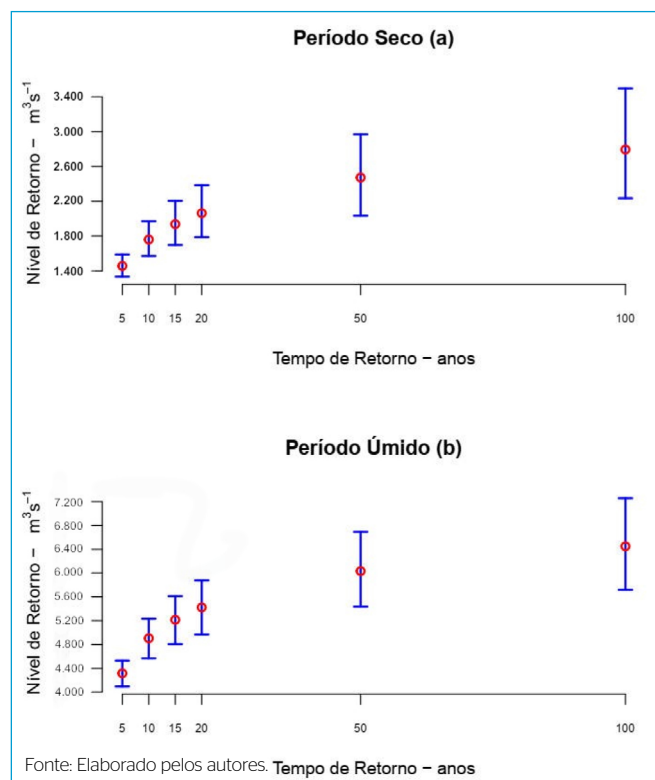
Analisando-se a Tabela 5, pode-se notar que, nos dois períodos, o DIC dos modelos com distribuição *a priori* informativa foi menor do que os com *priori* não informativa. O modelo GVE, tanto com DPI quanto com DPNI, acertou o mesmo número de previsões no período seco (4) e úmido (5). Além disso, comparando-se as amplitudes das predições dos modelos, tem-se que as predições do modelo com DPI apresentaram menor amplitude média em ambos os períodos, corroborando a afirmação de Aslam e Javed (2011), de que os intervalos construídos por meio de *prioris* informativas são mais estreitos do que os baseados em *prioris* não informativas.

A predição de vazões, médias e máximas, com diferentes metodologias de análise e estimação, tais como método da máxima verossimilhança, redes neurais e séries temporais, tem sido realizada com erros de predição em torno de 20% (GOMES *et al.*, 2010; LIMA *et al.*, 2011; PINTO *et al.*, 2015; BRITO *et al.*, 2016; COSTA *et al.*, 2019). Esses resultados mostram que os erros de predição deste trabalho (todos abaixo de 18%) são consideravelmente menores que os encontrados na literatura. Essa redução dos erros médios de predição pode ser explicada pelo ganho de precisão que se tem com a metodologia bayesiana, conforme relatado por Beijo *et al.* (2009).

Conforme se pode observar na Tabela 5, o modelo GVE com DPI apresentou resultados mais precisos e acurados, tanto no período seco como no úmido. Sendo assim, esse modelo foi escolhido para a análise de níveis de retorno pelo ajuste dessa distribuição à série completa. Os níveis de retorno com seus respectivos intervalos $HPD_{95\%}$ correspondentes aos tempos de retorno de cinco, 10, 15, 20, 50 e 100 anos são apresentados na Figura 2A, para o período seco, e na Figura 2B, para o período úmido.

Pode-se notar que, na Figura 2, ocorre aumento das amplitudes dos intervalos $HPD_{95\%}$ à medida que o tempo de retorno cresce. Isso faz com que as estimativas de quantis extremos sejam menos precisas. Ainda assim, ressalta-se que estimativas pontuais e intervalares de vazões máximas podem ser de grande importância para gestores hídricos e fornecem informações para pesquisadores que pretendam realizar análises de vazões máximas de outras localidades com base em inferência bayesiana.

Uma interpretação das informações contidas na Figura 2B pode ser realizada da seguinte maneira: considerando-se o período úmido e 100 anos com tempo de retorno adequado de correr determinada vazão máxima, espera-se que, no tempo médio de 100 anos, a vazão máxima de Furnas no período úmido seja superior a $6.400 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, tendo um intervalo de alta densidade *a posteriori* com 95% de probabilidade entre os valores de 5.800 e $7.200 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.



Fonte: Elaborado pelos autores. Tempo de Retorno – anos

Figura 2 – Níveis de retorno de vazão máxima de Furnas com seus respectivos intervalos $HPD_{95\%}$ correspondentes aos tempos de retorno de cinco, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

CONCLUSÕES

As séries de máximos, tanto para o período seco quanto para o úmido, de vazão média diária do reservatório de Furnas foram consideradas independentes e não apresentaram tendência. A incorporação de informação de vazões máximas do reservatório de Camargos, por meio de modelagem bayesiana, contribuiu para aumentar a precisão na predição de vazões máximas. Os modelos GVE com distribuição *a priori* informativa e não informativa foram igualmente acurados, contudo, tanto para o período seco quanto para o úmido, o modelo GVE com distribuição *a priori* informativa foi mais preciso.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

Costa, M. S.: Conceituação, Curadoria de Dados, Modelagem, Metodologia, Escrita — Revisão e Edição; Beijo, L. A.: Conceituação, Supervisão, Modelagem, Metodologia, Escrita — Revisão e Edição; Avelar, F. G.: Análise Formal, Supervisão, Escrita — Revisão e Edição.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DAS ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO (ANA). *Hidroweb*: Sistemas de Informações Hidrológicas. Brasil: ANA, 2017. Disponível em: <http://www.snirh.gov.br/hidroweb/serieshistoricas>. Acesso em: 10 fev. 2020.

ALAGO. *PDRH FURNAS*: Plano Diretor de Recursos Hídricos da Bacia Hidrográfica do Entorno do Lago de Furnas: Relatório Parcial 1: Diagnóstico da Bacia Hidrográfica. Alfenas: Alago, 2013. Disponível em: http://www.alago.org.br/imagens/image/PDRH_GD3 - Diagnóstico.pdf. Acesso em: 6 abr. 2019.

- ALI, M.; IQBAL, M. J.; AZIZ, Z. Application of Bayesian Monte Carlo Technique to Calculate Extreme Rainfall over Sindh Province in Comparison with Maximum Likelihood Method. *Proceedings of the Pakistan Academy of Sciences*, v. 53, n. 2, p. 225-235, 2016. Disponível em: <http://www.paspk.org/wp-content/uploads/2016/06/Application-of-Bayesian-Monte-Carlo.pdf>. Acesso em: 2 fev. 2020.
- ASLAM, M.; JAVED, M. Bayesian analysis of the rayleigh model assuming single and mixture priors. *Recent Advances in Statistics*, v. 2, n. 2, p. 269, 2011.
- BEIJO, L. A.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J. A. Análise Bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviais máximas em Jaboaticabal (SP). *Ciência e Agrotecnologia*, v. 33, n. 1, p. 261-270, 2009. <https://doi.org/10.1590/S1413-705420090001000036>
- BRITO, B. O.; SALGADO, R. M.; BEIJO, L. A. Intelligent modeling for streamflow forecasting. *IEEE Latin America Transactions*, v. 14, n. 8, p. 3669-3677, 2016. <https://doi.org/10.1109/TLA.2016.7786349>
- CHAGAS NETA, M. C. C.; VEBER, P. M.; MANKE, E. B.; MACHADO, R. K.; DAMÉ, R. D. C. F.; GANDRA, C. F. A. T. Ajuste da distribuição log-pearson III às vazões máximas diárias anuais da bacia hidrográfica da lagoa Mirim/RS. *Brazilian Journal of Development*, v. 5, n. 6, p. 6001-6007, 2019. <https://doi.org/10.34117/bjdv5n6-112>
- COSTA, M. S.; BEIJO, L. A.; AVELAR, F. G. Comparação de distribuições de probabilidades na previsão de vazões máximas do reservatório de Furnas. *Revista Brasileira de Agricultura Irrigada*, v. 13, n. 1, p. 3190-3202, 2019. <https://doi.org/10.7127/rbai.v13n100893>
- DEGROOT, M. H.; SCHERVISH, M. J. *Probability and statistics*. 4. ed. Boston: Pearson Education, 2012. 911 p.
- ELI, A.; ZIN, W. Z. W.; IBRAHIM, K.; JEMAIN, A. A. Bayesian extreme rainfall analysis using informative prior: A case study of Alor Setar. *AIP Conference Proceedings*, v. 1614, n. 1, p. 913-917, 2014. <https://doi.org/10.1063/1.4895323>
- GEWEKE, J. *Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments*. Mineápolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department, 1992.
- GOMES, L. F. C.; MONTENEGRO, S. M. G. L.; VALENÇA, M. J. S. Modelo baseado na técnica de redes neurais para previsão de vazões na bacia do rio São Francisco. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 15, n. 1, p. 5-15, 2010. <https://doi.org/10.21168/rbrh.v15n1.p5-15>
- HEIDELBERGER, P. E.; WELCH, P. D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operations Research*, v. 31, n. 6, p. 1109-1144, 1983. <https://doi.org/10.1287/opre.31.6.1109>
- JAN, N. A. M.; SHABRI, A.; HOUNKPÉ, J.; BADIYALINA, B. Modelling non-stationary extreme streamflow in Peninsular Malaysia. *International Journal of Water*, v. 12, n. 2, p. 116-140, 2018. <https://doi.org/10.1504/ijw.2018.10012408>
- KHOSRAVI, G.; MAJIDI, A.; NOHEGAR, A. Determination of suitable probability distribution for annual mean and peak discharges estimation (case study: Minab river-barantin gage, Iran). *International Journal of Probability and Statistics*, v. 1, n. 5, p. 160-163, 2012. <https://doi.org/10.5923/IJPS.20120105.03>
- LANGAT, P. K.; KUMAR, L.; KOECH, R. Identification of the most suitable probability distribution models for maximum, minimum, and mean streamflow. *Water*, v. 11, n. 4, p. 734, 2019. <https://doi.org/10.3390/w11040734>
- LIMA, D. B.; LIMA, M. D. C. E.; SALGADO, R. M. An empirical analysis of MLP neural networks applied to streamflow forecasting. *IEEE Latin America Transactions*, v. 9, n. 3, p. 295-301, 2011. <https://doi.org/10.1109/TLA.2011.5893775>
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of lack fit in time series models. *Biometrika*, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978. <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>
- LUNN, D.; SPIEGELHALTER, D.; THOMAS, A.; BEST, N. The BUGS project: Evolution, critique and future directions. *Statistics in Medicine*, v. 28, n. 25, p. 3049-3067, 2009. <https://doi.org/10.1002/sim.3680>
- MARTINS, T. B.; ALMEIDA, G. C.; AVELAR, F. G.; BEIJO, L. A. Prediction of maximum precipitation in the municipality of Silvianópolis-MG: classical and Bayesian approaches. *Irriga*, v. 23, n. 3, p. 467-479, 2018. <https://doi.org/10.15809/irriga.2018v23n3p467-479>
- MCLEOD, A. I. Kendall rank correlation and Mann-Kendall trend test. *R Package Kendall*. 2005. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/Kendall/Kendall.pdf>. Acesso em: 3 fev. 2020.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. *Hidrologia estatística*. Belo Horizonte: CRPM, 2007. 552 p.
- PINTO, W. P.; LIMA, G. B.; ZANETI, J. B. Análise comparativa de modelos de séries temporais para modelagem e previsão de regimes de vazões médias mensais do Rio Doce, Colatina - Espírito Santo. *Ciência e Natura*, v. 37, n. 3, p. 1-11, 2015. <https://doi.org/10.5902/2179460X17143>
- PLUMMER, M.; BEST, N.; COWLES, K.; VINES, K. CODA: convergence diagnosis and output analysis for MCMC. *R News*, v. 6, n. 1, p. 7-11, 2006. Disponível em: https://cran.r-project.org/doc/Rnews/Rnews_2006-1.pdf#page=7. Acesso em: 6 fev. 2020.
- RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. Comment: One long run with diagnostics: implementation strategies for markov chain Monte Carlo. *Statistical Science*, v. 7, n. 4, p. 493-497, 1992. <https://doi.org/10.1214/ss/1177011143>
- R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Viena, 2020. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 10 jan. 2020.
- SECKIN, N.; HAKTANIR, T.; YURTAL, R. Flood frequency analysis of Turkey using L-moments method. *Hydrological Processes*, v. 25, n. 22, p. 3499-3505, 2011. <https://doi.org/10.1002/hyp.8077>
- SECKIN, N.; YURTAL, R.; HAKTANIR, T.; DOGAN, A. Comparison of probability weighted moments and maximum likelihood methods used in flood frequency analysis for Ceyhan River Basin. *Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 35, n. 18, p. 49-69, 2010.
- SKAHILL, B. E.; VIGLIONE, A.; BYRD, A. R. *A Bayesian analysis of the flood frequency hydrology concept*. ERDC/CHL CHETN-X-1. Vicksburg: U.S. Army Engineer Research and Development Center, 2016. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/1002919.pdf>. Acesso em: 3 fev. 2020.
- SPIEGELHALTER, D. J.; BEST, N. G.; CARLIN, B. P.; VAN DER LINDE, A. Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, v. 64, n. 4, p. 583-639, 2002. <https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353>
- STEPHENSON, A. G. evd: Extreme Value Distributions. *R News*, v. 2, n. 2, p. 31-32, 2002. Disponível em: <http://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>. Acesso em: 10 out. 2017.

STURTZ, S.; LIGGES, U.; GELMAN, A. *R2OpenBUGS*: a package for running OpenBUGS from R. 2010. Disponível em: <https://cran.biodisk.org/web/packages/R2OpenBUGS/R2OpenBUGS.pdf>. Acesso em: 12 out. 2019.

SUEKAME, H. K.; COMMAR, L. F. S. A.; GONÇALVES, F. V.; CARVALHO, G. A.; CAMPOS, M.; PEREIRA, R. B. Modelagem hidrológica de larga escala com abordagem inercial. *Brazilian Journal of Development*, v. 6, n. 2, p. 6615-6625, 2020. <https://doi.org/10.34117/bjdv6n2-094>

TEIXEIRA, C. F. A.; DAMÉ, R. C. F.; SIQUEIRA, G. A.; BACELAR, L. C. S. D. Vazão máxima de projeto: Metodologia para dimensionamento de bueiros em áreas agrícolas. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*, n. 17, p. 49-56, 2011.

TURKMAN, M. A. A.; PAULINO, C. D.; MÜLLER, P. *Computational bayesian statistics*: an introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.

VIDAL, I. A Bayesian analysis of the Gumbel distribution: an application to extreme rainfall data. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, v. 28, n. 3, p. 571-582, 2014. <https://doi.org/10.1007/s00477-013-0773-3>

XU, W.; JIANG, C.; YAN, L.; LI, L.; LIU, S. An adaptive metropolis-hastings optimization algorithm of Bayesian estimation in non-stationary flood frequency analysis. *Water Resources Management*, v. 32, n. 4, p. 1343-1366, 2018. <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1873-5>

WU, Y.; LALL, U.; LIMA, C. H.; ZHONG, P. A. Local and regional flood frequency analysis based on hierarchical Bayesian model: application to annual maximum streamflow for the Huaihe River basin. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, p. 1-21, 2018. <https://doi.org/10.5194/hess-2018-22>

