

Filosofia Unisinos
Unisinos Journal of Philosophy
22(3): 1-13, 2021 | e22310

Unisinos – doi: 10.4013/fsu.2021.223.10

Artículo

Conteo, cardinalidad y equinumerosidad: motivos para una revisión crítica de las objeciones de Husserl a Frege en *Filosofía de la Aritmética*

Counting, Cardinality, and Equinumerosity: reasons to a reconsideration of Husserl's critique to Frege in *Philosophy of Arithmetic*

Luis Alberto Canela Morales

<https://orcid.org/0000-0002-3740-5234>

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad de Mexico, México. Email: luisanela25@gmail.com.

RESUMEN

En el apartado *Freges Versuch (Intento de Frege)*, incluido en *Filosofía de la aritmética*, Husserl abiertamente señala que en los *Fundamentos de la aritmética* de G. Frege no existe un análisis lógico adecuado del concepto de número en términos de equinumerosidad. Según Husserl, la caracterización de Frege del concepto de número cardinal, en estrecha conexión con la noción de correspondencia uno-a-uno, es errónea. El objetivo principal de este artículo es mostrar que esta interpretación de Husserl sobre la obra de Frege, específicamente en este apartado, contiene una serie de errores y confusiones graves.

Palabras clave: Husserl, Frege, psicologismo, *Filosofía de la aritmética*, equinumerosidad, fenomenología, correspondencia uno-a-uno.

ABSTRACT

Husserl states in his first book, *Philosophy of Arithmetic*, that we do not find an adequate logical analysis of the concept of number in terms of equinumerosity, in G. Frege. According to Husserl, Frege's characterization of number as a close connection between our concept of cardinal number and the notion of one-one correspondence is erroneous. The aim of this article is to show that Husserl's reading of Frege in *Philosophy of Arithmetic*, specifically in *Freges Versuch*, contains a series of mistakes and misunderstandings.

Keywords: Husserl, Frege, psychologism, *Philosophy of Arithmetic*, equinumerosity, phenomenology, one-one correspondence.

Introducción: Propósito y estado de la cuestión

Una de las disputas filosóficas más importantes de las postrimerías del siglo XIX tuvo como protagonistas a Edmund Husserl y a Gottlob Frege.¹ Como consecuencia de esta disputa se originaron dos propuestas de interpretación filosóficas diametralmente opuestas y que hasta el día de hoy siguen en debate. Por un lado, aquellos que señalan que *Filosofía de la aritmética* es una obra original dentro del escenario filosófico del siglo XIX, aunque encallada dentro de un psicologismo que solo Frege pudo develar (Føllesdal, 1958; Dreyfus y Hall, 1987; Dummet, 1981), y por otro lado aquellos que creen encontrar en *Filosofía de la aritmética* cierto enfoque pre-fenomenológico que, con independencia del escenario anterior y de Frege mismo, evidenciaría una ruta filosófica ininterrumpida hasta la primera edición de las *Investigaciones lógicas* (Smith y McIntyre, 1984). Como *adenda*, están aquellos que ponen en duda si hubo o no alguna influencia (Mohanty, 1977; Drummond, 1985).

Como lo advertí, estas dos (o tres) interpretaciones filosóficas sobre la relación entre Husserl y Frege han tenido un efecto considerable en la lectura que se tiene tanto de *Filosofía de la aritmética* como de las siguientes obras de Husserl. De hecho, es bastante extenso el número de artículos, libros, tesis de grados y artículos de divulgación que se han dedicado a explorar dicha relación desde todas sus aristas.² Pese a lo anterior, y hasta donde sé, no se ha hecho un comentario crítico —excepto por los breves apuntes de Moretti (1991)— al apartado “Freges Versuch” (de ahora en adelante el *Intento de Frege*) contenido en el capítulo VII de *Filosofía de la aritmética*. Por increíble que parezca, muy poco se ha dicho sobre este texto, lo que resulta sorprendente si se toma en cuenta que en ese apartado Husserl abiertamente señala que Frege, en sus *Fundamentos de la aritmética*, no presenta un análisis lógico (ni psicológico) adecuado del concepto de número en términos de equinumerosidad. Según Husserl, la caracterización de Frege del concepto de número, en estrecha conexión con la noción de correspondencia *uno-a-uno*, es errónea. Cabe preguntar ¿es correcta esta crítica de Husserl a Frege? ¿Son ciertas las afirmaciones de Husserl respecto de la posición adoptada por Frege en los *Fundamentos de la aritmética*? ¿Es verdad que Husserl representa un desafío a la propuesta de Frege? La originalidad de este trabajo reside en demostrar que la interpretación y exposición de Husserl a propósito de la doctrina fregeana, específicamente en el *Intento de Frege*, presenta una serie de errores y confusiones serias.

¹ Las referencias a la obra de Husserl se harán conforme a la siguiente edición: Husserliana—Gesammelte Werke. Para citar dicha edición emplearé, como ya es usual, la sigla “Hua” seguida del tomo en números romanos y las páginas en números arábigos, por ejemplo, Hua XVI, 8.

² En mi artículo “Las ambigüedades de Frege. Una nueva mirada a la reseña de *Filosofía de la aritmética* de E. Husserl” presento un listado de gran parte de los trabajos académicos sobre la relación entre Husserl y Frege. Presento, además, algunas claves de interpretación que permiten hacer una revisión juiciosa de aquellos aspectos no visto por Frege en su recensión de *Filosofía de la aritmética*. Consultar, Canela Morales (2021).

A fin de conseguir este objetivo, primero expondré el capítulo VI de *Filosofía de la aritmética* que sirve como antecedente al problema en cuestión, posteriormente desarrollaré los principales argumentos del *Intento de Frege* y, finalmente, presentaré "lo no visto" por Husserl en la obra del lógico alemán.

La definición de igualdad numérica a través del concepto de correlación recíproca

La "primera" obra filosófica de Edmund Husserl, *Filosofía de la aritmética*, estaba destinada a ser publicada en dos volúmenes.³ No obstante, Husserl sólo pudo editar y publicar uno. El único volumen publicado se divide en dos partes. La primera parte está constituida por nueve capítulos y la segunda parte por otros cuatro capítulos. El contenido de los primeros cuatro capítulos repite, casi palabra por palabra, lo expuesto en el primer capítulo de su tesis de habilitación titulada *Sobre el concepto de número. Análisis psicológicos* (Hua XII, 8). El apartado que aquí interesa forma parte de una de las seis secciones que componen el capítulo VII, "Definiciones del número en términos de equivalencia": (1) Estructura de la teoría de equivalencia; (2) Ilustraciones; (3) Crítica; (4) Intento de Frege; (5) Intento de Kerry y (6) Observación final. Me enfocaré en (1), (3) y (4), pero antes esbozaré algunos puntos contenidos en el capítulo VI de *Filosofía de la aritmética* que serán de utilidad para entender el problema en cuestión.

En el capítulo VI de *Filosofía de la aritmética*, Husserl parte de una consideración elemental: los conceptos primarios y fundantes no pueden ser definidos; todo lo que puede ofrecer un concepto elemental es una remisión a los procesos psíquicos que fueron necesarios para su constitución/construcción. La razón de esto es que Husserl piensa que las definiciones deben satisfacer dos condiciones: la condición explicativa y la condición de conocimiento. La condición explicativa requiere que el *definiendum* sea explicable en términos de los *definiens*; mientras que la condición de conocimiento establece que los conceptos que constituyen los *definiens* deben "proporcionar un equipo conceptual suficiente para alcanzar cualquier cuerpo de conocimiento en el que está involucrado el concepto que constituye el *definiendum*" (Soldati, 2004, p. 222-223). En el caso de los conceptos primarios y/o fundantes su remisión se encuentra en los fenómenos concretos a partir de los cuales se abstraen como conceptos originarios. En cierto modo, no opera en ellos un carácter conceptual, ni amplio ni restringido, que permita determinar *a priori* el sentido originario de su aparición. Tomando en cuenta este punto de partida, Husserl cree que Frege orienta mal su trabajo lógico al suponer que la caracterización del concepto de número se define a partir de su relación con la correspondencia *uno-a-uno*, por ejemplo, si tengo la "clase de las camisas blancas" y tengo la "clase de las corbatas negras", puedo saber si tengo el mismo número de camisas blancas que de corbatas negras colocando una corbata negra a cada camisa blanca. Así, tener el mismo número de miembros para dos clases significa que sus elementos pueden ser puestos en correspondencia uno-a-uno. Las razones de Husserl para sostener el argumento anterior son las siguientes. En primer lugar, Frege define la identidad en lugar de la igualdad. En segundo lugar, el hecho de que dos contenidos puedan sustituirse no es razón de su igualdad, sino que su igualdad es la razón de su sustitución. Y, en tercer lugar, Frege no proporciona un criterio para reconocer la igualdad (Hua XII, 97). En lo sucesivo, explicaré estos tres argumentos.

Según Husserl, antes de evaluar la cardinalidad (y por ende la igualdad) de dos conjuntos se debe determinar el *sentido* del término comparación. Un primer sentido consiste en poner dos conjuntos en

³ En este segundo tomo, Husserl pretendía elaborar un estudio sobre los *cuasi-números* (los números negativos, irracionales e imaginarios), sobre la geometría euclidiana, la lógica general de los métodos simbólicos (semiótica) y la *aritmética universalis* (Hua XII, 6-8). Es posible *reconstruir* el contenido de este segundo volumen tomando en cuenta los siguientes ensayos: "Sobre la lógica de los signos" (Semiótica) (Hua XII, 340-373), "El concepto de aritmética general" (Hua XII, 374-379); "La aritmética como siempre apriorística" (Hua XII, 380-384); "Sobre el concepto de operación" (Hua XII, 408-429); "La pregunta por la aclaración de los conceptos de números naturales como determinaciones individuales dadas" (Hua XII, 489-492); "Sobre las determinaciones formales de una variedad" (Hua XII, 489-492).

correspondencia *uno-a-uno* y verificar que ninguno de sus elementos permanezca aislado. Un segundo sentido consiste simplemente en contar los elementos de cada conjunto y verificar si tienen el mismo número o no. El primero puede usarse cuando solo queremos evaluar la equinumerosidad;⁴ mientras que el segundo se usa cuando queremos saber la cardinalidad⁵ de cada conjunto por separado. Si tenemos en cuenta el primer sentido, el proceso de correspondencia *uno-a-uno* únicamente garantizaría equinumerosidad, pero no determinaría qué posibilita la biyección entre dos conjuntos (Hua XII, 105). Si tomamos en cuenta el segundo sentido, resulta que la razón por la que dos conjuntos tienen la misma cardinalidad no es el hecho de que se puedan poner en correspondencia *uno-a-uno*, sino todo lo contrario: la correspondencia es posible gracias a que los dos conjuntos, después del proceso de conteo, arrojan la misma cardinalidad. En otras palabras: tener la *misma cardinalidad* y estar en *correspondencia uno-a-uno* no son conceptos con el mismo contenido, sino conceptos con la misma extensión (Hua XII, 106-108). Queda claro, según Husserl, que existen claras ventajas del segundo método por sobre el primero: (i) es un proceso completamente automático que puede ejecutarse sin pensar en los conceptos involucrados; (ii) es eficiente y seguro y (iii) nos permite no sólo comparar los dos conjuntos, sino también obtener la cardinalidad asociada a cada uno de ellos (Hua XII, 102-105). Según todo lo anterior, el procedimiento de Frege, que correspondería al primer sentido, está muy lejos de proporcionar una correcta definición lógica sobre el concepto de número, igualdad y equivalencia. Todo lo que se le puede conceder es que formula un criterio necesario, pero no suficiente, mediante el cual se busca la obtención de la igualdad. En esto consiste, pues, el único sentido útil y el logro de la definición numérica en términos fregeanos (Hua XII, 108-110).

La definición del concepto de número en términos de equivalencia

Al inicio del capítulo VII de *Filosofía de la aritmética*, Husserl retoma el diagnóstico de los malentendidos vinculados a la definición de "igualdad numérica (o equinumerosidad) de dos conjuntos como sinónimo de la relación llamada equivalencia" (Torretti, 1972, p. 192). Si bien es cierto que Husserl admite que existen teorías que realmente han avanzado en estos términos, este no es el caso para la(s) postura(s) de Frege (y Benno Kerry). Estas teorías, denominadas por Husserl como *teorías de la equivalencia*, solo requieren la existencia de un elemento de *correlación*, una función comparativa entre ellos y la revisión de elementos "sobrantes". Esto quiere decir, según Husserl, que sin tomar en cuenta los conjuntos, incluso sin saber lo que significa el acto de contar, se está en posición de hacer un juicio numérico a partir de elementos comparados.

De conformidad con lo anterior, en el apartado (3), Husserl abiertamente señala que los errores que comete esta teoría se originan del desconocimiento de la esencia de la correlación *uno-a-uno* y de la función que desempeña en el conocimiento de la igualdad de dos conjuntos (Hua XII, 115-116). En otras palabras, Husserl cree que esta formulación parece confundir los términos con sus referentes, es decir, al ser la definición de equivalencia un mero criterio para establecer la existencia de la igualdad numérica de dos conjuntos se cae en el error de tomar por verdadero que equivalencia e igualdad numérica son conceptos con el mismo contenido. Más aún, en considerar a la equivalencia como la fuente misma del concepto de número. En conclusión: la totalidad de los conjuntos equipotentes entre sí (es decir, equivalentes o pertenecientes a una clase) seguramente no puede tener nada más en común que la igualdad numérica definida de la manera antes indicada. Desde el punto

⁴ Es decir, la relación que se da entre dos conjuntos susceptibles de establecer una aplicación biyectiva entre ellos. Por ejemplo, el número que corresponde al concepto "estaciones del año" es 4, pues sabemos que las estaciones del año son primavera, verano, otoño e invierno.

⁵ Por ejemplo, el conjunto $A = \{x, y, z\}$ contiene 3 elementos, por tanto, A tiene cardinalidad 3.

de vista de Husserl, en estas construcciones, remotas y artificiales, los conceptos aritméticos elementales se distorsionan a tal grado que se da por válido que asignar un número a un conjunto concreto es clasificarlo en el sentido anterior.

Es claro, agrega Husserl, que no se pueden aceptar este tipo de razonamientos. En primer lugar, porque la equivalencia entre los conjuntos no se establece simplemente en términos de igualdad numérica, sino a partir de la consideración de que dos conjuntos son equinumerosos si y solo si son equivalentes; equivalencia que debe fundarse a partir del *conteo numérico* en el sentido verdadero y auténtico de la palabra (Hua XII, 115-117). Por ejemplo, que "Rómulo y Remo" sean dos no es resultado de que hayan podido ponerse en correspondencia biunívoca con Caín y Abel, Gandhi y Mandela, Alemania y Austria u otras parejas; antes bien, estas correspondencias pueden establecerse porque "Rómulo y Remo" se han contado como *dos*; lo que en ellos opera es una conjunción, un "y" fenomenológico que, reiterado, consigue esta forma fenomenológica de actos articulados (García-Baró, 2008, p. 109).⁶ En segundo lugar, si los números se definen como conceptos relacionales, entonces cada afirmación numérica en lugar de estar dirigida al conjunto presente estaría dirigida a sus relaciones con otros conjuntos similares. Para Husserl, en cambio, la cardinalidad de un conjunto es una característica discernible en él, no hay necesidad de estudiar otro tipo de relaciones con otros conjuntos. Es esto último el sentido correcto de extraer o abstraer la cardinalidad de un conjunto y no la tendencia generalizada de designar una proposición numérica a través del concepto de equivalencia (Hua XII, 124).

El intento de Frege

Teniendo en cuenta todo lo anterior, en el *Intento de Frege*, Husserl presenta una exposición detallada del contenido de los §§63-69 de los *Fundamentos de la aritmética*, parágrafos en los que Frege expone su método de definición por abstracción lógica. Es, también, en el *Intento de Frege* donde Husserl concentra sus críticas al proyecto fregeano:

La vigencia de las últimas observaciones también queda notablemente ilustrada por el libro de Frege, a menudo citado e ingenioso (geistreiche), dedicado exclusivamente al análisis y la definición del concepto de número. En efecto, él plantea la pregunta de por qué podemos designar todas las cosas con el nombre "uno", al que hemos dedicado largas discusiones. Ocasionalmente se topa con la respuesta correcta, pero luego toma distancia lejos de la verdad. Es este el lugar para discutir el curioso (merkwürdigen) intento de Frege, porque la concepción que finalmente alcanza se mantiene, si atendemos esencialmente, en estrecha relación con la teoría de equivalencia criticada anteriormente (Hua XII, 118).

También agrega que:

Lo que Frege ha intentado no es, en absoluto, un análisis psicológico del concepto de número. No es a partir de ese análisis que espera una aclaración de los fundamentos de la aritmética... "La psicología no debería formar parte de la contribución a los fundamentos de la aritmética". Además de no escatimar protestas decisivas contra las presuntas incursiones de la psicología en nuestra área. Se puede ver la dirección a la que apunta Frege. "Por mucho que...las matemáticas deban rechazar toda ayuda de la psicología, es muy poco lo que puede negar su conexión con la lógica". Una fundamentación de la aritmética en una secuencia de definiciones formales, de la cual todos los teoremas de esa ciencia puedan deducirse silogísticamente, ese es el ideal de Frege (Hua XII, 118).

⁶ Lo que Husserl intenta destacar es el hecho de que los números se predicán con legitimidad sólo en la medida en que su numerabilidad posee un carácter conjuntivo. Dicho de otra manera, la predicación numérica parte del encuentro de un todo en el que se reúnen colectivamente n partes o n partes coleccionadas o vinculadas en un conjunto global.

Como puede observarse, son tres los puntos medulares de la crítica de Husserl: (i) Frege no tiene en cuenta un estudio del tipo psicológico (léase genético); (ii) por presentar una definición de un concepto básico y (iii) por hacer del carácter extensional una razón suficiente para aclarar el concepto de número. Explicaré sucintamente cada una de estas críticas.

Primera objeción. Al inicio de *Filosofía de la aritmética*, Husserl hace notar lo siguiente:

Los conceptos correlacionados de unidad, pluralidad (Vielheit) y número (Anzahl) son conceptos fundamentales para el conocimiento humano en general y, en tanto tal, exigen un interés filosófico particular, en especial porque las considerables dificultades inherentes a su comprensión siempre han dado lugar a peligrosos errores y sutiles disputas. Estas dificultades están estrechamente relacionadas con ciertas peculiaridades de la constitución psicológica (psychologischen Konstitution) de los conceptos mencionados, en cuya aclaración también la psicología tiene un interés especial. Satisfacer no sólo los intereses aritméticos, sino sobre todo estos intereses lógicos y psicológicos, es lo que yo señalo como tarea de los siguientes análisis (Hua XII, 13).

Es oportuno detenerse un instante sobre este punto. Contrario a lo que se esperaría, Husserl apuesta por un estudio del tipo psicológico. La primacía de este tipo de análisis psicológicos no es algo gratuito. Con esta propuesta, Husserl asume que los análisis psicológicos (análisis genéticos) son los únicos que abordan el problema de la génesis u origen de los conceptos de la aritmética. Así, frente a la posibilidad de un estudio de tipo lógico, es decir, sobre el significado propio del número, Husserl prefiere los análisis ordenados psicológicamente, pues van al suelo mismo de la emergencia del concepto del número. De esta manera, Husserl encara el concepto de número y el acto de la enumeración como uno de los procesos más simples que conviene aclarar primero si se quiere luego abordar los procesos más complejos.

Sobre la base de lo anterior, una de las premisas fundamentales de *Filosofía de la aritmética* es que en la vida cotidiana nos topamos con todo tipo de fenómenos que remiten a una pluralidad y tanto ella como la extensión que la componen son perfectamente bien intuitas (Hua XII, 16):

Ellos [los fenómenos concretos] son colecciones, pluralidades de ciertos objetos. Todo el mundo sabe lo que quiere decir esta expresión. Nadie duda sobre si se puede hablar o no de una pluralidad en el caso dado [...] Por lo tanto, podemos considerar esta extensión como un hecho, a pesar de que todavía estamos en la oscuridad sobre la esencia y el origen del concepto mismo. Lo mismo se aplica, por idénticas razones, a los conceptos numéricos (Hua XII, 15. Lo que está entre corchetes es mío).

El problema de Husserl, tal como se esboza en la cita anterior, no tiene nada que ver con la precisión o exactitud con la que sabemos que cinco manzanas son más que tres manzanas. En realidad, el problema de Husserl es dar cuenta de la experiencia que se tiene de una pluralidad o conjunto. Una segunda premisa fundamental afirma que el número está íntimamente ligado al concepto de pluralidad. Bien señala Husserl: "donde esté dada una pluralidad, ahí viene a cuento la pregunta por el cuánto y en su respuesta está, precisamente, el número correspondiente" (Hua XII, 15). En este sentido, para determinar un número específico es necesario abstraerlo del concepto de pluralidad, asumiendo que su origen son fenómenos concretos o pluralidades de objetos cualesquiera: alumnos, frutas, perros, Marte, Alemania, etc. (Hua XII, 16). En el caso específico de la correspondencia uno-a-uno, Husserl únicamente la admite como un caso especial del enlace colectivo⁷ limitado a pares de elementos.

⁷ El enlace colectivo es un enlace del tipo psíquico que permite "enlazar" los contenidos representados, presentándose como un plus que no sólo enlaza los contenidos, sino que los retiene en el modo del "estar-juntos" (Hua XII, 45). Desde luego, su emergencia no ocurre de manera intuitiva, sino mediante un acto psíquico que abraza los contenidos de representación y los une. Es en este sentido en el que se presume como una pre-condición psico-lógica indispensable para todo enlace o relación colectiva (Hua XII, 78).

Segunda objeción. Para Husserl, como ya se observó, la noción de número es primitiva, por tanto, el único modo de fundamentarla es remitiéndose a la actividad que origina su aparición. Cito *in extenso*:

Una fundamentación de la aritmética en una secuencia de definiciones formales, de la cual todos los teoremas de esa ciencia puedan deducirse silogísticamente, ese es el ideal de Frege.

Probablemente no es necesario explicar ampliamente por qué no puedo compartir este punto de vista, sobre todo porque todas las investigaciones que he realizado hasta ahora no presentan sino argumentos para refutarlo. Sólo se puede definir lo que es lógicamente compuesto. Tan pronto como nos encontramos con los conceptos elementales, toda definición llega a su fin. Conceptos como calidad, intensidad, lugar, tiempo, entre otros, nadie puede definirlos. Y lo mismo ocurre con las relaciones elementales y los conceptos que se basan en ellas. Igualdad, semejanza, incremento, todo y parte, pluralidad y unidad, etc., son conceptos totalmente incapaces de una definición lógico-formal. Lo que se puede hacer en tales casos consiste únicamente en mostrar los fenómenos concretos de los que se abstraen los conceptos, o a través de ellos, y aclarar la naturaleza del proceso de abstracción [...] Por lo demás, nuestros análisis han demostrado, con indiscutible claridad, que los conceptos de pluralidad y de unidad descansan directamente sobre datos psíquicos elementales y, por tanto, pertenecen a los conceptos indefinibles en el sentido referido (Hua XII, 118-119).

En otras palabras, la génesis de los conceptos numéricos no se encuentra en una definición lógica, lo que se requiere es una descripción correcta y un análisis objetivo que explicita como, a la base de los conceptos numéricos, se encuentran los conceptos de conjunto (y/o pluralidad) y de unidad, y directamente vinculado con ellos, los datos psico-lógicos elementales (Hua XII, 119).

Tercera objeción. Para que sea inteligible lo anterior debe entenderse de antemano que, según declaraciones de Husserl, para Frege el número no se adjudica (*zugeschrieben*) ni para un objeto individual ni para un conjunto de objetos, sino que "la indicación numérica (*Zahlenangabe*) implica un enunciado (*Aussage*) sobre un concepto" (Hua XII, 120). Por ejemplo, cuando se dice que Júpiter tiene cuatro lunas, el número cuatro se asigna al objeto "luna de Júpiter" (Hua XII, 120). Esta conceptualización básica concuerda, según Husserl, con las teorías de la equivalencia en la medida en que Frege quiere obtener el concepto de número partiendo de la definición de igualdad numérica, esto es, asumiendo que el concepto *F* es equinumeroso al concepto *G* si existe la posibilidad de una correlación recíproca entre los objetos que caen bajo un concepto y aquellos que caen bajo el otro:

*La idea básica en la exposición de fregeana concuerda con la de la teoría de equivalencia (Äquivalenztheorie) en la medida en que él también quiere obtener el concepto de número a partir de la definición de "equinumerosidad" (*Gleichzahligkeit*). El método que utiliza es considerado por él como un caso especial de un método lógico general que se supone que permite obtener la definición de lo que debe considerarse igual a partir de un concepto conocido de igualdad (Hua XII, 120).*

Sin embargo, esta definición, al formar parte de una larga secuencia de definiciones y análisis sutiles relacionados con ella, poco enriquece a la lógica (Hua XII, 120-121). Así, finaliza Husserl, "lo que este método nos permite definir no son es el contenido de los conceptos [...] sino sus extensiones" (Hua XII, 122).

Calibrando posiciones: lo no visto por Husserl en el *Intento de Frege*

Cabe preguntar: ¿es correcta la crítica de Husserl a Frege? ¿Es verdad que Husserl representa un desafío a la propuesta de Frege? ¿No será acaso que existen aspectos de la obra de Frege que Husserl

no advirtió? En lo sucesivo presentaré una serie de contraargumentos y contraejemplos con los cuales pretendo invalidar las críticas de Husserl. Todo ello a partir del principal desacuerdo entre ambos filósofos: la naturaleza de la equinumerosidad, la igualdad numérica y la correlación *uno-a-uno*. Comenzaré por la tercera objeción.

Para Husserl no es posible (o en el mejor de los casos no se debe) explicar el concepto de número en términos de equinumerosidad, sino que se debe explicar la equinumerosidad en términos de la práctica de contar. Dicho en los términos de Frege: no es el caso que se pueda determinar que el número de *Fs* es el mismo número de *Gs* únicamente poniendo a *F* y *G* en correspondencia *uno-a-uno*, sino que el número de *Fs* y el número de *Gs* serán equivalentes porque cuando se cuenten las *Fs* se obtendrá el mismo número que cuando se cuenten las *Gs*. Para Husserl existe, pues, una prioridad conceptual.

El problema de esta crítica es que Husserl no tiene en cuenta (o ignora) un aspecto fundamental de la obra de Frege (y de paso tres aspectos derivados de este encuadre filosófico). El aspecto fundamental es que la propuesta de Frege no es, en absoluto, un representante de la teoría de la equivalencia. La razón de esto es que Frege no define el número como aquella característica compartida por todos los conjuntos pertenecientes a una determinada clase de equivalencia que, eventualmente, terminará equiparándose con un representante canónico de dicha clase (Centrone, 2010). Por el contrario, para Frege las atribuciones numéricas son conceptos de conceptos o "extensiones de conceptos de segundo nivel, es decir, si *F* es un concepto, el *número de F* es la extensión del concepto 'concepto equinumeroso a *F*'" (p. 21). En otras palabras, existe una co-extensionalidad de conceptos, pero esta no es una relación entre conceptos, sino una relación entre objetos, esto es, las extensiones,⁸ o como bien apunta Moretti, "las afirmaciones aritméticas básicas vinculadas con la operación de contar son, bien entendidas, asignaciones de números a conceptos" (1991, p. 145-146). Por tanto, no se debe indagar su naturaleza mediante intuiciones singulares, sino "estudiando las aserciones elementales donde se hace referencia a ellos" (1991, p. 149). Hay que recordar que para Frege los conceptos son, en primer lugar, "denotaciones de términos conceptuales [...], son de una categoría distinta a la de los objetos [...] corresponde a cada uno de ellos un objeto, su extensión, y, por último [...] que el concepto es anterior a su extensión" (Fernández de Castro, 2005, p. 46). Los aspectos derivados del encuadre anterior que Husserl pasó por alto en su interpretación son, en primer lugar, que para Frege el contenido cognoscitivo verdaderamente importante de una expresión conceptual es su *referencia*, no su componente *intensional*; en segundo lugar, esta referencia no es una extensión sino una *función* y, en tercer lugar, en "los conceptos identificados extensionalmente no hay una función inyectiva de conceptos a objetos" (Fernández de Castro, 2005, p. 49). Explicaré con detalle estos puntos comenzando con el último.

A diferencia de Husserl, Frege sostiene que la subsunción de objetos bajo un concepto sí es una condición necesaria para contar. Pero no solo esto, además exige una prueba para la equinumerosidad de las extensiones de los conceptos *F* y *G*, en caso de que las *Fs* y *Gs* se puedan poner en correspondencia *uno-a-uno*, a la vez que advierte que esta relación es únicamente una *condición materialmente necesaria* (pero todavía insuficiente) para obtener la igualdad (o identidad conceptual) de los números asociados con *F* y *G*. Pero ¿cómo responde esto a lo que Husserl llama prioridad conceptual? La respuesta es la siguiente: Husserl pasa por alto que, para Frege, establecer una correspondencia *uno-a-uno* significa operar ya con un proceso de conteo. En efecto, uno debe darse cuenta de que al establecer una correspondencia *uno-a-uno* ya se está contando cada uno de los objetos *una vez y sólo una vez*. La subsunción bajo un concepto, de los objetos a contar, es, en realidad, una suerte de *pre-comprensión* operacional (y conceptual) de la regla del conteo (Heck, 2000). Ahora bien, pensar que la equivalencia es la fuente misma del concepto de número, como hace Husserl, es ignorar que la relación de identidad sólo tiene aplicación entre objetos. Así, "la relación entre conceptos que desempeñan un papel análogo a la identidad entre objetos es, precisamente, la relación de tener idéntica extensión" (Moretti, 1991,

⁸ Debo esta idea al Dr. Axel A. Barceló Aspeitia (IIF-UNAM).

p. 151). Más aún, Husserl se equivoca en creer que el fundamento para garantizar la *sustitutibilidad* de un contenido por otro es su identidad, pues si la *sustitutibilidad* sirve como criterio de identidad, entonces establecer la identidad de dos cosas implica que ya se ha establecido su *sustitutibilidad*. De hecho, Husserl también pasa por alto que la preocupación de Frege siempre fue que las leyes de identidad consecuentes debían ser válidas y, además, que el signo de igualdad en las matemáticas debía interpretarse en términos de identidad estricta. Así, "mientras Frege desvanecía la distinción entre definir el operador de cardinalidad en términos de equinumerosidad y definir la equinumerosidad en términos de mapeo *uno-a-uno*, Husserl ignora esto por completo haciendo difícil discernir la intención precisa de su crítica" (Dummett, 1991, p.143). Trataré de explicitar esto último.

Lo que Frege señala es que "la definición del concepto ser (el) número de F , no consiste en explicitar su extensión, sino en afirmar que ser (el) número de F es ser la extensión del concepto ser equinumerable con F " (Moretti, 1991, p. 151). Frente a lo dicho por Husserl de que la definición de equivalencia solo es un mero criterio para garantizar la igualdad numérica de dos conjuntos, Frege insiste en que la clase de las propiedades equinumerables con F no es la extensión del concepto de número F sino la del concepto equinumerable con F . Por esta razón, en tanto criterio general para la igualdad numérica, Frege no usa la expresión "el número que corresponde a F ", pues esto supondría que ya se ha identificado el número que corresponde a F . Queda claro que Husserl no tuvo cuidado en distinguir la definición del operador de cardinalidad en términos de equinumerosidad de la definición de equinumerosidad en términos de mapeo *uno-a-uno*. En suma, Husserl reduce el argumento de Frege a un flanco en el que primero establecemos la cardinalidad de un conjunto, luego la comparamos y, finalmente, verificamos su equinumerosidad. Pero lo cierto es que el argumento de Frege es más profundo. En realidad, desafía la idea de reducir la atribución de la cardinalidad a la equinumerosidad entendida como mapeo *uno-a-uno* (Soldati, 2004, p. 227). Lo que Frege está proponiendo es que la conciencia de la correlación biunívoca puede ser *anterior al mero conteo* (el concepto es anterior a su extensión) y, por tanto, no se necesita presuponer la conciencia del número de objetos correlacionados (Kenny, 1997). Más aún, Husserl pierde de vista que Frege define la correlación biunívoca en dos etapas. En primer lugar, está la definición de correlación simple:

Si todo objeto que cae bajo el concepto F , se halla en la relación Φ con un objeto que cae bajo el concepto G , y si cada objeto que cae bajo el concepto G está en la relación Φ un objeto que cae bajo F , entonces los objetos que caen bajo F y G están correlacionados por la relación Φ (Frege, 1884, p. 83).

Para pasar a la correlación biunívoca o de *uno-a-uno*, tenemos que añadir dos nuevas proposiciones:

- 1. Si d está en la relación Φ con a , y si d está en la relación Φ con e , entonces, en general, sean lo que fueren d , a y e , a es lo mismo que e .*
- 2. Si d está en la relación Φ con a , y si b está en la relación Φ con a , entonces, en general, sean lo que fueren d , b y a , d es lo mismo que b (Frege, 1884, p. 84).*

Paso a la segunda objeción presentada por Husserl. Ya sabemos que un estudio del tipo psicológico es un tipo de estudio que definitivamente no era del agrado de Frege. De hecho, siempre que Frege habla de la psicología presupone que esta es una ciencia natural, por tanto, si estudiáramos la estructura lógica de un concepto de manera *natural* dicho concepto sería visto como una mera intuición, imagen o producto de algún acto psíquico. De acuerdo con Moretti (1991), una variación de esta segunda crítica "puede iniciarse distinguiendo entre un sentido ontológico y un sentido gnoseológico de la idea de fundamentación" (1991, p. 152). Según el primer sentido, la indagación principal debe centrarse en las "jerarquías y relaciones entre tipos de entidades y procesos dando lugar a diferentes conceptos y

tramas conceptuales" (1991, p. 152). De acuerdo con el segundo sentido de fundamentación, la investigación por la "naturaleza" del número busca descubrir o legitimar cómo es posible que tenemos acceso a las entidades o procesos lógicos abstractos. Según lo anterior, Husserl habría criticado la postura fregeana de investigar únicamente el primer sentido de fundamentación y no tener ningún interés en el segundo sentido. Sin embargo, esto último es incorrecto. En primer lugar, Frege no consideraba necesario desarrollar sistemáticamente una "jerarquía de propiedades", dado que postula extensiones para todas ellas (Chateaubriand, 2016). En segundo lugar, del hecho de que el principal interés de Frege no esté en la epistemología del sujeto —sino en las objetividades ideales— no se sigue que no tuviera un interés, aunque sea menor, por la correlación (o el acceso epistemológico) entre la razón (*Vernunft*) y las objetividades lógicas. Basta una cita que aparece casi al final del §26 de los *Grundlagen*:

Por objetividad (Objektivität) entiendo una independencia de nuestras sensaciones, intuiciones y representaciones (Vorstellen) de concebir imágenes internas a partir de los recuerdos de sensaciones anteriores, pero no la independencia de la razón (Vernunft); pues responder a la pregunta sobre qué son las cosas independientemente de la razón equivale a juzgar sin juzgar, a lavarse la piel sin mojarse (Frege, 1884, p. 36).

Es precisamente en este contexto que podría decirse que Frege, aunque interesado en el pensamiento objetivo, admite cierto aspecto "subjetivo" que funciona como puente sin que esto sea visto como un mero proceso mental. De hecho, es aquí donde uno de los aspectos fundamentales de la obra de Frege cobra mayor relevancia: el concepto de verdad (o ámbito de la referencia). Para Frege, la verdad se presenta como *reconocimiento previo de algo* o como reconocimiento "subjetivo" de que lo dado en un juicio (*Urteil*) es verdadero, esto es, de la donación de la referencia misma. Desde luego, nada de esto es tomando en cuenta por Husserl.

Paso a la primera objeción. Esta crítica asume una postura difícilmente comprensible para Frege: la estructura lógica de un concepto debe estudiarse psicológicamente. Entendamos este punto. Para Frege, el método abstractivo en el que Husserl justifica su filosofía de la aritmética tiene por característica que únicamente se pueda discernir un objeto de otro a través de su comparación, y reflexionando sobre lo que tienen y no tienen de común. Si esto es así, Husserl debió haber aceptado que:

Las características de un conjunto sólo pueden determinarse considerando sus relaciones con otros conjuntos. Admitido esto, no sería tan absurdo sostener que la relación considerada cuando se atribuye un número a un conjunto es específicamente la relación de equivalencia (Torretti, 1972, p. 205).

En efecto, Husserl debió haber aceptado que Frege tenía razón. De haberlo hecho, se habría dado cuenta de otro elemento importante en el trabajo de Frege: el principio contextual. Veamos. El §62 de los *Fundamentos de la aritmética* enuncia lo siguiente: "¿cómo puede sernos dado un número, si no podemos tener de él ninguna imagen o intuición? Solamente en el contexto de un enunciado se refieren las palabras a algo" (1884, p. 73). De acuerdo con Frege, la confusión entre el *significado* de una palabra y una *idea* asociada a ella ocurre porque ignoramos cuál es su significado dentro de un contexto. El principio contextual así definido, además de ser válido para objetos de todas clases, establece un criterio para saber qué hace verdaderas a proposiciones con sentido que incluyan términos singulares que los denotan. ¿Qué pasa en el caso de los objetos matemáticos? Para responder a esto es necesario determinar el *sentido* de un enunciado que incluya un numeral (ya sea de manera sustantivista o adjetivista). De entrada, Frege sostiene que los números son *objetos* auto-subsistentes (§38) pues aquello que es común a todas las atribuciones numéricas a conceptos aplicados al mismo número de cosas debe ser un objeto (Chateaubriand, 2016). En tanto tal, todo numeral será un término singular genuino. Así, de acuerdo con el principio contextual, si fijamos el *sentido* de un enunciado verdadero

en donde aparezca un término numérico (o numeral) entonces se tendrá una garantía (*necesidad lógica*) de que el término singular tiene un referente. Pasamos, pues, de la referencia de un objeto abstracto a un objeto particular.

Lo anterior ya es visible en la carta del 24 de mayo de 1891, donde Frege presenta la correlación entre el sentido y *Bedeutung*, y el papel analógico de las oraciones, los nombres propios y las palabras conceptuales (o palabras para concepto) (1980, p. 63). Visto desde la perspectiva de Frege, Husserl da un “salto categorial” que va desde el concepto a la referencia objetiva desestimando al *nombre propio* —cuya tarea es la mediar o mejor dicho *representar* esta referencia objetiva y ponerla a disposición del pensamiento que la conceptualiza—. Así, “Husserl se inclina a pensar que a lo que se refiere un término general (*Gemeinname*) es a un conjunto de objetos de forma similar a como un término singular (*Eigennamen*) se refiere a un objeto definido” (Polimenov, 2018, p. 124) pero olvida que Frege ya había advertido que un término general, a diferencia de un término singular, puede tener un uso incluso cuando ningún objeto caiga dentro del concepto que denota (por ejemplo, un conjunto vacío). En otras palabras, no nos referimos a conjuntos por predicados, sino por términos singulares abstractos, esto es, “la referencia de un predicado es una función que asigna objetos a valores de verdad” (2018, p. 124). Por esta razón, el concepto no es el sentido *sino* la referencia de un predicado, “el sentido es la perspectiva en la que se da el concepto” (2018, p. 124). Finalmente, lo que Frege estaría planteando aquí es no sólo cómo captamos objetos abstractos, sino cómo logramos referirnos a ellos a través del lenguaje —y cómo el principio contextual se vuelve el principal intermediario—. Lo cierto es que para Frege pasar de un problema epistemológico a uno semántico permite dar cuenta de la aplicabilidad y el carácter *a priori* de la aritmética.

Conclusión

Tal como lo enuncié en mi artículo, “Las ambigüedades de Frege. Una nueva mirada a la reseña de *Filosofía de la aritmética* de E. Husserl”, no entraré aquí en la falsa dicotomía que me haga elegir entre uno u otro pensador. De hecho, resultaría perjudicial y unilateral subrayar que solo uno de los dos tuvo razón, pues claramente caería en un error de perspectiva en el que o bien se sobre-dimensiona o bien sub-dimensiona la contribución de Frege a la creación del programa husserliano o incluso viceversa.

Lo que sí debe quedarnos claro, y esta fue la apuesta original de este escrito, es que la crítica de Husserl es injusta, pues simplifica y minimiza la posición de Frege.⁹ En lo aquí expuesto, se demostró que Husserl pasó por alto que para Frege en el establecimiento de una correspondencia *uno-a-uno* ya opera un proceso de conteo. Ya hay, pues, una pre-comprensión operacional de esta regla. El error se debió a que Husserl no logró distinguir entre el operador de cardinalidad, en términos de equinumerosidad, y la definición de la equinumerosidad en términos de mapeo *uno-a-uno*, reduciendo con ello el argumento de Frege a un mero proceso en el que la biyección resulta ser (falsamente) relacional. No obstante, como ya se demostró aquí, la propuesta de Frege es aún más compleja, pues claramente reconoce que la conciencia de la correlación biunívoca puede ser *anterior al proceso de conteo* y, por tanto, no necesita presuponer la conciencia del número de objetos correlacionados. Mas aún, bien podría decirse, un poco libremente, que la idea principal es que no se considera el número n como la extensión del concepto ser equinumeroso con n , sino únicamente con el concepto “ser equinumeroso con n ” (el número como propiedad de propiedad).

Finalmente, el análisis original aquí presentado demostró que Husserl dedicó poco espacio a la crítica formal contra Frege. Hay, incluso, falta de claridad o puntualidad al momento de precisar sus pronunciamientos. De igual manera, quedó demostrado que Husserl no realizó una presentación jui-

⁹ Aunque también es verdad que Husserl fue uno de los primeros en divulgar el trabajo de su colega filósofo. Por ejemplo, Louis Couturat abiertamente señala que gracias a la lectura que hizo de *Filosofía de la aritmética* pudo conocer el trabajo Frege (Frege, 1980, p. 7).

ciosa del pensamiento del lógico alemán. Por el contrario, pareciera que Husserl asume, sin más, que el trabajo de Frege poco abona a la construcción de una auténtica teoría lógica de la aritmética. Pero no sólo eso, da por hecho que los *Grundlagen* representan un trabajo poco cuidado y cuyo contenido no son sino una serie de declaraciones (psico)lógicamente problemáticas.

No obstante, y pese a lo corto de la interpretación antes señalada, es importante no menospreciar ni los análisis conceptuales de Frege ni las distinciones y descripciones fenomenológicas de Husserl, en cuanto los problemas fundamentales de la filosofía se refieren. Ciertamente, tanto en los trabajos de Husserl como en los trabajos de Frege se encuentran proyectos lógicos, matemáticos y filosóficos sin precedentes, con una riqueza conceptual compresible únicamente a través de la profundización y discusión de sus obras, y en razón de nuevas interpretaciones.

Bibliografía

- CANELA MORALES, L. A. 2021. Las ambigüedades de Frege. Una nueva mirada a la reseña de *Filosofía de la aritmética* de E. Husserl. *Investigaciones Fenomenológicas*, **18** (en prensa).
- CENTRONE, S. 2010. *Logic and Philosophy of Mathematics in the Early Husserl*. 1ª ed., Heidelberg/London/New York, Springer, 232 p.
- CHATEAUBRIAND, O. 2016. Números como propiedades de segundo orden. In: J. FERREIRÓS; A. LASALLE CASANAVE (coords.), *El Árbol de los Números: Cognición, Lógica y Práctica Matemática*, Sevilla, Editorial Universidad de Sevilla, p. 121-130.
- DUMMETT, M. 1981. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. 1ª ed., Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press, 621 p.
- DUMMETT, M. 1991. *Frege. Philosophy of Mathematics*. 1ª ed., Duckworth, London, 346 p.
- DREYFUS, H.; HALL H. (eds.) 1987. *Husserl, Intentionality and Cognitive Science*. 1ª ed Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 368 p.
- DRUMMOND, J. J. 1985. Frege and Husserl: another look at the issue of influence, *Husserls Studies* **2**: 245-265.
- FERNÁNDEZ DE CASTRO, M. 2005. La paradoja de Russell y el programa fregeano. *Signos Filosóficos*, **2**(13): 31-55.
- FØLLESDAL, D. 1958. *Husserl und Frege, ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie*. 1ª ed., Oslo, Ashehoug und Co., 60 p.
- FREGE, G. 1884. *Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. 1ª ed., Breslavia, Verlag W. Koebner, 125 p.
- FREGE, G. 1893. *Die Grundgesetze der Arithmetik*. Band. I. 1ª ed., Jena, Verlag Hermann Pohle, 265 p.
- FREGE, G. 1976. *Logische Untersuchungen*. 1ª ed., Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 146 p.
- FREGE, G. 1980. *Philosophical and Mathematical Correspondence*. 1ª ed., Oxford, Basil Blackwell, 214 p.
- FREGE, G. 1990. Rezension von: E.G. Husserls, Philosophie der Arithmetik I. In ANGELELLI, I. (ed.) *Kleine Schriften*. Hildesheim/Zürich/New York, Georg Olms Verlag, p. 179-192.
- GARCÍA-BARÓ, M. 2008. *Teoría Fenomenológica de la Verdad: Comentario Continuo a la primera edición de las Investigaciones Lógicas de Edmund Husserl*. 1ª ed., Madrid, Editorial de la Universidad Pontificia Comillas, 154 p.
- HECK, R. G. 2000. Cardinality, Counting, and Equinumerosity. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **41**(3): 187-209.
- HUSSERL, E. 1970. *Philosophie der Arithmetik*. Mit ergänzenden Texten (1890-1901). 1ª ed. Hrsg. Lothar

- Eley, The Hague, Martinus Nijhoff, 586 p. [Hua XII]
- HUSSERL, E. 1979. *Aufsätze und Rezensionen (1890-1910)*. 1ª ed., Hrsg. Bernhard Rang, The Hague, Martinus Nijhoff, 486 p. [Hua XXII]
- HUSSERL, E. 1983. *Studien zur Arithmetik und Geometrie*. Texte aus dem Nachlass (1886-1901). 1ª ed., Hrsg. Ingeborg Strohmeier, The Hague, Martinus Nijhoff, 506 p. [Hua XXI]
- KENNY, A. 1997. *Introducción a Frege*. 1ª ed., Madrid, Editorial Cátedra, 293 p.
- MOHANTY, J.N. 1977. Husserl and Frege: A new look at their Relationship. In: J.N. MOHANTY, (ed.), *Readings on Edmund Husserl's Logical Investigations*. Netherlands, Springer, p. 22-32.
- MORETTI, A. 1991. La objetividad de los números fregeanos. *Crítica. Revista Hispanoamericana de Filosofía*, **23**(68): 139-156.
- POLIMENOV, T. 2018. Semantic and Pragmatic Aspects of Frege's Approach to Fictional Discourse. In: G. BENGTTSSON; S. SÄÄTELÄ; A. PICHLER (eds.), *New Essays on Frege. Between Science and Literature*, Dordrecht, Springer, p. 119-141.
- SMITH, D. W.; MCINTYRE, R. 1984. *Husserl and Intentionality: A Study of Mind, Meaning, and Language*, 1ª ed., Netherlands, Springer, p. 446.
- SOLDATI, G. 2004. Abstraction and Abstract Concepts: On Husserl's *Philosophy of Arithmetic*. In: A. CHRUDZIMSKI; W. HUEMER (eds.), *Phenomenology and Analysis. Essays in Central European Philosophy*, Frankfurt, Ontos Verlag, p. 215-232.
- TORRETTI, R. 1972. La filosofía de la aritmética de Husserl, *Studi Internazionali Di Filosofia*, **4**: 183-206.

Submitted on August 25, 2020.

Accepted on December 17, 2020.