



# Abordagens de otimização para a programação e sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar

## Optimization approaches for sugarcane harvest front programming and scheduling

Rogério de Ávila Ribeiro Junqueira<sup>1</sup>  
Reinaldo Morabito<sup>2</sup>

**Resumo:** A produção de açúcar, álcool e energia elétrica a partir de cana-de-açúcar passa necessariamente pela colheita e transporte da matéria-prima, que são operações custosas, complexas e que interferem na eficiência industrial. Neste estudo, propõe-se abordagens de otimização para apoiar decisões de programação e sequenciamento das frentes de colheita inspiradas na representação do problema por meio de um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção em máquinas paralelas, com custos e tempos de *setup* dependentes da sequência, muito estudados na literatura. Para verificar a adequação e coerência dessa representação foram desenvolvidos vários experimentos com dados realistas. Os resultados obtidos mostram que as abordagens propostas representam apropriadamente o modelo conceitual estudado e têm grande potencial para redução de custos na prática.

**Palavras-chave:** Planejamento de colheita de cana-de-açúcar; Programação e sequenciamento de frentes de colheita; Dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção; Programação inteira mista.

**Abstract:** *The production of sugar, ethanol, and electricity from sugarcane necessarily involves harvesting and transportation of raw materials, which are expensive and complex operations that affect industrial efficiency. The present study proposes optimization approaches to support programming and scheduling harvest front decisions, based on considering the representation of the lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent setup times and costs, a modeling technique widely reported in the literature. We carried out real data experiments in order to verify the adequacy and consistency of this representation. The results show that the proposed approaches adequately represent the conceptual model studied and have great potential to reduce cost in real-life situations.*

**Keywords:** *Sugarcane harvesting planning; Programming and scheduling of harvest fronts; Lot sizing and scheduling; Mixed integer programming.*

## 1 Introdução

A colheita e o transporte de cana-de-açúcar para usinas de açúcar e álcool são etapas-chave dentro da cadeia de produção sucroenergética. Embora haja grande agregação de valor na etapa industrial, aproximadamente 68% dos custos de produção da tonelada de cana se concentram na etapa agrícola, conforme dados da safra 2011/2012 coletados em PECEGE (USP, 2012) de uma amostra de usinas de áreas tradicionais da região Centro-Sul. Essas etapas determinam a regularidade e qualidade do suprimento de cana-de-açúcar à unidade fabril, que envolve um sistema logístico complexo. A operação eficiente

desse sistema demanda a aplicação de ferramentas de planejamento e controle integradas, conciliadas com técnicas agrônomicas para proporcionar um bom aproveitamento dos açúcares da planta.

Algumas ferramentas computacionais disponíveis no mercado e apresentadas na literatura focam os seguintes modelos de planejamento e controle: o planejamento de reforma do canavial (Barata, 1992; Higgins, 1999), o planejamento de plantio (Sartori et al., 2001), de colheita na safra (Barata, 1992; Grunow et al., 2007; Jena & Poggi, 2013) e operacional (Grunow et al., 2007; Jena & Poggi, 2013), bem como o controle

<sup>1</sup> Logtrac Consultores Associados S/C, Rua Orlando Damiano, 2212, CEP 13560-450, São Carlos, SP, Brasil, e-mail: rogerio@logtrac.com.br

<sup>2</sup> Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, CP 676, CEP 13565-905, São Carlos, SP, Brasil, e-mail: morabito@ufscar.br

Recebido em Nov. 18, 2014 - Aceito em Jun. 26, 2015

Suporte financeiro: FAPESP e CNPq.

de tráfego (Hahn & Ribeiro, 1999). Entretanto, percebe-se uma lacuna na literatura na abordagem da programação e sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar (Junqueira, 2014).

Uma frente de colheita é uma equipe de trabalho que opera equipamentos produtivos, como colhedora de cana e trator ou caminhão de transbordo, e que pode ter estruturas de abastecimento, manutenção e socorro (bombeiro) dedicadas, com o objetivo de colher cana e carregar as unidades de carga para transporte. De acordo com Souza (2001), a frente de colheita pode ser vista como uma célula de produção. Embora haja uma tendência de mecanização, a frente de colheita pode ser feita com corte manual também, determinando dois tipos de colheita: manual e mecanizada. Usinas de açúcar e álcool em geral utilizam várias frentes de colheita operando em paralelo mas dispersas geograficamente na colheita da matéria-prima dos blocos de colheita (talhões), as quais vão trocando de blocos ao longo do tempo para cumprir um planejamento agregado de colheita da safra.

Problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção são amplamente conhecidos na literatura, como, por exemplo, o problema geral de dimensionamento e sequenciamento de lotes (GLSP – General Lot-sizing and Scheduling Problem), que considera a dependência ou independência de tempos e custos de *setup* (Fleischmann & Meyr, 1997; Drexl & Kimms, 1997; Meyr, 2000; Haase & Kimms, 2000; Araújo et al., 2007, 2008; Ferreira et al., 2009, 2010; Jans & Degraeve, 2008; Allahverdi et al., 2008; Toso et al., 2009; Clark et al., 2010). Em particular, o problema geral de dimensionamento e sequenciamento de lotes com linhas de produção em paralelo (GLSPPL – General Lot-sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines) proposto por Meyr (2002) e também estudado em Meyr & Mann (2013) possibilita representar adequadamente o problema de programação e sequenciamento das frentes de colheita em usinas de cana-de-açúcar, como é mostrado neste trabalho. Com esse tipo de analogia é possível apoiar decisões-chave nesse problema e tratar lacunas específicas, como o equilíbrio das capacidades de colheita, transporte, bem como o impacto causado à capacidade de colheita pelo deslocamento das frentes de colheita.

Neste trabalho são propostas abordagens de otimização para a programação e sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar ao longo de um horizonte de planejamento multi-períodos (e.g., semanas ou meses de uma safra), baseadas em modelos GLSPPL de programação inteira mista, visando apoiar as decisões de colheita, plantio e reforma dos blocos de colheita. Para o desenvolvimento desta pesquisa contou-se com a colaboração de uma empresa de consultoria em logística com conhecimento desse problema e

também de duas usinas (empresas A e B) localizadas no Estado de São Paulo, com características típicas de empresas do setor sucroenergético.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 discute-se o problema de programação e sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar. Na seção 3 apresentam-se três abordagens de otimização para o problema, baseadas no GLSPPL. Na seção 4 analisa-se os resultados de diversos experimentos computacionais com dados realistas, para verificar a adequação e consistência dessas abordagens. Finalmente, na seção 5 apresentam-se as considerações finais desta pesquisa e algumas perspectivas para pesquisas futuras.

## **2 Programação e sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar**

### **2.1 Definições e conceitos**

A divisão das áreas em frentes de colheita possibilita manter uma capacidade média de transporte de cana para a usina, conforme as frentes vão mudando de bloco de colheita, que consistem em um agrupamento de áreas espacialmente próximas a serem colhidas em uma mesma época. A manutenção dessa capacidade média de transporte seria inviável caso todo o esforço estivesse concentrado em apenas um único ponto (i.e., todas as frentes num único bloco de colheita), pois ora os recursos estariam em excesso, quando essa frente única estivesse muito próxima da usina, ora estariam em falta, quando ela estivesse muito distante.

Da mesma forma que a distância ou tempo de ciclo influenciam o transporte, as diferentes características dos blocos em termos de ambiente de produção, declividade e sistematização, em combinação com a variedade de cana, determinam a capacidade de colheita, especialmente quando mecanizada. Uma premissa deste trabalho é que um bom planejamento de colheita consiga manter razoavelmente uniforme a capacidade de colheita e de transporte durante as mudanças de área das frentes de colheita, para manter aproximadamente constantes os recursos de colheita e transporte ao longo da safra.

Neste planejamento, a cana-de-açúcar também deve ser colhida em idade e época que maximizem a recuperação de açúcares da variedade plantada no ambiente de produção, visando não comprometer os padrões de qualidade. Entretanto, a busca desregrada pela maximização do teor de açúcares pode ocasionar períodos de pico de necessidade de equipamentos de colheita e transporte. Se não houver disponibilidade de equipamentos nos períodos de pico, haverá falhas no suprimento de matéria-prima, resultando em altos custos à unidade fabril (Piewthongngam et al., 2009).

Outra variável associada ao planejamento é a reforma do canavial. A cana-de-açúcar permite vários cortes a partir de um mesmo plantio, mas, normalmente, a planta perde produtividade a cada corte, influenciada pelos tratos culturais, pela fertilidade do solo, pela época de colheita e conforme a variedade plantada. Assim, para manter o suprimento da unidade fabril na safra é necessário que parte do canavial seja replantada, ou seja, “reformada”, de acordo com o jargão do setor (Barata, 1992).

## 2.2 Modelo conceitual e analogia com o GLSPPL

As operações de colheita e transporte impactam no suprimento de matéria-prima à usina, que deve ser o mais regular possível para evitar falhas à jusante do processo industrial. No entanto, as frentes de colheita não podem ficar em uma só área durante a safra toda, pois a quantidade de cana-de-açúcar disponível é finita em um bloco. Cabe ressaltar que o próprio deslocamento da frente de uma área a outra reduz sua capacidade produtiva. Assim, as operações de colheita e transporte estão sujeitas às variações de capacidade produtiva inerentes às áreas, as quais podem ser equilibradas através do sequenciamento de blocos colhidos pelas frentes. Essa variação de capacidade pode ser diferente dependendo da região da usina, por exemplo, regiões de expansão tendem a ter áreas maiores e com maior facilidade de mecanização do que as tradicionais.

A usina também pode ter maior poder de intervenção na definição da sequência de colheita dos blocos pelas frentes, de acordo com o nível de integração vertical a montante ou o tipo de contrato de exploração da área (arrendamento da terra, parceria ou fornecedor). Por outro lado, isso reduz o poder de intervenção na sequência de colheita dos blocos e nas janelas de tempo que devem ser respeitadas devido a: o período de utilização industrial, a idade do canavial, o risco de incêndio, o risco de inundação, os solos com baixa capacidade de retenção de água e a trafegabilidade das estradas. Além disso, facilidades ao transportar funcionários e prover manutenção dos equipamentos em campo podem determinar regiões geográficas específicas de atuação das frentes (setorização).

O modelo proposto neste trabalho deve, portanto, minimizar o deslocamento das frentes de colheita ao longo da safra, garantindo o cumprimento das metas de suprimento, equalizando as capacidades de colheita e transporte, atendendo às janelas de tempo, bem como às premissas de setorização das frentes, quando necessárias. Os dados de saída desse modelo devem apoiar as decisões de movimentação das frentes de colheita, além de orientarem o tipo de variedade (precoce, média ou tardia) a ser plantada futuramente nos blocos, bem como validar o dimensionamento

de colhedoras e caminhos propostos para a safra. A irrigação com vinhaça também é uma variável importante a ser considerada, pois a colheita deve garantir área suficiente para escoar esse subproduto obtido a partir da produção de etanol.

Neste caso, a frente de colheita pode ser vista como uma linha de produção, os itens produzidos seriam os blocos de colheita e o tempo de deslocamento da frente representaria o tempo de *setup* dependente da sequência de produção da linha. Convém ressaltar que modelos voltados ao planejamento de colheita baseados no GLSPPL não foram encontrados na literatura.

## 2.3 Lacuna da literatura

Analisando os modelos relacionados ao planejamento de colheita e transporte de cana-de-açúcar na literatura, percebe-se que apesar de trabalhos como os de Higgins (1999), Higgins & Muchow (2003), Higgins et al. (2004), Grunow et al. (2007) e Jena & Poggi (2013) abordarem muitos dos aspectos da situação-problema por meio do problema de atribuição generalizada (GAP – Generalized Attribution Problem), o plantio e a colheita são tratados sem a análise dos deslocamentos das frentes de colheita. Parte-se de uma definição prévia das frentes sem considerar a sequência de colheita dos blocos, a perda de capacidade devido ao deslocamento das frentes e sua interferência nas capacidades de colheita e transporte.

Quando esses planos são desdobrados operacionalmente, podem-se verificar condições de infactibilidade. Contratações momentâneas de equipamentos para incrementar a capacidade de colheita e transporte vêm se tornando cada vez mais improváveis, devido à especificidade e alto custo dos recursos de colheita e transporte, como as colhedoras de cana, as unidades de transbordo e as unidades de carga canavieiras (rodotrens).

Com isso, a otimização de açúcares, que foi prevista no planejamento agregado de colheita da safra e alimentou o plano industrial, bem como a comercialização dos produtos, não se concretizam ou realizam-se apenas parcialmente. Esse tipo de desvio causa desgaste no relacionamento entre os elos da cadeia de produção e prejuízos à empresa, devido à redução de eficiência industrial derivada da qualidade da matéria-prima inferior à prevista, como também de falhas na estratégia de comercialização, especialmente no que tange às vendas a mercados futuros.

Desta maneira, percebe-se uma lacuna na literatura gerada pela falta de uma abordagem de otimização que trate o sequenciamento das frentes de colheita, visando equilibrar o suprimento à unidade fabril, o manejo varietal, a capacidade de colheita e de transporte e que possa orientar o tipo de variedade nas áreas a

serem plantadas, bem como o dimensionamento de veículos e colhedoras. Esses relacionamentos estão inspirados nas necessidades de usinas localizadas, por exemplo, na Região Centro-Sul do Brasil, ou seja, unidades produtivas em que predominam estruturas de colheita e transporte de controle próprio, bem como com tendência à mecanização da colheita e formação de grandes conglomerados.

### 3 Desenvolvimento das abordagens de otimização

Para a modelagem do problema proposto, o GLSPPL foi modificado para representar o sequenciamento das frentes de colheita de cana-de-açúcar. No caso, foi escolhido o GLSPPL com conservação de *setup*, inspirado nos estudos em Meyr (2002) e Meyr & Mann (2013), em que os produtos  $j$  seriam os blocos de colheita e as linhas de produção  $l$  seriam as frentes de colheita.

Três modelos são apresentados nesta seção. Pode-se considerar que o Modelo 1 é o modelo base proposto neste trabalho; já os Modelos 1A e 1B são variações do primeiro, como estratégias para a obtenção de boas soluções factíveis em tempos computacionais aceitáveis para problemas de grande porte. O Modelo 1, mais restritivo e dentro desse contexto, procura uma solução que maximize o momento da colheita que traria maior benefício à cana-de-açúcar plantada na área dentro de uma janela de tempo. Além disso, para considerar o tempo perdido com a mudança de área da frente (tempo de *setup*), o Modelo 1 possui restrições que descontam esse tempo da capacidade da frente.

Como descontar o tempo de deslocamento da frente da capacidade de colheita em geral dificulta a solução de problemas de dimensionamento de lotes (Maes et al., 1991), o Modelo 1A não considera a perda de capacidade com o deslocamento da frente na restrição de capacidade de colheita, mas busca minimizar esse deslocamento na função objetivo.

Dessa maneira, o modelo deixa de considerar o melhor momento de colheita dentro de uma janela de tempo, em busca de uma solução para as demais restrições. Por fim, o Modelo 1B minimiza os custos de perda de moagem, bem como de não colher toda a matéria-prima na safra, ambas restrições nos modelos 1 e 1A. Nesse modelo, o tempo de deslocamento da frente é utilizado na capacidade de colheita, considerando variáveis de folga em algumas restrições que são penalizadas na função objetivo. A vantagem desse modelo é de sempre possuir uma solução factível inicial trivial, isto é, não colher nada e pagar todo o custo da perda de moagem e da cana deixada no campo sem colher.

A Tabela 1 mostra os índices e conjuntos envolvidos nos modelos e a Tabela 2, os parâmetros envolvidos. As variáveis de decisão, semelhantes às utilizadas por Meyr (2002), são apresentadas na Tabela 3.

#### 3.1 Modelo 1: melhor período de colheita

A função objetivo do Modelo 1 leva em conta a preferência do tomador de decisão por colher determinado bloco  $j$  no macroperíodo  $t$  ( $\gamma_{jt}$ ) que pertença à janela de tempo, ou seja,  $(j, t) \in Bs_{jt}$ . A Tabela 4 mostra os fatores que influenciam na determinação do ponderador  $\gamma_{jt}$ . O primeiro grupo de fatores considera: o fato de a cana já estar plantada, o ciclo da variedade e o período de colheita (ou plantio) na última safra. Para cada uma dessas situações, as células representam o período em que a janela de tempo está aberta. Já o segundo grupo seria somado ao valor do primeiro grupo que está dentro da janela de tempo e é composto pelo risco de incêndio, de inundação, presença de solo arenoso, acesso por vias asfaltadas e por vias de terra argilosa. Cabe ressaltar que os meses 1, 2, 3 e 12 não estão na Tabela 4 por não serem meses típicos de safra na Região Centro-Sul do Brasil.

Por exemplo, a linha 1, que representa uma área com canavial já plantado com variedades de ciclo precoce e com o último corte realizado dentro do período programado, possui nota 5 para colher nos

**Tabela 1.** Índices e conjuntos dos modelos.

Símbolo	Definição
$i, j$	bloco de colheita
$m$	tipo de colheita pertencente ao conjunto $M = (man, mec)$
$l$	frente de colheita
$t$	macroperíodo
$S_t$	conjunto de microperíodos $s$ pertencentes ao macroperíodo $t$
$SO_t$	conjunto que contém o primeiro microperíodo $s$ de $t$
$F_m$	conjunto de frentes $l$ pertencentes ao tipo de colheita $m$
$B_{l_{jt}}$	conjunto de blocos $j$ que podem ser colhidos pela frente de colheita $l$
$Bs_{jt}$	conjunto de blocos $j$ que podem ser colhidos no macroperíodo $t$
$V_j$	conjunto de blocos $j$ que podem ser irrigados com vinhaça

**Tabela 2.** Parâmetros do modelo.

<b>Símbolo</b>	<b>Definição</b>
$dem_{mt}$	demanda da usina por tipo de colheita $m$ e no período $t$ (em toneladas)
$P_j$	produção do bloco $j$ (em toneladas)
$f_{jm}$	fração do bloco $j$ que pode ser colhida com o tipo de colheita $m$
$vin_t$	quantidade de área de vinhaça mínima a ser liberada no macroperíodo $t$
$TCH_j$	produtividade, em toneladas por hectare, do bloco $j$
$\hat{f}_j$	fração do bloco $j$ que permite aplicação de vinhaça
$col_{mj}$	representa a capacidade de colheita do bloco $j$ com o tipo de colheita $m$ (em toneladas por hora)
$Np$	unidades de transporte de equipamentos (prancha)
$Nm_l$	unidades de colheita (colhedoras) da frente $l$
$Ht_m$	horas trabalhadas das máquinas por tipo de colheita $m$
$st_{ij}$	tempo necessário para que uma frente vá do bloco $i$ ao $j$
$K_t$	capacidade das frentes no período $t$ (em tempo)
$transp_{mj}$	representa a capacidade de transporte do bloco $j$ com o tipo de colheita $m$ (em toneladas por hora)
$Nt$	unidades de transporte (caminhões)
$Htt$	horas trabalhadas do transporte
$bm_{lj}$	tamanho mínimo do lote, ou seja, o tamanho mínimo do bloco $j$ que viabiliza a mudança da frente de colheita $l$ (em toneladas)
$T$	número total de macroperíodos
$F$	número total de frentes de colheita
$B$	número total de blocos

**Tabela 3.** Variáveis de decisão do modelo.

<b>Símbolo</b>	<b>Definição</b>
$x_{ljs}$	produção do bloco $j$ no microperíodo $s$ pela frente $l$ (em toneladas)
$y_{ljs}$	$\begin{cases} 1, & \text{se a frente } l \text{ está no bloco } j \text{ no microperíodo } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
$z_{lij}$	$\begin{cases} 1, & \text{se a frente } l \text{ se dirige do nó } i \text{ para o } j \text{ no microperíodo } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

**Tabela 4.** Fator ponderador  $\gamma_{ji}$  pertencente à função objetivo.

	<b>Cana plantada?</b>	<b>Ciclo</b>	<b>Último corte/plantio</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
1	X	Precoce	Precoce	5	5	4					
2	X	Precoce	Média			5	4	3	2		
3	X	Precoce	Tardia					4	3	3	2
4	X	Média	Precoce	2	3	4	5	5	4		
5	X	Média	Média			4	5	5	4		
6	X	Média	Tardia				3	4	5	4	3
7	X	Tardia	Precoce	0	1	1	1	1	4	5	4
8	X	Tardia	Média				2	3	4	5	5
9	X	Tardia	Tardia						3	5	5
10				5	5	5	5	5	5	5	5
Fatores agravantes		Risco de incêndio		2	2	1	0	-2	-2	-2	-2
		Risco de inundação		-2	-2	1	2	2	1	-2	-2
		Solo arenoso		2	1	1	-2	-2	1	2	2
		Estrada asfaltada		2	2	1	0	0	1	2	2
		Estrada de terra argilosa		-2	-2	1	2	2	1	-2	-2



meses 4 e 5 e nota 4 para colher no mês 6, para reduzir o risco de colher fora do período. Nesse caso, o canavial tem idade adequada para corte por 12 meses, dentro do ciclo da variedade, caracterizando conformidade entre o manejo agrícola e a operação de colheita na safra anterior. A linha 10 da Tabela 4 mostra que uma área com o canavial ainda não plantado e sem a interferência de fator agravante, apresenta nota 5 para qualquer período. Caso haja risco de incêndio (primeira linha dos fatores agravantes), nos dois primeiros meses receberia nota 7 e, nos quatro últimos, nota 3, o que representa um incentivo à colheita nos períodos em que esse risco é minimizado e um desincentivo em caso contrário.

Cabe ressaltar que esses valores representam uma sugestão de classificação dos blocos em termos do melhor momento de colheita, inspirados nas empresas A e B, bem como na experiência de um dos autores, que atua há mais de 10 anos numa empresa de consultoria de logística, com o problema. Recomenda-se que o especialista em planejamento da usina realize uma análise multicritério em conjunto com a equipe agrícola  $\gamma_{jt}$  levando em conta a conveniência com fatores agrônômicos e logísticos relevantes para a usina tratada. Ele pode inclusive investigar diferentes cenários para as ponderações de  $\gamma_{jt}$ , levando em conta outras informações não contidas nos parâmetros do modelo, assim como sua experiência no ambiente desse problema.

O Modelo 1 é descrito por:

$$Max \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^F \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S_t} \gamma_{jt} x_{ljs} \tag{1}$$

Sujeito à:

$$\sum_{l \in F_m} \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S_t} x_{ljs} \geq dem_{mt} \tag{2} \quad (t = 1, \dots, T), (m = man, mec)$$

$$\sum_{l \in F_m} \sum_{s=1}^N x_{ljs} \leq p_j f_{jm} \tag{3} \quad (j = 1, \dots, B), (m = man, mec)$$

$$\sum_{m=man}^{mec} \sum_{l \in F_m} \sum_{j \in I_j} \sum_{s \in S_t} f_j \frac{x_{ljs}}{TCH_j} \geq vin_t \tag{4} \quad (t = 1, \dots, T)$$

$$\sum_{j=1}^B \sum_{s \in S_t} \frac{24}{col_{mj} Nm_t Ht_m} x_{ljs} + \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S_t} \frac{Nm_t}{Np} st_{ij} z_{ljs} \leq K_t \tag{5} \quad (m = man, mec), \forall l \in F_m, (t = 1, \dots, T)$$

$$\sum_{m=man}^{mec} \sum_{l \in F_m} \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S_t} \frac{24}{transp_{mj} NtHtt} x_{ljs} \leq K_t \tag{6} \quad (t = 1, \dots, T)$$

$$x_{ljs} \leq \min \left( \frac{col_{mj} Nc_t Htm}{24}, \frac{transp_{mj} NtHtt}{24} \right) K_t y_{ljs} \tag{7} \quad (m = man, mec), \forall l \in F_m, (j = 1, \dots, B), (t = 1, \dots, T), \forall s \in S_t$$

$$x_{ljs} \geq bm_{lj} (y_{ljs} - y_{ljs-1}) \tag{8} \quad (l = 1, \dots, F), (j = 1, \dots, B), (s = 1, \dots, N)$$

$$\sum_{j \in (Bs_{jt} \cap Bl_{jt})} y_{ljs} = 1 \tag{9} \quad (l = 1, \dots, F), (t = 1, \dots, T), \forall s \in S_t$$

$$y_{lis-1} = \sum_{j=1}^B z_{ljs} \tag{10} \quad (l = 1, \dots, F), (i = 1, \dots, B), (s = 2, \dots, N)$$

$$\sum_{i=1}^B z_{ljs} = y_{ljs} \tag{11} \quad (l = 1, \dots, F), (j = 1, \dots, B), (s = 1, \dots, N)$$

$$y_{ljs-1} \geq y_{ljs} \tag{12} \quad (l = 1, \dots, F), (j = 1, \dots, B), (t = 1, \dots, T), \forall s \in (S_t \setminus S0_t)$$

$$x_{ljs} \geq 0 \tag{13} \quad (l = 1, \dots, F), (j = 1, \dots, B), (s = 1, \dots, N)$$

$$y_{ljs} \in \{0, 1\} \tag{14} \quad (l = 1, \dots, F), (j = 1, \dots, B), (s = 1, \dots, N)$$

$$z_{ljs} \geq 0 \tag{15} \quad (l = 1, \dots, F), (i = 1, \dots, B), (j = 1, \dots, B), (s = 1, \dots, N)$$

A função objetivo 1 maximiza a preferência por colher os blocos nos períodos mais favoráveis dentro da janela de tempo. As restrições 2 e 3 garantem o balanço de massa, ajustando a produção no campo com a demanda da usina. As restrições 2 estão relacionadas à demanda de moagem da usina, garantindo que a quantidade de matéria-prima colhida e transportada de um determinado tipo de colheita seja maior que o valor demandado no período. Já as restrições 3 limitam a colheita e o transporte à disponibilidade de matéria-prima no bloco, estando, assim, relacionadas à produção no campo, respeitando-se o tipo de colheita da frente de colheita e do bloco. As restrições 4 determinam a quantidade mínima de área de vinhaça que deve ser liberada em cada macroperíodo  $t$ , respeitando-se a quantidade de área irrigável no bloco.

As restrições 5 e 6 consideram a capacidade dos recursos de colheita e transporte. As restrições 5 relacionam o tempo consumido na produção dos recursos de colheita e o tempo consumido no transporte de equipamentos durante a mudança de área com o tempo total disponível no período. O tempo de produção dos recursos leva em conta o potencial de rendimento do bloco, bem como a adequação agrônômica para a colheita no período. O tempo de transporte dos equipamentos na mudança de área leva em conta o tempo gasto nessa mudança, bem como o número de veículos prancha disponíveis para essa operação. As restrições 6 tratam os recursos de transporte, cujo potencial de produção é considerado por bloco. Nesse caso, não é inserido o tempo gasto com a mudança da frente, pois no momento da mudança de área esses recursos podem transportar a produção das áreas em operação ou ficam ociosos, consumindo estoque sobre rodas na unidade fabril.

As restrições 7 a 9 acoplam as variáveis  $x_{ljs}$  e  $y_{ljs}$ . As restrições 7 garantem que quando há produção no bloco  $j$  pela frente de colheita  $l$  no microperíodo  $s$ , a frente está posicionada no mesmo local e momento. Da mesma forma, para a situação oposta, quando a frente não está posicionada, não pode haver produção do bloco. Cabe ressaltar que o limitante superior de  $x_{ljs}$  foi considerado o mínimo entre a capacidade de colheita e transporte. Espera-se que a capacidade de colheita seja a mais restritiva, a não ser que uma frente tenha maior capacidade que toda a frota. As restrições 8 são as restrições de lote mínimo e definem uma quantidade mínima de matéria-prima a ser colhida. Já as Equações 9 garantem que a frente  $l$  estará em apenas um bloco  $j$  no microperíodo  $s$ . Por meio do parâmetro  $Bs_{j_s}$ , essas restrições impõem que a colheita ocorra nos blocos  $j$  permitidos pelas janelas de tempo, ou seja, nos macroperíodos  $t$ . Além disso, por meio do parâmetro  $Bt_{j_t}$ , essas equações definem os blocos  $j$  que uma frente de colheita  $l$  pode colher. Isso ocorre caso seja necessária a setorização de alguma frente. Cabe ressaltar que são previamente fixados  $y_{ljs} = 0$  para os microperíodos  $s$  que estão fora da janela de

tempo do bloco  $j$ , bem como para as frentes  $l$  que não estão aptas a colhê-lo.

As restrições 10 e 11 definem o movimento da frente por meio da variável  $z_{ljs}$ , consistente com as posições da frente no microperíodo  $s$  ( $y_{ljs}$ ) e no microperíodo anterior  $s-1$  ( $y_{ljs-1}$ ). Essas restrições foram modificadas segundo o proposto por Wolsey (1998) e Ferreira et al. (2012). As restrições 12, propostas por Fleischmann & Meyr (1997), embora sejam redundantes para a obtenção de uma solução ótima factível, estabelecem que os microperíodos ociosos ocorram apenas no final de cada macroperíodo, e com isso eliminam soluções equivalentes (simetrias). As restrições 13, 14, e 15 definem as variáveis não negativas  $x_{ljs}$  e  $z_{ljs}$ , bem como a variável binária  $y_{ljs}$  (note-se que, devido às restrições 10-11, a variável  $z_{ljs}$  não precisa ser definida como binária em 15, conforme Meyr (2002) e Ferreira et al. (2012)).

### 3.2 Modelo 1A: mínimo deslocamento das frentes

Em função das dificuldades para se resolver o Modelo 1 em situações práticas de grande porte, pensou-se em uma simples modificação dele para redução de sua complexidade e obtenção de soluções factíveis de qualidade em tempos computacionais aceitáveis. Maes et al. (1991) salientam que a consideração da perda de tempo com a mudança de *setup* na restrição de capacidade, como nas restrições 5, aumenta a complexidade e dificulta a solução do modelo. No Modelo 1A, as restrições 5 passaram a ser as restrições 16 abaixo:

$$\sum_{j=1}^B \sum_{s=1}^B \frac{24}{col_{mj} Nm_l Htm} x_{ljs} \leq K_t \quad (m = man, mec), \forall l \in F_m, (t=1, \dots, T) \quad (16)$$

Entretanto, como com essa modificação o tempo de *setup* deixa de ser considerado no modelo, altera-se a função objetivo para a Equação 17 de forma a minimizar esse tempo de deslocamento das frentes de colheita, que seria:

$$Min \sum_{l=1}^F \sum_{j=1}^B \sum_{s=1}^B Nm_l st_{ij} z_{ljs} \quad (17)$$

Cabe ressaltar que nesse caso o número de pranchas  $Np$  pode ser suprimido por se tratar de uma constante.

### 3.3 Modelo 1B: mínimos custos de deslocamento da frente, perda de moagem e de não colher matéria-prima

No Modelo 1, as metas importantes para os tomadores de decisão, como o balanceamento entre oferta de matéria-prima e moagem da indústria, estão incorporadas nas restrições do modelo. Em função das dificuldades para se resolver o Modelo 1, o

Modelo 1B pode ser considerado como uma simples variação dele em que foram inseridas variáveis de folga nas restrições de produção e demanda, sendo essas variáveis penalizadas na função objetivo com base em seu custo unitário. Dessa maneira, enquanto o Modelo 1 procura gerar uma solução factível para a quantidade de recursos de colheita e transporte considerados, o Modelo 1B analisa os custos de perda de produção e do não cumprimento da demanda em possíveis soluções infactíveis para o Modelo 1, mas ainda possivelmente aceitáveis para o tomador de decisão, dependendo das grandezas. No Modelo 1B, os custos de deslocamento da frente de colheita estão presentes na função objetivo, mas podem ser considerados como de segunda ordem, servindo principalmente como critério de desempate. Os parâmetros que penalizam essas variáveis na função objetivo também estão apresentados na Tabela 5 e as variáveis de decisão adicionais são lineares, não negativas e estão apresentadas na Tabela 6.

Do ponto de vista da demanda, se não há produção de matéria-prima nos blocos ou capacidade suficiente para colher e transportar a matéria-prima acima do limite mínimo de moagem,  $mind_{mt}$ , para o tipo de colheita  $m$ , no período  $t$ , ocorre falta de atendimento da demanda, que é medida pela variável de folga  $wm_{mt}$ . Conforme comentado anteriormente, a falta de matéria-prima provoca grandes prejuízos financeiros, além de grande tensão entre os elos da cadeia de produção. Uma das causas do prejuízo financeiro é o custo de reinício do processo, que pode implicar em aumento do consumo de vapor e perda de eficiência da planta. Se dessa parada resultar deterioração de material em processo, essa perda é ainda maior. Outra causa é a perda de faturamento por deixar de processar a matéria-prima em um período de pico de teor de açúcares, quando se pode extrair maior quantidade

de açúcar e álcool de uma tonelada de matéria-prima. Caso haja operários industriais contratados apenas no período de safra, um dia trabalhado a mais representa um dia adicional de salários. O custo horário que relaciona todos esses fatores é  $mo$ , todavia seu valor é muito específico de cada usina e seu levantamento não é tão simples devido à dificuldade de se separar esses fatores. A obtenção desse custo, portanto, é um ponto crítico para a utilização do Modelo 1B.

Também há perdas relacionadas à possibilidade de deixar de colher a cana-de-açúcar na safra corrente para colhê-la na seguinte, isto é, “bisar cana”, conforme jargão do setor. Essa perda está relacionada com a variável de folga  $wb_j$  do bloco  $j$ . Nesse caso, além da perda ou adiamento do faturamento, pode haver perda de economias de escala por se reduzir o total processado por safra. Esse custo está representado por  $bs$ , cuja obtenção não é tão crítica como a de  $mo$ , pois se deve levar em conta a conversão em produtos finais obtidos de uma tonelada de cana, o preço de mercado desses produtos, o período de adiamento da produção, que pode ser de até um ano, e se há algum ganho de produtividade esperado ou perda de qualidade, bem como a taxa mínima atrativa de retorno.

Para quantificar o custo de transporte dos equipamentos foi utilizado o parâmetro  $md$ , que representa o custo de deslocamento do veículo prancha por quilômetro e, por essa razão, utilizou-se a distância percorrida entre os blocos  $i$  e  $j$ ,  $dist_{ij}$ . Esse custo possui um papel secundário na função objetivo, servindo principalmente como um critério de desempate.

Como comentado anteriormente, para o modelo avaliar o impacto dos referidos custos, foram adicionadas variáveis de folga para as toneladas de moagem perdidas e para as toneladas de matéria-prima deixadas no campo sem colher (vide Tabela 6).

**Tabela 5.** Parâmetros adicionais envolvidos.

Símbolo	Definição
$[mind_{mt}, maxd_{mt}]$	demanda mínima e máxima da usina por tipo de colheita $m$ e no período $t$ (em toneladas)
$mo$	parâmetro que pondera a influência da perda de capacidade de moagem na função objetivo (custo de uma tonelada que deixa de ser moída)
$bs$	parâmetro que pondera a influência da perda de matéria-prima no campo na função objetivo (custo de uma tonelada que deixa de ser colhida)
$md$	parâmetro que pondera a influência da distância de deslocamento da frente em uma mudança de área na função objetivo (custo de um km percorrido no transporte de uma máquina)
$dist_{ij}$	distância entre os blocos $i$ e $j$ (em km)

**Tabela 6.** Variáveis de decisão adicionais.

Símbolo	Definição
$wm_{mt}$	toneladas de moagem perdidas do tipo de colheita $m$ no período $t$
$wb_j$	toneladas de matéria-prima deixada no bloco $j$



Para cada um desses parâmetros há um custo por hora ou por tonelada (veja Tabela 5) e, para que eles sejam considerados, a função objetivo 1 é substituída pela 18:

$$Min \sum_{t=1}^T w m_{mt} + b s \sum_{j=1}^B w b_j + m d \sum_{l=1}^F \sum_{j=1}^B \sum_{i=1}^B dist_{ij} z_{lij} \quad (18)$$

No caso da restrição que limita a moagem mínima, é inserida a variável de folga, substituindo-se as restrições 2 pelas restrições 19 e 20. Cabe ressaltar que 19 não deve ser uma igualdade devido a que se o nível de moagem atingisse o máximo então a variável de folga teria que ser negativa.

$$\sum_{l \in F_m} \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S} x_{ljs} + w m_{mt} \geq mind_{mt} \quad (t = 1, \dots, T), (m = man, mec) \quad (19)$$

$$\sum_{l \in F_m} \sum_{j=1}^B \sum_{s \in S} x_{ljs} \leq maxd_{mt} \quad (t = 1, \dots, T), (m = man, mec) \quad (20)$$

Da mesma forma, para a matéria-prima não colhida, a variável de folga é inserida substituindo-se as desigualdades 3 pelas Equações 21, que seguem:

$$\sum_{l \in F_m} \sum_{s=1}^N x_{ljs} + w b_j = p_j f_{jm} \quad (j = 1, \dots, B), (m = man, mec) \quad (21)$$

As restrições 22 e 23 estabelecem a não negatividade das variáveis inseridas.

$$w m_{mt} \geq 0 \quad (t = 1, \dots, T), (m = man, mec) \quad (22)$$

$$w b_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, B) \quad (23)$$

### 4 Experimentos computacionais com problemas testes

Nesta seção foi elaborado um exemplo realista, porém reduzido, do problema da programação das frentes de colheita, com a finalidade de se verificar a adequação e consistência dos três modelos da seção anterior. Esse exemplo envolve um número de variáveis e restrições suficientemente pequeno para permitir a obtenção da solução ótima dos três modelos via solver (CPLEX 12.5.1.0), com tempo computacional relativamente baixo. Dessa forma, alguns dados levantados são fictícios para esses experimentos, para facilitar a verificação dos modelos; para mais detalhes, consultar Junqueira (2014).

### 4.1 Dados de entrada

Esse exemplo representa o sequenciamento de duas frentes com gestão própria para uma usina com moagem de 4.500 t/dia em um período de apenas 2 semanas – cada semana representa um macroperíodo. Considerou-se uma moagem de 31.500 ( $dem_{mt}$ ) toneladas por semana. O tempo disponível para as frentes é de 168 ( $K_t$ ) horas por semana. Para suprir a moagem, existem 4 blocos com 17.000 ( $p_j$ ) toneladas de matéria-prima para serem colhidas mecanicamente. As horas trabalhadas por recurso são de 15 ( $Ht_m$ ) horas para uma máquina (colheita manual e mecanizada) e 16,6 ( $Htt$ ) horas para o caminhão.

A Tabela 7 mostra os dados dos blocos de colheita, sendo que a usina se encontra na coordenada (0,0). Nessa tabela também são fornecidas as coordenadas do centro de cada bloco. Cabe ressaltar que em um caso real seriam comparados os valores de distância medidos entre a usina e cada bloco, geralmente obtidos com facilidade, por exemplo, com a distância Euclidiana entre esses pontos. A relação entre esses dois valores resultaria em um conversor da distância Euclidiana para a distância real. Aplicando-se essa relação a qualquer distância Euclidiana, obtém-se um estimador da distância entre os blocos de colheita que, na prática, é bastante incompleta nas usinas devido à quantidade de combinações possíveis.

O potencial de transporte para colheita mecanizada ( $transp_{mj}$ ) foi obtido por meio da capacidade de carga e do tempo de ciclo do caminhão, composto pelo tempo gasto em percurso, no campo e na usina. Já o potencial de colheita mecanizada ( $col_{mj}$ ) pode ser calculado por meio da velocidade média da colhedora trabalhando, da produtividade da área, do tamanho do tiro médio de colheita, do espaçamento de plantio, do tempo médio de manobra, conforme mostra a Tabela 8. A coluna R1 representa um rendimento acima da média, enquanto que R2, um mediano para baixo.

A Tabela 9 mostra as distâncias e os tempos de deslocamento entre os blocos de colheita. Para o cálculo da distância foi utilizado um fator de ajuste de 30% acima da distância Euclidiana. Em situações reais, esse fator poderia ser levantado por meio da comparação das distâncias radiais (bloco – usina), medidas pela usina e calculadas pela distância Euclidiana. Já para a conversão da distância em

Tabela 7. Parâmetros dos blocos de colheita.

Blocos	Prod. (t)	X'	Y'	Dist. (km)	Vel. (km/h)	Campo (min)	Usina (min)	Ciclo (h)	Cargas	Dens. (t/cg)	Transp. (t/h)	Col. (t/h)
1	17.000	0	-15	15,0	30	35	25	2,0	2	32	32	30
2	17.000	-5	5	7,1	30	35	25	1,5	2	32	43	42
3	17.000	0	-5	5,0	20	35	25	1,5	2	32	43	42
4	17.000	-5	-15	15,8	30	35	25	2,1	2	32	31	30
TTotal	68.000	Média		10,7	28	35	25	1,8	2	32	37	36

**Tabela 8.** Rendimentos de colheita.

Parâmetros	R1	R2	Unidade
Velocidade média trabalhando	4,5	5,0	km/h
Produtividade	76,0	62,0	t/ha
Tiro médio	0,60	0,30	Km
Espaçamento	1,5	1,5	M
Tempo médio de manobra	1,5	2,0	min
t/h média geral	43,2	29,9	t/h/máq

**Tabela 9.** Distância e tempo de deslocamento entre os blocos.

Blocos	distância em km - dist (i, j)				tempo em horas – st (i, j)			
	b1	b2	b3	b4	b1	b2	b3	b4
b1	0	27	13	7	0,0	2,0	1,6	1,4
b2	27	0	15	26	2,0	0,0	1,6	1,9
b3	13	15	0	15	1,6	1,6	0,0	1,6
b4	7	26	15	0	1,4	1,9	1,6	0,0

tempo, considerou-se um tempo de embarque e desembarque de 30 min., uma velocidade média de 40 km/h e uma eficiência de 85%.

A Tabela 10 mostra o conjunto de blocos em que a colheita é permitida nos macroperíodos ( $B_{s_{jt}}$ ). Percebe-se que o bloco 2 (b2) não pode ser colhido no primeiro período (P1) e que o bloco 4 não pode ser colhido no segundo. A Tabela 10 também mostra o peso atribuído à colheita do bloco em cada macroperíodo ( $\gamma_{jt}$ ), utilizada apenas no Modelo 1, seção 3.1.

Para se utilizar o Modelo 1B (seção 3.2) é necessário inserir na função objetivo os custos de perda de moagem, de cana bisada e de mudança das frentes. No exemplo, o custo de perda de moagem ( $mo$ ) foi considerado de R\$ 144,00 por tonelada. O custo da cana bisada ( $bs$ ) foi considerado de R\$ 5,00. O custo da mudança de área ( $md$ ) baseou-se no preço do diesel de R\$ 2,10 e em consumo de 5 km/l, resultando em R\$ 0,42/km. Para se avaliar o custo do superdimensionamento de recursos, foram estimados custos de ociosidade de colheita de R\$ 90,49 por hora e de transporte de R\$ 61,46 por hora. Para a estimativa desses valores, consideraram-se os custos de capital e depreciação de colhedoras, tratores e unidades de transbordo para a colheita, bem como de caminhões e carretas para o transporte. Também foi considerado o custo com operadores de colhedora e trator, bem como com motoristas de caminhão. O leitor pode consultar Junqueira (2014) para mais detalhes desses custos e demais dados de entrada desses problemas testes.

Os Modelos 1, 1A e 1B foram codificados em GAMS 24.1.3 e resolvidos otimamente pelo CPLEX 12.5.1.0. Os experimentos foram realizados em um PC Intel(R) i7 2600 com 8 núcleos de 3,4 GHz cada e uma memória de 16GB. Os experimentos envolveram 185 restrições e 235 variáveis, sendo

**Tabela 10.** Conjunto dos períodos permitidos para a colheita e melhores momentos de colheita dentro da janela de tempo.

	$B_{s_{jt}}$		$\gamma_{jt}$	
	P1	P2	P1	P2
b1	1		5	
b2	1	1	5	4
b3	1	1	4	5
b4	1		5	

32 variáveis discretas. O tempo para a obtenção da solução ótima foi menor que 0,5 segundo.

## 4.2 Análise do Modelo 1

Para o Modelo 1, foram realizados cinco experimentos em que foram analisadas as influências dos parâmetros que sinalizam os melhores momentos para a colheita dentro da janela de tempo ( $\gamma_{jt}$ ), a janela de tempo para a colheita ( $B_{s_{jt}}$ ) e as alterações dos tipos de colheita dentro das áreas ( $f_{jm}$ ) e ( $F_m$ ). São abundantes os recursos de colheita e transporte disponíveis para os testes realizados (10 colhedoras e 11 caminhões).

O Experimento 1.1 utiliza as janelas de tempo e os melhores momentos de colheita dentro da janela de tempo, de acordo com a Tabela 10. O tipo de colheita da frente F1 é manual e o da F2 é mecanizado. Os blocos B1 e B3 permitem apenas colheita manual enquanto B2 e B4 permitem colheita mecânica. Nesse caso, espera-se que as frentes colham apenas as áreas com o tipo de colheita adequado e respeitando as janelas de tempo que não permitem a colheita dos blocos B1 e B4 no segundo período. Além disso, as restrições de colheita e transporte devem ser respeitadas de acordo com a disponibilidade de tempo desses recursos.

O gráfico a da Figura 1 mostra o movimento das frentes F1 e F2 nesse experimento, que se mostrou condizente com o esperado. Os blocos

B1 e B4, que não podem ser colhidos no segundo período, foram colhidos primeiro, assim como o tipo de colheita de cada bloco foi respeitado pela frente de colheita. Nesse caso, havia folga de capacidade dos recursos de colheita e transporte, pois foram colhidas simultaneamente áreas com pior colheitabilidade e mais distantes, depois foram para os blocos próximos e com boa colheitabilidade. Além disso, a folga de capacidade permitiu que as frentes fizessem deslocamentos longos sem comprometer o suprimento, como o de B4 para B2, com 26 km de distância entre eles, ao invés de B4 para B1, com apenas 7 km. Cabe ressaltar que o deslocamento de B4 para B1 também não seria permitido pelas restrições de janela de tempo e de tipo de colheita. Essas restrições também não permitem que haja outra escolha do momento de colheita. Nesse caso, a função objetivo totalizou 316.750, equivalente a uma nota de 4,75, com 66.750 toneladas processadas.

Cabe ressaltar que quanto maior o valor da função objetivo, maior a quantidade de matéria-prima colhida no melhor momento dentro da janela de tempo possível. Esse melhor momento para a colheita é representado por  $\gamma_{jt}$ , que foi discutido na seção 3.1 e deve ser cuidadosamente determinado pelo especialista em planejamento juntamente com a equipe agrícola da usina, possuindo notas de 1 a 5.

Nos experimentos 1.2 e 1.3, as janelas nos dois períodos considerados foram liberadas, assim como  $\gamma_{jt}$  foi modificado. A Tabela 11 mostra os valores de  $\gamma_{jt}$  para ambos os experimentos. Como o tipo de colheita prevalece para as frentes e blocos, os blocos a serem colhidos pelas frentes se mantêm, porém a sequência de colheita é alterada. No Experimento 1.2, ambos os movimentos de F1 são permitidos, todavia o que garante a maximização do momento de colheita é colher B1 no primeiro período e B3 no segundo, pois possuem nota 5 nestes momentos, caso contrário receberiam nota 4 em ambos os casos. No caso de F2,

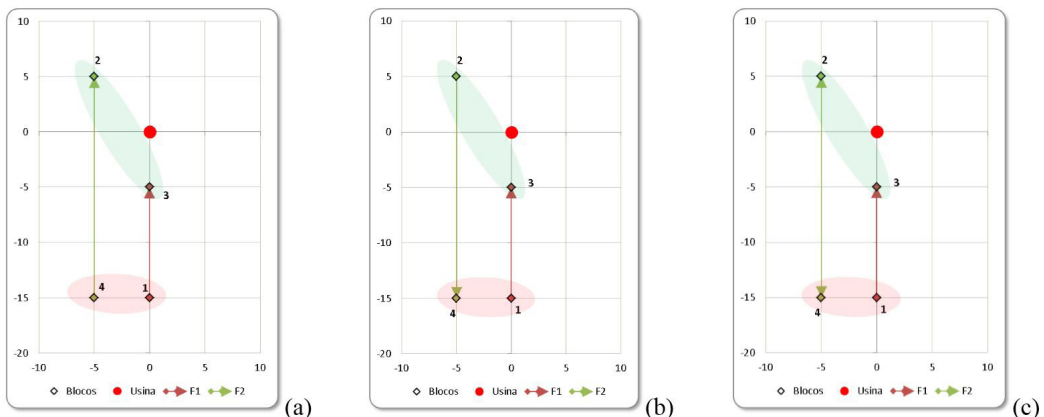
seu movimento é indiferente em termos do momento de colheita, pois os blocos possuem mesmas notas nos períodos. No entanto, quando combinado com a capacidade de colheita, F2 processa B2 em menor tempo, devido à sua colheitabilidade, e ainda sobra tempo para processar parte de B4 no primeiro período. No caso do Experimento 1.1 isso não é possível, pois a janela de tempo não permite colher B4 no primeiro período. No Experimento 1.3, espera-se entender o efeito da mudança da nota de B4 em P2.

Os gráficos b e c da Figura 1 mostram o movimento das frentes de colheita nos experimentos 1.2 e 1.3, respectivamente. Como previsto, no Experimento 1.2, a frente se movimenta de B2 para B4, diferentemente do Experimento 1.1. O valor da função objetivo é 324.250, equivalente a uma média de 4,77, com 68 mil toneladas processadas. Esses valores são superiores aos do experimento anterior, pois a frente processou mais toneladas de cana devido à mudança da janela de tempo comentada anteriormente.

No Experimento 1.3 percebe-se que a movimentação da frente 2 se altera novamente, colhendo primeiro B4, depois B2, retornando a B4. Nesse caso, como não é penalizado o deslocamento e busca-se maximizar  $\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \gamma_{jt} x_{jt}$ , a solução ótima apresentou mais um deslocamento para aumentar a produção da usina nos períodos. Entretanto, apesar de produzir as mesmas 68 mil toneladas do exemplo anterior, o valor da função objetivo reduziu-se para 320.500, equivalente a uma nota média de 4,71. O valor absoluto da função objetivo menor é um resultado

**Tabela 11.** Valores de  $\gamma_{jt}$  para os experimentos 1.2 e 1.3.

	Exp. 1.2		Exp. 1.3	
	P1	P2	P1	P2
b1	5	4	5	4
b2	5	4	5	4
b3	4	5	4	5
b4	5	4	5	3



**Figura 1.** Movimento das frentes: (a) Experimento 1.1; (b) Experimento 1.2; (c) Experimento 1.3.

esperado, já que a nota de B4 em P2 é inferior à do Experimento 1.2.

Nos experimentos 1.4 e 1.5, foi considerada proibida a colheita de B1 em P1 e mantidos os mesmos valores de  $\gamma_{\mu}$  do Experimento 1.2. No caso de 1.5, determinou-se que todos os blocos poderiam ser colhidos mecanicamente e, portanto, as duas frentes estariam adequadas a esse tipo de colheita. Os gráficos a e b da Figura 2 mostram o movimento das frentes desses dois experimentos.

Como esperado, se comparado ao Experimento 1.2, o Experimento 1.4 apresentou apenas a mudança do sentido do movimento de F1, devido à proibição da colheita de B1 em P1. Entretanto, também houve redução do valor da função objetivo para 283.375, equivalente a uma nota de 4,27, com uma produção de 66.375 toneladas. Essa redução é explicada pelo fato de essa proibição ter obrigado F1 a colher B3 em P1, quando ela possui nota 4, ao invés de 5, como no experimento anterior, bem como pelo fato de a produção ter-se reduzido, devido à limitação de F1 em P2.

No Experimento 1.5 foi permitida maior mobilidade às frentes de colheita, para que ambas colhessem qualquer bloco. Dessa forma, o gráfico b da Figura 2 mostra que F2 colheu as áreas de menor colheitabilidade, enquanto que F1 colheu as áreas mais produtivas e foi auxiliar F2 a iniciar B4 e concluir B1. Nesse caso, o valor da função objetivo foi 323 mil, equivalente a uma nota 4,75. Como havia capacidade excedente de colheita, foi possível que F1 se deslocasse mais para colher B3 com nota máxima, sem deixar produção remanescente.

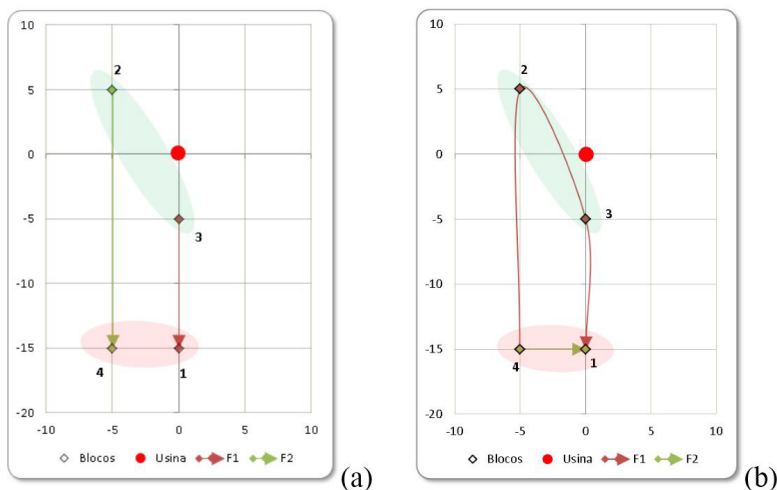
### 4.3 Comparação das abordagens

Nesta seção são comparadas as abordagens relacionadas aos Modelos 1, 1A e 1B. Para o Modelo 1A, foram realizados dois testes baseados nos

experimentos 1.4 e 1.5, para demonstrar o impacto das premissas diferentes desse modelo. Para o cálculo das horas trabalhadas, foi analisado o tempo médio de mudança na Tabela 9 (b), que resultou em 1,7 hora. Estimou-se que as frentes fariam até três mudanças de frente nesse período, equivalentes a 1,5 mudança cada frente. Com isso, o tempo diário de trabalho das colhedoras reduziria-se de 15 para 14,78 horas, pois haveria 5,1 horas de deslocamento em duas semanas com 336 horas disponíveis.

De acordo com o esperado em ambos experimentos, a produção foi de 63 mil toneladas no período, ao invés de 66.375 toneladas, como nos experimentos 1.4 e 1.5 da seção 4.2, pois o Modelo 1 busca colher mais cana-de-açúcar, desde que haja capacidade de colheita e transporte, bem como matéria-prima disponível, enquanto que o Modelo 1A visa atender à quantidade mínima de moagem. Essas diferentes funções objetivo dos modelos 1 e 1A também gera outra diferença entre os resultados dos modelos, pois o valor da função objetivo do Modelo 1 aplicada ao Experimento 1A.1 é de 267.750, inferior aos valores obtidos em 1.4 e 1.4', 283.375 para ambos. Além das alterações na quantidade de produção e no valor da função objetivo, a solução do Experimento 1A.1 não apresentou grandes alterações em relação aos experimentos equivalentes da seção anterior.

Já no caso do Experimento 1A.2, diferentemente de 1.5, em que o objetivo foi a obtenção da maior quantidade de matéria-prima em bons momentos de colheita, quando as janelas de tempo ou o tipo de colheita não foram restritivos, o deslocamento das frentes de colheita foi o mínimo possível. Em 1.5, na média das duas frentes foram gastos 3,2 e 3,1 horas, respectivamente, com o deslocamento de cada máquina. Entretanto, a frente que mais se deslocou em cada um dos cenários gastou 5,1 e 4,9 horas, respectivamente, e a com menor deslocamento, 1,4 horas em ambos os cenários. Cabe ressaltar que



**Figura 2.** Movimento das frentes: (a) Experimento 1.4; (b) Experimento 1.5.

as premissas de horas trabalhadas para o Modelo 1A estão bem ajustadas para as frentes que tiveram maior deslocamento. Entretanto, em 1A.2, os tempos gastos com o deslocamento das frentes foram em média 1,5, bastante inferiores ao que foi considerado no recálculo das horas trabalhadas.

Apesar de o Modelo 1A representar a situação do problema com menor grau de realismo, a perda de capacidade das frentes de colheita devida a seu deslocamento e também ao fato de não buscar colher as áreas nos melhores momentos, as outras premissas do modelo foram devidamente atendidas. Assim, pode-se dizer que o Modelo 1A possui limitações se comparado ao Modelo 1, mas atende melhor à situação problema que os outros modelos encontrados na literatura e apresenta uma solução básica, por hipótese, de qualidade superior às soluções geradas pelos *softwares* comerciais, por considerar o deslocamento das frentes de colheita e as capacidades de colheita e transporte, sendo uma boa opção ao Modelo 1 quando esse não permite a obtenção de soluções factíveis em tempos aceitáveis para o Modelo 1.

No caso do Modelo 1B, seção 3.2, foram realizados 11 experimentos. Em dois desses experimentos, o Modelo 1B foi comparado com os Modelos 1 e 1A. Além disso, foram analisadas alterações no período disponível para a colheita ( $Bs_{jt}$ ), no número de colhedoras ( $Nc_t$ ) e no número de caminhões ( $Nt$ ).

O Experimento 1B.1 é equivalente a 1.4 e 1A.1, e 1B.2, equivalente a 1.5 e 1A.2. Eles têm como objetivo comparar o Modelo 1B com os Modelos 1, e 1A. A Tabela 12 compara os resultados apresentados nessa

seção, baseados nos experimentos 1.4 e 1.5 utilizando as variantes do Modelo 1 propostas neste trabalho.

Diferentemente do Experimento 1A.1 e similarmente aos resultados do Experimento 1.4, o Experimento 1B.1 buscou colher o que os recursos de colheita e transporte permitiram, pois a cana bisada é penalizada na função objetivo. Com isso, o valor total apresentado para a função objetivo do Modelo 1 é significativamente maior que em 1A.1 e ligeiramente menor que 1.4, contudo, a nota média ponderada de 1B.1 é ligeiramente menor que a dos experimentos dos demais modelos. Comportamento similar pode ser observado no Experimento 1B.2, ressaltando-se que nesse caso foi possível colher o máximo de matéria-prima disponível, já que os recursos de colheita não foram limitantes.

#### 4.4 Análise de ganhos potenciais

Nesta seção, foram realizados 7 experimentos, 1B.3 a 1B.9, comparados entre si para identificar ganhos ao se operar sem excesso de recursos de colheita e transporte, bem como identificar a interferência de janelas de tempo inadequadas à necessidade de recursos adicionais (Tabela 13). No Experimento 1B.3 foram alterados os recursos para 10 colhedoras e 9 caminhões e manteve-se a condição de janela de tempo da Tabela 10. Ele servirá de base de comparação para os demais experimentos dessa seção.

Os experimentos 1B.4 e 1B.5 demonstram o comportamento do Modelo 1B conforme as colhedoras vão sendo retiradas de operação. Espera-se que com a retirada das colhedoras disponibilizadas para a operação, a frente busque explorar melhor seu potencial

**Tabela 12.** Comparação de resultados dos modelos propostos.

Experimento	Modelo	Produção (t)	Fun. Obj. do Modelo 1	Nota
1.4	1	66.375	283.375	4,27
1A.1	1A	63.000	267.750	4,25
1B.1	1B	66.375	281.250	4,24
1.5	1	68.000	323.000	4,75
1A.2	1A	63.000	298.462	4,74
1B.2	1B	68.000	321.750	4,73

**Tabela 13.** Comparação de resultados dos experimentos.

Exp.	Quantidade de colhedoras	Quantidade de caminhões	Custo com perda de moagem (R\$)	Custo de ociosidade de colhedoras (R\$)	Custo de ociosidade de caminhões (R\$)	B1 colhido em P2
1B.3	10	9	0	30.405	20.651	Sim
1B.4	9	9	0	0	20.651	Sim
1B.5	8	9	514.944	0	20.651	Sim
1B.6	9	8	0	0	0	Sim
1B.7	9	7	367.200	0	0	Sim
1B.8	9	9	385.300	0	0	Não
1B.9	9	8	209.300	0	0	Não



de colheita, para evitar a falta de matéria-prima, mesmo que para isso seja necessário aumentar o deslocamento da frente. Caso haja uma redução de maquinário e, mesmo assim, os recursos sejam suficientes para atender à demanda, essa redução representa um ganho de competitividade da operação. Esse ajuste fino de capacidade é uma das respostas esperadas do modelo.

No Experimento 1B.4 estão disponíveis 9 colhedoras e no 1B.5, 8. Observa-se o mesmo movimento das frentes nos experimentos 1B.3 e 1B.4. No entanto, no Experimento 1B.4, não houve falha de suprimento e o custo de deslocamento foi menor (R\$ 90,00), pois havia uma colhedora a menos para ser transportada. Ou seja, no Experimento 1B.3 havia uma colhedora em excesso, equivalente a R\$ 30.405 (2sem\*168 h\*R\$ 90,49/h). Já no Experimento 1B.5 houve falha no suprimento de 3.576 toneladas, o que fez com que o custo de deslocamento da frente e perda de moagem fosse para R\$ 514.944. Nesse exemplo, entretanto, percebe-se que o custo de perda de moagem devido à falta de uma colhedora é mais que cinco vezes o de uma colhedora sobrando.

Os experimentos 1B.6 e 1B.7 demonstram o comportamento do Modelo 1B conforme vão sendo retirados caminhões da operação, mantendo-se as mesmas disponibilidades temporais dos blocos e baseado no Experimento 1B.4, que apresentou o dimensionamento mais adequado de colhedoras. Similarmente ao caso das colhedoras, espera-se que com a retirada dos caminhões disponibilizados para a operação, a frente busque explorar melhor seu potencial de transporte, para evitar a falta de matéria-prima, mesmo que para isso seja necessário aumentar o deslocamento da frente. No Experimento 1B.6 são 8 caminhões e no 1B.7, 7. Observa-se o mesmo movimento das frentes nos experimentos 1B.4 e 1B.6. No entanto, no Experimento 1B.6 não houve falha de suprimento com um caminhão a menos. Ou seja, no Experimento 1B.4 havia um caminhão em excesso, equivalente a R\$ 20.650 (2sem\*168 h\*R\$ 61,46/h). Já no Experimento 1B.7, houve falha no suprimento de 2.550 toneladas, o que fez com que o custo de deslocamento da frente e de perda de moagem fosse para R\$367.200.

Já os experimentos 1B.8 e 1B.9 demonstraram o comportamento do Modelo 1B ao se modificar a janela de tempo, proibindo-se a colheita do bloco 1 no período 2 e retirando-se uma colhedora no Experimento 1B.8 e um caminhão no Experimento 1B.9. Nos dois casos, há falta de moagem, ou seja, o manejo das áreas conforme o Experimento 1B.5 impõe um custo adicional de R\$ 51.055. Esse custo pode ser mitigado se o plantio das novas áreas estiver integrado na programação das frentes de colheita, que leva em consideração o equilíbrio das capacidades produtivas dos recursos de colheita e transporte.

## 5 Considerações finais

Este trabalho apresentou abordagens de otimização para resolver o modelo conceitual descrito na seção 2.2 do problema de programação e sequenciamento de frentes de colheita de cana-de-açúcar. O Modelo 1 aborda todos os aspectos relevantes para o modelo conceitual. Duas outras variações desse modelo foram propostas para que a obtenção de uma boa solução factível para o problema exija menor esforço computacional, já que problemas reais em geral são de grande porte e difíceis de serem resolvidos otimamente. O Modelo 1A utiliza uma simplificação das restrições de capacidade de colheita. Já o Modelo 1B busca obter uma boa solução factível em tempos computacionais aceitáveis, por meio da inserção de uma variável de folga na restrição de moagem, penalizando a moagem perdida na função objetivo.

Os experimentos computacionais aqui realizados foram baseados em uma instância com dados realistas para o problema, mas com pequeno porte para permitir encontrar soluções ótimas para os três modelos e verificar suas adequações e consistências com o problema representado. Vários experimentos foram feitos para analisar o comportamento do Modelo 1 e suas duas variantes frente a alterações na janela de tempo, no tipo de colheita, bem como no número de recursos de colheita e transporte. Em todos os experimentos, os modelos comportaram-se como esperado – eles também foram comparados entre si. Nas variações do Modelo 1, observou-se perda na busca pela colheita no melhor macroperíodo dentro de uma janela de tempo, todavia a variação da nota média ponderada não é significativa. Além disso, a busca do melhor momento de colheita trata-se de uma característica desejável mas não mandatória para o modelo científico, já que são obedecidas as janelas de tempo. Com base no Modelo 1B também foi analisado o impacto econômico de se trabalhar superdimensionado e/ou perder moagem. Essa análise mostrou que nos cenários em que houve perda de moagem, seus impactos mostraram-se superiores aos dos com excesso de recursos, todavia observaram-se custos da ordem de R\$ 30 mil em duas semanas quando há uma colhedora sobrando e de R\$ 20 mil quando há um caminhão em excesso. Ou seja, se o suprimento de matéria-prima estiver garantido, a redução da ociosidade dos recursos de colheita e transporte implicará em significativas diminuições de custo. Também foi demonstrado que é possível economizar caminhões e colhedoras se as janelas de tempo das áreas são mescladas de forma a manter um potencial de colheita e transporte médio durante os períodos de colheita.

Assim, os modelos propostos representam o comportamento esperado e apesar das limitações dos Modelos 1A e 1B em relação ao Modelo 1, eles são boas alternativas para representar a situação

problema e suas características possibilitam outras estratégias de resolução para viabilizar a sua solução. Além disso, verificou-se a relevância econômica de reduzir excesso de recursos e buscar janelas de tempo que permitam operar com uma quantidade mínima de recursos. Cabe ressaltar que essa intervenção nas janelas de tempo é possível principalmente através da análise do equilíbrio da colheita e do transporte no momento do planejamento de plantio, conforme abordado no modelo conceitual do problema estudado. Uma pesquisa futura importante seria a aplicação dessas abordagens de otimização em problemas de tamanho realista das empresas A e B e a análise das soluções obtidas em comparação com as soluções utilizadas pelas empresas, para avaliar melhor as vantagens e desvantagens dessas abordagens e validá-las em situações reais.

## Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores anônimos pelos úteis comentários e sugestões, à empresa de consultoria e às Empresas A e B pela colaboração durante esse estudo. Esta pesquisa também contou com o apoio da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

## Referências

- Allahverdi, A., Ng, C. T., Cheng, T. C. E., & Kovalyov, M. Y. (2008). A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operational Research*, 187(3), 985-1032. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.060>.
- Araújo, S. A., Arenales, M. N., & Clark, A. R. (2008). Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. *Computers & Operations Research*, 35(3), 916-932. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2006.05.010>.
- Araújo, S. A., Arenales, M., & Clark, A. R. (2007). Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, 13(4), 337-358. <http://dx.doi.org/10.1007/s10732-007-9011-9>.
- Barata, M. Q. F. (1992). *Otimização econômica do corte e reforma de canaviais* (Dissertação de mestrado). Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Clark, A. R., Morabito, R., & Toso, E. A. V. (2010). Production setup-sequencing and lot-sizing at an animal nutrition plant through ATSP subtour elimination and patching. *Journal of Scheduling*, 13(2), 111-121. <http://dx.doi.org/10.1007/s10951-009-0135-7>.
- Drexel, A., & Kimms, A. (1997). Lot sizing and scheduling: survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99(2), 221-235. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00030-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00030-1).
- Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B., & Morabito, R. (2012). Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136(2), 255-265. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.11.028>.
- Ferreira, D., Morabito, R., & Rangel, S. (2009). Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 697-706. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.035>.
- Ferreira, D., Morabito, R., & Rangel, S. (2010). Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot sizing models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, 37(4), 684-691. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2009.06.007>.
- Fleischmann, B., & Meyr, H. (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *Operations Research Spectrum*, 19(1), 11-21. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01539800>.
- Grunow, M., Günther, H. O., & Westtinner, R. (2007). Supply optimization for the production of raw sugar. *International Journal of Production Economics*, 110(1-2), 224-239. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.019>.
- Haase, K., & Kimms, A. (2000). Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. *International Journal of Production Economics*, 66(2), 159-169. [http://dx.doi.org/10.1016/S0925-5273\(99\)00119-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0925-5273(99)00119-X).
- Hahn, M. H., & Ribeiro, R. V. (1999). Heuristic guided simulator for the operational planning of the transport of sugar cane. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(5), 451-459. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600660>.
- Higgins, A. (1999). Optimizing cane supply decisions within a sugar mill region. *Journal of Scheduling*, 2(5), 329-344. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1425\(199909/10\)2:5<229::AID-JOS29>3.0.CO;2-L](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1099-1425(199909/10)2:5<229::AID-JOS29>3.0.CO;2-L).
- Higgins, A., & Muchow, R. (2003). Assessing the potential benefits of alternative cane supply arrangements in the Australian sugar industry. *Agricultural Systems*, 76(2), 623-638. [http://dx.doi.org/10.1016/S0308-521X\(02\)00031-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0308-521X(02)00031-8).
- Higgins, A., Antony, G., Sandell, G., Davies, I., Prestwidge, D., & Andrew, B. (2004). A framework for integrating a complex harvesting and transport system for sugar production. *Agricultural Systems*, 82(2), 99-115. <http://dx.doi.org/10.1016/j.agsy.2003.12.004>.
- Jans, R., & Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6), 1619-1643. <http://dx.doi.org/10.1080/00207540600902262>.
- Jena, S. D., & Poggi, M. (2013). Harvest planning in the Brazilian sugar cane industry via mixed integer programming. *European Journal of Operational Research*, 230(2), 374-384. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.04.011>.

- Junqueira, R. A. R. J. (2014). *Programação das frentes de colheita de cana-de-açúcar: uma modelagem visando o equilíbrio das capacidades de colheita e transporte* (Tese de doutorado). Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.
- Maes, J., McClain, J. O., & Van Wassenhove, L. N. (1991). Multilevel capacitated lotsizing complexity and LP-based heuristics. *European Journal of Operational Research*, 53(2), 131-148. [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(91\)90130-N](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(91)90130-N).
- Meyr, H. (2000). Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, 120(2), 311-326. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00159-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00159-9).
- Meyr, H. (2002). Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139(2), 277-292. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00373-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00373-3).
- Meyr, H., & Mann, M. (2013). A decomposition approach for the general lotsizing and scheduling problem for parallel production lines. *European Journal of Operational Research*, 229(3), 718-731. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.03.036>.
- Piewthongngam, K., Pathumnakul, S., & Setthanan, K. (2009). Application of crop growth simulation and mathematical modeling to supply chain management in the Thaisugar industry. *Agricultural Systems*, 102(1-3), 58-66. <http://dx.doi.org/10.1016/j.agsy.2009.07.002>.
- Sartori, M. M. P., Florentino, H. O., Basta, C., & Leão, A. L. (2001). Determination of the optimal quantity of crop residues for energy in sugarcane crop management using linear programming in variety selection and planting strategy. *Energy*, 26(11), 1031-1040. [http://dx.doi.org/10.1016/S0360-5442\(01\)00052-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0360-5442(01)00052-4).
- Souza, R. J. (2001). *A logística como instrumento de reestruturação, redução de custos e melhorias na qualidade em Agroindústrias: uma aplicação ao setor sucroalcooleiro* (Dissertação de mestrado). Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade de Campinas, Campinas.
- Toso, E. A. V., Morabito, R., & Clark, A. R. (2009). Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3), 813-821. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2009.02.011>.
- Universidade de São Paulo – USP. Instituto Pecege. (2012). *Custos de produção de Cana-de-açúcar, Açúcar e Etanol no Brasil: acompanhamento da Safra 2011/12 Centro Sul*. Piracicaba: Programa de Educação Continuada em Economia e Gestão de Empresas, Departamento de Economia, Administração e Sociologia, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo. Relatório apresentado à Confederação da Agricultura e Pecuária do Brasil (CNA).
- Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming*. New York: John Wiley & Sons.