Gest. Prod., São Carlos, v. 25, n. 1, p. 148-159, 2018
http://dx.doi.org/10.1590/0104-530X2344-16

GESTÃO & PRODUÇÃO
ISSN 0104-530X (Print)
ISSN 1806-9649 (Online)

Programação por Metas *Fuzzy* aplicada ao processo de orçamento de capital em um ambiente econômico sob incerteza

Fuzzy Goal Programming applied to the process of capital budget in an economic environment under uncertainty

Aneirson Francisco da Silva[1]
Fernando Augusto Silva Marins[1]
Erica Ximenes Dias[1]
Rafael de Carvalho Miranda[2]

Resumo: A Programação por Metas (*Goal Programming* - GP) é uma abordagem multicritério da Pesquisa Operacional que vem sendo empregada na solução de complexos problemas de decisão. Este trabalho propõe um novo modelo de Programação por Metas *Fuzzy* (*Fuzzy Goal Programming* - FGP) para tratar o processo de orçamento de capital de empresas em um ambiente econômico sob incerteza. Para fins de comparação de desempenho, o modelo FGP e outro modelo desenvolvido com os mesmos fins, recentemente publicado, foram aplicados considerando-se os dados de uma empresa que foi o objeto do estudo. A modelagem e otimização foram feitas com o *software* GAMS - 23.6.5 e utilizando-se o *solver* CPLEX. Os resultados do modelo FGP proporcionaram melhorias com relação aos obtidos com o modelo alternativo citado, por exemplo: aumento do índice de lucratividade, redução do *payback* e melhor aplicação do capital disponível no orçamento. Além disto, o modelo FGP tem características de flexibilidade que permitem ao gestor simular, obter resultados rapidamente e com facilidade, acerca de cenários sob incerteza de seu interesse.

Palavras-chave: Programação por Metas *Fuzzy*; Orçamento de capital; Ambiente econômico sob incerteza.

Abstract: *The Goal Programming (GP) is a multi-criteria approach of Operational Research that has been used for solving complex decision problems. This paper proposes a new Fuzzy Goal Programming (FGP) model to handle the process of capital budget of companies in an economic environment under uncertainty. For performance comparison purposes, the FGP and another recently published model developed for the same purposes were applied to data from a company that was the object of the study. The modeling and optimization were made with the GAMS software - 23.6.5 and using the CPLEX solver. The results obtained from the FGP model provided higher improvements than those obtained with the alternative model, as for example: increased profitability index, reduced payback and better application of the capital available in the budget. Furthermore, the FGP model has flexibility features that allow the manager to simulate, quickly and easily obtaining results about scenarios under uncertainty.*

Keywords: Fuzzy Goal Programming; Capital budget; Economic environment under uncertainty.

1 Introdução

Em problemas industriais complexos, a tomada de decisão envolve informações imprecisas ou incompletas, múltiplos agentes de decisão, e, em geral, múltiplos objetivos que podem ser conflitantes entre si (Deb, 2001). Este é o caso de problemas de seleção de projetos de investimento (Santos & Barros, 2011) e, conforme Brigham et al. (2001), existem várias maneiras de selecionar o conjunto de melhores projetos. Os métodos tradicionais de avaliação de investimentos são (Abensur, 2012):

[1] Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista – UNESP, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, CEP 12516-410, Guaratinguetá, SP, Brasil, e-mail: aneirson@feg.unesp.br; fmarins@feg.unesp.br; ericaximenes@yahoo.com.br

[2] Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Campus Prof. José Rodrigues Seabra - Sede, Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, Caixa Postal 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil, e-mail: mirandaprod@yahoo.com.br

Recebido em Jun. 1, 2015 - Aceito em Out. 26, 2015
Suporte financeiro: Esta pesquisa foi parcialmente financiada pelo CNPq (Processos Nos. CNPq - 306214/2015-6, CNPq - 431758/2016-6), FAPESP - 2015/12711-4; FAPESP - 2015/24560-0), and FAPEMIG (APQ-01188-16).

- Método do Valor Presente Líquido (VPL) - permite comparar investimentos iniciais com retornos futuros, sendo que, quando o VPL for positivo, significa que o capital investido será recuperado;
- Método da Taxa Interna de Retorno (TIR) - considera a taxa de desconto que iguala os fluxos de entradas com os fluxos de saídas de um investimento, sendo que, para os projetos serem viáveis, o valor da TIR deve ser maior ou igual à Taxa Mínima de Atratividade (TMA) adotada pela empresa;
- Método do *Payback* - analisa o prazo de recuperação do capital investido, isto é, o período necessário para que determinado investimento seja pago;
- Método do Índice de Lucratividade (IL) - considera a razão entre o VLP das entradas líquidas de caixa do projeto e o valor do investimento inicial.

Neste tipo de problema, a restrição orçamentária tem papel importante na limitação das decisões a serem tomadas com respeito à seleção de projetos de investimento. Desta forma, é recomendado o emprego de técnicas de otimização, visando à alocação ótima do capital disponível (Abensur, 2012).

Neste sentido, uma alternativa é aplicar a este tipo de situação complexa e crítica para as empresas os modelos e técnicas da Programação por Metas (*Goal Programming* - GP). De fato, a GP é um método da Pesquisa Operacional (PO), que permite a modelagem e a solução de problemas multiobjetivos, inclusive sob a ocorrência de incertezas, como é típico em cenários econômicos associados às decisões em portfólios de investimentos (Silva & Marins, 2014). Alguns pesquisadores desenvolveram trabalhos interessantes correlatos:

- Bradi et al. (2000) aplicaram um modelo de GP binária ao problema de seleção de projetos, sem considerar a ocorrência de incerteza;
- Lee & Kim (2000) combinaram o ANP (*Analytic Network Process*) (Saaty, 2006) com a GP para selecionar projetos de sistemas de informação;
- Santos et al. (2012) investigaram o desempenho dos gestores empresariais com base no conhecimento sobre a gestão de custos e a participação orçamentária;
- Ghahtarani & Najafi (2013) combinaram a otimização estocástica robusta com a GP, desenvolvendo o modelo *Robust Goal Programming* (RGP) e o aplicaram na seleção de portfólios de investimento no mercado de ações;
- Bakirli et al. (2013) combinaram o método AHP (Saaty, 1977) e um modelo *Fuzzy Goal Programming* (FGP) com a matriz QFD (*Quality Function Deployment*) (Lam & Lai, 2015) para selecionar projetos que oferecem os benefícios máximos quando realizados dentro de vários orçamentos;
- Abensur (2013) avaliou o orçamento de capital num contexto no qual os gestores podem estabelecer a sequência de execução de projetos previamente selecionados, o que minimiza a necessidade de investimento;
- Khalili-Damghani et al. (2013) aplicaram um modelo FGP combinado com o método multicritério TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) (Joshi & Kumar, 2016) para selecionar projetos multiperíodos em contexto sob incerteza;
- Li & Wan (2014) desenvolveram um modelo de Programação Linear *Fuzzy* para seleção de projetos em cadeia de suprimentos.

Embora haja vários estudos vinculados à seleção de projetos de investimentos, o emprego de modelos FGP neste tipo de problema é recente, corroborando assim, com a importância da presente pesquisa.

Este trabalho objetivou desenvolver e aplicar um modelo de Programação por Metas *Fuzzy* (FGP) para avaliar o problema de orçamento de capital. Adicionalmente, foi realizada uma comparação de seus resultados com os obtidos por Abensur (2012), que propôs, recentemente, um modelo alternativo para a mesma classe de problemas de investimentos.

Considerando a classificação proposta por Bertrand & Fransoo (2002), esta pesquisa pode ser classificada como sendo uma pesquisa aplicada, pois proporciona contribuições para a literatura atual, tendo objetivo empírico normativo, pois o modelo visa compreender políticas e estratégias que possibilitem ações para melhorar uma situação vigente. Além disto, com respeito à forma de abordagem do problema, a pesquisa é do tipo quantitativa e o método de pesquisa adotado é a modelagem.

Este artigo está organizado em 5 seções. A Seção 2 descreve brevemente os fundamentos teóricos da GP e, em particular, trata do modelo FGP. A Seção 3 trata da descrição do problema e as etapas da realização do trabalho; a Seção 4 apresenta a modelagem do problema e os resultados obtidos; finalmente a Seção 5 traz a conclusão e recomendações para futuras pesquisas, sendo seguida das referências bibliográficas.

2 Programação por Metas – *Goal Programming*

Conforme Charnes & Cooper (1961), Romero (2001, 2004), Silva & Marins (2014, 2015), Chang (2007, 2008), Jamalnia & Soukhakian (2009) e Yaghoobi & Tamiz (2007), os três tipos de modelos determinísticos da GP mais utilizados, todos propostos por (Charnes & Cooper, 1961; Romero, 2001, 2004; Silva & Marins, 2014, 2015; Chang, 2007; Jamalnia & Soukhakian, 2009; Yaghoobi & Tamiz, 2007) são:

- Programação por Metas Ponderadas (*Weighted Goal Programming* - WGP) - atribuem-se pesos para as variáveis de desvios com relação às metas estabelecidas para os objetivos. Este foi o primeiro modelo de GP desenvolvido e, devido a isto, será apresentado em detalhes;
- Programação por Metas com Priorização (*Lexicographic Goal Programming* - LGP) ou *Preemptive Goal Programming* - os objetivos são ordenados de acordo com sua importância estabelecida a partir de uma priorização feita pelos gestores;
- Programação por Metas Minmax (Minmax *Goal Programming – Minmax* GP) - trabalha-se com as funções de realização que consideram a soma das variáveis de desvios.

2.1 Programação por Metas Ponderadas – WGP

Nos modelos WGP as variáveis de desvio apresentam hierarquias equivalentes, sendo a atribuição de pesos que distinguirá os objetivos mais importantes. Os decisores precisam estimar os pesos de forma que grande parte dos objetivos seja satisfeita, o que pode gerar problemas com o subjetivismo na estimação destes pesos. Para tentar minimizar o subjetivismo, um método que tem sido muito adotado na priorização de objetivos é o *Analytic Hierarchy Process* – AHP (Saaty, 1977).

Segundo Martel & Aouni (1998), o modelo original WGP pode ser formulado por:

Na Equação 1 β e α são os pesos atribuídos, respectivamente, às variáveis auxiliares de desvio $d_i^+ \ e \ d_i^-$.

$$Min \ \sum_{i=1}^{n} (\beta_i d_i^+ + \alpha_i d_i^-) \quad (1)$$

Sujeito a:

Na Equação 2 sendo x o vetor das variáveis de decisão do modelo x_i; $f_i(x)$ a função objetivo i, $d_i^+ \ e \ d_i^-$, respectivamente, as variáveis auxiliares de desvio para mais e para menos na realização da meta g_i associada a cada função objetivo i;

$$f_i(x) - d_i^+ + d_i^- = g_i, \quad i = 1, 2, ..., n. \quad (2)$$

Na restrição 3 Ax e c são, respectivamente, a matriz dos coeficientes do lado esquerdo (LHS – *Left Hand-Side*) das variáveis de decisão e o vetor de constantes do lado direito (RHS – *Right Hand-Side*) nas restrições rígidas do modelo original multicritério

$$Ax \le c \quad (3)$$

Na restrição 4 observe-se que, apenas uma das variáveis de desvio associadas a cada meta pode ter valor diferente de zero.

$$x_i, d_i^+, d_i^- \ge 0, d_i^+ . d_i^- = 0, \quad i = 1, 2, ..., n. \quad (4)$$

Há outros modelos de GP determinística, contudo, não serão apresentados neste trabalho. Para mais detalhes, recomenda-se a leitura da obra de Silva & Marins (2015).

2.2 Modelo *Fuzzy Goal Programming* (FGP)

Os problemas de decisão gerenciais têm como características naturais a ocorrência de incerteza nos seus parâmetros, como problemas relacionados ao planejamento agregado da produção e orçamentários (Silva & Marins, 2015; Wang & Liang, 2004).

Silva & Marins (2015) realizaram uma extensa revisão bibliográfica dos modelos sem incerteza (determinísticos) e sob incerteza. Os modelos de GP sob incerteza são:

- *Multi-Choice Goal Programming*- (Chang, 2007);
- *Revised Multi-Choice Goal Programming*- (Chang, 2008);
- *Integer Multi-Choice Goal Programming*- (Silva et al., 2013a);
- *Fuzzy Multi-Choice Goal Programming*- (Bankian-Tabrizi et al., 2012);
- *Multi-Segment Goal Programming*- (Liao, 2009);
- *Revised Multi-Segment Goal Programming* – RMSGP (Chang et al., 2012a);
- *Multi-Coefficients Goal Programming*- MCGP (Chang et al., 2012b);
- *Revised multi-choice goal Programming*- LHS (Silva et al., 2015), adaptaram o modelo RMCGP para tratar da incerteza nos LHS das funções objetivo;
- *Fuzzy Goal Programming*- FGP (Silva & Marins, 2014; Jamalnia & Soukhakian, 2009;

Yaghoobi & Tamiz, 2007; Liang & Wang, 1993; Zimmermann, 1978);

- Otimização estocástica robusta (Mulvey et al., 1995).

Para mais detalhes sobre estes modelos, recomenda-se a leitura da obra de Silva & Marins (2015).

Nesta pesquisa, foi aplicado o modelo FGP, pois é o modelo mais antigo de GP sob incerteza, tendo um vasto leque de aplicações reais (Silva & Marins, 2014, 2015). Passa-se a apresentar conceitos e resultados relativos à inclusão da possibilidade de ocorrência de incerteza nos dados do problema e a contribuição da GP e da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* para tratar destas situações. Conforme Chang (2007), a aplicação da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* em conjunto com os modelos de GP propiciou vários avanços teóricos.

Zimmermann (1978) usou o número *fuzzy* triangular para caracterizar valores linguísticos e Liang & Wang (1993) justificam o uso de funções triangulares *fuzzy,* pois elas caracterizam adequadamente os julgamentos humanos. Desta forma, segundo estes autores, a vantagem de se utilizar números triângulares *fuzzy* é que não só pode-se representar uma *expertise* no julgamento a respeito de um determinado problema, mas também refletir a ocorrência de incerteza nos dados e parâmetros envolvidos. Essa foi a opção adotada neste trabalho que se passa a detalhar na sequência.

Nesta linha, segundo Jamalnia & Soukhakian (2009) e Yaghoobi & Tamiz (2007), há três tipos mais comuns de funções de pertinência (denotada por μ_{Z_k} para uma dada meta G_k quando se trabalha com números triangulares *fuzzy*), conforme mostram as expressões (5)-(7) e ilustram as Figuras 1-3. Foi adotada a notação [~] para a representação de uma meta *fuzzy* (imprecisa) e g_k é o valor estabelecido (desejado) para a meta *fuzzy* G_k:

Equação 5 está uma meta *fuzzy* do tipo quanto menor for seu valor em relação a g_k é melhor.

$$G_k(x) \tilde{\leq} g_k, \quad k = 1, \ldots m, \tag{5}$$

Equação 6 está uma meta *fuzzy* do tipo quanto maior for seu valor em relação a g_k é melhor.

$$G_k(x) \tilde{\geq} g_k, \quad k = m+1, \ldots, n, \tag{6}$$

Equação 7 está uma meta que se deseja atingir exatamente no valor estabelecido g_k.

$$G_k(x) \cong g_k, \quad k = n+1, \ldots, l. \tag{7}$$

As metas *fuzzy* podem ser identificadas como conjuntos *fuzzy* definidos sobre o conjunto viável de soluções associados a uma função de pertinência. As funções de pertinência lineares são as funções mais adotadas, tanto em trabalhos teóricos como em trabalhos práticos (Jamalnia & Soukhakian, 2009). Para as restrições *fuzzy* (5) e (6), adotando-se números triangulares *fuzzy*, sendo L_k e U_k, respectivamente, os valores mínimo e máximo, escolhidos pelo decisor para serem atribuídos à meta *fuzzy* G_k, existem as seguintes funções de pertinência lineares (8)-(10):

$$\mu_{Z_k}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad G_k(x) \leq g_k \\ \dfrac{U_k - G_k(x)}{U_k - g_k} & \text{se} \quad g_k \leq G_k(x) \leq U_k \qquad k = 1, \ldots, m \\ 0 & \text{se} \quad G_k(x) \geq U_k \end{cases} \tag{8}$$

$$\mu_{Z_k}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad G_k(x) \geq g_k \\ \dfrac{G_k(x) - L_k}{g_k - L_k} & \text{se} \quad L_k \leq G_k(x) \leq g_k \qquad k = m+1, \ldots, n \\ 0 & \text{se} \quad G_k(x) \leq L_k \end{cases} \tag{9}$$

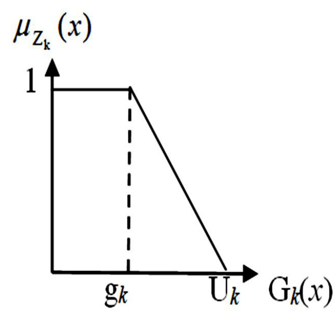

Figura 1. $G_k(x) \tilde{\leq} g_k$.

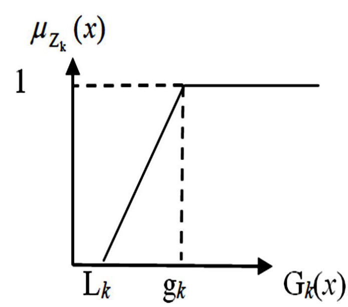

Figura 2. $G_k(x) \tilde{\geq} g_k$.

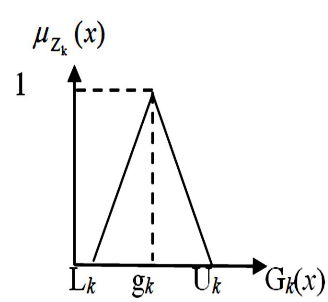

Figura 3. $G_k(x) \cong g_k$.

$$\mu_{Z_k}(x)=\begin{cases}0 & \\ \dfrac{U_k-G_k(x)}{U_k-g_k} & \text{se} \quad L_k \le G_k(x) \le g_k \\ \dfrac{U_k-G_k(x)}{U_k-g_k} & \text{se} \quad g_k \le G_k(x) \le U_k \\ 0 & \text{se} \quad G_k(x) \ge U_k\end{cases} \qquad k=n+1,\dots,l \quad (10)$$

Outra forma de visualizar estas funções de pertinência está nas Figuras 1-3:

Observe-se que, usualmente, os limites L_k e U_k são subjetivamente escolhidos pelos tomadores de decisão, ou estão associados às tolerâncias existentes em um processo técnico. A escolha destes limites de tolerância é muito importante, uma vez que influenciam diretamente a otimização do modelo (Silva & Marins, 2014).

O modelo da *Fuzzy Goal Programming* (FGP), proposto por Yaghoobi & Tamiz (2007), utilizando as funções de pertinência triangulares, pode ser formulado por:

Equação 11 a função objetivo visa maximizar o grau de realização *fuzzy* total e quando λ =1 significa que todas as metas *fuzzy* foram plenamente satisfeitas ou atendidas.

$$Max \ \lambda \qquad (11)$$

Sujeito a:

Restrição 12 está uma meta para a qual se deseja penalizar o desvio acima do valor estabelecido para ela.

$$f_i(X) - d_i^+ \le g_i, \qquad i=1,2,\dots,i_0 \qquad (12)$$

Restrição 13 está uma meta para a qual se deseja penalizar o desvio abaixo do valor estabelecido para ela.

$$f_i(X) + d_i^- \ge g_i, \qquad i=i_0+1,2,\dots,j_0 \qquad (13)$$

Restrição 14 está uma meta a para qual se deseja penalizar tanto o desvio acima quanto abaixo do valor estabelecido para ela.

$$f_i(X) + d_i^- - d_i^+ = g_i, \qquad i=j_0+1,2,\dots,K \qquad (14)$$

Restrições 15 a 17 estão relacionadas às limitações impostas ao grau de realização dos cenários associados às restrições (5)-(7).

$$\lambda+\frac{1}{\Delta_{iU}}d_i^+ \le 1, \qquad i=1,2,\dots,i_0 \qquad (15)$$

$$\lambda+\frac{1}{\Delta_{iL}}d_i^- \le 1, \qquad i=i_0+1,2,\dots,j_0 \qquad (16)$$

$$\lambda+\frac{1}{\Delta_{iL}}d_i^- +\frac{1}{\Delta_{iU}}d_i^+ \le 1, \qquad i=j_0+1,2,\dots,K \qquad (17)$$

Restrições 18 a 19 indicam os domínios das variáveis, sendo *F* um conjunto de soluções viáveis.

$$d_i^+ . d_i^- = 0, \quad i=1,2,\dots,K \qquad (18)$$

$$\lambda, d_i^+, d_i^- \ge 0, \ X \in F \ \text{(F é um conjunto de soluções viáveis)} \qquad (19)$$

sendo $\lambda = \sum_i \lambda_i$ o grau de realização das metas *fuzzy*, ou seja, é a soma dos graus de realização de cada meta *fuzzy* (λ_i), g_i o nível de aspiração (ou valor desejado) para meta *i*, e Δ_{iL} *e* Δ_{iU} são, respectivamente, a diferença entre o valor mínimo (*L*) e o valor máximo (*U*) e o valor desejado para a meta g_i.

Observe-se que $\lambda_i \in [0,1]$ e, quando o valor de $\lambda_i = 1$, significa que a meta *fuzzy i* foi plenamente realizada.

Na sequência, apresenta-se o problema tratado e as etapas seguidas para sua resolução.

3 Descrição do problema e etapas do trabalho

Neste artigo, o modelo FGP foi aplicado ao processo de orçamento de capital, considerando um ambiente econômico em que há ocorrência de incertezas nos dados e parâmetros envolvidos na tomada de decisão. As etapas seguidas para a realização do trabalho são descritas a seguir:

- **Identificação do problema** – A situação estudada envolveu o problema associado ao orçamento de capital, proposto e estudado por Abensur (2012), em que se deseja selecionar, dentre um conjunto de 45 projetos de investimento, identificados por uma empresa, quais deveriam ser executados;
- **Coleta de dados** – Os dados utilizados foram aqueles disponibilizados em Abensur (2012) e que constam na Tabela 1;
- **Modelagem, solução do modelo e comparação dos resultados** – O modelo FGP foi desenvolvido e implementado por meio do *software* GAMS na versão 23.6.5, e foi resolvido utilizando-se o *Solver CPLEX*, conforme descrito na Seção 4 (GAMS, 2014).

Para a comparação entre os resultados do modelo FGP e o modelo de Abensur (2012), foram consideradas três funções objetivo, relacionadas com:

- O Índice de Lucratividade (IL) – dado pela razão entre o VPL e o valor do desembolso inicial;
- O *Payback* Descontado Total (PBD) – associado ao tempo que se leva para recuperar o capital investido;

Tabela 1. Projetos analisados e seus respectivos indicadores de rentabilidade, risco e lucratividade.

Grupo	Projeto	DI [R$]	TMA [% aa]	N [anos]	VPL [R$]	IL [%]	MTIR [%]	PBD [anos]	GAFT [%]
A	1	1.000	10	4	39	3,91	11,06	2,90	15,57
	2	1.000	10	4	53	5,35	11,44	4,70	19,32
B	3	1.000	12	4	58	5,80	13,59	4,60	20,06
	4	1.000	12	4	39	3,99	13,10	3,70	15,88
C	5	22.000	12	6	3.860	17,55	15,06	5,30	33,58
	6	17.500	12	6	3.057	17,47	15,05	5,30	33,49
D	7	10.000	12	5	814	8,14	13,77	5,10	22,41
	8	25.000	12	5	1.675	6,70	13,46	5,10	20,77
E	9	300.000	9	5	-43.883	-14,43	5,66	20,00	8,29
	10	120.000	9	5	253.406	211,17	36,78	2,40	250,13
F	11	68.000	10	10	84.385	124,10	19,24	4,20	156,74
	12	28.000	10	5	44.783	159,94	33,16	2,70	193,09
G	13	5.000	8	4	701	14,03	11,60	4,60	28,13
	14	10.000	8	3	970	9,70	11,39	3,80	22,59
	15	10.000	8	4	3.248	32,49	15,87	3,80	48,29
	16	12.000	8	3	885	7,38	10,59	3,70	19,80
	17	8.000	8	2	2.699	33,74	24,90	2,50	48,71
	18	5.000	8	2	-216	-4,32	5,64	10,00	6,64
	19	6.000	8	4	2.153	35,89	16,60	3,90	52,31
H	20	100	10	2	38	38,84	29,61	2,40	54,75
	21	80	10	2	32	41,01	30,62	2,40	57,17
I	22	100	10	2	17	17,36	19,16	2,80	31,22
	23	100	10	2	16	16,74	18,85	2,40	29,81
J	24	480	9	7	170	35,46	13,83	5,90	53,90
	25	620	9	7	92	14,97	11,19	6,80	30,59
	26	750	9	7	192	25,60	12,61	6,30	42,67
K	27	10	10	2	21	214,05	94,94	0,60	248,97
	28	5	10	2	16	321,49	125,83	2,00	371,05
	29	5	10	2	11	238,84	102,48	2,00	278,52
L	30	5.000	10	5	1.338	26,76	15,34	4,50	42,93
	31	8.000	10	10	1.794	22,43	12,35	6,90	40,26
M	32	1.500	10	5	-610	-40,68	2,16	10,00	35,37
	33	1.500	10	5	766	51,07	19,46	5,20	72,63
	34	1.500	10	5	796	53,09	19,78	5,20	74,33
	35	1.500	10	5	779	51,95	19,60	4,40	72,06
N	36	85.000	20	4	18.549	21,82	26,07	3,90	38,92
	37	150.000	20	4	51.921	34,61	29,26	3,60	53,51
	38	250.000	20	4	87.577	35,03	29,36	4,50	58,03
	39	378.000	20	4	19.337	5,12	21,51	4,10	18,52
O	40	100.000	10	5	84.337	84,34	16,94	5,20	111,19
	41	70.000	10	5	52.891	75,56	16,37	5,50	101,13
P	42	80.000	10	5	-9.339	-11,67	7,30	10,00	5,41
	43	20.000	15	7	2.399	12,00	16,88	6,50	29,07
	44	500	20	10	128	25,70	22,78	7,00	47,23
	45	200	20	10	219	109,62	29,22	3,82	145,39
Total:	45	1.805.450			672.213	2271			3160
Mín:		5	8	2	-43.883	-40,68	2,16	0,60	5,41
Máx:		378.000	20	10	253.406	321,49	125,83	20,00	371,05

Fonte: Abensur (2012).

- O Grau de Alavancagem Financeira Total (GAFT) - é uma medida de risco para avaliação dos projetos de investimentos;
- A porcentagem de utilização do orçamento disponível nos projetos selecionados.

As restrições consideradas no modelo de Abensur (2012) são relativas a:

- Relações mutuamente excludentes e de dependência dos projetos;
- Limites de investimentos previstos para os projetos;
- Relações adicionais que garantam que os projetos da solução ótima, tenham Taxa Interna de Retorno Modificada (MTIR) superior à Taxa Mínima de Atratividade (TMA), IL superior a 1 e PBD inferior ou igual à vida útil (vida econômica ou sua duração) dos projetos.

O modelo também tem como premissas que:

- Todos os projetos começam suas atividades na mesma data inicial;
- Os grupos de projetos são independentes entre si;
- Há grupos com projetos mutuamente excludentes;
- Há projetos independentes;
- Há projetos com relação de dependência;
- A restrição de orçamento de capital ocorre uma única vez, na data inicial de análise dos projetos;
- Atribui-se, no segundo estágio do modelo, o mesmo peso para todos os componentes da função objetivo.

Além disto, para considerar a situação de ambiente econômico sob incerteza, foram estabelecidos os valores dos limites superior (*U*) e inferior (*L*), desejados para as metas *fuzzy* IL, PBDT e GAFT. Tais valores (Tabela 2) foram estabelecidos pelos pesquisadores envolvidos neste artigo, buscando propiciar melhor uso do orçamento, ou seja, procurando a redução da folga que ocorreu na solução proposta por Abensur (2012).

- **Análise dos Resultados e conclusões** – Isto está descrito nas Seções 4 e 5.

Na próxima seção, encontra-se a descrição completa do modelo FGP desenvolvido para o problema de investimento estudado por Abensur (2012).

Tabela 2. Metas estabelecidas para os objetivos.

Metas	L	U
IL	1.700	1.800
PBDT	1	4
GAFT	2.200	2.500

4 Modelagem do problema

Inicialmente apresentam-se os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis considerados no modelo FGP proposto; na sequência estão a função objetivo e as restrições:

Índices e Conjuntos:

j Projetos $j \in J$, $J = \{1,2,\ldots,45\}$.

i Objetivos, $i \in I$, $I = \{1, 2, 3\}$.

Parâmetros:

ε_j : Desembolso inicial do projeto *j;*

φ_j : Taxa mínima de atratividade do projeto *j;*

γ_j : Índice de lucratividade do projeto *j;*

η_j : Taxa interna de retorno modificada do projeto *j;*

θ_j : *Payback* descontado do projeto *j;*

ρ_j : Grau de alavancagem do projeto *j;*

τ_j : Vida útil do projeto *j*.

Variáveis de decisão:

x_j: variável binária associada à seleção do projeto *j*.

Variáveis auxiliares:

d_i^+ : Variável de desvio para mais na realização da meta *fuzzy i*;

d_i^- : Variável de desvio para menos na realização da meta *fuzzy i;*

λ_i : Variável auxiliar que mensura o grau de realização da meta *fuzzy i*.

Funções objetivo *fuzzy:*

As expressões (20)-(22) estão vinculadas à maximização do índice de liquidez (função Z_1) sob a situação com incerteza, adotando-se os valores dos limites superior e inferior da Tabela 2:

$$\max\ Z_1 = \sum_{j \in J} x_j \gamma_j \tag{20}$$

$$\sum_{j \in J} x_j \gamma_j \gtrapprox 1.700 \tag{21}$$

$$\mu_{Z_1} = \begin{cases} 1 & \text{se } Z_1 \geq 1.700 \\ \left[\dfrac{f_1 - 1.700}{2.000 - 1.700}\right], & \text{se } 1.700 \leq Z_1 \leq 2.000 \\ 0, & \text{se } Z_1 \leq 1.700 \end{cases} \tag{22}$$

A Figura 4 ilustra o comportamento da meta *fuzzy* 1 (índice de liquidez acumulado), considerando-se uma função linear de pertinência triangular:

As expressões (23)-(25) estão vinculadas à minimização do *payback* (função Z_2) sob a situação com incerteza, adotando-se os valores dos limites superior e inferior da Tabela 2:

$$Min\ \ Z_2 = \sum_{j \in J} x_j \theta_j - \sum_{j \in J} x_j \tau_j \tag{23}$$

$$\sum_{j \in J} x_j \theta_j - \sum_{j \in J} x_j \tau_j \,\tilde{\leq}\, 4 \tag{24}$$

$$\mu_{Z_2} = \begin{cases} 1 & \text{se } Z_2 \leq 4 \\ \left[\dfrac{4 - f_2}{4 - 0}\right], & \text{se } 0 \leq Z_2 \leq 4 \\ 0, & \text{se } Z_2 \geq 4 \end{cases} \tag{25}$$

A Figura 5 descreve o comportamento da meta *fuzzy* 2 (*payback total*), considerando-se uma função linear de pertinência triangular:

As expressões (26)-(28) estão vinculadas à maximização do GAFT (função Z_3) sob a situação com incerteza, adotando-se os valores dos limites superior e inferior da Tabela 2:

$$Max\ Z_3 = \sum_{j \in J} x_j \rho_j \tag{26}$$

$$\sum_{j \in J} x_j \rho_j \,\tilde{\geq}\, 2.200 \tag{27}$$

$$\mu_{Z_3} = \begin{cases} 1 & \text{se } Z_3 \geq 2.200 \\ \left[\dfrac{f_3 - 2.200}{2.500 - 2.200}\right], & \text{se } 2.500 \leq Z_3 \leq 2.200 \\ 0, & \text{se } Z_3 \leq 2.200 \end{cases} \tag{28}$$

A Figura 6 descreve o comportamento da meta *fuzzy* 3 (GAFT), considerando-se uma função linear de pertinência triangular:

Finalmente, considerando-se também os dados da Tabela 1, pode-se formular o modelo FGP para a situação proposta por Abensur (2012):

Modelo FGP

Equação 29 a função objetivo, que visa à maximização do grau de realização das metas *fuzzy* que estão vinculadas a cada objetivo.

$$Max \sum_{i \in I} \lambda_i \tag{29}$$

Sujeito a:

Restrições rígidas (Abensur, 2012).

Restrição 30 diz respeito ao uso do orçamento.

$$\sum_{j \in J} x_j \varepsilon_j \leq 452.000 \tag{30}$$

Restrições 31 e 32 são restrições aos projetos mutuamente excludentes.

$$-x_{32} - x_{34} + x_{42} \leq 1 \tag{31}$$

$$\sum_{j=13}^{19} x_j + \sum_{j=32}^{35} x_j \leq 1 \tag{32}$$

Restrição 33 é restrição que estabelece que a taxa interna de retorno modificada total deve ser maior ou igual à taxa mínima de atratividade total.

$$\sum_{j \in J} x_j \eta_j \geq \sum_{j \in J} x_j \varphi_j \tag{33}$$

Restrições *fuzzy*:

Restrições 34 e 35 são restrições *fuzzy* que associam a maximização da liquidez ao valor da meta estabelecido em R$ 1.700,00.

$$\sum_{j \in J} x_j \gamma_j + d_1^- \geq 1.700 \tag{34}$$

$$\frac{1}{300} d_1^- + \lambda_1 \leq 1 \tag{35}$$

Restrições 36 e 37 são restrições *fuzzy* que associam a minimização do *payback* descontado total ao valor da meta estabelecido em 4 anos.

$$\sum_{j \in J} x_j \theta_j - \sum_{j \in J} x_j \tau_j - d_2^+ \leq 4 \tag{36}$$

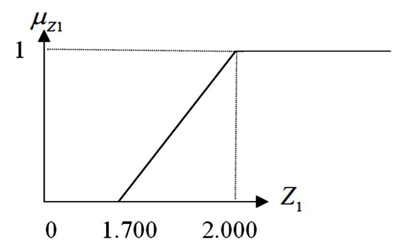

Figura 4. Função de pertinência triangular para a meta *fuzzy* vinculada ao índice de liquidez acumulado.

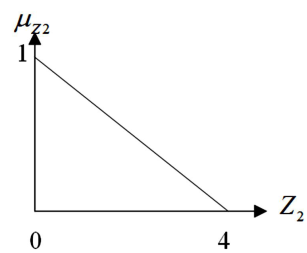

Figura 5. Função de pertinência triangular para a meta *fuzzy* vinculada à minimização do *payback* total.

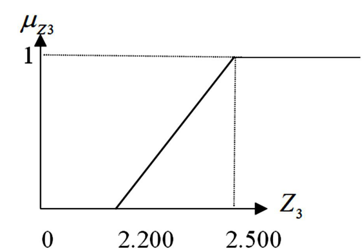

Figura 6. Função de pertinência triangular para a meta *fuzzy* vinculada à maximização do GAFT.

$$\frac{1}{3}d_2^+ + \lambda_2 \leq 1 \tag{37}$$

Restrições 38 e 39 são restrições *fuzzy* que associam a maximização do grau de alavancagem financeira total ao valor da meta estabelecido em R$ 2.200,00 reais.

$$\sum_{j \in J} x_j \rho_j + d_3^- \geq 2.200 \tag{38}$$

$$\frac{1}{200}d_3^- + \lambda_3 \leq 1 \tag{39}$$

Restrição 40 estabelece o domínio das variáveis.

$$x_j \in \{0,\ 1\},\quad \forall j \in J, \lambda_\phi \geq 0,\ d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+.d_i^- = 0 \quad, \quad \forall i \in I. \tag{40}$$

As Tabelas 3 e 4 sumarizam os resultados obtidos com ambos os modelos, destacando-se que o modelo de Abensur não contempla a ocorrência de incerteza e que os tempos de resolução do modelo FGP, para quaisquer cenários, foram em média 4 segundos, facilitando a geração de cenários alternativos de interesse do gestor.

Observa-se pelas Tabelas 3 e 4 que:

- Houve um aumento de 380% no número de projetos selecionados, Modelo FGP - 24 e Abensur - 05. Isto representa o oferecimento de maior flexibilidade à empresa e maior abrangência de áreas atendidas;
- Foi gerado um valor de IL maior, Modelo FGP – R$1.660,50 e Abensur – R$854,17, correspondente a um aumento de 94,4%. Isto significa que o modelo proposto proporcionou melhor remuneração do capital aplicado;
- Foi gerado um valor de GAFT maior, Modelo FGP – R$2.181,38 e Abensur – R$1.031,72, correspondente a um aumento de 111,4%. Isto significa que o modelo proposto permite melhor giro financeiro;
- O valor de PBT foi substancialmente menor, apesar de ser incluída a possibilidade de incerteza nos dados, Modelo FGP – 0,02 anos e Abensur – 4,4 anos, correspondente a uma diminuição de 99,5%. Isto significa que o modelo proposto permite menor tempo para recuperação do investimento;
- Houve melhor utilização do orçamento disponível (R$452.000,00), Modelo FGP – R$446.450,00 e Abensur – R$149.705,00;
- A função grau de realização do PBT apresentou o valor de 1,0. Isto significa que, com o modelo FGP, foi obtido um valor do PBT abaixo da meta *fuzzy* estabelecida (4 anos);
- A função grau de realização do IL apresentou o valor de 0,87. Isto significa que, com o modelo FGP, o valor do IL foi apenas 13% abaixo da meta *fuzzy* desejada (R$1.700,00), o que é plenamente aceitável diante das incertezas incorporadas aos dados;
- A função grau de realização GAFT apresentou o valor de 0,91. Isto significa que, com o modelo FGP, o valor do GAFT foi apenas 9% abaixo da meta *fuzzy* desejada (R$ 2.200,00), o que é plenamente aceitável diante das incertezas incorporadas aos dados.

Tabela 3. Resultados dos modelos de Abensur (2012) e FGP propostos.

Item	a) Modelo Abensur (2012)	b) Modelo FGP	Diferença [%] (a/b)-1
Número de projetos	5	24	380
Projetos	10-12-28-35-45	1-2-3-4-5-7-10-12-18-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-40-41-42-45	
IL [R$]	854,17	1.660, 50	94,4
PBD [anos]	4,4 anos	0,02 anos	-99,5
GAFT [R$]	1.031,72	2.181,38	111,4
Orçamento [R$]	149.705,00	446.450,00	198,2

Tabela 4. Análise dos resultados com respeito às funções de grau de realização e variáveis de desvios.

Função	Grau de realização *fuzzy* λ_i	Variável de desvio d_i^-	Variável de desvio d_i^+
IL	**0,87**	**39,5**	**0**
PBD	1	0	0
GAFT	0,91	18,62	0

Fonte: Elaboração própria.

A título de exercício adicional para verificar a sensibilidade do modelo FGP, foram gerados dois cenários com respeito às exigências dos valores de IL e GAFT: o primeiro com redução (seleção menos rigorosa dos projetos) nos valores, e o segundo com aumento (seleção mais rigorosa dos projetos) nos valores. Os valores alterados foram:

- Cenário menos rigoroso - a meta *fuzzy* do IL de R$1.700,00 para R$1.600,00 e a meta *fuzzy* do GAFT de R$2.200,00 para R$2.100,00;
- Cenário mais rigoroso - a meta *fuzzy* do IL de R$1.700,00 para R$1.800,00 e a meta *fuzzy* do GAFT de R$2.200,00 para R$2.300,00.

Os resultados da nova otimização estão nas Tabelas 5 e 6.

Em resumo, em todos os cenários, o número de projetos selecionados foi o mesmo, destacando-se que, no cenário menos rigoroso, todas as metas *fuzzy* foram plenamente realizadas, e também houve melhor alocação do orçamento disponível, pois, pelo modelo de Abensur (2012), utiliza-se aproximadamente 33% do orçamento disponível, enquanto, pelo modelo FGP, utiliza-se, em média, 99% do orçamento disponível.

O modelo FGP proposto, considerando a incerteza no cenário mais rigoroso, para ambos os casos, selecionou os mesmos projetos e obteve os mesmos valores de IL, PBD e GAFT. Destaque-se, contudo, que, para o cenário mais rigoroso, o grau de realização das metas *fuzzy* vinculadas aos objetivos IL e GAFT foi substancialmente menor, conforme pode ser constatado comparando-se os valores dos desvios que constam nas Tabelas 4 e 6 (terceira coluna).

Observe-se que os projetos 6, 11 e 43 foram selecionados apenas no modelo FGP para o cenário menos rigoroso sob incerteza. Como justificativa para esta situação, verifica-se que o modelo FGP mais rigoroso, em que o gestor "força" a realização das metas IL e GAFT, seleciona os projetos com os maiores valores destas metas, o que não é o caso destes três projetos citados.

Pode-se observar, também, que, embora o modelo FGP para o cenário menos rigoroso sob incerteza tenha apresentado valores menores de IL e GAFT, além de valor maior de *payback* em relação aos outros cenários sob incerteza, ele proporcionou melhor alocação do orçamento disponível, pois apresentou menor folga em relação ao valor disponível (R$452.000,00) e, também, todas as metas *fuzzy* foram plenamente realizadas, obtendo-se, assim, uma solução mais equilibrada, como era de se esperar.

5 Conclusões e recomendações para trabalhos futuros

A tomada de decisão vinculada à seleção de projetos de diferentes naturezas se torna uma tarefa difícil, pois nenhum método tradicional de análise de investimentos atende, isoladamente, a todos os

Tabela 5. Resultados do modelo FGP proposto - Cenário menos rigoroso e cenário mais rigoroso.

Item	a) FGP proposto	b) FGP menos rigoroso	c) FGP mais rigoroso
Número de projetos	24	24	24
Projetos	1-2-3-4-5-7-10-12-18-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-40-41-42-45	2-3-4-5-**6**-7-10-**11**-12-18-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-41-42-**43**	1-2-3-4-5-7-10-12-18-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-40-41-42-45
IL [R$]	1.660, 50	1.616,2	1.660,50
PBD [anos]	0,02	0,1	0,02
GAFT [R$]	2.181,38	2.128,53	2.181,50
Orçamento [R$]	446.450,00	450.750,00	446.450,00

Tabela 6. Análise dos resultados com respeito às funções de grau de realização e variáveis de desvios - Cenário menos rigoroso e cenário mais rigoroso.

Função	Grau de realização fuzzy λ_i	Variável de desvio d_i^-	Variável de desvio d_i^+
	Modelo FGP – cenário menos rigoroso		
IL	1	0	0
PBD	1	0	0
GAFT	1	0	0
	Modelo FGP – cenário mais rigoroso		
IL	0,54	139,50	0
PBD	1	0	0
GAFT	0,41	118,62	0

critérios. Tal contexto restringe o uso de uma função monobjetivo, que foi o fator motivador para a realização deste trabalho que utilizou modelos multiobjetivos da GP sob incerteza.

Pode-se afirmar que os objetivos do artigo foram atingidos e a aplicação do modelo FGP foi viável e relevante na proposição de decisões referentes ao processo de orçamento de capital, apresentando vantagens com relação à adoção de métodos clássicos de otimização (determinísticos). As melhorias constatadas foram, principalmente, no que se refere ao aumento do número de projetos incluídos no portfólio selecionado, no valor do IL e do GAFT, além da redução do *payback* e na melhor alocação do orçamento. Estas vantagens ficaram evidentes no estudo de caso apresentado com base nos resultados e comentários da Seção 4.

Deste modo, pode-se afirmar que o modelo FGP obteve um desempenho superior ao do modelo de Abensur (2012), obtendo melhores IL, PBD e GAFT em todas as otimizações feitas, possibilitando mais flexibilidades aos gestores no que diz respeito à utilização dos recursos (variações nas metas). Cabe comentar que os valores das metas *fuzzy* (Tabela 2) devem ser estipulados de forma coerente, pois escolher valores muito distantes dos valores inicialmente fixados pelos gestores pode gerar modelos inviáveis ou pouco práticos.

Finalmente, deve-se destacar que o modelo FGP possibilita agregar a ocorrência de incerteza no problema de orçamento de capital, como se verifica bastante na prática, não acarretando maior complexidade matemática e computacional, tanto na modelagem como na obtenção de solução, pois os tempos de resolução são baixos conforme apontado na Seção 4.

Como propostas para futuras pesquisas, sugere-se aplicar ao problema de investimentos:

- Modelos de Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) para avaliar projetos de investimento (Silva et al., 2013b);
- O Modelo *Revised Multi-Choice Goal Programming* (RCMGP- LHS) desenvolvido por Silva et al. (2015);
- A Simulação de Monte Carlo combinada com os modelos GP (Silva et al., 2014);
- Combinar os modelos proposto por Ekel et al. (2008) e Pereira et al. (2015) com os modelos de GP sob incerteza, visando aplicação em problemas de orçamento de capital.

Agradecimentos

Esta pesquisa foi parcialmente financiada pelo CNPq (Processos Nos. 303362/2012-0 e 470189/2012), CAPES (PE-024/2008) e FAPESP (Processo No. 2014/06374-2). Agradecemos as contribuições e sugestões dos revisores.

Referências

Abensur, E. O. (2012). Um modelo multiobjetivo de otimização aplicado ao processo de orçamento de capital. *Gestão & Produção*, 19(4), 747-758. http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X2012000400007.

Abensur, E. O. (2013). Orçamento de capital: um caso especial de sequenciação de projetos. *Gestão & Produção*, 20(4), 979-991. http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X2013000400016.

Bakirli, B. B., Gencer, C., & Aydoğăn, E. K. (2013). A combined approach for fuzzy multi-objective multiple knapsack problems for defence project selection. *The Journal of the Operational Research Society*, 65(7), 1001-1016. http://dx.doi.org/10.1057/jors.2013.36.

Bankian-Tabrizi, B., Shahanaghi, K., & Saeed Jabalameli, M. (2012). Fuzzy multi-choice goal programming. *Applied Mathematical Modelling*, 35(4), 1415-1420. http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2011.08.040.

Bertrand, J. W. M., & Fransoo, J. C. (2002). Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, 22(2), 241-264. http://dx.doi.org/10.1108/01443570210414338.

Bradi, M. A., Davis, D., & Davis, D. (2000). A comprehensive 0-1 goal programming model for project selection. *International Journal of Project Management*, 19, 243-252.

Brigham, E. F., Gapenski, L. C., & Ehrhardt, M. C. (2001). *Administração financeira: teoria e prática*. São Paulo: Atlas.

Chang, C.-T. (2007). Multi-choice goal programming. *Omega: International Journal of Management Sciences*, 35(4), 389-396. http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2005.07.009.

Chang, C.-T. (2008). Revised multi-choice goal programming. *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2587-2595. http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2007.09.008.

Chang, C.-T., Chen, H.-M., & Zhuang, Z.-Y. (2012a). Revised multi-segment goal programming: percentage goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, 63(4), 1235-1242. http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2012.08.005.

Chang, C.-T., Chen, H.-M., & Zhuang, Z.-Y. (2012b). Multi-coefficients goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, 62(2), 616-623. http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2011.11.027.

Charnes, A., & Cooper, W. W. (1961). *Management model and industrial application of linear programming*. New York: Wiley.

Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. England: John Wiley & Sons.

Ekel, P. Y. A., Martini, J. S. C., & Palhares, R. M. (2008). Multicriteria analysis in decision making under information uncertainty. *Applied Mathematics and Computation*, 200(2), 501-516. http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2007.11.024.

General Algebraic Modeling System – GAMS. (2014). Recuperado em 28 de agosto de 2014, de http://Gams.Com/Dd/Docs/Solvers/Cplex.Pdf

Ghahtarani, A., & Najafi, A. A. (2013). Robust goal programming for multi-objective portfolio selection problem. *Economic Modelling*, 33, 588-592. http://dx.doi.org/10.1016/j.econmod.2013.05.006.

Jamalnia, A., & Soukhakian, M. A. (2009). A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning. *Computers & Industrial Engineering*, 56(4), 1474-1486. http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2008.09.010.

Joshi, D., & Kumar, S. (2016). Interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Choquet integral based TOPSIS method for multi-criteria group decision making. *European Journal of Operational Research*, 248(1), 183-191. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.06.047.

Khalili-Damghani, K., Sadi-Nezhad, S., & Tavana, M. (2013). Solving multi-period project selection problems with fuzzy goal programming based on TOPSIS and a fuzzy preference relation. *Information Sciences*, 252, 42-61. http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2013.05.005.

Lam, J. S. L., & Lai, H.-H. (2015). Developing environmental sustainability by ANP-QFD approach: the case of shipping operations. *Journal of Cleaner Production*, 105, 275-284. http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2014.09.070.

Lee, J. W., & Kim, S. H. (2000). Using analytic network process and goal programming for interdependent information system project selection. *Computers & Operations Research*, 27(4), 367-382. http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00057-X.

Li, D.-F., & Wan, S.-P. (2014). A fuzzy inhomogenous multiattribute group decision making approach to solve outsourcing provider selection problems. *Knowledge-Based Systems*, 67, 71-89. http://dx.doi.org/10.1016/j.knosys.2014.06.006.

Liang, G.-S., & Wang, M. J. (1993). Evaluating human reliability using *Fuzzy* relation. *Microelectronics and Reliability*, 33(1), 63-80. http://dx.doi.org/10.1016/0026-2714(93)90046-2.

Liao, C. N. (2009). Formulating the multi-segment goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, 56(1), 138-141. http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2008.04.007.

Martel, J. M., & Aouni, B. (1998). Diverse imprecise goal programming model formulations. *Journal of Global Optimization*, 12(2), 127-138. http://dx.doi.org/10.1023/A:1008206226608.

Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J., & Zenios, S. A. (1995). Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, 43(2), 264-281. http://dx.doi.org/10.1287/opre.43.2.264.

Pereira, J. G., Jr., Ekel, P. Y. A., Palhares, R. M., & Parreiras, R. O. (2015). On multicriteria decision making under conditions of uncertainty. *Information Sciences*, 324, 44-59. http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2015.06.013.

Romero, C. (2001). Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. *Omega*, 29(1), 63-71. http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0483(00)00026-8.

Romero, C. (2004). A general structure of achievement function for a goal programming model. *European Journal of Operational Research*, 153(3), 675-686. http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00793-2.

Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3), 234-281. http://dx.doi.org/10.1016/0022-2496(77)90033-5.

Saaty, T. L. (2006). Decision making with the analytic network process. *International Series in Operations Research & Management Science*, 95, 1-26. http://dx.doi.org/10.1007/0-387-33987-6_1.

Santos, A., Lavarda, C. E. F., & Marcello, I. E. (2012). The relationship between cost management knowledge and budgetary participation with managers' performance. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 16, 124-142.

Santos, J. O., & Barros, C. A. S. (2011). O que determina a tomada de decisão financeira: razão ou emoção? *RBGN: Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 13(38), 7-20. http://dx.doi.org/10.7819/rbgn.v13i38.785.

Silva, A. F., & Marins, F. A. S. (2014). A Fuzzy Goal Programming model for solving aggregate production-planning problems under uncertainty: a case study in a Brazilian sugar mill. *Energy Economics*, 45, 196-204. http://dx.doi.org/10.1016/j.eneco.2014.07.005.

Silva, A. F., & Marins, F. A. S. (2015). Revisão da literatura sobre modelos de programação por metas determinística e sob incerteza. *Production Journal*, 25(1), 92-112. http://dx.doi.org/10.1590/S0103-65132014005000003.

Silva, A. F., Marins, F. A. S., & Dias, E. X. (2015). Addressing uncertainty in sugarcane harvest planning through a revised multi-choice goal programming model. *Applied Mathematical Modelling*, 39(18), 5540-5558. http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2015.01.007.

Silva, A. F., Marins, F. A. S., & Montevechi, J. A. B. (2013a). Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company. *Applied Mathematical Modelling*, 37(9), 6146-6162. http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2012.12.022.

Silva, A. F., Marins, F. A. S., & Santos, M. V. B. (2013b). Programação por metas e análise por envoltória de dados na avaliação da eficiência de plantas mundiais de manufatura. *PODes*, 5(2), 172-184.

Silva, A. F., Marins, F. A. S., & Silva, M. F. (2014). Otimização estocástica com múltiplos objetivos e simulação de Monte Carlo no desenvolvimento de estratégia de vendas. *PODes*, 6(1), 35-53.

Wang, R. C., & Liang, T. F. (2004). Projects management decisions with multiple fuzzy goals. *Construction Management and Economics*, 22(10), 1047-1056. http://dx.doi.org/10.1080/0144619042000241453.

Yaghoobi, M. A., & Tamiz, M. (2007). A method for solving fuzzy goal programming problems based on MINMAX approach. *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1580-1590. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2005.10.022.

Zimmermann, H. J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective function. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 45-55. http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114(78)90031-3.