

Modelo matemático para planejamento da distribuição de locomotivas para atendimento à demanda de formação de trens

Mathematical model for planning the distribution of locomotives to meet the demand for making up trains

Fabiano Cézar Gomes Nascimento¹
Rodrigo de Alvarenga Rosa¹

Como citar: Nascimento, F. C. G., & Rosa, R. A. (2019). Modelo matemático para planejamento da distribuição de locomotivas para atendimento à demanda para formação de trens. *Gestão & Produção*, 26(2), e2557. <https://doi.org/10.1590/0104-530X-2557-19>

Resumo: O custo operacional para distribuir locomotivas ao longo dos pátios ferroviários com o objetivo de atender às demandas de formação de trens é muito alto. Assim, este artigo propõe um modelo matemático para planejamento da distribuição de locomotivas que visa atender às requisições dos pátios, *Locomotive Scheduling Problem (LSP)*, com o intuito de minimizar os custos de distribuição. O modelo proposto apresenta uma nova formulação para o *LSP With Multiple Locomotives* e considera o desbalanceamento entre oferta e demanda de locomotivas para atender às requisições de um pátio, o que ainda não havia sido tratado na literatura. Testes em instâncias com base em dados reais da estrada de ferro Vitória a Minas (EFVM) foram resolvidos de forma ótima utilizando o *solver CPLEX 12.6*. O modelo se mostrou bastante aderente ao planejamento da distribuição, e diversos parâmetros que afetam os custos da distribuição foram analisados. Os resultados mostraram ganhos em relação ao planejamento manual atualmente realizado.

Palavras-chave: Planejamento da distribuição de locomotivas; Locomotive scheduling problem *Locomotive assignment problem*; Transporte ferroviário.

Abstract: The cost for locomotive distribution over the rail yards to meet the locomotive demand for train formation is very high. Thus, this paper proposes a mathematical model based on the *Locomotive Scheduling Problem* for locomotive distribution planning to meet the demand of the rail yards seeking to minimize the distribution costs. The proposed model presents a new formulation for the *LSP with Multiple Locomotives* and considers the imbalance between offer and demand of locomotives, this situation was not addressed in the literature yet. Tests on instances based on real data from the *Vitória a Minas Railroad (EFVM)* were solved optimally using *CPLEX 12.6*. The model proved to be a good tool to analyze the locomotive distribution planning. When compared with the manual planning currently held by the railroad, the results showed several gains.

Keywords: *Locomotive distribution planning; Locomotive scheduling problem; Locomotive assignment problem; Railroad transport.*

1 Introdução

O transporte ferroviário de cargas cresceu, entre 2006 e 2014, em torno de 30% no transporte de uma tonelada útil à distância de um quilômetro (TKU), chegando à marca de 307.304 milhões de TKU em 2014, em uma malha cuja extensão era de aproximadamente 30 mil quilômetros em 2013 (ANTT, 2015; CNT, 2013).

Por causa do elevado custo de aquisição das locomotivas, das manutenções periódicas e do preço

do óleo diesel, faz-se necessário planejar a utilização da frota de forma a minimizar os custos. Para tanto, é importante a proposição de modelos matemáticos para uma melhor distribuição das locomotivas nos pátios ferroviários com o objetivo de atender à demanda de formação de trens (Vaidyanathan et al., 2008a).

O problema de planejamento da distribuição de locomotivas consiste em direcionar as que estiverem

¹ Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, Av. Fernando Ferrari, 514, CT-10, Sala 02, Campus Goiabeiras, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil, e-mail: fabiano.cgn@gmail.com; rodrigo.a.rosa@ufes.br

Recebido em: Ago. 17, 2017 - Aceito em: Jan. 27, 2018
Suporte financeiro: FAPES (75528452/2016) e CNPq (307439/2016-0).

disponíveis em alguns pátios para outros, a fim de tracionar os trens que estão sendo formados para que iniciem a viagem e ainda minimizar os seus custos totais. Contudo, encontrar uma solução para o problema é complexo e, ao mesmo tempo, muito importante, pois, para fazer essa distribuição, as grandes companhias ferroviárias mundiais dispõem de muitos recursos. Outro ponto é que um planejamento otimizado da distribuição pode levar a uma redução do número de locomotivas a serem adquiridas, diminuindo o investimento total em ativos (Ahuja et al., 2006).

Essa distribuição pode ser realizada de duas formas: 1) acoplando locomotivas desligadas em um trem que já vai circular na ferrovia, portanto elas são rebocadas pelas locomotivas do trem; e 2) viajando sozinhas ou, no máximo, acopladas a outras locomotivas, sem haver acoplamento de vagões. Na primeira forma, a locomotiva é denominada *deadheading*, e na segunda, *escoteira*, ou *light traveling*. Como na primeira situação o trem já irá circular, aproveita-se da capacidade ociosa de tração para fazer essa distribuição, o que gera um custo muito mais baixo do que na segunda situação, na qual se gastam mais diesel e maquinista para tal finalidade (Maposa & Swene, 2012).

O problema de planejamento da distribuição de locomotiva é tratado na literatura científica como *Locomotive Assignment Problem* (LAP), que tem por objetivo planejar a designação de locomotivas para trens ao longo de um horizonte de planejamento (Piu & Speranza, 2014). Quando o LAP tem uma visão estratégica/tática, ele é denominado *Locomotive Scheduling Problem* (LSP) e considera as locomotivas no espaço-tempo segundo o impacto temporal das decisões, sem definir especificamente cada locomotiva, porém determina, ao longo do tempo, a necessidade de locomotivas por tipo. Quando o LAP tem uma visão mais operacional, ele é chamado de *Locomotive Routing Problem* (LRP), definindo, de forma específica, a rota de cada locomotiva no espaço-tempo de acordo com os abastecimentos e as restrições de manutenção. A respeito desses problemas mencionados, foram publicadas apenas duas revisões: Cordeau et al. (1998) e Piu & Speranza (2014).

Assim, este artigo propõe um modelo matemático para o LSP com o objetivo de minimizar o custo de distribuição de locomotivas para atender à demanda de formação de trens a partir de um plano de trens informado. Traz ainda três contribuições para o estudo do LSP: 1) uma nova formulação matemática, que utiliza um vetor espaço-tempo, definido como sendo a transformação da matriz espaço-tempo em um vetor, o que torna o modelo menor e mais simples; 2) uma análise do desbalanceamento entre oferta e demanda, prevendo a possibilidade de demandas não atendidas, com a proposição do conceito de locomotivas virtuais; e 3) uma aplicação a um caso real de uma ferrovia brasileira, comparando os resultados com os alcançados via planejamento manual pela ferrovia.

Para que o modelo proposto para o LSP pudesse ser usado em um ambiente em que ocorressem

desbalanceamentos entre oferta e demanda, foi proposta a criação da oferta de locomotivas virtuais para supri-las e tornar mais eficaz a análise e a tomada de decisão no que tange à distribuição. A utilização delas pelo modelo em determinado pátio e tempo indica que a oferta real de locomotivas é incapaz de atender à demanda requisitada. Com esse artifício, o despachador de locomotivas pode decidir se deseja criar novos cenários até que toda a demanda seja atendida ou simplesmente assumir que ela não será atendida. Para que o modelo matemático proposto só utilize as locomotivas virtuais em casos em que realmente não haja outra possibilidade, foi atribuído um custo muito alto a elas; assim, como o objetivo é a minimização dos gastos, o modelo só usa as locomotivas virtuais quando não há outra alternativa. Após a revisão bibliográfica, não foi encontrado nenhum artigo que tratasse do desbalanceamento entre oferta e demanda de locomotivas para formar os trens.

Para avaliar o modelo proposto, ele foi aplicado à Estrada de Ferro Vitória a Minas (EFVM), que é uma das mais importantes ferrovias do Brasil no que tange ao volume de transporte de carga. A EFVM transporta 140 milhões de toneladas úteis entre minério de ferro e carga geral, além de ter uma frota total de 322 locomotivas, atendendo a 13 minas, 34 pátios de formação de trens e 26 terminais de carga geral (ANTT, 2013). Desse modo, este artigo analisou a necessidade de distribuição de locomotivas para transporte de carga geral ao longo de 13 pátios e com a frota de locomotivas dedicada a esse transporte. Para tanto, foi utilizado o *solver* CPLEX 12.6 para resolver o modelo matemático proposto. A solução alcançada pelo CPLEX foi comparada com a solução alcançada pelo planejamento manual realizado pela ferrovia, mostrando que ganhos foram conseguidos.

O artigo está estruturado em cinco seções, incluindo esta introdução. Na seção 2, será descrito o problema LSP e realizado o levantamento dos trabalhos publicados sobre o tema. A seção 3 apresentará o modelo matemático proposto. Já na seção 4, serão apresentados os resultados obtidos e as análises. Por fim, na seção 5, constarão as conclusões.

2 Problema de planejamento da distribuição de locomotivas

Uma abordagem para a solução do LSP é por meio da rede espaço-tempo (Figura 1), a qual pode ser vista como uma matriz com duas coordenadas: a coordenada horizontal representa o tempo discretizado, e a vertical, as estações. Os arcos representam os trens com sua capacidade ociosa de tração. Os fluxos associados a cada arco são as locomotivas acopladas a um trem, e os arcos entre o mesmo pátio em tempos diferentes representam as locomotivas estacionadas no pátio. A distribuição de locomotivas entre os pátios ocorre por conta do desbalanceamento entre oferta e demanda em pátios ferroviários (Vaidyanathan et al., 2008b). A rede espaço-tempo da Figura 1 é constituída de cinco pátios e um horizonte de planejamento de

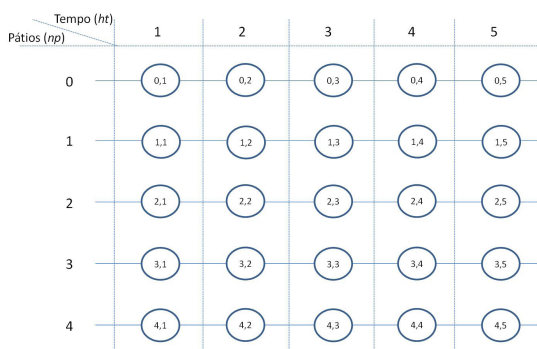


Figura 1. Rede espaço-tempo.

cinco tempos. Na Figura 1, cada pátio existe na rede espaço-tempo t vezes, ou seja, cinco vezes.

O LSP pode ser classificado de duas formas: *Single Locomotive*, que considera somente uma locomotiva tracionando o trem; e *Multiple Locomotives*, que considera mais de uma locomotiva por trem, podendo ser de modelos e potências diferentes. O LSP *with Multiple Locomotives* é um problema mais complexo e de difícil modelagem (Piu & Speranza, 2014) e é o modelo matemático que se enquadra neste artigo. Assim, após as explicações anteriores, a partir deste ponto, apresenta-se um levantamento dos trabalhos publicados sobre o LSP *with Multiple Locomotives*.

Os primeiros trabalhos sobre distribuição de locomotivas foram propostos e publicados na década de 1970. Holt (1973) apresentou um sistema computacional para resolver o LSP em uma ferrovia inglesa, permitindo que alterações manuais fossem realizadas. Gohring et al. (1973) propuseram uma rede espaço-tempo e um algoritmo *out-of-kilter* para encontrar um fluxo ótimo de locomotivas na rede espaço-tempo. Já Florian et al. (1976) apresentaram um modelo matemático para resolver o LSP aplicado a Canadian National Railways, uma ferrovia de carga, com o objetivo de encontrar um conjunto de locomotivas que atendesse a todos os trens com um custo mínimo de investimento e de operação. Para tanto, eles utilizaram pela primeira vez o conceito de Multi-commodity Flow Network e propuseram uma solução com base na decomposição de Benders.

Ziarati et al. (1997) estenderam o modelo matemático proposto por Florian et al. (1976), incluindo outras restrições operacionais, como a retirada das locomotivas para manutenção. Eles propuseram uma rede espaço-tempo para resolver o modelo e utilizaram um método composto de um procedimento *Branch and Bound* e uma decomposição de Dantzig-Wolfe. Apesar de não terem alcançado a otimização do modelo, eles relataram uma economia anual para a Canadian National Railways de US\$ 4 milhões. Por sua vez, Ziarati et al. (1999) introduziram no modelo de Ziarati et al. (1997) novos planos de corte e *bounds* a fim de otimizar o problema, mas, mesmo assim, não encontraram o ponto ótimo do problema.

Scholz (2000) tinha por objetivo, ao realizar o planejamento da distribuição de locomotivas, reduzir o número daquelas utilizadas no sistema ferroviário sueco. Os trens possuíam uma janela de tempo de partida, não tendo horário específico para partir. Então, eles usaram uma abordagem como um problema *Two-Dimensional Bin-Packing*, no qual o eixo vertical representava as locomotivas, e o eixo horizontal, o tempo, com cada trem sendo representado por um retângulo cujo comprimento se referia ao tempo de viagem. Já Noble et al. (2001) analisaram a situação da Australian State of Victoria's Public Transport Corporation (PTC), cujos trens eram cíclicos, decidindo quais locomotivas deveriam ser designadas para um conjunto de viagens de longa distância. Eles propuseram um modelo de programação linear inteira, mas, como era difícil de convergir, determinaram que cada variável inteira fosse representada por uma soma linear de um conjunto ordenado de cobertura mínima de variáveis binárias. Com essa nova abordagem, eles conseguiram chegar à otimização do problema.

Ziarati et al. (2005) elaboraram um algoritmo genético para o LSP com base no conceito de *Multi-commodity Flow Network*, tratando do problema de distribuição para um conjunto de trens cíclicos. O objetivo principal do problema era reduzir o número de locomotivas utilizadas pela Canadian National Railways.

Ahuja et al. (2005) propuseram uma formulação de programação linear inteira para uma rede espaço-tempo aplicada à ferrovia CSX. O objetivo do modelo, que considerava diversas restrições práticas, era reduzir o custo total definido como a soma de investimento e os custos de trens *deadheading* e *light traveling*. Os autores propuseram uma abordagem com CPLEX 7.0 para encontrar uma solução inicial e, posteriormente, utilizaram uma meta-heurística *Very Large-Scale Neighborhood Search* (VLSN) para resolver o modelo proposto. Por sinal, a solução obtida foi muito melhor que a encontrada pela CSX.

Bacelar & Garcia (2006), que estudaram a EFVM para o transporte de minério de ferro, elaboraram um modelo matemático e afirmaram que o planejamento realizado pelo modelo obteve resultados melhores que os conseguidos pelo planejamento manual da ferrovia. O modelo proposto por esses autores foi uma simplificação do modelo de Ahuja et al. (2005), adequando-o à realidade da ferrovia estudada na época, por exemplo, não consideraram trens *light traveling*.

Vaidyanathan et al. (2008a) tinham como objetivo a redução dos custos de distribuição de um conjunto de locomotivas para atender a um conjunto de trens da ferrovia americana CSX. Eles adotaram os mesmos procedimentos de Ahuja et al. (2005), isto é, a solução inicial via CPLEX e uma meta-heurística VLSN. A diferença entre os dois artigos é que Vaidyanathan et al. (2008a) trataram a questão do desmembramento de um conjunto de locomotivas ao chegar em um pátio para atender a mais de um

trem. Eles afirmaram que conseguiram reduzir até 400 locomotivas para a CSX.

Vaidyanathan et al. (2008b) ainda propuseram, em outro estudo, um método denominado *consist flow formulation*, que se mostrou muito mais rápido do que o método proposto por Ahuja et al. (2005) e Vaidyanathan et al. (2008a). Esse método também incorporava algumas restrições do mundo real, tais como minimização do desmembramento do conjunto de locomotivas de um trem para atender a outros. Segundo os autores, não é desejável na frota de locomotivas a admissão de trens de outras ferrovias, pois consideram, conforme regulamentação americana, que somente locomotivas com os equipamentos de sinalização adequados para cada trecho possam ser incorporadas aos trens daquele trecho.

Piu (2011) propôs um modelo matemático de programação linear inteira mista com vários aspectos operacionais que ainda não haviam sido considerados, tais como: abastecimento da locomotiva, manutenção e incertezas quanto ao planejamento dos trens. Noori & Ghannadpour (2012) modelaram a situação como Problema de Roteamento de Veículos Multidepósitos, em que os trens representavam os clientes que deveriam ser atendidos em uma janela de tempo (*time window*) *fuzzy* do tipo *hard* ou *soft*. Eles propuseram uma abordagem de duas fases: na primeira, a atribuição locomotiva multidepósito era convertida em um conjunto de problemas de depósito individuais; na segunda, cada depósito único de problemas era resolvido por meio de um algoritmo genético híbrido.

Maposa & Swene (2012) apresentaram um modelo matemático de programação linear inteira mista com base em Ahuja et al. (2005) e utilizaram o *solver* Lingo 10 para resolução. Eles aplicaram os modelos à ferrovia *National Railways of Zimbabwe* (NRZ), e a solução mostrou uma redução de 38 locomotivas comparada com o cenário real. Apresentaram ainda outros dois modelos, que não consideravam trens *light traveling* e os valores dos trens *deadheading*. Já Bouzaïene-Ayari et al. (2016) utilizaram a abordagem Approximate Dynamic Programming (ADP) framework e aplicaram à Norfolk Southern Railroad and Burlington Northern Santa Fe Railroad.

Após essa revisão, pode-se perceber que poucos artigos que tratam do LSP foram publicados. Por isso, este artigo apresenta uma nova formulação para o LSP *with Multiple Locomotives* que ainda considera o desbalanceamento entre oferta e demanda de locomotivas em um pátio em determinado instante de tempo.

3 Modelo matemático proposto

O modelo matemático proposto foi elaborado com o objetivo de minimizar o custo de distribuição de locomotivas para atender à demanda a partir de um plano de trens informado e foi classificado como LSP *with Multiple Locomotives*.

Neste artigo, é proposta a transformação da rede espaço-tempo em um vetor espaço-tempo (Figura 2). Para realizá-la, em que np é o número de pátios da ferrovia, p , um pátio da ferrovia (com p variando de 0 a $np-1$), ht , o horizonte de planejamento, e t , o tempo discretizado (variando de 1 até ht), há duas situações: 1) $t=1$, quando se está no pátio p no tempo 1 ; e 2) $t>1$, quando se está no pátio p no tempo maior que 1 . Assim, com base na Figura 1 e nas duas situações apresentadas, pode-se transformar a rede espaço-tempo da Figura 1 no vetor espaço-tempo da Figura 2 por meio da fórmula $(t+(pht))$. Analisando o pátio 0 no tempo $1n$, chega-se à posição 1 do vetor espaço-tempo da Figura 2, $(t+(pht))=(1+(0\times 5))=1$. Ao analisar o pátio 2 no tempo 3 da Figura 1a, chega-se à posição 13 do vetor espaço-tempo $(t+(pht))=(3+(2\times 5))=13$.

Com base no vetor espaço-tempo explicado anteriormente, pode-se então apresentar o modelo matemático proposto em cinco partes: conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

Os conjuntos do modelo são:

K - conjunto de tipos de locomotiva, sendo $K = \{KV \cup KR\}$;

KV - conjunto de locomotivas do tipo virtual, sendo $KV \subset K$;

KR - conjunto de locomotivas do tipo real, sendo $KR \subset K$;

G - conjunto de todos os trens que circulam na ferrovia no período de tempo analisado, sendo $G = \{GL \cup GD\}$;

GL - conjunto de todos os trens que circulam na ferrovia com locomotivas *light traveling*, sendo $GL \subseteq G$;

GD - conjunto de todos os trens que circulam na ferrovia com locomotivas *deadheading*, sendo $GD \subseteq G$;

HT - conjunto de tempos, em dias, do horizonte de planejamento, variando de 1 a ht ;

NP - conjunto de pátios da ferrovia, variando de 0 até o número de pátios da ferrovia menos 1 , ou seja, $np-1$; e

N - conjunto dos nós do vetor espaço-tempo, sendo $i \in N$, que representa a relação pátio-tempo, em

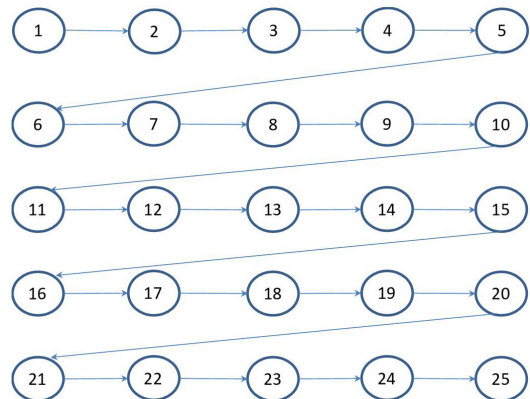


Figura 2. Vetor espaço-tempo.

que a quantidade de nós do conjunto N é calculada como (nph) .

Os parâmetros utilizados no modelo são:

cd_g - custo unitário do trem *deadheading*, $g \in GD$;

cl_g - custo unitário do trem *light traveling*, $g \in GL$;

μ_{gij} - quantidade máxima de locomotivas no trem $g \in G$ quando ele circula no trecho entre o nó $i \in N$ e o nó $j \in N$;

θ_{ki} - oferta de locomotivas do tipo $k \in K$ no nó $i \in N$;

α_i - demanda em HP para formar trens no nó $i \in N$;

β_k - potência em HP das locomotivas do tipo $k \in K$;

λ - parâmetro para priorizar a utilização de locomotivas de maior potência; e

η - parâmetro de penalização do uso de locomotivas virtuais.

As variáveis de decisão do modelo são:

x_{gkij} - quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ acopladas ao trem $g \in G$ quando ele está circulando no trecho entre o nó $i \in N$ e o nó $j \in N$;

y_{ki} - quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ estacionadas e prontas para ser utilizadas no nó $i \in N$;

w_{ki} - quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ alocadas para atender à demanda no nó $i \in N$.

A partir das descrições anteriores, serão apresentadas a seguir a função objetivo e as restrições do modelo matemático proposto.

Função Objetivo

Minimizar:

$$\sum_{g \in GD} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} cd_g x_{gkij} + \sum_{g \in GL} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} cl_g x_{gkij} + \lambda \sum_{k \in KR} \sum_{i \in N} w_{ki} + \eta \sum_{k \in KV} \sum_{i \in N} w_{ki} \quad (1)$$

Restrições

$$y_{ki} = \theta_{kij} - \sum_{g \in G} \sum_{j \in N} x_{gkij} - w_{ki} \quad (2)$$

$$\forall k \in K, p \in P, t \in HT: t=1, i=(t+(p ht))$$

$$y_{ki} = y_{k(i-1)} - \sum_{g \in G} \sum_{j \in N} x_{gkij} + \sum_{g \in G} \sum_{j \in N} x_{gkji} - w_{ki} + \theta_{ki} \quad (3)$$

$$\forall k \in K, p \in P, t \in HT: t > 1, i=(t+(p ht))$$

$$\alpha_i \leq \sum_{k \in K} w_{ki} \beta_k \quad \forall i \in N \quad (4)$$

$$y_{ki} \geq 0 \quad \forall i \in N, k \in K \quad (5)$$

$$0 \leq x_{gkij} \leq \mu_{gij} \quad \forall g \in G, k \in K, i \in N, j \in N \quad (6)$$

$$w_{ki} \geq 0 \quad \forall k \in K, i \in N \quad (7)$$

A função objetivo, Equação (1), representa os custos de distribuição de locomotivas (parcelas 1 e 2), a quantidade de locomotivas utilizadas (parcela 3) e a quantidade de locomotivas virtuais usadas (parcela 4). A função objetivo deve ser minimizada. A primeira parcela calcula o custo de todos os trens *deadheading*, $g \in GD$, sendo calculada pelo custo de transportar uma locomotiva em um trem *deadheading*, vezes a quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ no trem

$g \in GD$ percorrendo o trecho $i \in N$ até $j \in N$. A segunda parcela calcula o custo de todos os trens *light traveling*, $g \in GL$, sendo calculada pelo custo de transportar uma locomotiva em um trem *light traveling*, vezes a quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ no trem $g \in GL$ percorrendo o trecho $i \in N$ até $j \in N$.

A terceira parcela calcula a quantidade de locomotivas reais $k \in KR$ utilizadas para atender à demanda no nó i , mas, como a função objetivo é de minimização, busca-se utilizar locomotivas maiores, pois haverá a redução do número delas, sendo adotado um coeficiente $\lambda = 0,01$ para diminuir o impacto dessa parcela na função objetivo. A quarta parcela é proposta com intuito de evitar a utilização de locomotivas virtuais, as quais foram propostas neste artigo para gerar o equilíbrio entre oferta e demanda de locomotivas. O que se busca com essa quarta parcela, que tem um fator de penalização alto, $\eta = 1000$, é que o modelo evite ao máximo a utilização delas. Vale ressaltar que o uso de locomotivas virtuais $k \in KV$ representa que o nó i não terá sua demanda por locomotiva atendida.

As restrições (2) garantem a manutenção do estoque de locomotivas no nó correspondente, considerando o balanceamento entre oferta e demanda, bem como as locomotivas que foram enviadas para outros nós. As restrições (2) são ativadas somente quando

a condição $t=1$ for verdadeira, o que representa o tempo 1 de determinado pátio. Elas também indicam o momento inicial de planejamento de cada pátio, ou seja, ainda não existem locomotivas que podem ser transportadas para tais nós. As restrições (3) diferem das restrições (2), pois representam os outros tempos do vetor espaço-tempo de certo pátio e porque consideram as locomotivas que chegam de outros pátios em tempos anteriores para o cálculo da continuidade de fluxo,

o que não ocorre nas restrições (2). As restrições (3) são ativadas somente quando a condição $t > l$ for verdadeira, o que representa o tempo maior que 1 de um certo pátio no vetor espaço-tempo.

As restrições (4) garantem que a demanda no nó i em HP seja atendida, ou seja, o número de locomotivas do tipo $k \in K$ para atender à demanda no nó i , multiplicado pela quantidade de HP por locomotivas do tipo $k \in K$, deve ser maior ou igual à demanda solicitada, α_i . As restrições (5) asseguram que a quantidade de locomotivas estacionadas no pátio em um certo nó seja maior ou igual a zero. As restrições (6) garantem que a quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ no trem $g \in G$ percorrendo o trecho $i \in N$ até $j \in N$ seja maior ou igual a zero e menor que a quantidade máxima de locomotivas do trem $g \in G$ percorrendo o trecho $i \in N$ até $j \in N$. As restrições (7) asseguram que a quantidade de locomotivas do tipo $k \in K$ para atender à demanda no nó i seja maior ou igual a zero.

4 Apresentação e análise de resultados

Nesta seção, serão apresentados os resultados do *solver* CPLEX 12.6 nas dez instâncias testadas, cujos dados foram obtidos a partir de informações reais do sistema informatizado da EFVM e do plano de trens informado de carga geral de produtos transportados pela EFVM no mês de junho de 2015. Foi estabelecido um tempo limite de 14.400 segundos (4 horas) para execução das instâncias no CPLEX 12.6 e utilizado um computador Intel i5 com 8 GB de memória.

Na Tabela 1, são mostradas as instâncias de testes. A Instância 1, utilizada como padrão, é fundamentada em dados reais de demanda oriunda dos planos de trens, com oferta nos 13 pátios em um período de sete dias de horizonte de planejamento. Considera um número máximo de seis locomotivas por trem, que é o limite técnico da ferrovia. As demais instâncias foram comparadas com ela. A quantidade de locomotivas virtuais foi definida como 100 em cada pátio e momento do horizonte de planejamento, a fim de sempre existir disponibilidade delas para atendimento da demanda quando houver desbalanceamento entre oferta e demanda.

As Instâncias 1 a 7 são apresentadas para analisar diversos parâmetros e seu impactos na distribuição. Elas utilizam dados de oferta e demanda referentes à primeira semana de junho de 2015 e ao respectivo plano de trens de carga geral que gera a demanda. A Instância 1 considera o oferecimento de locomotivas virtuais para balanceamento entre oferta e demanda. O número máximo de locomotivas por trem é seis. A Instância 2 é análoga à Instância 1, porém utiliza um número máximo locomotivas por trem igual a quatro. A Instância 3 é análoga à Instância 1, mas usa um número máximo locomotivas por trem igual a oito.

A Instância 4 é análoga à Instância 1, porém considera um aumento de 10% no intervalo entre trens, ou seja, aumenta-se o *transit time* entre origem e destino, o que gera uma redução no número de trens em um mesmo período de tempo. A Instância 5 é análoga à Instância 1, mas considera um aumento de 10% no intervalo entre trens, bem como um número máximo de oito locomotivas por trem. A Instância 6 é análoga à Instância 1, porém considera uma redução de 10% no intervalo entre trens, ou seja, reduz-se o *transit time* entre origem e destino, o que gera um aumento no número de trens em um mesmo período de tempo. A Instância 7 é análoga à Instância 1, mas considera uma redução de 10% no intervalo entre trens, bem como um número máximo de oito locomotivas por trem.

As Instâncias 8, 9 e 10 (Grupo B) têm por objetivo comparar o resultado obtido pelo modelo matemático proposto e o que foi realizado na prática pela ferrovia, que atualmente utiliza um planejamento manual da distribuição. As três instâncias utilizam dados da primeira semana de julho de 2015, da quarta semana de julho de 2015 e da quarta semana de agosto de 2015, respectivamente. Para tanto, houve limite de seis locomotivas utilizadas pela ferrovia estudada.

Fez-se um levantamento do custo de formar um trem *light traveling* e da operação da ferrovia, assim como para os trens *deadheading*, mas, por questões de confidencialidade, esses valores não puderam ser divulgados. Contudo, pelos dados levantados, os valores de se formar trens *light traveling* são bem superiores, pois gasta-se com diesel e maquinista e não há receita de carga sendo transportada por ele. A potência das

Tabela 1. Instâncias de teste executadas no modelo.

Grupo	Instância	Variação das instâncias	Nº trens / semana
A	1	Padrão	156
	2	Máximo de 4 locomotivas por trem	156
	3	Máximo de 8 locomotivas por trem	156
	4	+10% de intervalo entre trens	148
	5	+10% de intervalo entre trens e no máximo 8 locomotivas por trem	148
	6	-10% de intervalo entre trens	174
	7	-10% de intervalo entre trens e no máximo 8 locomotivas por trem	174
B	8	1ª semana de julho de 2015	162
	9	4ª semana de julho de 2015	157
	10	1ª semana de agosto de 2015	132

locomotivas é definida em quantidade de HP. Foram utilizados para elaboração das instâncias os tipos de locomotiva mais utilizados pela EFVM: B-36 com 3.600 HP de potência, DDM-45 com 3.600 HP de potência e DASH-8/9 com 4.000 HP de potência.

De acordo com a Tabela 2, o *solver* CPLEX conseguiu resolver otimamente todas as instâncias em um tempo de execução relativamente pequeno, até 23,65 segundos, ou 0,39 minutos. Na Tabela 2, são apresentados os resultados obtidos pelos testes computacionais para cada instância. As colunas 1 e 2 representam, respectivamente, o grupo de análise e a instância. Já nas colunas 3, 4 e 5, estão os resultados do CPLEX: FO (função objetivo), GAP e tempo de execução em segundos. A coluna 6 apresenta o custo total da soma de trens *deadheading* mais trens *light traveling*. As colunas 7, 8 e 9, respectivamente, apresentam a quantidade de locomotivas que circularam entre os pátios na forma *deadheading*, *light traveling* e virtual.

Considerando os resultados obtidos do Grupo A da Tabela 2, a Figura 3 mostra a solução que o CPLEX alcançou para o quantitativo de locomotivas em trens *deadheading* e *light traveling* e para o custo total conforme as duas primeiras parcelas da função objetivo apresentadas na seção 3. As comparações a seguir foram realizadas entre a Instância 1, que serviu como instância padrão de comparação, e as

Instâncias 2 a 7, nas quais houve as variações de vários parâmetros, conforme visto anteriormente.

A análise dos resultados é realizada em termos do custo de distribuição e do número de locomotivas utilizadas. Quanto ao custo de distribuição, primeiro é analisado o impacto da diminuição do limite de locomotivas em trens. Pode-se perceber na Figura 3 que, quando se diminui o número limite de locomotivas de seis para quatro, não ocorre impacto no custo total de distribuição (linha tracejada da Figura 3). Também se pode notar que o quantitativo de locomotivas distribuídas de forma *deadheading* e *light traveling* se manteve igual. Essa comparação foi realizada entre as Instâncias 1 e 2. O segundo ponto analisado é o impacto do aumento do limite de locomotivas em trens. Pode-se perceber, analisando a Figura 3, que, quando se aumenta o número limite de locomotivas de seis para oito, há pouco impacto no custo total de distribuição (linha tracejada da Figura 3). Também se pode notar que não houve variação do quantitativo de locomotivas distribuídas das formas *deadheading* e *light traveling*. Essa comparação foi realizada entre as Instâncias 1 e 3.

A terceira análise diz respeito à diminuição de trens na malha, ocasionado por um aumento no *transit time* de 10%. Como era de se supor, com essa redução de trens na malha, houve uma queda da demanda de locomotivas e, por conseguinte, do custo de distribuição (linha tracejada da Figura 3). Essa

Tabela 2. Resultados apresentados pelo CPLEX.

Grupo	Instância	FO	GAP (%)	Tempo de execução (s)	Custo total <i>Light</i> + <i>Dead</i> (R\$)	Nº locomotivas distribuídas		
						<i>Dead</i>	<i>Light</i>	Virtual
A	1	74.792,60	0,0	14,01	1.790,00	19	16	73
	2	74.792,60	0,0	18,17	1.790,00	19	16	73
	3	74.792,60	0,0	13,81	1.790,00	19	16	73
	4	75.492,40	0,0	16,33	1.490,00	9	14	74
	5	75.492,40	0,0	15,73	1.490,00	9	14	74
	6	82.812,85	0,0	23,65	1.810,00	21	16	81
	7	82.812,85	0,0	15,60	1.810,00	21	16	81
B	8	79.827,32	0,0	17,99	1.723,94	22	15	78
	9	80.034,81	0,0	17,13	1.997,69	29	17	72
	10	67.834,53	0,0	18,41	1.256,78	35	11	67

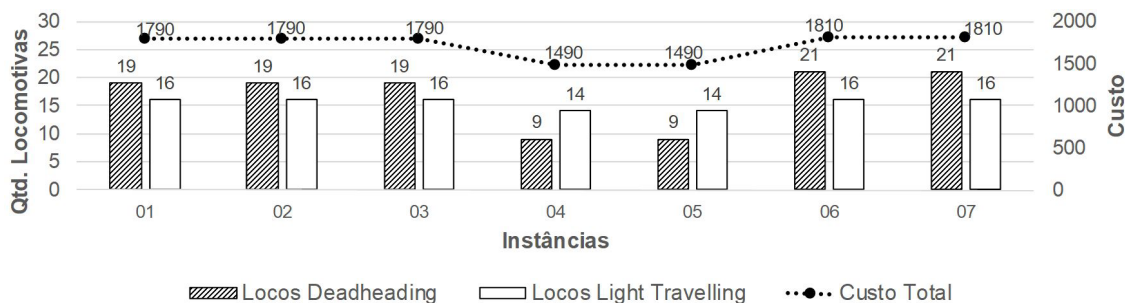


Figura 3. Quantidade de locomotivas distribuídas como *deadheading* e *light traveling* × custo total (Grupo A).

comparação foi realizada entre as Instâncias 1 e 4, com mudança no *transit time*.

A quarta análise se refere também à diminuição de trens na malha, ocasionado por um aumento no *transit time* de 10%, porém passando o limite máximo de locomotivas em trens de seis para oito. Como era de se supor, com a diminuição de trens na malha, houve uma redução da demanda de locomotivas e, por conseguinte, do custo de distribuição (linha tracejada da Figura 3), bem como do quantitativo de locomotivas distribuídas das formas *deadheading* e *light traveling*. Essa comparação foi realizada entre as Instâncias 1 e 5. Quando se compara o custo entre as Instâncias 4 e 5, pode-se perceber que o aumento de locomotivas em trens não ocasionou variação do custo de distribuição.

A quinta análise trata do aumento de trens na malha, ocasionado por uma diminuição no *transit time* de 10%. Como era de se supor, houve uma maior demanda de locomotivas e, por conseguinte, do custo de distribuição (linha tracejada da Figura 3). Essa comparação foi realizada entre as Instâncias 1 e 6, com mudança no *transit time*.

A sexta análise diz respeito também ao aumento de trens na malha, ocasionado por uma diminuição no *transit time* de 10%, porém passando o limite máximo de locomotivas em trens de seis para oito. Como era de se supor, houve um aumento da demanda de locomotivas e, por conseguinte, do custo de distribuição (linha tracejada da Figura 3). No entanto, quando se compara o custo entre as Instâncias 6 e 7, pode-se perceber que o aumento de locomotivas em trens não ocasionou variação de custo de distribuição.

Para avaliar a EFVM, foram comparados os resultados do Grupo B (Instâncias 8 a 10) com os resultados alcançados pelo planejamento manual da ferrovia, que será denominado como caso real.

Na Tabela 3, a coluna 1 representa o grupo, e a coluna 2, o número da instância. As colunas 3 a 5, para o caso real, e as colunas 6 a 8, para o resultado do CPLEX, dizem respeito, respectivamente, à quantidade de locomotivas distribuídas em trens *deadheading*, *light traveling* e ao não atendimento às solicitações, lembrando que o não atendimento à demanda é representado pelas locomotivas virtuais, conforme explicado anteriormente. As colunas 9, 10 e 11 representam a diferença entre os valores encontrados pelo CPLEX e pelo caso real para distribuição em

trens *deadheading*, *light traveling* e não atendimento às solicitações, respectivamente.

Ao analisar os resultados da Tabela 3, pode-se perceber que, no caso real, não ocorreram trens com locomotivas *light traveling*. Isso se deve a uma diretriz interna da ferrovia que não permite a formação desse tipo de trem, o que acarretou um não atendimento às Instâncias 8, 9 e 10, de 101, 98 e 87 locomotivas, respectivamente. Em contrapartida, como o modelo proposto implementado no CPLEX admitia o uso de trens *light traveling*, houve a utilização desse tipo de trem, acarretando uma redução do não atendimento à demanda entre o CPLEX e o caso real nas Instâncias 8, 9 e 10, de 23, 26 e 20 locomotivas, respectivamente.

Esse resultado pode sinalizar à ferrovia estudada que, eventualmente, a flexibilização da norma de não admitir trens *light traveling*, permitindo a formação deles, pode trazer ganhos interessantes em termos de atendimento à demanda de locomotivas. Pode-se ainda perceber que o ganho do CPLEX em relação ao caso real (Figura 4) não adveio somente das locomotivas *light traveling*, pois houve um aumento de locomotivas *deadheading* distribuídas nas Instâncias 8, 9 e 10, de quatro, duas e quatro locomotivas, respectivamente. Isso demonstra que o CPLEX conseguiu usar mais e melhor os trens *deadheading* no mesmo período para atender à demanda do que o caso real.

Para uma efetiva comparação, decidiu-se rodar o modelo matemático no CPLEX sem a possibilidade de formação de trens *light traveling* para avaliar o resultado com o do caso real. Esses resultados podem ser vistos na Tabela 4, que possui a mesma estrutura de colunas da Tabela 3.

Conforme a Tabela 4, a quantidade de trens *light traveling* no caso real e no CPLEX foram zero. Assim, percebe-se que o CPLEX conseguiu realizar, nas Instâncias 8, 9 e 10, mais trens *deadheading* (mais quatro, duas e quatro locomotivas, respectivamente) do que o caso real. Com isso, o CPLEX conseguiu reduzir o não atendimento à demanda nessas três instâncias e, mesmo sem usar trens *light traveling*, distribuir melhor as locomotivas, evitando o não atendimento à demanda para formar trens em sete, seis e quatro locomotivas, respectivamente. Isso pode ser visto no gráfico da Figura 5, no qual, para as três instâncias analisadas, houve redução alcançada pelo CPLEX do não atendimento à demanda por locomotiva.

Tabela 3. Comparativo resultados CPLEX × caso real.

Grupo	Instância	Nº locomotivas distribuídas						Diferença CPLEX × caso real Nº locomotivas distribuídas		
		Caso real			CPLEX			Dead	Light	Não atendido
		Dead	Light	Não atendido	Dead	Light	Não atendido			
B	8	18	0	101	22	15	78	4	15	-23
	9	27	0	98	29	17	72	2	17	-26
	10	31	0	87	35	11	67	4	11	-20

Tabela 4. Comparativo dos resultados CPLEX × caso real, excluindo trens *light traveling*.

Grupo	Instância	Qtd. locomotivas distribuídas						Diferença CPLEX × caso real N° locomotivas distribuídas		
		Caso real			CPLEX			Dead	Light	Não atendido
		Dead	Light	Não atendido	Dead	Light	Não atendido			
B	8	18	0	98	22	0	91	4	0	-7
	9	27	0	96	29	0	90	2	0	-6
	10	31	0	85	35	0	81	4	0	-4

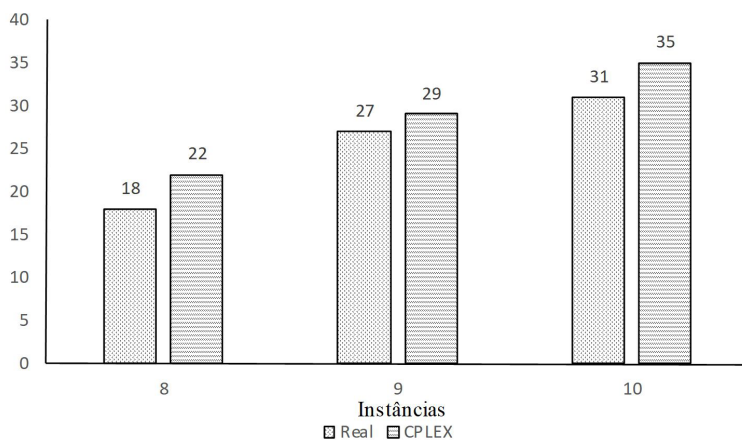


Figura 4. Quantidade de locomotivas distribuídas em trens *deadheading* (caso real × CPLEX).

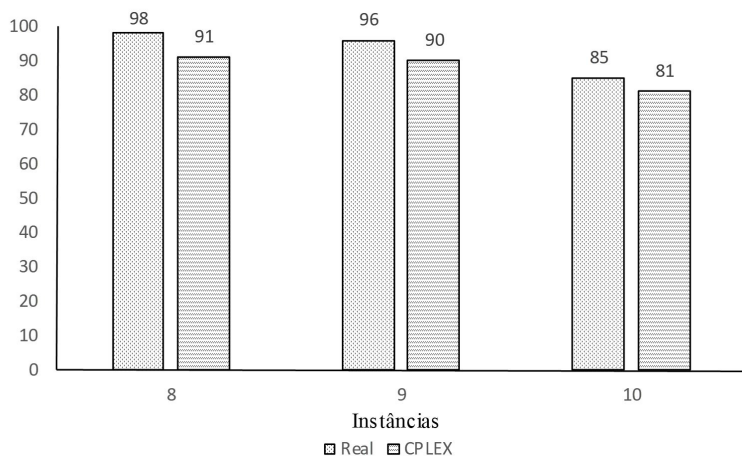


Figura 5. Quantidade de demanda por locomotiva não atendida.

Percebe-se ainda que os resultados alcançados pelo CPLEX rodando com o modelo matemático proposto pode trazer ganhos operacionais para a ferrovia, distribuindo melhor as locomotivas e proporcionando um maior atendimento às demandas por locomotiva para formar trens. Aliado a isso, o modelo matemático torna-se um padrão para distribuição para as ferrovias que hoje realizam o planejamento com base na experiência de cada um dos distribuidores, sem um padrão a ser seguido.

O modelo matemático proposto apresentou uma solução para a análise do desbalanceamento entre oferta e demanda de locomotivas quando a primeira é menor que a segunda em determinado pátio e tempo, ou seja, quando se faz necessária a utilização de locomotivas virtuais para suprir possíveis desbalanceamentos, permitindo, assim, ao operador da ferrovia se antecipar e procurar cenários alternativos para evitar que demandas não sejam atendidas.

Fazendo uma análise geral dos resultados, o modelo matemático proposto pode trazer benefícios para o planejamento operacional de curto prazo, isto é, auxiliar nas tomadas de decisão do planejamento da distribuição de locomotivas de diferentes tipos e em pátios distintos, com intuito de equilibrar a oferta de locomotivas e a demanda necessária delas para suportar o volume proposto a ser transportado refletido na formação de trens demandando locomotivas.

5 Conclusão

Este artigo apresentou uma nova formulação matemática utilizando um vetor espaço-tempo para o LSP que torna o modelo menor e mais simples, tendo como objetivo a minimização do custo de distribuição de locomotivas para atender à demanda para formação de trens a partir de um plano de trens informado. Além disso, é previsto na função objetivo do modelo matemático proposto o tratamento do desbalanceamento entre oferta e demanda, prevendo a possibilidade de demandas não atendidas, com a proposição do conceito de locomotivas virtuais.

Apresentou também instâncias que foram comparadas com o planejamento manual atualmente realizado na ferrovia estudada. Os resultados alcançados pelo CPLEX mostraram ganhos em termos de um maior atendimento à demanda e uma melhor distribuição. Ainda, propôs alternativas, como o uso de trens *light traveling*, atualmente não utilizados, que podem trazer ganhos ainda maiores ao atendimento da demanda.

A proposição da locomotiva virtual possibilita realizar um planejamento da distribuição de locomotivas, verificando possíveis desbalanceamentos entre oferta e demanda em determinado pátio e tempo. Assim, é possível se antecipar e propor novos cenários visando evitar um não atendimento da demanda para formação de trens, conseguindo, assim, uma melhor distribuição.

O modelo matemático proposto pode ser aplicado como ferramenta de gestão e planejamento de distribuição de locomotivas em pátios ferroviários para atendimento à demanda de formação de trens em qualquer ferrovia, tanto no Brasil quanto no mundo. No entanto, recomenda-se que, em trabalhos futuros, seja desenvolvida para tal modelo uma meta-heurística que busque solucionar instâncias ainda maiores com um tempo de resposta menor, principalmente para ferrovias com um grande volume de circulação de trens.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES (75528452/2016) e ao CNPq (307439/2016-0), pelo apoio financeiro, e à empresa VALE S/A e à ferrovia Estrada de Ferro Vitória a Minas (EFVM), pelo fornecimento dos dados para avaliação do modelo.

Referências

Agência Nacional de Transportes Terrestres – ANTT. (2013). *Acompanhamento das concessões ferroviárias: relatório anual*. Brasília: ANTT.

Agência Nacional de Transportes Terrestres – ANTT. (2015). *Evolução do transporte ferroviário de cargas*. Brasília: ANTT.

Ahuja, R. K., Liu, J., Orlin, J. B., Sharma, D., & Shughart, L. A. (2005). Solving real-life locomotive-scheduling problems. *Transportation Science*, 39(4), 503-517. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1050.0115>.

Ahuja, R. K., Shughart, L. A., & Liu, J. (2006). *An optimization-based approach for locomotive planning*. Gainesville: Innovative Scheduling.

Bacelar, A., & Garcia, A. S. (2006). An optimization approach to the locomotive scheduling problem in brazilian railways. In: *Proceedings of the Conference on Railway Engineering* (pp. 493-500). Melbourne: Railway Technical Society of Australasia.

Bouzaïene-Ayari, B., Cheng, C., Das, S., Fiorillo, R., & Powell, W. B. (2016). From single commodity to multiattribute models for locomotive optimization: a comparison of optimal integer programming and approximate dynamic programming. *Transportation Science*, 50(2), 366-389. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.2014.0536>.

Confederação Nacional do Transporte – CNT. (2013). *Transporte e economia: o sistema ferroviário brasileiro*. Brasília: CNT.

Cordeau, J. F., Toth, P., & Vigo, D. (1998). A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32(4), 380-404. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.32.4.380>.

Florian, M., Bushell, G., Ferland, J., Guerin, G., & Nastansky, L. (1976). The engine scheduling problem in a railway network. *Infor*, 14(2), 121-138. <http://dx.doi.org/10.1080/03155986.1976.11731632>.

Gohring, K. W., Mcbrayer, R. N., & Mcgaughey, R. S. (1973). Planning locomotive and caboos distribution. *Rail International*, 3, 151-158.

Holt, J. N. (1973). Locomotive scheduling by computer bashpeak. *Rail International*, 4, 1053-1058.

Maposa, D., & Swene, S. D. (2012). Locomotive scheduling in freight transport at Mpopoma Train Station in Bulawayo for the Southern Region, Zimbabwe. *Internacional Journal of Economics and Management Sciences*, 1(12), 104-116.

Noble, D. H., Al-Amin, M., & Mills, R. G. J. (2001). Production of locomotive rosters for a multi-class multi-locomotive problem. *The Journal of the Operational Research Society*, 52(11), 1191-1200. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601210>.

Noori, S., & Ghannadpour, S. F. (2012). Locomotive assignment problem with train precedence using genetic algorithm. *Journal of Industrial Engineering International*, 8(1), 1-13. <http://dx.doi.org/10.1186/2251-712X-8-9>.

Piu, F. (2011). A mixed integer programming approach to the locomotive assignment problem. In: *Proceedings*

- of *The 11th Swiss Transport Research Conference* (pp. 1-42). Lausanne: EPFL.
- Piu, F., & Speranza, M. G. (2014). The locomotive assignment problem: a survey on optimization models. *International Transactions in Operational Research*, 21(3), 327-352. <http://dx.doi.org/10.1111/itor.12062>.
- Scholz, V. (2000). *Knowledge-based locomotive planning for the Swedish Railway* (Technical Report). Sweden: Swedish Institute of Computer Science. Retrieved in 2015, March 31, from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.34.7764>
- Vaidyanathan, B., Ahuja, R. K., & Orlin, J. B. (2008a). The locomotive routing problem. *Transportation Science*, 42(4), 492-507. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1080.0244>.
- Vaidyanathan, B., Ahuja, R. K., Liu, J., & Shughart, L. A. (2008b). Real-life locomotive planning: new formulations and computational results. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42(2), 147-168. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2007.06.003>.
- Ziarati, K., Chizari, H., & Nezhad, A. M. (2005). Locomotive optimization using artificial intelligence approach. *Indian Journal of Science and Technology*, 29, 93-105.
- Ziarati, K., Soumis, F., Desrosiers, J., & Solomon, M. M. (1999). A branch-first, cut-second approach for locomotive assignment. *Management Science*, 45(8), 1156-1168. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.45.8.1156>.
- Ziarati, K., Soumis, F., Desrosiers, J., Gélinas, S., & Saintonge, A. (1997). Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America. *European Journal of Operational Research*, 97(2), 281-292. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00198-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00198-1).