



Abordagens de otimização para um problema de roteirização e programação de navios petroleiros

Optimization approaches to a routing and scheduling problem of oil tankers

Vinícius Picanço Rodrigues¹
Reinaldo Morabito¹
Denise Yamashita¹
Bruno Jensen Virginio da Silva¹
Paulo Cesar Ribas²

Resumo: Este artigo estuda um problema de roteirização e programação de navios para cabotagem de petróleo, motivado pela operação real de uma empresa no litoral brasileiro. Os custos de transporte desempenham um papel importante na busca pela excelência operacional na indústria de petróleo e as perspectivas de crescimento na exploração de petróleo no Brasil têm tornado as operações mais demandantes de sistemas de apoio a decisões ágeis e eficazes. Neste artigo, apresenta-se uma abordagem de otimização para tratar este problema, composta por um modelo de programação linear inteira mista e uma heurística baseada em programação matemática, conhecida como *relax-and-fix*. O modelo proposto é inspirado em uma formulação de problemas de coleta e entrega com janelas de tempo e frota heterogênea, que minimiza custos decorrentes do consumo de combustível dos navios e dos contratos de afretamento. Além das restrições usuais de roteirização com coleta e entrega, este artigo considera as restrições específicas deste problema de transporte de petróleo. Experimentos numéricos com esta abordagem são apresentados para um conjunto de dados reais fornecidos pela empresa, os quais comprovam o potencial da abordagem para encontrar boas soluções para instâncias de tamanho moderado.

Palavras-chave: Roteirização e programação de veículos; Coleta e entrega; Transporte marítimo; Petróleo; *Relax-and-fix*; Heurísticas baseadas em programação matemática.

Abstract: *This study analyzes a routing and scheduling problem of cabotage oil ships motivated by the actual operation of an oil company along the Brazilian coast. Maritime transportation costs from offshore platforms to coastal terminals are an important issue in the search for operational excellence in the oil industry, and the prospects for growth in oil exploration in Brazil have made operations more demanding for agile and effective decision support systems (DSS). This paper presents an optimization approach to deal with this problem consisting of a mixed integer linear (MIP) programming model and an MIP heuristic known as relax and fix. The problem is formulated as a pickup and delivery vessel routing with time windows and heterogeneous fleet which minimizes the costs of fuel consumption of ships and freight contracts. In addition to the usual routing constraints, it also considers specific restrictions of oil maritime transportation problems. Numerical experiments with this approach are presented for a set of real data of the company, confirming that the optimization method is able to find good solutions for moderate-size problem instances.*

Keywords: *Vehicles routing and scheduling; Pickup and delivery; Maritime transport; Oil industry; Relax-and-fix; MIP heuristics.*

1 Introdução

O transporte marítimo desempenha um importante papel para a movimentação de grandes volumes de carga entre grandes distâncias, como, por exemplo,

a cabotagem em certos países e as operações de importação e exportação. Em 2012, aproximadamente 8,7 bilhões de toneladas de produtos foram transportados

¹ Departamento de Engenharia de Produção, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, Rodovia Washington Luiz, Km 235, São Carlos, SP, Brasil, e-mail: vinicius@dep.ufscar.br; morabito@ufscar.br; dsyamashita@gmail.com; brunojen@gmail.com

² Centro de Pesquisas e Desenvolvimento – CENPES, Petróleo Brasileiro S.A. – PETROBRAS, Av. Horácio de Macedo, 950, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, e-mail: paulo.ribas@petrobras.com.br

Recebido em Nov. 18, 2015 - Aceito em Set. 16, 2016

Suporte financeiro: Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

pelos oceanos do mundo, o que faz com que o transporte marítimo seja responsável por cerca de 80% do volume e 70% do valor de mercadorias comercializadas mundialmente (UNCTAD, 2012; Diz, 2012). Uma das mais importantes atividades econômicas que ocorrem nos oceanos do Brasil é a exploração de petróleo. O país é atualmente um dos maiores produtores de petróleo, com uma produção diária de aproximadamente 2,5 milhões de barris. As reservas estimadas ultrapassam os 12 bilhões de barris e colocam o país em uma posição privilegiada no cenário global. A maior parte do petróleo brasileiro é explorada na modalidade *offshore*, o que corresponde a cerca de 80% do volume total explorado (ANP, 2012; IEA, 2013).

Outro importante fator é a exploração da camada pré-sal, que é um conjunto de rochas localizadas em águas muito profundas de grande parte do litoral brasileiro e que apresenta um grande potencial para exploração de petróleo. Esta profundidade pode alcançar mais de sete mil metros –o termo “pré” é utilizado porque essas rochas foram depositadas antes da camada de sal do fundo dos oceanos. Atualmente, a Petrobras, por exemplo, produz diariamente 470 mil barris de petróleo vindos desta região e a estimativa é que a produção alcance um milhão de barris por dia, em 2017. Além disso, a companhia estima que investirá US\$70 bilhões na exploração do pré-sal até 2016, dos quais 85% serão realizados na Bacia de Santos. Se o valor for somado ao investido por parceiros da Petrobras, a previsão total de investimentos poderá atingir a casa dos US\$ 93 bilhões até 2016 (PETROBRAS, 2014d). Além disso, devido ao estímulo à comercialização de derivados de petróleo e às descobertas de novas fontes de exploração, o setor petrolífero brasileiro enfrenta um considerável aumento da sua concorrência e, por consequência, as empresas do setor passaram a buscar maior agilidade e eficácia na tomada de decisões e elaborar estratégias para organizar suas atividades, com vistas a um melhor resultado econômico, principalmente com relação às operações de transporte destas *commodities* (Pucu, 2011; PETROBRAS, 2014a, b, d). Assim, o setor petrolífero exige operações versáteis por parte das refinarias que recebem o petróleo para ser processado e isto, por sua vez, desdobra-se em grandes exigências de prazo e volume para a logística (Christiansen et al., 2007; Hennig et al., 2012).

Neste artigo, estuda-se um problema de roteirização e programação dos navios para o transporte de petróleo das plataformas *offshore* para os terminais terrestres das refinarias, motivado pelas operações de uma empresa petrolífera no Brasil. Apresenta-se uma abordagem de otimização baseada num modelo de programação inteira mista, para representar apropriadamente o problema de roteirização e programação no contexto desta empresa, e numa MIP heurística do tipo

relax-and-fix, para resolvê-lo em conjunto com o pacote de otimização GAMS/CPLEX, de maneira a capturar os requisitos de negócio e as especificidades do ambiente da empresa. Convém salientar que, embora existam outros trabalhos relacionados na literatura com esta linha de pesquisa, não foram encontrados estudos explorando modelos e métodos de solução para tratar especificamente este problema, com suas características operacionais particulares. Este estudo foi realizado com a importante colaboração desta empresa do setor petrolífero, para que o problema pudesse ser bem caracterizado no ambiente de mercado e na validade das características de operação prática. O modelo apresentado captura elementos importantes deste sistema real estudado, porém é de difícil solução exata, considerando-se o tamanho dos problemas reais da empresa, fato que também motivou o desenvolvimento de abordagens de otimização baseadas em heurísticas *relax-and-fix*.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: a seção 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica relacionada ao problema; a seção 3 descreve as características do problema, baseando-se neste estudo de caso da empresa petrolífera, e a seção 4 apresenta o modelo matemático para representar o problema. A seção 5 descreve o método heurístico baseado em *relax-and-fix*; a seção 6 apresenta e analisa os resultados, ao resolver alguns exemplos baseados em dados reais da empresa com o modelo e com a heurística propostos, e as conclusões e perspectivas futuras são discutidas na seção 7.

2 Breve revisão da literatura

Dentre os trabalhos revisados para a confecção deste artigo, destaca-se o de Christiansen (1999), que apresenta um problema de coleta e entrega de amônia considerando janelas de tempo, rotas pré-definidas, controle explícito dos estoques e minimização de custo de transporte. Christiansen (1999) e as referências nele contidas oferecem visões particulares sobre a modelagem geral do problema de roteamento de navios, que serviram de base para este trabalho, apesar de os trabalhos estudarem produtos diferentes e utilizarem diferentes formas de controlar os estoques. Além disso, o trabalho de Al-Khayyal & Hwang (2007) também contribuiu para fornecer estratégias de modelagem, considerando frota heterogênea e roteirização de carga. Porém, neste presente trabalho, ao contrário do apresentado por Al-Khayyal & Hwang (2007), não são considerados os compartimentos dos navios e as decisões de quantidade a ser carregada.

O trabalho de Rocha et al. (2009) trata de um problema relacionado a alocação de petróleo no contexto de uma empresa petrolífera brasileira, que, além dos planos de alocação de produtos, determina planos de embarque dos navios de petróleo das

plataformas para os terminais, porém em um nível mais agregado de planejamento tático, sem considerações detalhadas da roteirização e programação dos navios. No trabalho de Hennig et al. (2012), estudou-se um problema de roteirização no transporte marítimo de petróleo com separação de carga, em que se utilizou um procedimento de pré-geração de rotas. Inclui-se também o trabalho de Christiansen et al. (2013), que forneceu um recente levantamento bibliográfico para roteirização e programação de navios.

A Tabela 1 fornece um resumo das principais características dos trabalhos revisados neste trabalho, detalhando as principais aplicações e os métodos e modelos utilizados. Conforme mencionado, não foram encontrados trabalhos na literatura apresentando modelos e métodos de solução para tratar esse problema de roteirização e programação de navios para cabotagem de petróleo, com as características de operação práticas aqui consideradas, descritas na próxima seção.

Tabela 1. Resumo dos principais trabalhos da literatura para roteirização aplicada ao modal marítimo.

Autor	Aplicação	Modelo / Método
Dantzig & Fulkerson (1954)	Programação de navios da marinha americana	Otimização linear
Flood (1954)	Transporte de petróleo por uma frota militar americana	Otimização linear
Briskin (1966)	Determinação de datas e volumes de entrega para petroleiros	<i>Scheduling</i> com rotas pré-definidas
Appelgren (1969)	Atribuição de cargas a navios com minimização de custo	<i>Multicommodity flow</i> , decomposição Dantzig-Wolfe e geração de colunas
Appelgren (1971)	Extensão do artigo de 1969	Método baseado em planos de corte e <i>branch-and-bound</i>
Bellmore et al. (1971)	Extensão do trabalho de Dantzig & Fulkerson (1954) com frota heterogênea	Relaxação de programa fixo de visitas, decomposição em subgrafos e <i>branch-and-bound</i>
McKay & Hartley (1974)	Transporte de petróleo em navios militares ao redor do mundo	Programação inteira mista e variações com rotas pré-definidas
Ronen (1986)	Programação de curto prazo para transporte de <i>commodities</i>	Algoritmos de alocação de carregamento com viés aleatório
Brown et al. (1987)	Transporte de petróleo para exportação para Europa e EUA a partir de países do Oriente Médio	Modelo baseado em <i>set partitioning</i>
Perakis & Bremer (1992)	Programação de navios na empresa Chevron	Formulação matemática baseada em Appelgren (1971) e construção de um “gerador de <i>schedule</i> ” para construir programas factíveis
Haugen (1996)	Distribuição de gás natural na Europa	Programação dinâmica estocástica aplicada à programação de projetos (<i>Stochastic Project Scheduling Problem</i>)
Sherali et al. (1999)	Programação de navios exportadores de petróleo e gás natural no Kuwait	Baseado em Brown et al. (1987), apresenta método exato e heurística para horizonte de tempo rolante
Christiansen (1999)	Problema de coleta e entrega integrado de escoamento de amônia em uma empresa norueguesa	Modelo inteiro misto com método de geração de colunas
Lasschuit & Thijssen (2004)	Planejamento estratégico de cadeia de suprimentos global da indústria química e de petróleo	Programação não linear inteira mista baseada em GMOS/NetSim
Persson & Göthe-Lundgren (2005)	Programação de navios para escoamento de betume	Modelo inteiro misto com desigualdades válidas e geração de colunas
Al-Khayyal & Hwang (2007)	Transporte marítimo de diversos líquidos a granel	Programação inteira mista linear e não linear
Gribkovskaia et al. (2007)	Provisionamento de plataformas de petróleo e gás do Mar da Noruega	Heurísticas construtivas e algoritmo baseado em busca tabu
Rocha et al. (2009)	Alocação de petróleo para o processo logístico da Petrobras	Programação inteira mista e heurística baseada em busca local

Tabela 1. Continuação...

Autor	Aplicação	Modelo / Método
Brønmo et al. (2010)	Programação de coletas e entregas de navios com flexibilidade de carga	Programação inteira com decomposição Dantzig-Wolfe
Kobayashi & Kubo (2010)	Programação operacional de uma frota de cabotagem para petróleo no Japão	Programação inteira e heurística própria desenvolvida pelos autores
Andersson et al. (2010)	Revisão bibliográfica de modelos do tipo <i>inventory routing problem</i> integrados com gestão de estoque, com ênfase em aspectos práticos de aplicações industriais para modais marítimos e terrestres	
Hoff et al. (2010)	Continuação do trabalho de Andersson et al. (2010), com foco em estudos que integram problemas de roteirização com composição de frota	
Hennig et al. (2012)	Problema de coleta e entrega de petróleo com fracionamento de carga	Programação inteira mista com rotas pré-geradas
Stålhane et al. (2012)	Problema de coleta e entrega com fracionamento de carga	Método <i>branch-and-price-and-cut</i>
Song & Furman (2013)	Modelos do tipo IRP	Proposta de <i>framework</i> flexível para guiar as aplicações de modelos baseados em IRP com formulação de <i>multi-commodity flow</i>
Christiansen et al. (2013)	Recente levantamento bibliográfico de problemas de roteirização e programação de navios, e problemas correlatos que ilustram os principais domínios da área.	
Agra et al. (2012)	Problema de distribuição de petróleo de curta distância entre as ilhas do arquipélago de Cabo Verde	Modelo de programação inteira mista, com estratégias para buscas de melhores limitantes, extensão das formulações e desigualdades válidas
Agra et al. (2013a)	Problema de roteirização de estoque monoproduto com taxas variáveis de consumo e produção ao longo do horizonte de planejamento	Modelo de programação inteira mista, com duas formulações discretas e uso de relaxações baseadas em dimensionamento de lotes para propor desigualdades válidas
Agra et al. (2013b)	Mesmo problema abordado por Agra et al. (2012)	Formulação baseada em <i>arc-load flow</i> com uso de desigualdades válidas e heurísticas híbridas (<i>horizonte rolante, local branching e feasibility pump</i>)
Stålhane et al. (2015)	Problema de coleta e entrega com janelas de tempo, combinação de carga e entregas sincronizadas para cargas especializadas e únicas	Método <i>branch-and-price</i> com subproblema baseado em um problema de caminho mínimo com restrições de recursos, resolvido por programação dinâmica
Rakke et al. (2014)	Problema de roteirização de estoque para um dos maiores produtores globais de gás liquefeito de petróleo (GLP)	Formulação baseada na decomposição do problema por padrões de demanda com uso do método <i>branch-price-and-cut</i>

3 Caracterização do problema

O problema pode ser descrito a partir das suas principais componentes: produtos diferentes, frota heterogênea, plataformas dispersas no mar e terminais ao longo da costa. Um dos principais problemas enfrentados pela operação de transporte de petróleo *offshore* é a programação de navios para atender a um conjunto de solicitações de movimentação, como origens, destinos e quantidades de produtos pré-estabelecidos pelo planejamento tático da logística. Coletas em plataformas e entregas em terminais devem ser realizadas em janelas de tempo pré-definidas, ao longo de um horizonte de tempo de planejamento (e.g., vários dias a poucas semanas). Cada navio pode estar numa localização diferente, no início deste horizonte, e pode terminar numa localização diferente,

no final do horizonte. Um aspecto relevante do problema é a consideração de estoques nas plataformas e nos terminais, que é tratado implicitamente neste modelo por meio das janelas de tempo. Admite-se que estas são definidas a partir de um planejamento anterior de nível mais agregado, em que as variações e limitações de estoque são consideradas. As plataformas mantêm um estoque próprio, que não pode ultrapassar um determinado limite operacional máximo (*top*), pois isto resulta em uma parada de produção e incorre em custos proibitivos. Essa situação configura-se como uma preocupação importante dos tomadores de decisão. Por exemplo, supõe-se que estes *tops* das plataformas estão contemplados na determinação destas janelas de tempo, assim como os lastros ou níveis mínimos de estoque das plataformas. A abertura

da janela é calculada em função do lote (de tamanho pré-definido) a ser coletado e assim que a respectiva quantidade estiver disponível, a janela se abre. Já o fechamento da janela utiliza os *tops* das plataformas, que são calculados em função do nível de estoque, da capacidade máxima de estocagem e da taxa de produção, acrescida de uma margem de segurança. Similarmente, as determinações das janelas de tempo dos terminais levam em conta limitações de estoques e demandas dos terminais.

Assim, este problema pode ser tratado como uma representação da programação e roteirização do tipo coleta e entrega com janelas de tempo, frota heterogênea, múltiplos depósitos (localizações iniciais de cada navio), múltiplos produtos, múltiplas visitas em cada plataforma e terminal, ao longo do horizonte de planejamento, com restrições adicionais que contemplam especificidades da operação do caso em estudo, conforme descrito a seguir. Foi escolhida como ponto de partida para a modelagem deste problema uma formulação bem conhecida para o PDPTW (*pick-up and delivery problem with time windows*) (Cordeau et al., 2007).

O produto consiste unicamente em petróleo cru, que se divide em mais de 50 diferentes subgrupos. Segundo PETROBRAS (2014c), cada uma das plataformas produz um petróleo característico, que é diferente dos demais por se tratar de um produto natural, cuja composição e estrutura química dependem muito da posição geográfica do campo de exploração. No entanto, é possível tratar o problema múltiplos produtos como monoproduto (*single commodity*), uma vez que o petróleo cru é o objeto de estudo e as origens e o destino de cada produto estão pré-definidos. Destaca-se que o transporte de derivados de petróleo está fora do escopo deste artigo.

A frota de navios é bem heterogênea, com custos de operação, velocidades médias e capacidades diferentes. Além disso, os navios apresentam outras duas características que definem a sua possibilidade de atracação em determinados portos e plataformas, que são o calado e o comprimento ou LOA (*length overall*). O calado é definido como a distância vertical, tirado sobre um plano transversal, entre a parte extrema inferior da embarcação e a linha determinada pela intersecção da superfície da água com a superfície

externa do casco. Já o LOA, também conhecido como “comprimento de roda a roda”, refere-se à distância entre os pontos mais salientes das partes frontal e traseira da embarcação, ou seja, o seu comprimento total (SOBENA, 2013). O LOA e o calado do navio podem impor restrições na sua atracação em uma plataforma ou terminal. A Figura 1 mostra uma ilustração destas duas características. Alguns navios e plataformas apresentam, ainda, um sistema denominado posicionamento dinâmico ou DP (*dynamic positioning*), o qual, segundo Sørensen (2011) e UFRJ (2013), controla automaticamente a posição de uma embarcação através de uma propulsão ativa. Cerca de 50 plataformas diferentes são potencialmente consideradas neste trabalho. Existem plataformas que permitem a atracação de navio convencional e plataformas que permitem somente a atracação de navios com DP. Para ser possível atracar em plataformas que aceitam somente navios com DP, é preciso respeitar um limite máximo de capacidade a bordo, para não aumentar o risco da operação.

Em terra, existem cerca de 10 terminais próprios ao longo da costa brasileira, com aproximadamente 20 berços no total, distribuídos de forma heterogênea pelos 10 terminais. Os berços são locais específicos nos terminais marítimos, nos quais os navios atracam para poder realizar o embarque e desembarque de cargas. Cada um dos berços apresenta restrições físicas de calado e LOA, que devem ser respeitados para que os navios sejam autorizados a atracar (cada navio ocupa um único berço). No entanto, na prática, a restrição de calado pode ser relaxada em alguns casos e isto é feito limitando a carga a bordo a um valor menor do que a capacidade máxima do navio. Tanto as plataformas quanto os terminais são chamados de “pontos operacionais”. Os pares de coleta e entrega são pré-estabelecidos pelo planejamento tático, porém a roteirização e programação dos navios não está determinada e se configura como uma decisão a ser apoiada pelo modelo. Esta abordagem de modelagem pode ser denominada *origem-destino*, uma vez que cada uma das origens (plataformas) é pré-definida com seu respectivo destino (terminal). É importante destacar que o problema brasileiro difere da maioria dos casos do mundo no que se refere ao transporte marítimo de petróleo, no qual, tipicamente, se envolvem grandes

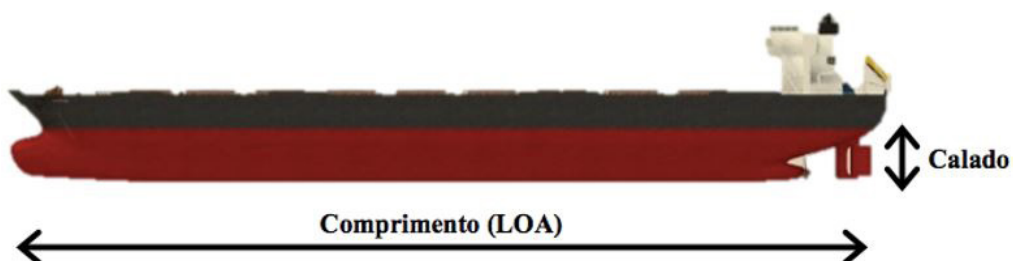


Figura 1. Ilustração de um navio petroleiro com as respectivas marcações de LOA e calado. Fonte: Adaptado de SOBENA (2013).

distâncias. Na maioria dos casos de exploração de petróleo ao redor do mundo, o transporte ocorre de várias empresas produtoras para várias refinadoras, com regras diferentes para a responsabilidade sobre o frete. No Brasil, uma mesma empresa produz, refina e planeja o transporte, o que aumenta consideravelmente as possibilidades de ganhos logísticos. Os casos mais próximos ao brasileiro são os do Mar do Norte e do Golfo do México.

4 Formulação do problema

A formulação apresentada a seguir utiliza, como ponto de partida, uma formulação da literatura para o PDPTW (e.g., Cordeau et al., 2007), além de aspectos específicos do problema, derivados de regras de negócios da companhia. Como é possível haver vários pares origem-destino programados, envolvendo a mesma plataforma ou terminal dentro do horizonte de planejamento, em cada visita o navio coleta toda a quantidade do respectivo lote programado na plataforma e o entrega no terminal correspondente. Por conveniência de modelagem, cada coleta e cada entrega são representadas por um nó diferente, mesmo quando as coletas entregas são feitas na mesma plataforma ou terminal, formando o grafo que representa o problema. Desta forma, dois nós do grafo podem representar o mesmo ponto operacional, porém se diferenciam com relação ao lote de coleta ou entrega que está sendo operado. A Figura 2 apresenta uma representação esquemática, na qual os nós assinalados em vermelho representam os depósitos artificiais (localizações inicial e final) do navio, enquanto que os nós azuis se referem a visitas realizadas em pontos operacionais.

Nesta figura, é possível verificar a estratégia de duplicação de nós para as visitas do roteiro. Neste caso, um navio parte do depósito artificial de origem (nó 1),

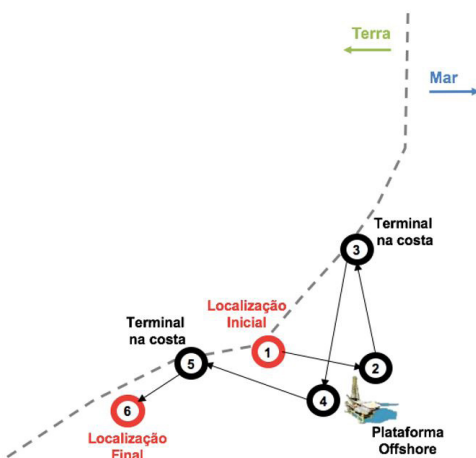


Figura 2. Representação esquemática da estratégia de replicação de nós e depósitos artificiais, adotada na modelagem do problema. Fonte: Elaborado pelo Autor.

realiza uma coleta na plataforma no nó 2 e a respectiva entrega no terminal (nó 3). Posteriormente, o navio visita novamente a mesma plataforma para outra coleta, agora representada pelo nó 4, para entregar o produto no terminal no nó 5 e encerrar sua rota no depósito artificial, definido como nó 6. Repare-se que os nós 2 e 4 referem-se ao mesmo ponto operacional, porém designam coletas diferentes dentro do horizonte de planejamento. Destaca-se também que as ilustrações dos depósitos fictícios inicial e final apresentam um posicionamento arbitrário apenas para fins de representação esquemática. Na prática, os navios geralmente iniciam e encerram suas jornadas de trabalho próximos aos terminais ou plataformas, em áreas conhecidas como “zonas de fundeio”, as quais acolhem navios ociosos ou aguardando carga. No entanto, a modelagem considera situações em que, no início do horizonte de planejamento, alguns navios possam estar fora das zonas de fundeio. Convém salientar, ainda, que os navios percorrem caminhos ao longo do horizonte de planejamento, em vez de roteiros, uma vez que estes não precisam iniciar e terminar no mesmo ponto (depósito).

Os índices, conjuntos e parâmetros do modelo são:
Índices

- k é o índice que se refere aos navios ($k \in K$). O número total de navios é $|K|$;
- i, j são os índices que se referem aos pontos operacionais (plataformas ou terminais) e depósitos. Assim, (i, j, k) constituem escalas realizadas no roteiro do navio k .

Conjuntos

- n é o número de pares coleta/entrega;
- $C_1 = \{1, 2, \dots, n\}$ é o conjunto de nós em que são realizadas as coletas (origens);
- $C_2 = \{n+1, n+2, \dots, 2n\}$ é o conjunto de nós em que são realizadas as entregas (destinos). Os nós de C_2 são enumerados da seguinte forma: para cada $i \in C_1$ é criado o nó correspondente $(i+n)$, em que o nó $i \in C_1$ refere-se à origem e o nó $(i+n) \in C_2$ refere-se ao respectivo destino $(i+n)$. Note-se que $n = |C_1| = |C_2|$;
- $C = C_1 \cup C_2$ é o conjunto total de nós que representam as plataformas e terminais, com cardinalidade $|C| = 2n$;
- $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ é o conjunto de nós artificiais que indicam o depósito inicial s_k (start node) do navio k ;

- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ é o conjunto de nós artificiais que indicam o depósito de chegada e_k (end node) do navio k ;
 - O conjunto $N = C \cup S \cup E$ representa todos os nós, com $|N| = 2n + 2|K|$;
 - $A(i, k), \forall i \in C, \forall k \in K$ é uma matriz 0-1 que indica se o navio k não pode atracar no nó i (igual a 1), seja por conta de calado, LOA ou outros motivos, ou se pode atracar (igual a 0);
 - C_{DP} é o conjunto de plataformas que apresentam posicionamento dinâmico;
 - K_{DP} é o conjunto de navios k que apresentam posicionamento dinâmico;
- $CFlex_{ik}$ é o conjunto de terminais i que permitem flexibilização de calado para atracação do navio k .

Parâmetros

- v_k é a velocidade média, em nós, do navio k ;
- $dist_{ij}$ é a distância, em milhas náuticas, entre o nó $i \in (S \cup C)$ e o nó $j \in (C \cup E)$. Para a representação de coletas ou entregas consecutivas que são realizadas no mesmo ponto operacional (plataforma ou terminal), considera-se que a distância é nula, ou seja, $dist_{ij} = 0$;
- ts_{ik} representa o tempo de serviço, em horas, no nó $i \in C$ atendido pelo navio k ;
- $[a_i, b_i]$ é a janela de tempo, em horas, referente ao início de serviço no nó $i \in N$, no qual a_i representa seu limitante inferior e b_i o limitante superior;
- d_i é a quantidade de carga, em m^3 , a ser coletada ou entregue no nó $i \in C$, que pode assumir valores positivos ou negativos. Se esta demanda for positiva, indica que no ponto operacional i devem ser coletadas d_i unidades do produto. Se for negativa, indica que no ponto operacional i devem ser entregues d_i unidades do produto. Note-se que, por convenção, $d_{i+n} = -d_i$;
- Cap_k é a capacidade do navio k , em m^3 ;
- Cm_k é o consumo diário de combustível do navio k em movimento, em m^3 , definidos em contratos específicos de afretamento pela companhia;
- Cs_k é o consumo diário de combustível do navio k enquanto está parado (stand-by), em m^3 , também definido em contratos específicos de afretamento pela companhia;
- Ca_j é o custo fixo de atracação na plataforma j , em unidades monetárias (\$). Caso o navio realize coletas consecutivas na mesma plataforma j , o custo fixo é pago somente uma vez, quando o navio foi atracado;
- β é uma penalização imposta às visitas consecutivas de um mesmo navio a plataformas diferentes no seu roteiro, o que é indesejável pela empresa e deveria, se possível, ser evitado;
- α_1^{jk} é a porcentagem da carga máxima permitida para o navio k atracar no terminal $j \in CFlex_{jk}$;
- α_2^{jk} é a porcentagem da carga máxima permitida para o navio k com DP, $k \in K_{DP}$, atracar na plataforma convencional $j \notin C_{DP}$. Esta mesma porcentagem é válida para o caso em que o navio com DP $k \in K_{DP}$ atraca na plataforma com DP $j \in C_{DP}$;
- α_3^{jk} é a porcentagem da carga máxima permitida para o navio k convencional $k \notin K_{DP}$, atracar em uma plataforma com DP $j \in C_{DP}$;
- M é um número positivo suficientemente grande utilizado na linearização de algumas restrições.

Variáveis

- x_{ijk} é uma variável binária, que assume valor igual a 1, se navio k percorre o arco $(i, j), i \in (S \cup C), j \in (C \cup E)$, e zero (0), caso contrário;
- f_{ik} é uma variável real não negativa que indica o instante de início de serviço no nó $i \in N$ pelo navio k ;
- y_{ik} é a quantidade de carga no navio k no instante imediatamente após a escala no nó $i \in N$, representada por uma variável real não negativa. Neste modelo, por simplicidade, assume-se que o navio começa e termina vazio dentro do horizonte de planejamento, mas o modelo pode ser adaptado para considerar situações mais gerais;
- Fa_{ijk} é uma variável auxiliar do modelo que representa a atracação consecutiva da plataforma i para a plataforma j com o navio k , em que $i \neq j$.

A formulação matemática é:

Minimizar

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} (Cm_k - Cs_k) \frac{dist_{ij}}{v_k} x_{ijk} + \sum_{i \in (S \cup C)} \sum_{\substack{j \in C \\ dist(i,j) > 0}} \sum_{k \in K} Ca_j x_{ijk} + \beta \sum_{i \in C_1} \sum_{j \in C_1} \sum_{k \in K} Fa_{ijk} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in (C \cup E)} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in (C \cup S) \quad (2)$$

$$\sum_{i \in (C \cup S)} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in (C \cup E) \quad (3)$$

$$\sum_{j \in (C_1 \cup e_k)} x_{s_k j k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in (s_k \cup C_2)} x_{ie_k k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 0 \quad \forall j \in S \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in E \quad (7)$$

$$\sum_{i \in (C \cup S)} x_{ihk} - \sum_{j \in (C \cup E)} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in C; \forall k \in K \quad (8)$$

$$a_i \left(\sum_{j \in N} x_{jik} \right) \leq f_{ik} \leq b_i \left(\sum_{j \in N} x_{jik} \right) \quad \forall i \in (C \cup E); \forall k \in K \quad (9)$$

$$a_i \left(\sum_{j \in N} x_{ijk} \right) \leq f_{ik} \leq b_i \left(\sum_{j \in N} x_{ijk} \right) \quad \forall i \in S; \forall k \in K \quad (10)$$

$$f_{jk} \geq f_{ik} + ts_{ik} + \frac{dist_{ij}}{v_k} + (x_{ijk} - 1)M \quad \forall i \in (S \cup C); \forall j \in (E \cup C); \forall k \in K \quad (11)$$

$$f_{j+n,k} \geq f_{j,k} \quad \forall j \in C_1; \forall k \in K \quad (12)$$

$$y_{jk} \geq y_{ik} + d_j + (x_{ijk} - 1)M \quad \forall i \in (S \cup C); \forall j \in (E \cup C); \forall k \in K \quad (13)$$

$$y_{jk} \leq y_{ik} + d_j + (1 - x_{ijk})M \quad \forall i \in (S \cup C); \forall j \in (E \cup C); \forall k \in K \quad (14)$$

$$\sum_{i \in (S \cup C)} x_{ihk} = \sum_{j \in C} x_{j,h+n,k} \quad \forall h \in C_1; \forall k \in K \quad (15)$$

$$y_{jk} \leq Cap_k \sum_{i \in (S \cup C)} x_{ijk} \quad \forall k \in K, \forall j \in (C \cup E) \quad (16)$$

$$\sum_{k \in K} y_{s_k k} + \sum_{k \in K} y_{e_k k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$x_{ijk} = 0, \forall i, k \in A(i, k) \quad (18)$$

$$y_{jk} \leq (\alpha_1^{jk} Cap_k + d_j) + \left(1 - \sum_{i \in (C \cup S_k)} x_{ijk} \right) M \quad \begin{array}{l} \forall (j,k) \in CFlex_{jk} \\ \forall (j,k) \in A(j,k) \\ \forall k \in K \end{array} \quad (19)$$

$$y_{jk} \leq (\alpha_2^{jk} Cap_k + d_j) + (1 - \alpha_2^{jk}) Cap_k \left(1 - \sum_{i \in C} x_{ijk} \right) \quad \begin{array}{l} \forall j \notin C_{DP} \\ \forall k \in K_{DP} \end{array} \quad (20)$$

$$y_{jk} \leq (\alpha_3^{jk} Cap_k + d_j) + (1 - \alpha_3^{jk}) Cap_k \left(1 - \sum_{i \in C} x_{ijk} \right) \quad \begin{array}{l} \forall j \notin C_{DP} \\ \forall k \notin K_{DP} \end{array} \quad (21)$$

$$y_{jk} \leq (\alpha_3^{jk} Cap_k + d_j) + (1 - \alpha_3^{jk}) Cap_k \left(1 - \sum_{i \in C} x_{ijk} \right) \quad \begin{array}{l} \forall j \in C_{DP} \\ \forall k \in K_{DP} \end{array} \quad (22)$$

$$\sum_{i \in C} x_{ijk} = 0 \quad \forall j \in C_{DP}, \forall k \notin K_{DP} \quad (23)$$

$$x_{ijk} \leq Fa_{ijk} \quad \forall i, j \in C_1, i \neq j, dist_{ij} > 0 \quad (24)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in (S \cup C), j \in (C \cup E); \forall k \in K \quad (25)$$

$$f_{ik} \geq 0, \forall i \in N; \forall k \in K \quad (26)$$

$$y_{ik} \geq 0, \forall i \in N; \forall k \in K \quad (27)$$

Na Função objetivo 1, a primeira parte incorpora os custos variáveis de combustível incorridos durante a movimentação do navio; a segunda parcela da função representa os custos fixos de atracação em plataformas, e a última parcela penaliza as atracções consecutivas em plataformas diferentes, por representar um alto custo. As Restrições 2 e 3 asseguram que todos os pontos operacionais sejam visitados exatamente uma vez. As Restrições 4 asseguram que todos os navios saem do seu depósito artificial de origem, S_k . Se um navio não realiza nenhuma escala, ele sai do depósito e vai diretamente para seu depósito artificial final, E_k . As Restrições 5 garantem, por sua vez, que todos os navios chegam ao seu depósito artificial final, E_k . As Restrições 6 garantem que nenhum navio entra no depósito artificial inicial e as Restrições 7 certificam que nenhum navio sai do seu respectivo depósito artificial final. As Restrições 8 asseguram que se um navio k chegou a um nó referente a um ponto operacional, este navio tem que sair deste nó – restrição comumente empregada em roteirização e também conhecida como restrição de conservação de fluxo. As Restrições 9 asseguram que os limitantes superiores e inferiores das janelas de tempo dos pontos operacionais e depósitos artificiais finais sejam respeitados. Analogamente, as Restrições 10 asseguram que os limitantes superiores e inferiores das janelas de tempo dos depósitos artificiais de origem sejam respeitados. As

Restrições 11 limitam o instante de tempo em que o navio k , vindo do ponto operacional i , inicia serviço no ponto operacional j . Estas restrições eliminam a ocorrência de subciclos no modelo. As Restrições 12, por sua vez, reforçam a necessidade de a coleta de uma determinada carga ser realizada antes de sua respectiva entrega. As Restrições 13 e 14 referem-se ao balanço de carga do navio k . Note-se que estas restrições se referem à linearização da igualdade $x_{ijk}(y_{ik} + d_j - y_{jk}) = 0, \forall i \in (S \cup C), \forall j \in (C \cup E), \forall k \in K$. As Restrições 15 asseguram que se o navio k coletou carga no nó h (plataforma), então este precisa realizar a visita no nó $h + n$ (terminal). As Restrições 16 asseguram que a capacidade do navio é respeitada. A observação anterior de que o navio começa e termina vazio é garantida pelas Restrições 17. As Restrições 18 impedem que navios atraquem em nós nos quais exista algum impedimento físico, seja de calado, LOA ou outros. Esta restrição é garantida com a construção da matriz $A(i, k)$.

As Restrições 19 limitam a carga para o caso em que o terminal apresenta restrições de calado para atracação de navios. As Restrições 20 são utilizadas para o primeiro caso de posicionamento dinâmico, em que um navio com DP atraca em uma plataforma convencional ou com DP. As Restrições 21 são aplicadas para o segundo caso, em que um navio convencional atraca em uma plataforma com DP. Por sua vez, as Restrições 22 referem-se ao terceiro

caso, no qual um navio convencional atraca em uma plataforma também convencional. Para o quarto caso, em que um navio convencional não pode atracar em uma plataforma convencional, são utilizadas as Restrições 23. As Restrições 24 forçam o valor da variável auxiliar Fa_{ijk} a assumir o valor 1, caso exista o arco ligando duas plataformas i e j , $i \neq j$, consecutivamente, para coletas sucessivas, e o valor zero (0), caso contrário. Esta é a parcela que está sendo penalizada na função objetivo. Por fim, as Restrições de 25 a 27 referem-se aos domínios das variáveis do modelo.

O Modelo 1-27 captura adequadamente uma série de características importantes do problema prático da empresa. Entre estas, encontram-se: os critérios de custos e penalizações a serem otimizados na roteirização dos navios, considerando-se o consumo de combustível dos navios em função dos contratos de afretamento; as limitações de estoques das plataformas (*tops*) por meio das janelas de tempo; a heterogeneidade da frota de navios e as limitações das suas capacidades, e as regras de atracação de navios para diferentes tipos de plataformas e terminais, com considerações de calados flexíveis e posicionamentos dinâmicos, entre outros. Porém, existem também algumas hipóteses simplificadoras, que foram consideradas para a confecção do modelo. Por exemplo, o modelo não leva em conta a compartimentalização dos navios para transportar simultaneamente produtos diferentes, mas considera a capacidade do navio de forma agregada. Em alguns casos, produtos de diferentes plataformas podem ou não ser misturados no mesmo compartimento do navio e o modelo pode então ser estendido para incorporar restrições de incompatibilidade de mistura de produtos transportados em um navio, conforme mostrado em Rodrigues (2014). O modelo também admite que todas as janelas de tempo das plataformas e terminais são rígidas, porque se consideram, implicitamente, as restrições de lastros e *tops* das plataformas e as demandas dos terminais; portanto, não se aplicam penalidades para possíveis violações nos seus limitantes inferiores ou superiores de tempo. Como consequência da abordagem origem-destino, não se permite a separação de cargas (*split*) na coleta ou entrega dos navios, fato que alteraria a descrição do problema como de oferta-demanda, em que a quantidade a ser coletada e entregue nas visitas em cada plataforma e em cada terminal passaria a ser uma decisão do modelo e não um parâmetro definido *a priori*.

5 Método *relax-and-fix*

As heurísticas baseadas em programação matemática, também conhecidas como *MIP-Heuristics* ou heurísticas primais, são procedimentos baseados em programação matemática que podem ser implementados diretamente nos métodos de solução utilizados pelos *solvers*

disponíveis em *softwares* comerciais. O principal objetivo é buscar caminhos para encontrar soluções inteiras factíveis em situações em que o algoritmo de busca de soluções leva muito tempo para encontrar uma solução factível. Uma das *MIP-Heuristics* de construção mais conhecidas e aplicadas é a *relax-and-fix* (Wolsey, 1998).

Segundo Pochet & Wolsey (2006), na heurística *relax-and-fix*, supõe-se que as variáveis binárias y podem ser particionadas em R conjuntos disjuntos de importância decrescente, dados por Q^1, \dots, Q^R . A partir disto, resolvem-se então os R MIPs, denotados por MIP^r , com $1 \leq r \leq R$, para encontrar uma solução heurística para o MIP original. Na primeira rodada, MIP^1 , impõe-se a integralidade somente às variáveis em Q^1 e relaxa-se a restrição de integralidade das demais variáveis em Q . Nos MIP^r subsequentes, fixam-se os valores das variáveis y em Q^{r-1} , dados por y_j^{r-1} , em seus valores ótimos obtidos em MIP^{r-1} , e adiciona-se a restrição de integralidade para as variáveis em Q^r . As *MIP-Heuristics* são amplamente aplicadas em contextos de planejamento e programação da produção, cuja partição clássica de variáveis é pelo índice do tempo (discretizado).

No entanto, ao revisar na literatura aplicações destas heurísticas no contexto de roteirização e programação de veículos, foi encontrado apenas um trabalho, apresentado por Uggen et al. (2013). Neste trabalho, pouca ênfase é dada à descrição do modelo, no qual o tempo é discretizado para facilitar a aplicação da heurística. Os autores afirmam também que não encontraram nenhum outro trabalho na literatura que realizasse a aplicação destes métodos em problemas de roteirização, o que motivou a presente pesquisa à aplicação da heurística *relax-and-fix* para o problema aqui abordado. A estratégia adotada para aplicar a heurística *relax-and-fix* é baseada na divisão temporal do problema, bem explorada nas implementações tradicionais deste algoritmo, em outros problemas da literatura. Como o modelo (1)-(27) trata o tempo de forma contínua, sua marcação pode ser feita por meio das janelas de tempo $[a_i, b_i]$, dispostas ao longo do horizonte de planejamento e associadas a cada um dos pedidos a serem coletados e entregues (pares coleta/entrega). A Figura 3 apresenta uma ilustração do funcionamento da heurística *relax-and-fix* com particionamento de janelas de tempo.

Inicialmente, os pedidos são ordenados de acordo com a abertura da janela de tempo da coleta (a_i). Selecionam-se, então, as m primeiras coletas, com início mais cedo. Como a estas coletas estão associadas também as respectivas entregas, o algoritmo impõe a integralidade dos arcos referentes a estes pares coleta/entrega e relaxa a integralidade dos demais pedidos, que ainda não foram selecionados e estão na lista ordenada. Resolve-se, então, o MIP resultante de menor tamanho e identificam-se os arcos diretos

(com valor inteiro) entre os nós já selecionados e os fixa, exceto aqueles arcos que conectam os depósitos iniciais e finais dos navios. Caso não haja arcos inteiros, o problema decomposto é infactível e o algoritmo para. Este procedimento é repetido até que não existam mais pedidos na lista ordenada por janela de tempo a serem alocados aos navios. Note-se que é importante não fixar as variáveis que ligam os depósitos iniciais e finais do navio ao longo das iterações do algoritmo, para que a heurística seja capaz de inserir nós em qualquer posição da rota até a última iteração, na qual os arcos dos depósitos iniciais e finais são finalmente fixados. Uma descrição em passos do algoritmo é dada por:

Passo 1. Ordenar as coletas em ordem crescente de a_i ;

Passo 2. Selecionar as m coletas com início mais cedo, que ainda não foram alocadas;

Passo 3. Identificar as variáveis x_{ijk} com $i \in S$ ou $j \in E$;

Passo 4. Impor a integralidade das variáveis identificadas no passo 3;

Passo 5. Impor a integralidade dos pares coleta-entrega referentes ao passo 2;

Passo 6. Relaxar a integralidade dos pares coleta-entrega ainda não selecionados no passo 2;

Passo 7. Resolver o MIP resultante;

Passo 8. Identificar as variáveis x_{ijk} com valores inteiros (arcos diretos) que ligam os pares coleta-entrega selecionados;

Passo 9. Fixar os valores das variáveis x_{ijk} inteiras resultantes da solução do MIP identificadas no passo 8, exceto as variáveis identificadas no passo 3;

Passo 10. Fixar os arcos do passo 6. Caso não haja arcos diretos, parar;

Passo 11. Repetir os passos 2 a 10 até que não haja arcos remanescentes na lista ordenada.

Outras variações da heurística *relax-and-fix* também poderiam ser aplicadas para resolver este problema (Rodrigues et al., 2016). Por exemplo, uma variação baseada na partição do conjunto de navios também foi explorada em Rodrigues (2014), mas os resultados obtidos não foram particularmente melhores do que aqueles da variação baseada na partição temporal do algoritmo supracitado.

6 Experimentos numéricos

O modelo (1) a (27) da seção 4 e a heurística *relax-and-fix* da seção 5 foram inicialmente testados resolvendo-se diversos exemplares de tamanho pequeno. Os detalhes destes experimentos e as análises destes resultados podem ser encontrados em Rodrigues (2014). Após verificar a consistência e corretude do modelo e da heurística nestes exemplares pequenos, estes foram testados para resolver exemplares maiores, com dados fornecidos pela empresa, com 16, 22 e 44 pares de coleta e entrega, denominados, respectivamente, N16, N22 e N44, todos com $|K|=25$ e factíveis. Estes exemplares correspondem a operações da empresa de alguns dias, cerca de três dias, cinco dias e mais de uma semana em certa região, respectivamente. A Tabela 2 apresenta os

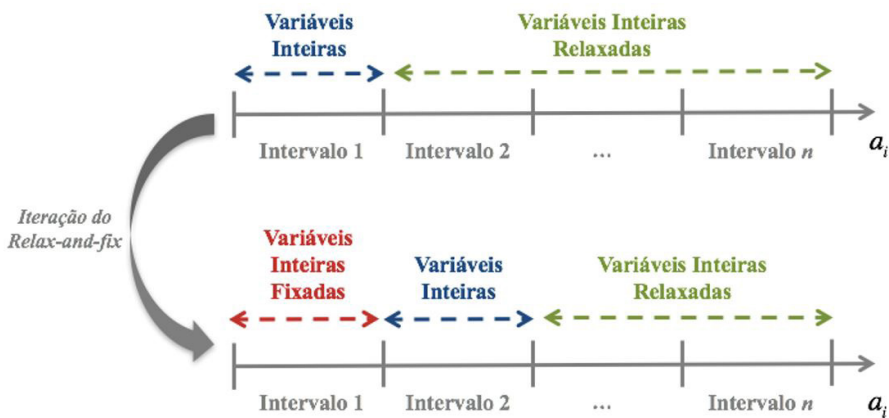


Figura 3. Esquema ilustrativo do funcionamento da heurística *relax-and-fix*.

Tabela 2. Resultados do modelo para exemplares N16, N22 e N44, sem a heurística *relax-and-fix*.

Exemplar	Navios Utilizados	Restrições	Variáveis		Gap (%)	Tempo (s)
			Inteiras	Contínuas		
N16	10	426.480	13.982	345.854	0	57
N22	13	589.362	14.482	446.504	0	5.280
N44	-	1.498.961	116.893	1.003.454	-	-

resultados destes últimos experimentos com o modelo. Para todos os testes, foi utilizada uma *workstation* Dell Precision T7600 CPU E5-2680 2.70GHz (dois processadores) e 192GB de memória RAM, com sistema operacional Windows 7 *Professional*. Os códigos foram todos implementados em GAMS 24.0 com CPLEX 12.5.0, usando os valores *default* dos parâmetros. O limite máximo de tempo dado foi de 18.000 segundos (5 horas), com opção de processamento nos 32 núcleos ativada. Além disso, foram realizados outros experimentos, explorando alterações em parâmetros do CPLEX além dos valores *defaults*, tais como ativação da heurística *Local Branching* (LB) e *Relaxation Induced Neighborhood Search* (RINS), alteração na ênfase do *solver* em factibilidade e/ou otimalidade e desligamento de pré-processamento. Porém, os resultados obtidos com esses experimentos não melhoraram os resultados da Tabela 2 de forma significativa.

Desta forma, é possível verificar que, para o exemplar N16, o CPLEX foi capaz de obter uma solução ótima do modelo em pouco menos de 1 minuto, utilizando 10 navios dos 25 disponíveis. Para o exemplar N22, o CPLEX também foi capaz de obter uma solução ótima, porém em um tempo consideravelmente maior, 5.280 segundos ou 1 hora e 28 minutos, utilizando 13 navios. Por fim, ao dobrar o número de pares coleta-entrega para 44, o CPLEX não foi capaz de gerar solução factível em 5 horas de processamento. É importante destacar que esses exemplares são difíceis do ponto de vista de se encontrar uma solução factível, em função de algumas restrições, envolvendo janelas de tempo bem apertadas, incompatibilidades de atracação de vários navios nos pontos operacionais, entre outras. Note-se, ainda, que a empresa tem dificuldades para encontrar soluções factíveis para esses problemas na

prática, sem ter que flexibilizar algumas das restrições do modelo.

Conforme mencionado, este problema é um caso particular de um PDPTW com restrições adicionais de posicionamento dinâmico e limitação de carga para atracação, entre outras. Como o PDPTW é *NP-difícil* do ponto de vista de teoria de complexidade, este problema é difícil de ser resolvido otimamente na prática, dependendo do tamanho dos dados, assim como outros problemas de roteirização com coleta e entrega, e janelas de tempo (Savelsbergh & Sol, 1995). Mesmo assim, o CPLEX foi capaz de resolver otimamente os exemplares N16 e N22, considerados de tamanho moderado, com milhares de variáveis e restrições. O exemplar N44 já é considerado um exemplar de tamanho grande, com milhões de variáveis e restrições. A Figura 4 ilustra a curva de geração de soluções do modelo ao longo do tempo, tomando-se como exemplo o N22. Note-se que a primeira solução factível para o modelo é encontrada com 44 segundos. A solução ótima é obtida somente com 2.255 segundos de processamento, sendo comprovada como ótima somente após 3.025 segundos, totalizando os 5.280 segundos de processamento mencionados anteriormente. Este resultado indica que o CPLEX pode encontrar soluções ótimas muito antes de se conseguir comprová-las ótimas.

Para os testes com as heurísticas *relax-and-fix*, também foram utilizados os mesmos exemplares N16, N22 e N44. Para cada um deles, foram definidos valores de passo (m) como múltiplos da quantidade de pedidos total (n), para que todas as iterações trabalhassem com o mesmo número de pedidos. Os *gaps* de otimalidade também foram calculados com base nos testes N16 e N22, com soluções ótimas conhecidas da Tabela 2. Note-se que, nesta estratégia, a partição representada pelo passo m refere-se ao



Figura 4. Curva de solução do exemplar N22_CONJ3_FX.

Tabela 3. Resultados da estratégia temporal da heurística *relax-and-fix*.

Exemplar	Navios Utilizados	Gap (%)	Tempo (s)
N16_RF_M2	11	16,77	99
N16_RF_M4	11	16,77	56
N16_RF_M8	12	14,36	24
N22_RF_M2	14	11,16	646
N22_RF_M11	13	1,45	200
N44_RF_M2	-	-	-
N44_RF_M4	-	-	-
N44_RF_M11	-	-	-
N44_RF_M22	-	-	-

número de pedidos de coleta e entrega existentes no exemplar. A Tabela 3 sumariza os resultados obtidos para esses exemplares com os testes da heurística. Para os exemplares N16 e N22, foi estabelecido um limite de tempo de processamento de 10 minutos (600 segundos) para cada iteração da heurística. Para os exemplares N16_RF, foram encontradas soluções factíveis na última iteração do algoritmo em um curto tempo computacional, porém acima do requerido pelo CPLEX, para resolver o modelo matemático N16, e com *gaps* de otimalidade maiores que 10%. Já para os exemplares N22_RF, os tempos de processamento computacional da heurística foram inferiores ao do CPLEX, para resolver o modelo N22, mas os *gaps* de otimalidade também foram maiores que zero. Um ponto a se destacar é que a cada uma das iterações promovidas pela heurística, a implementação computacional atual da heurística no pacote GAMS gasta tempo, ao iniciar um pré-processamento para cada uma delas, contabilizando cerca de 2 a 10 segundos para cada uma das iterações, dependendo do tamanho do problema, que não são dedicados ao processamento computacional propriamente dito. Esses tempos poderiam ser reduzidos por meio de implementações computacionais mais elaboradas.

Considerando-se os testes realizados, é possível notar que os exemplares com *m* maior, em geral, apresentam desempenho melhor, tanto do ponto de vista de *gap* quanto de tempo de processamento. Isto indica que, para a implementação da heurística *relax-and-fix*, é preferível que se utilizem passos maiores para minimizar o tempo de reprocessamento, bem como evitar que o problema busque muitas soluções ótimas locais, baseadas em um número pequeno de pedidos. Em outras palavras, a propensão à infactibilidade é maior para exemplares em que *m* é menor e a heurística busca soluções com poucas variáveis integralizadas. Tanto para o exemplar N44 quanto para o N44_FX, não foram encontradas soluções factíveis para nenhum tamanho de particionamento do problema com a estratégia temporal. Por tratar-se de um problema grande e bem restrito, do ponto de vista de janelas de tempo e incompatibilidades de

atracação dos navios, obter uma solução factível é bem difícil para este exemplar. Também foram testados limites de tempo de 10, 30, 60 e 90 minutos para cada iteração, mas nenhum destes testes resultou em solução factível.

Com o intuito de testar a aceleração da convergência para a solução ótima no CPLEX, a partir da solução obtida pela heurística *relax-and-fix*, as soluções com menores *gaps* dos exemplares N16 e N22, respectivamente, N16_RF_M8 (14,36% de *gap*) e N22_RF_M11 (1,45% de *gap*), foram inseridas no CPLEX como soluções iniciais nos exemplares N16 e N22, e rodadas visando à otimalidade. Para o exemplar N16, o CPLEX com solução heurística inicial levou 70 segundos para encontrar e provar a solução ótima, em comparação com os 57 segundos requeridos pelo CPLEX sem esta solução inicial. Já para o exemplar N22, o CPLEX encontrou a solução ótima e provou sua otimalidade em apenas 22 segundos, comparativamente aos 5.280 segundos requeridos pelo CPLEX sem a solução heurística inicial. Este resultado indica que uma boa estratégia para resolver problema de tamanho moderado seria, inicialmente, rodar a heurística e, em seguida, inserir sua solução como ponto de partida para solução do modelo via CPLEX.

7 Conclusões e pesquisa futura

Este artigo propõe uma abordagem de otimização para o problema de roteirização e programação de navios para cabotagem de petróleo, motivada pelo problema prático de uma empresa petrolífera e baseada em um modelo matemático e em heurísticas *relax-and-fix*. O problema é do tipo coleta e entrega com janelas de tempo, frota heterogênea, múltiplos depósitos (localizações iniciais de cada navio), múltiplos produtos, múltiplas visitas em cada plataforma e terminal, ao longo do horizonte de planejamento, com restrições adicionais que contemplam especificidades da operação do caso em estudo, como restrições associadas a calados flexíveis dos navios e terminais e dispositivos de posicionamento dinâmico dos navios e plataformas.

O modelo proposto captura importantes características específicas do problema no contexto de cabotagem de petróleo e o representa de forma apropriada; em particular, utiliza janelas de tempo pré-determinadas para aliviar os estoques das plataformas e para atender as demandas dos terminais, além das regras de atracação de navios para diferentes tipos de plataformas e terminais, e considerações do consumo de combustível dos navios. O modelo foi capaz de obter soluções ótimas para problemas realistas de tamanhos moderados, utilizando-se o pacote de otimização GAMS/CPLEX, o que é um resultado interessante deste trabalho. Porém, o modelo não conseguiu obter soluções factíveis para problemas maiores. A heurística *relax-and-fix* trouxe uma vantagem em processamento computacional para resolver o modelo proposto em conjunto com o CPLEX, ao utilizar suas soluções como soluções iniciais do modelo no CPLEX. Este resultado indica que esta abordagem tem potencial para produzir boas soluções para problemas de tamanho moderado, em tempos computacionais aceitáveis, na prática. Porém, embora tenha melhorado o desempenho do modelo, a heurística também não conseguiu obter soluções factíveis para problemas maiores. De uma forma geral, a heurística obteve melhor desempenho computacional do ponto de vista de tempo de processamento, utilizando maiores valores de m nos exemplares analisados.

Por ser um dos primeiros trabalhos a aplicar heurísticas *relax-and-fix* ao problema de roteirização com tempo contínuo, existem muitas oportunidades de melhoria ainda a serem exploradas. A implementação da heurística *relax-and-fix* temporal representa um avanço para as aplicações desta heurística e também fornece as bases para futuras implementações que não utilizem o particionamento clássico do índice tempo das variáveis de decisão. Outras regras de negócio podem ser aplicadas com base nestes primeiros experimentos de implementação fora dos “domínios tradicionais” desta heurística. Um ponto importante de discussão é sobre os pontos específicos do problema que apresentam infactibilidade. Em geral, esta é uma maneira interessante de descobrir se o problema é mais “apertado” do ponto de vista das disponibilidades de capacidades e recursos envolvidos, e, com isso, projetar estratégias de penalização de certas métricas, visando à obtenção de soluções factíveis aderentes à operação real, e que estas possam ser obtidas em curtos espaços de tempo.

Algumas perspectivas desta pesquisa são: (i) melhorias na heurística *relax-and-fix*, tais como implementação de estratégias de *backward* e *overlapping* nesta estratégia de partição temporal apresentada; (ii) implementação de outras estratégias, como, por exemplo, particionamento por navios, baseada em critérios para a ordenação da lista de

navios disponíveis de acordo com os seus custos e capacidades (alguns resultados iniciais nesta linha de pesquisa estão apresentados em Rodrigues, 2014); (iii) refinamento da heurística utilizando novos critérios de seleção de pedidos e particionamento, e (iv) combinação destas heurísticas construtivas *relax-and-fix* com heurísticas de melhoria do tipo *fix-and-optimize*, para resolver problemas maiores. Adicionalmente, é possível explorar a aplicação destas heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* em formulações alternativas deste problema de roteirização e programação de navios petrolíferos, explorando discretizações do tempo, em vez de tempo contínuo. Outra interessante linha de pesquisa poderia ser focada no desenvolvimento e nas aplicações de outras heurísticas e meta-heurísticas, para resolver problemas maiores. Modificações do modelo atual para contemplar incompatibilidade de produtos a serem carregados nos navios podem também ser amplamente exploradas (alguns resultados iniciais nesta linha de pesquisa estão apresentados em Rodrigues, 2014), incluindo as limitações dos berços nos terminais e a decomposição geográfica do problema em sub-regiões a serem tratadas como independentes, respeitando características de demanda e planejamento. Por fim, outra pesquisa futura interessante seria trabalhar em alternativas de abordagem ao problema como, por exemplo, investigar as descrições mais gerais do problema do tipo oferta-demanda, em que o controle dos estoques nas plataformas e nos terminais é considerado explicitamente nos modelos e as quantidades a serem carregadas pelos navios passam a ser variáveis de decisão, caracterizando o problema como um problema combinado de roteirização e estoque (*inventory-routing problem*; Christiansen, 1999; Al-Khayyal & Hwang, 2007). Além disso, existem também perspectivas de integração dos problemas de roteirização com os de programação das refinarias, o que confere um aspecto mais geral de planejamento e programação da cadeia de suprimento para o problema, e também aborda diferentes níveis de decisão dentro da companhia.

Agradecimentos

Os autores agradecem, pelo apoio financeiro, a Agência Nacional de Petróleo (ANP), FAPESP e CNPq, para a execução deste projeto.

Referências

- Agência Nacional de Petróleo – ANP. Superintendência de Planejamento e Pesquisa. (2012). *Produção Nacional de Petróleo e LGN (Barris): planilha eletrônica*. Brasília. Recuperado em 15 de junho de 2012, de <http://www.anp.gov.br/?id=358>
- Agra, A., Andersson, H., Christiansen, M., & Wolsey, L. (2013a). A maritime inventory routing problem: discrete

- time formulations and valid inequalities. *Networks*, 62(4), 297-314. <http://dx.doi.org/10.1002/net.21518>.
- Agra, A., Christiansen, M., & Delgado, A. (2012). Mixed integer formulations for a short sea fuel oil distribution problem. *Transportation Science*, 47(1), 108-204. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1120.0416>.
- Agra, A., Christiansen, M., Delgado, A., & Simonetti, L. (2013b). Hybrid heuristics for a short sea inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 924-935. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.06.042>.
- Al-Khayyal, F., & Hwang, S. J. (2007). Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, Part I: Applications and model. *European Journal of Operational Research*, 176(1), 106-130. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2005.06.047>.
- Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., & Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research*, 37(9), 1515-1536. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2009.11.009>.
- Appelgren, L. H. (1969). Column generation algorithm for a ship scheduling problem. *Transportation Science*, 3(1), 53-68. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.3.1.53>.
- Appelgren, L. H. (1971). Integer programming methods for a vessel scheduling problem. *Transportation Science*, 5(1), 64-78. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.5.1.64>.
- Bellmore, M., Bennington, G., & Lubore, S. (1971). A multivehicle tanker scheduling problem. *Transportation Science*, 5(1), 36-47. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.5.1.36>.
- Briskin, L. (1966). Selecting delivery dates in the tanker scheduling problem. *Management Science*, 12(6), 224-235. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.12.6.B224>.
- Brønmo, G., Nygreen, B., & Lysgaard, J. (2010). Column generation approaches to ship scheduling with flexible cargo sizes. *European Journal of Operational Research*, 200(1), 139-150. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.12.028>.
- Brown, G. G., Graves, G. W., & Ronen, D. (1987). Scheduling ocean transportation of crude oil. *Management Science*, 33(3), 335-346. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.33.3.335>.
- Christiansen, M. (1999). Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem. *Transportation Science*, 33(1), 3-16. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.33.1.3>.
- Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., & Ronen, D. (2007). Maritime transportation. In C. Barnhart & G. Laporte. *Handbook in operations research and management sciences* (Vol. 14, pp. 189-284). Amsterdam: Elsevier.
- Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., & Ronen, D. (2013). Ship routing and scheduling in the new millennium. *European Journal of Operational Research*, 228(3), 467-483. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.002>.
- Cordeau, J., Laporte, G., Potvin, J., & Savelsbergh, M. W. P. (2007). Transportation on demand. In C. Barnhart & G. Laporte (Eds.), *Transportation* (Vol. 14, pp. 429-466). North-Holland: Handbooks in OR&MS.
- Dantzig, G. B., & Fulkerson, D. R. (1954). Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1(3), 217-222. <http://dx.doi.org/10.1002/nav.3800010309>.
- Diz, G. S. S. (2012). *Proposta de um sistema de suporte à decisão para programação de navios baseado em otimização: um caso prático* (Dissertação de mestrado). Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Flood, M. M. (1954). Application of transportation theory to scheduling a military tanker fleet. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(2), 150-162. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.2.2.150>.
- Gribovskaja, I., Laporte, G., & Shlopak, A. (2007). A tabu search heuristic for a routing problem arising in servicing of offshore oil and gas platforms. *The Journal of the Operational Research Society*, 59(11), 1449-1459. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602469>.
- Haugen, K. K. (1996). A Stochastic Dynamic Programming model for scheduling of offshore petroleum fields with resource uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 88(1), 88-100. [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00192-8](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(94)00192-8).
- Hennig, F., Nygreen, B., Christiansen, M., Fagerholt, K., Furman, K. C., Song, J., Kocis, G. R., & Warrick, P. H. (2012). Maritime crude oil transportation: a split pickup and split delivery problem. *European Journal of Operational Research*, 01(218), 764-774. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2011.09.046>.
- Hoff, A., Andersson, H., Christiansen, M., Hasle, G., & Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. *Computers & Operations Research*, 37(12), 2041-2061. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2010.03.015>.
- International Energy Agency – IEA. (2013). *Oil market report february 2013*. Recuperado em 15 de abril de 2013, de <http://www.oilmarketreport.org/>
- Kobayashi, K., & Kubo, M. (2010). Optimization of oil tanker schedules by decomposition, column generation, and time-space network techniques. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 27(1), 161-173. <http://dx.doi.org/10.1007/s13160-010-0008-7>.
- Lasschuit, W., & Thijssen, N. (2004). Supporting supply chain planning and scheduling decisions in the oil and chemical industry. *Computers & Chemical Engineering*, 28(6-7), 863-870. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2003.09.026>.
- McKay, M. D., & Hartley, H. O. (1974). Computerized scheduling of seagoing tankers. *Naval Research Logistics*, 21(2), 255-264. <http://dx.doi.org/10.1002/nav.3800210205>.

- Perakis, A., & Bremer, W. M. (1992). An operational tanker scheduling optimization system: background, current practice and model formulation. *Maritime Policy & Management*, 19(3), 177-187. <http://dx.doi.org/10.1080/751248659>.
- Persson, J. A., & Göthe-Lundgren, M. (2005). Shipment planning at oil refineries using column generation and valid inequalities. *European Journal of Operational Research*, 163(3), 631-652. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2004.02.008>.
- Petróleo Brasileiro S.A. –PETROBRAS. (2014a). *Perfil: uma empresa integrada de energia*. Recuperado em 28 de março de 2014, de <http://www.petrobras.com.br/pt/quem-somos/perfil>
- Petróleo Brasileiro S.A. – PETROBRAS. (2014b). *Quem somos: nossa história*. Recuperado em 28 de março de 2014, de <http://www.petrobras.com.br/pt/quem-somos/nossa-historia>
- Petróleo Brasileiro S.A. – PETROBRAS. (2014c). *Exploração e produção de petróleo e gás*. Recuperado em 15 de abril de 2014, de <http://www.petrobras.com.br/pt/quem-somos/perfil/atividades/exploracao-producao-petroleo-gas>
- Petróleo Brasileiro S.A. – PETROBRAS. (2014d). *Pré-sal: novo patamar de reservas e produção de petróleo*. Recuperado em 19 de abril de 2014, de <http://www.petrobras.com.br/pt/energia-e-tecnologia/fontes-de-energia/petroleo/presal>
- Pochet, Y., & Wolsey, L. A. (2006). *Production planning by mixed integer programming* (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). New York: Springer.
- Pucu, P. A. B. (2011). *Logística do escoamento da produção de petróleo de plataformas offshore via transporte naval* (Dissertação de mestrado). Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas, Maceió.
- Rakke, J. G., Andersson, H., Christiansen, M., & Desaulniers, G. (2014). A new formulation based on customer delivery patterns for a maritime inventory routing problem. *Transportation Science*
- Rocha, R., Grossmann, I. E., & Poggi De Aragão, M. V. S. (2009). Petroleum allocation at PETROBRAS: mathematical model and a solution algorithm. *Computers & Chemical Engineering*, 33(12), 2123-2133. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2009.06.017>.
- Rodrigues, V. P. (2014). *Uma abordagem de otimização para a roteirização e programação de navios: um estudo de caso na indústria petrolífera* (Dissertação de mestrado). Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.
- Rodrigues, V. P., Morabito, R., Yamashita, D., Silva, B. J. V., & Ribas, P. C. (2016). Ship routing with pickup and delivery for a maritime oil transportation system: MIP model and heuristics. *Systems*, 4(3), 31.
- Ronen, D. (1986). Short-term scheduling of vessels for shipping bulk or semi-bulk commodities originating in a single area. *Operations Research*, 34(1), 164-173. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.34.1.164>.
- Savelsbergh, M. W. P., & Sol, M. (1995). The General Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, 29(1), 17-29. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.29.1.17>.
- Sherali, H. D., Al-Yakoob, S. M., & Hassan, M. M. (1999). Fleet management models and algorithms for an oil-tanker routing and scheduling problem. *IIE Transactions*, 5(31), 395-406. <http://dx.doi.org/10.1080/07408179908969843>.
- Sociedade Brasileira de Engenharia Naval – SOBENA. (2013). *Principais medidas, dimensões e características do navio*. Recuperado em 15 de abril de 2013, de http://www.sobena.org.br/downloads/diciona_navai/Principais%20Medidas.pdf
- Song, J.-H., & Furman, K. C. (2013). A maritime inventory routing problem: practical approach. *Computers & Operations Research*, 40(3), 657-665. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2010.10.031>.
- Sørensen, A. J. (2011). A survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*, 35, 123-136.
- Stålhane, M., Andersson, H., & Christiansen, M. (2015). A branch-and-price method for a ship routing and scheduling problem with cargo coupling and synchronization constraints. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 4(4), 421-443. <http://dx.doi.org/10.1007/s13676-014-0061-5>.
- Stålhane, M., Andersson, H., Christiansen, M., Cordeau, J.-F., & Desaulniers, G. (2012). A branch-price-and-cut method for a ship routing and scheduling problem with split loads. *Computers & Operations Research*, 39(12), 3361-3375. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2012.04.021>.
- Uggen, K. T., Fodstad, M., & Nørstebø, V. S. (2013). Using and extending fix-and-relax to solve maritime inventory routing problems. *Top*, 21(2), 355-377. <http://dx.doi.org/10.1007/s11750-011-0174-z>.
- United Nations Conference on Trade and Development – UNCTAD. (2012). *Review of maritime transport 2012*. New York: United Nations. Recuperado em 27 de abril de 2013, de http://unctad.org/en/PublicationsLibrary/rmt2012_en.pdf
- Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. (2013). *Posicionamento dinâmico*. Recuperado em 15 de abril de 2013, de http://www.oceanica.ufrj.br/deno/prod_academic/relatorios/atuais/Alex+Lorena/relat1/Posicionamento%20Dinamico.htm
- Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming* (Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization). New York: John Wiley & Sons.